

FÍSICA

PROFESOR: JOSÉ MANUEL GARCÍA CUCURELLA

1ª EVALUACIÓN

- CAMPO GRAVITATORIO

6

- CAMPO ELÉCTRICO

4

5

RECUPERACIÓN

/ SUBIDA NOTA

C. GRAVIT

8

C. ELECT

6

OLIMPIADA FÍSICA

2ª EVALUACIÓN. ~~4~~

- ELECTROMAGNETISMO - 3

- ONDAS.

~~5~~

4

3ª EVALUACIÓN.

RECUPERACIÓN
SUBIDA DE NOTA.

ELECTRO-
MAGNET. ~~8~~

ONDAS: ~~10~~

- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.

- FÍSICA CUÁNTICA.

- FÍSICA NUCLEAR.

REC

SUPA

10

- ÓPTICA.

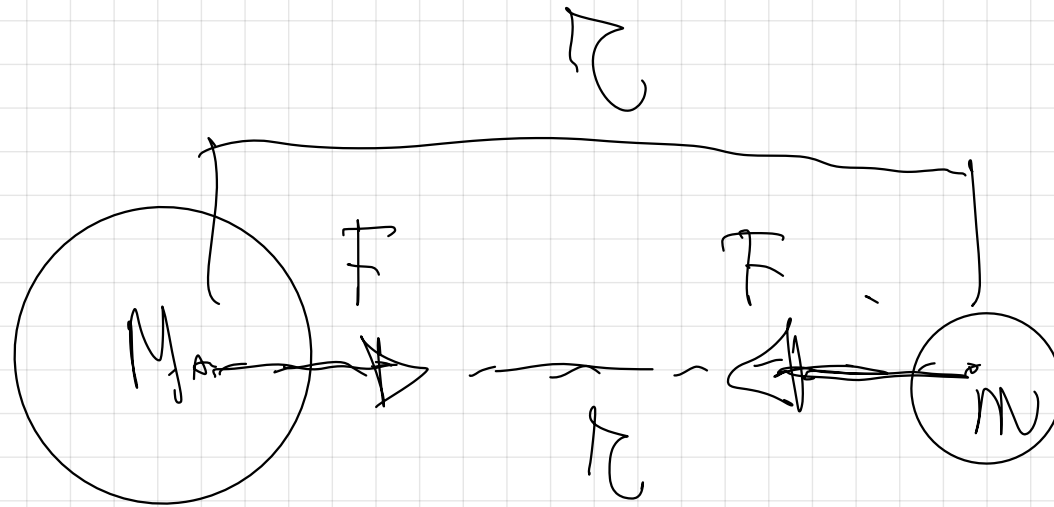
- MECÁNICA

16

TEMA 1

CAMPO GRAVITATORIO.

Ley de la gravitación universal,



$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$\begin{array}{l}
 F \Rightarrow N \text{ en S.I.} \\
 m \text{ y } M \Rightarrow \text{kg en S.I.} \\
 r \Rightarrow m \text{ en S.I.}
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 F = \boxed{G} \frac{M \cdot m}{r^2}
 \end{array}
 \right.$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \quad \boxed{G} = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m}$$

$$\boxed{G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}}$$

2^a ley de Newton.

S.I.

$$F = m \cdot a$$



A diagram illustrating the second law of Newton. It shows a force vector F acting on a mass m . The force vector is represented by a downward arrow with the letter F above it. The mass m is represented by a rectangular block with the letter m inside. The equation $F = m \cdot a$ is written next to the mass. The units for each term are shown in brackets: $[1 \text{ N}]$ for force, $[1 \text{ Kg}]$ for mass, and $[1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}]$ for acceleration.

$$[1 \text{ N}] = [1 \text{ Kg}] \cdot [1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}]$$

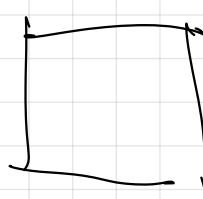
$$\begin{array}{c} 0 \frac{m}{s} \\ \square \\ 0s \end{array}$$

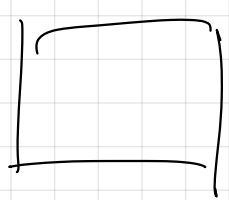
$$\begin{array}{c} 1 \frac{m}{s} \\ \square \\ 1s \end{array}$$

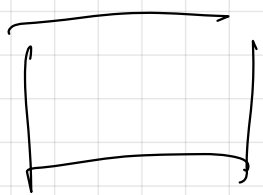
$$\begin{array}{c} 2 \frac{m}{s} \\ \square \\ 2s \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3 \frac{m}{s} \\ \square \\ 3s \end{array}$$

$$\left(a = 8 \frac{m}{s^2} \right)$$

 0 m/s 0 s

 10 m/s 1 s

 20 m/s 2 s



$$g \approx 10 \text{ m/s}^2$$

$$\boxed{} \quad 0 \frac{M}{S}$$

$$\boxed{} \quad \left. \begin{array}{l} 1S \\ 2M/S \end{array} \right\}$$

$$\boxed{} \quad 4M/S$$

$$g_L = 2 \frac{M}{S^2}$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$F = 667 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{60 \text{ kg} \cdot 2 \text{ kg}}{4 \text{ m}^2}$$

$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

$$F = 51025 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

$$m = 60 \text{ kg}$$

$$F = m \cdot a$$

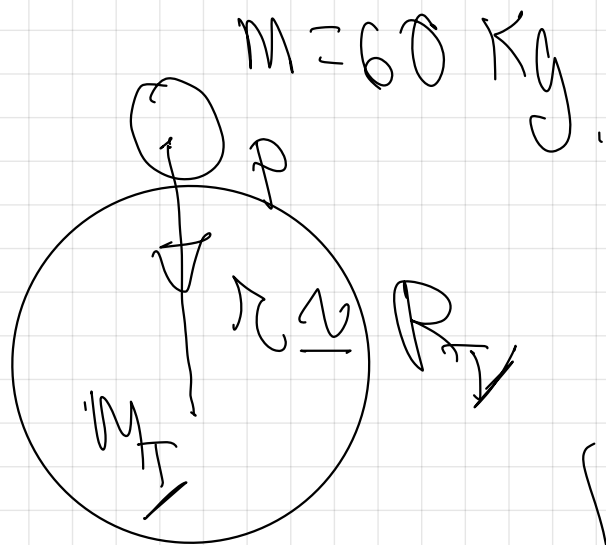
$$P = m \cdot g_T$$

$$g_T = 9.8 \text{ m/s}^2 \approx$$

$$10 \text{ m/s}^2$$

$$P = 60 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = \underline{600 \text{ N}}$$

$$P \quad 1) F = G \cdot \frac{M_T \cdot m_{\text{adam}}}{R_T^2}$$

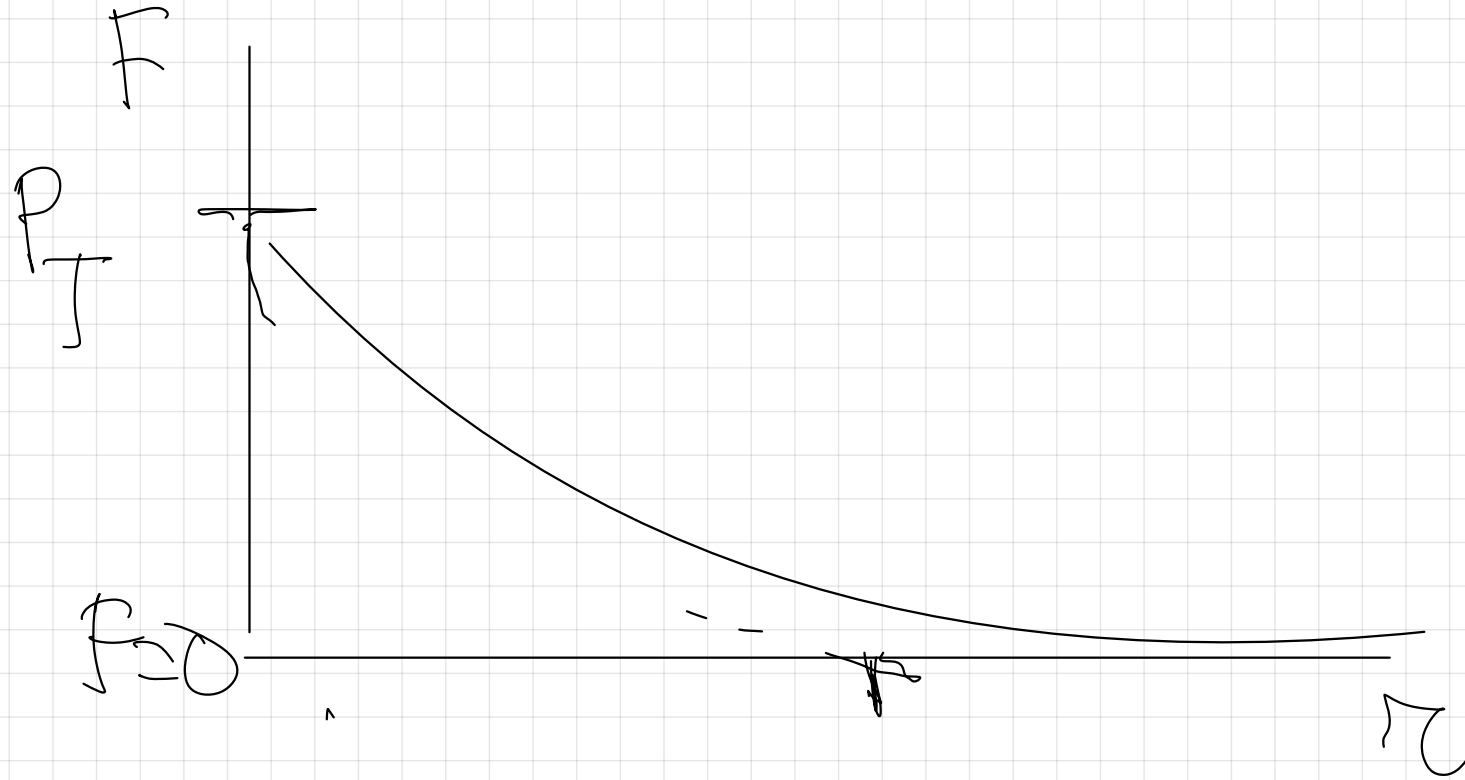


$$F = \left[6.67 \cdot 10^{-11} \right] \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 60}{(6.4 \cdot 10^6)^2}$$

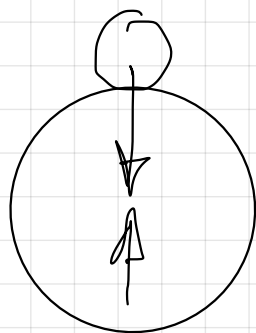
$$F = 58623 \text{ N}$$

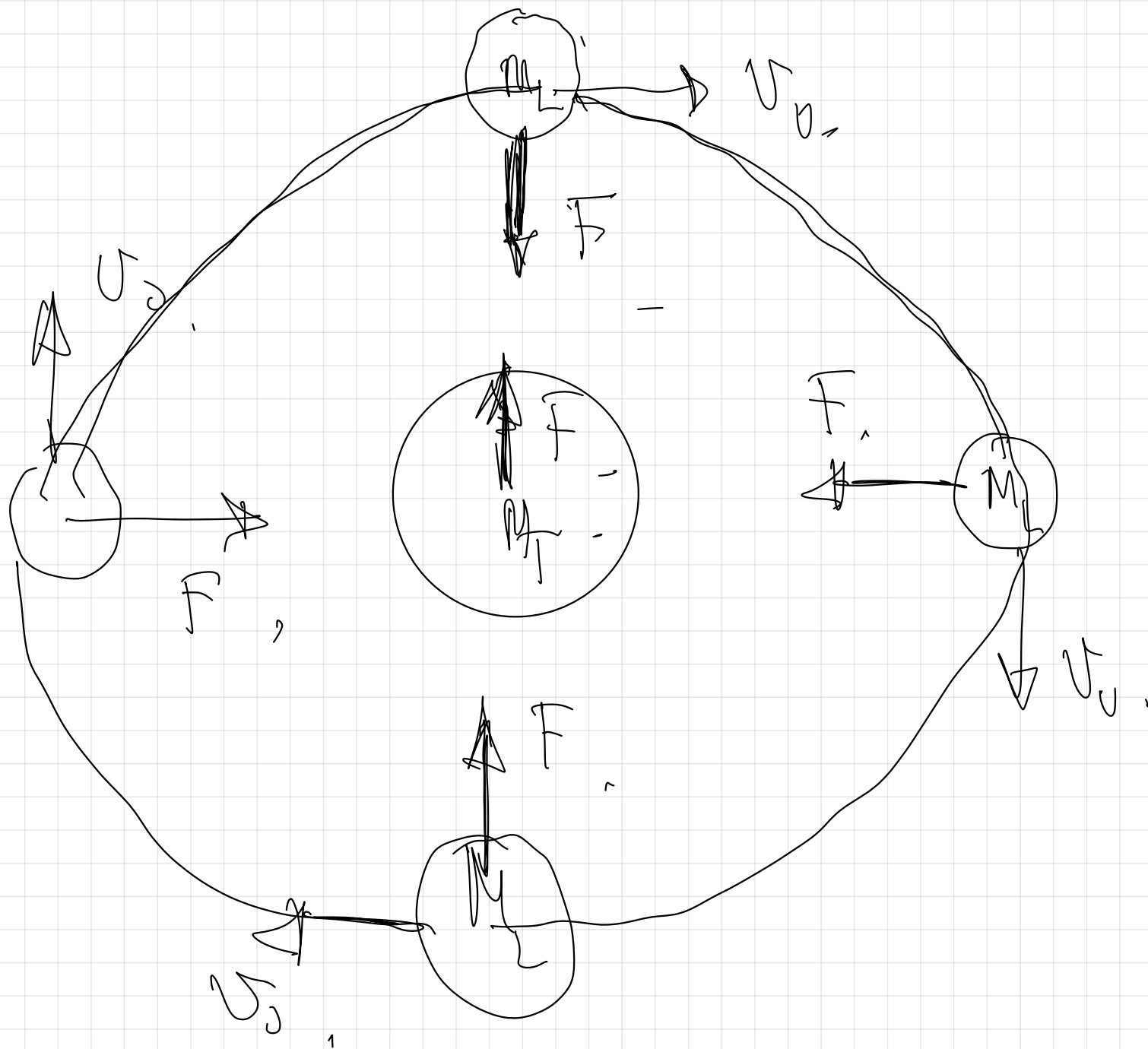
$$R_T = 6400 \text{ km} \Rightarrow 6.4 \cdot 10^3 \text{ km} = 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot M}{r^2} \quad \downarrow \downarrow \downarrow \quad F = G \cdot \frac{M \cdot M}{r^2} \quad \downarrow \downarrow \downarrow$$



∞

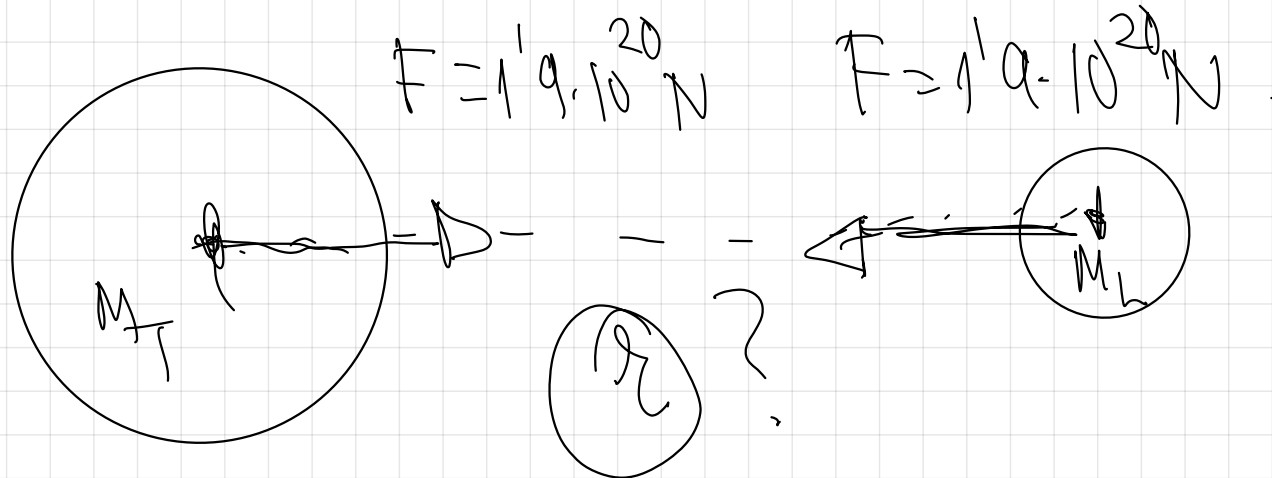




Pag 25.

1.- La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa de la Luna es de $7,2 \cdot 10^{22}$ Kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es de $1,9 \cdot 10^{20}$ N, ¿Cuál será la distancia entre sus centros?
. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

1º $\Rightarrow$ Hacer un dibujo o esquema de la situación física.



Ley de la Gravitación Universal.

$r?$

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2}$$

$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg.}$$

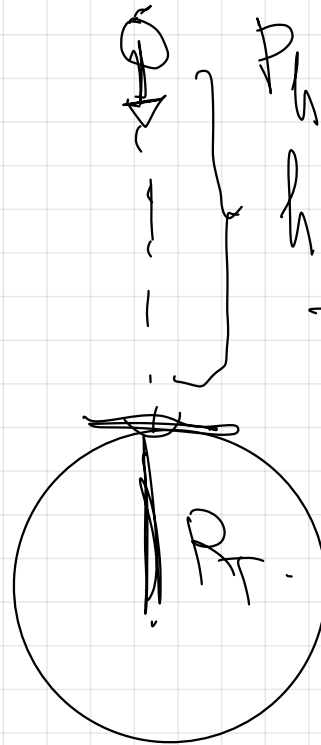
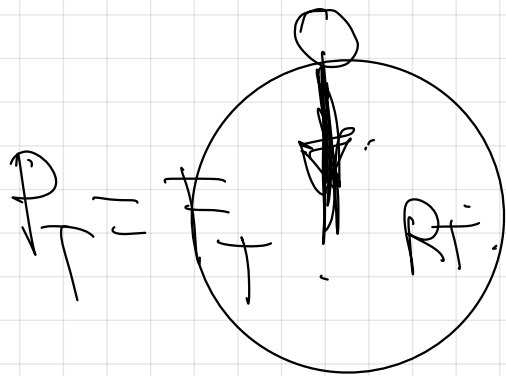
$$F \cdot r^2 = G \cdot M_T \cdot M_L$$

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 7.2 \cdot 10^{22}}{1.9 \cdot 10^{20}}}$$

$$r = 3.9 \cdot 10^8 \text{ m}$$

2.- ¿A cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se eleva desde el nivel del mar a una altura igual al doble del radio terrestre?

1º realizado el dibujo de la situación:



$$P_h = F_h$$
$$h = 2R_T$$

distancia
objeto-objeto

$$r = R_T + h$$

$$r = R_T + 2R_T$$

$$r = 3R_T$$

↓
↓
Escribo ambas expresiones del peso,

ley de la gravitación universal

$$F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(3R_T)^2}$$

$$F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9R_T^2}$$

Dividimos ambas expresiones para relacionarlas.

$$\frac{F_h}{F_T} = \frac{G \cdot \frac{M - m}{9R^2}}{G \cdot \frac{M - m}{R^2}}$$

$$\frac{F_h}{F_T} = \frac{1}{9}$$

$$\boxed{F_h = \frac{1}{9} F_T}$$

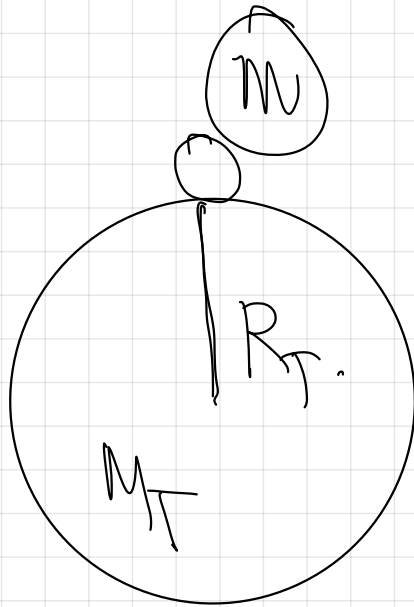
El peso a esa altura es la novena parte que en la superficie terrestre.

$$F_T = \frac{G \cdot \cancel{M_T \cdot M}}{\cancel{R^2}}$$

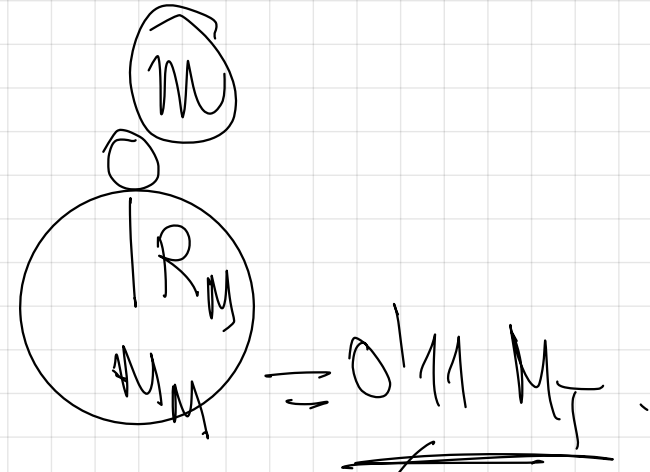
$$F_T = \frac{1}{q} \Rightarrow$$

$$F_T = q F_h$$

4.- El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 Km, mientras que el de Marte viene a ser de unos 3440 Km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿Cuál sería su peso en Marte?
Dato: Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.



$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$



$$P_M = G \cdot \frac{M_M \cdot m}{R_M^2}$$



? $\frac{P_M}{P_T}$

6. $\frac{0.11 \cdot R_T^2}{R_M^2}$



$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{0.11 \cdot R_T^2}{R_M^2}}{R_M^2}$$

$$G \cdot \frac{R_T^2}{R_T^2}$$

?

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{0.11 \cdot R_T^2}{R_M^2} \Rightarrow$$

$$P_M = \frac{0.11 \cdot R_T^2}{R_M^2} \cdot P_T$$

$$P_M = \frac{0.11 \cdot (6.37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{(3.44 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \cdot 200 \text{ N}$$

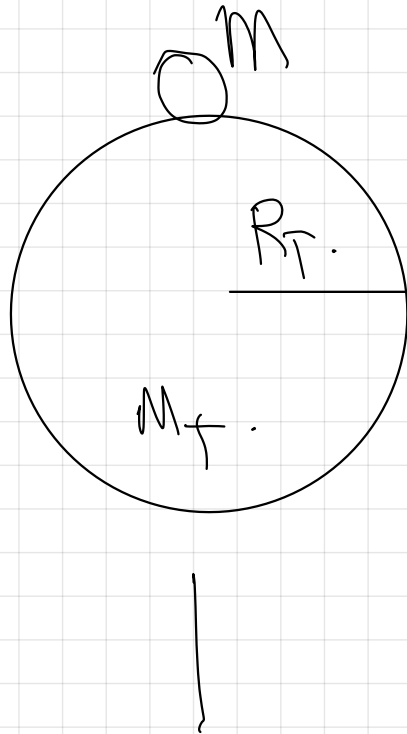
$$P_M = 75.43 \text{ N}$$

5.- Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 735 N, aterriza en el planeta Venus y al medir su peso observa que éste es de 600 N. Teniendo en cuenta que el diámetro de Venus es el mismo que el de la Tierra:

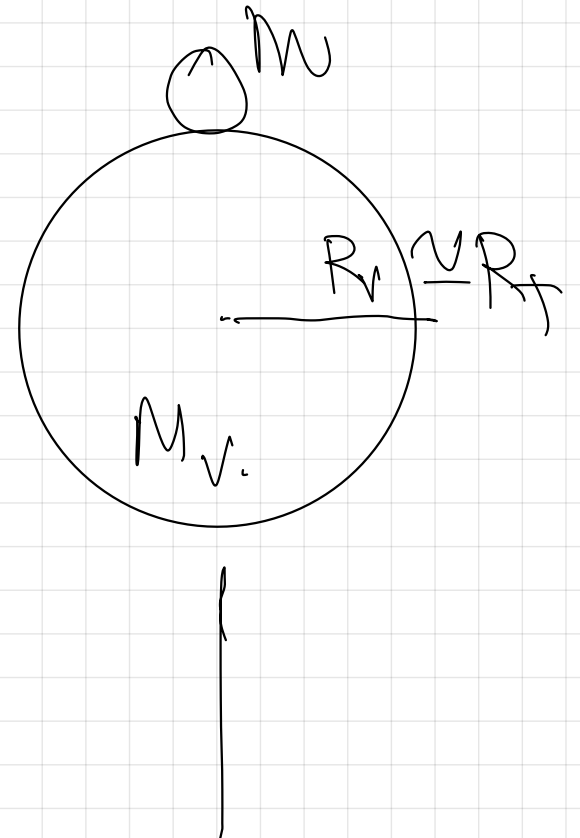
a) Halla la relación que existe entre las masas de la Tierra y Venus

b) Calcula la masa de Venus, sabiendo que la masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg

$$P_T = 735 \text{ N.}$$



$$P_V = 600 \text{ N.}$$



$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$\downarrow P_V = G \cdot \frac{M_V \cdot m}{R_T^2} \quad (R_V = R_T)$$

$$\frac{P_T}{P_V} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}{G \cdot \frac{M_V \cdot m}{R_T^2}}$$

$$\frac{P_T}{P_V} = \left[\frac{M_T}{M_V} \right]$$

$$\frac{M_T}{M_V} = \frac{735 \text{ N}}{600 \text{ N}}$$

$$\Rightarrow \frac{M_T}{M_V} = 1.225$$

$$M_V = \frac{1}{1.225} M_T$$

$$\boxed{M_V = 0.82 M_T}$$

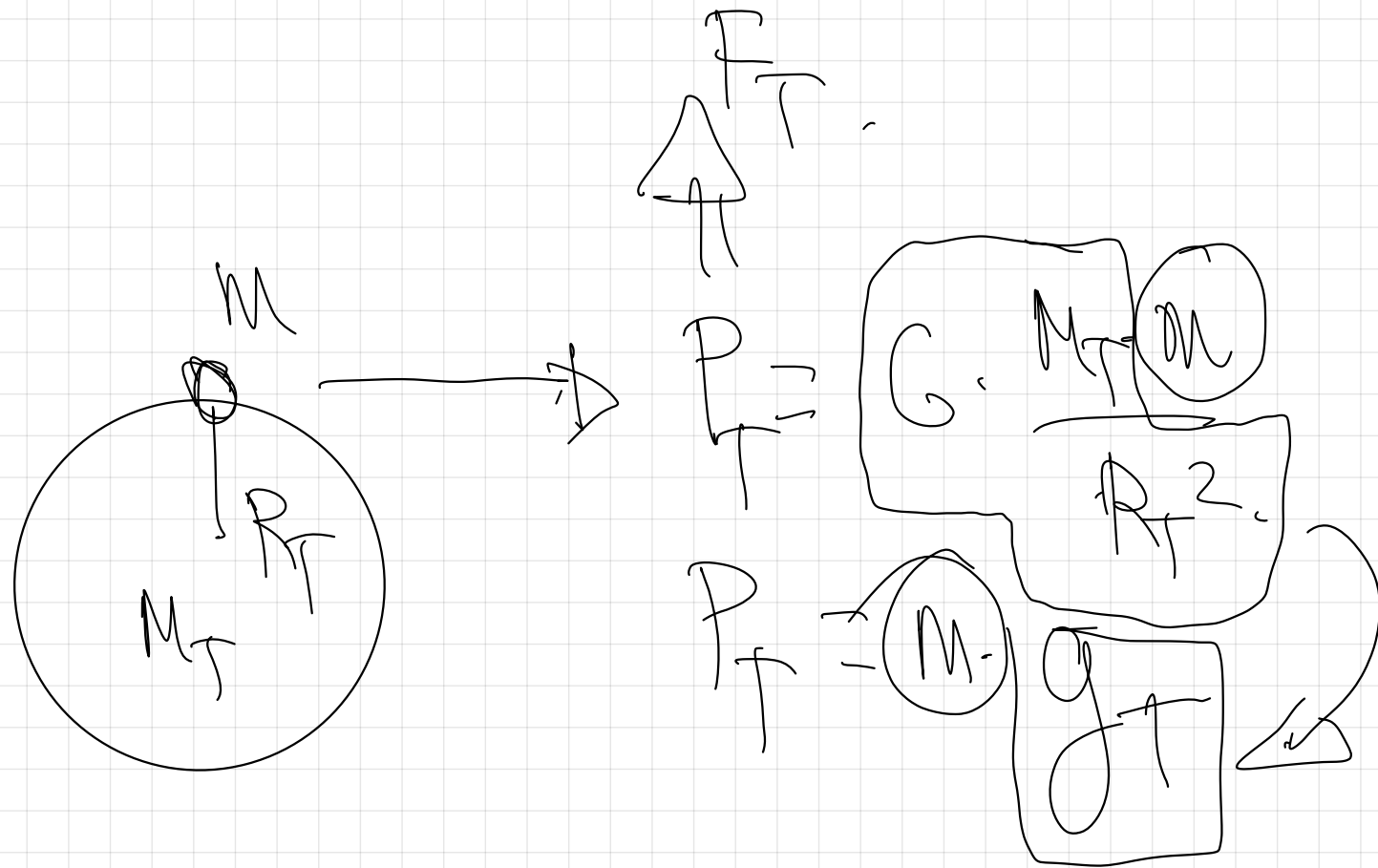
$$\boxed{M_T = 1.225 M_V}$$

$$\boxed{M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}}$$



$$M_V = 0.82 \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

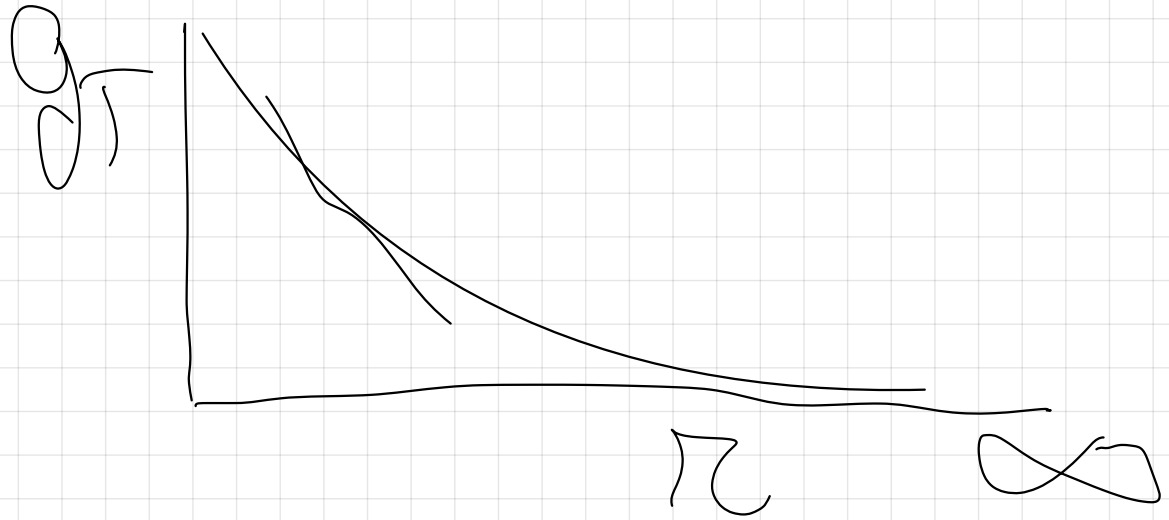
$$\boxed{M_V = 4.92 \cdot 10^{24} \text{ Kg}}$$



$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6.4 \cdot 10^6)^2} \approx 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

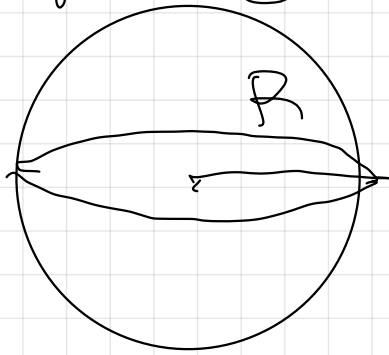
A hand-drawn diagram on a grid background. It features a large circle at the bottom. A vertical line passes through the center of this circle, extending upwards. At the top of this line is a small circle. To the right of the vertical line, there is a squiggle that resembles a stylized 'h' or a small loop.

$$\downarrow g_T = G \cdot \frac{M}{(R_T + h)^2} \leq g \approx M/S^2.$$

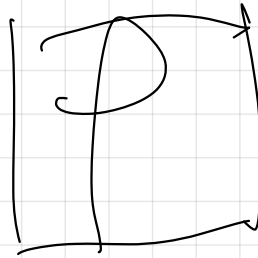


globo e nula e d

$$V_{\text{sfera}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$



densidad. $\Rightarrow \rho$



$$\rho = \frac{M}{V_{\text{sfera}}} \Rightarrow$$

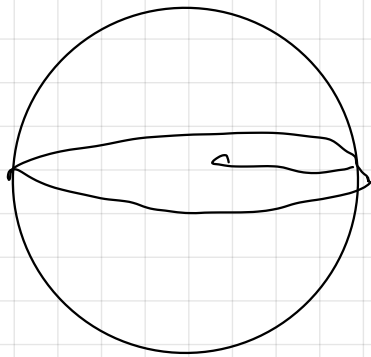
$$\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

en S.I.

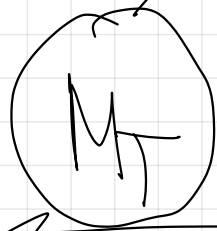
$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

6.- Calcular la densidad media de la Tierra a partir de los siguientes datos:

$g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $R_T = 6370 \text{ Km}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$



R_T



$\frac{4}{3} \pi R_T^3$

Debe poner la M_T en función de los datos conocidos

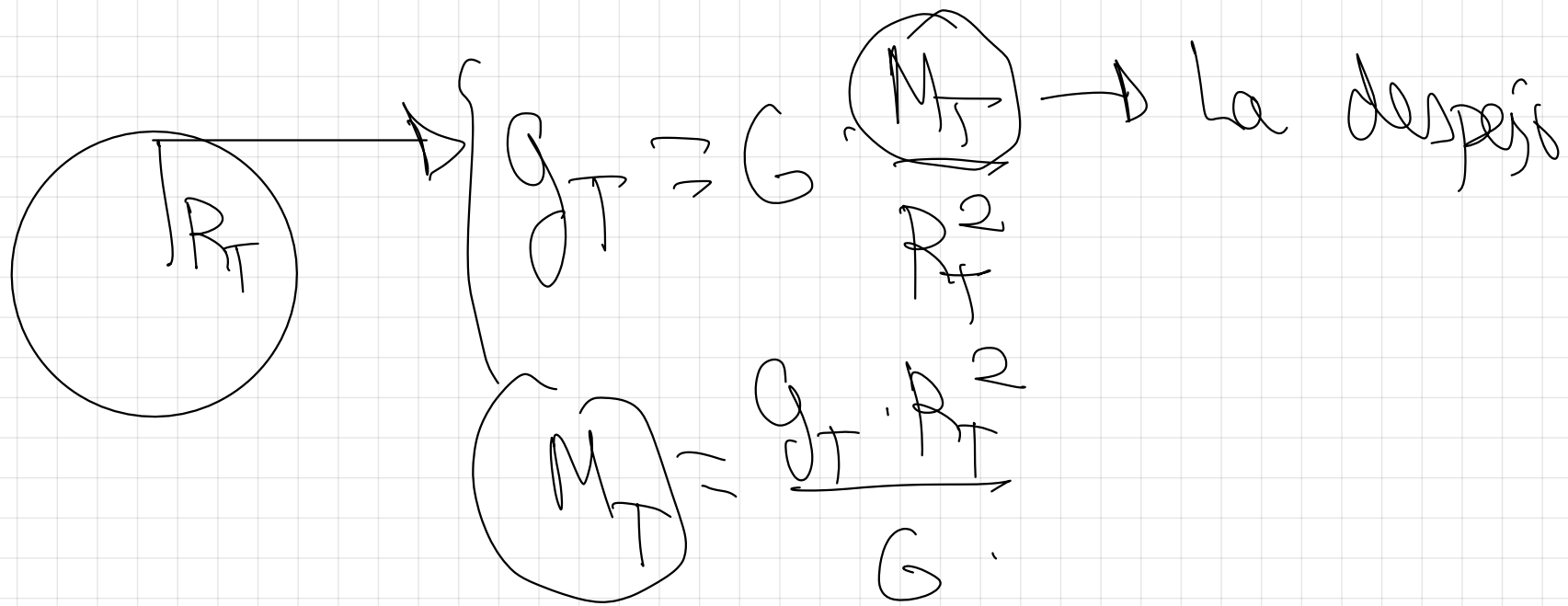
$\frac{g \cdot R_T^2}{G}$

$\frac{\frac{4}{3} \pi R_T^3}{\frac{g \cdot R_T^2}{G}}$

$\rho = \frac{g \cdot R_T}{G \cdot \frac{4}{3} \pi R_T}$

$\rho = \frac{M_T}{V_T}$

$\rho = \frac{g \cdot R_T^2}{G \cdot \frac{4}{3} \pi R_T^3}$



$$p = \frac{G_T}{G \cdot \frac{4}{3} \pi R_T^3} = \frac{q \cdot g}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 6.37 \cdot 10^6}$$

$$p = 5.5 \cdot 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

7.- Júpiter tiene una densidad media de $\rho = 1,34 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ y un radio medio $R = 0,718 \cdot 10^5 \text{ Km}$. Sabiendo que $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$.

a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter?

b) ¿Pesará un cuerpo lo mismo en Júpiter que en la Tierra?. Razónese

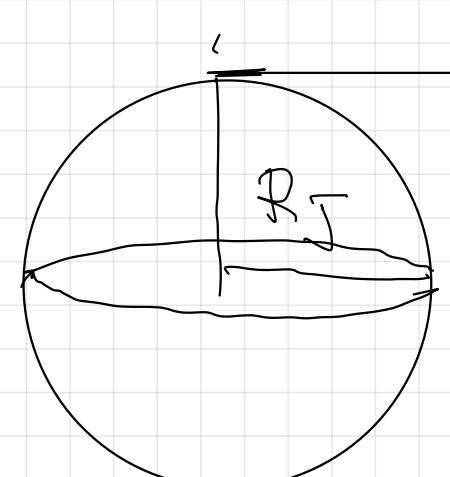


Diagram of Jupiter with radius R_J and mass M_J . Arrows indicate the derivation of the surface gravity equation from the diagram and the mass equation from the density equation.

$$g_J = G \frac{M_J}{R_J^2} = G \frac{\rho_J \cdot \frac{4}{3} \pi R_J^3}{R_J^2}$$
$$M_J = \rho_J \cdot \frac{4}{3} \pi R_J^3$$

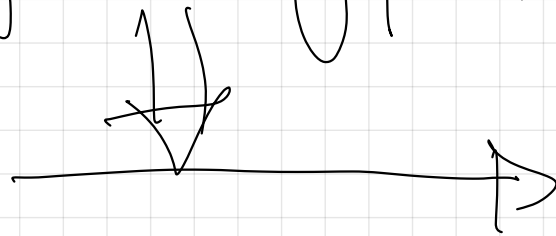
$$g_J = G \cdot \rho_J \frac{4}{3} \pi R_J \quad \left| \begin{array}{l} R_J = 0.718 \cdot 10^5 \text{ km} \\ R_J = 0.718 \cdot 10^8 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$g_J = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.34 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 0.718 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$g_J \approx 26.86 \text{ m/s}^2$$

b)

$$g_J > g_T$$



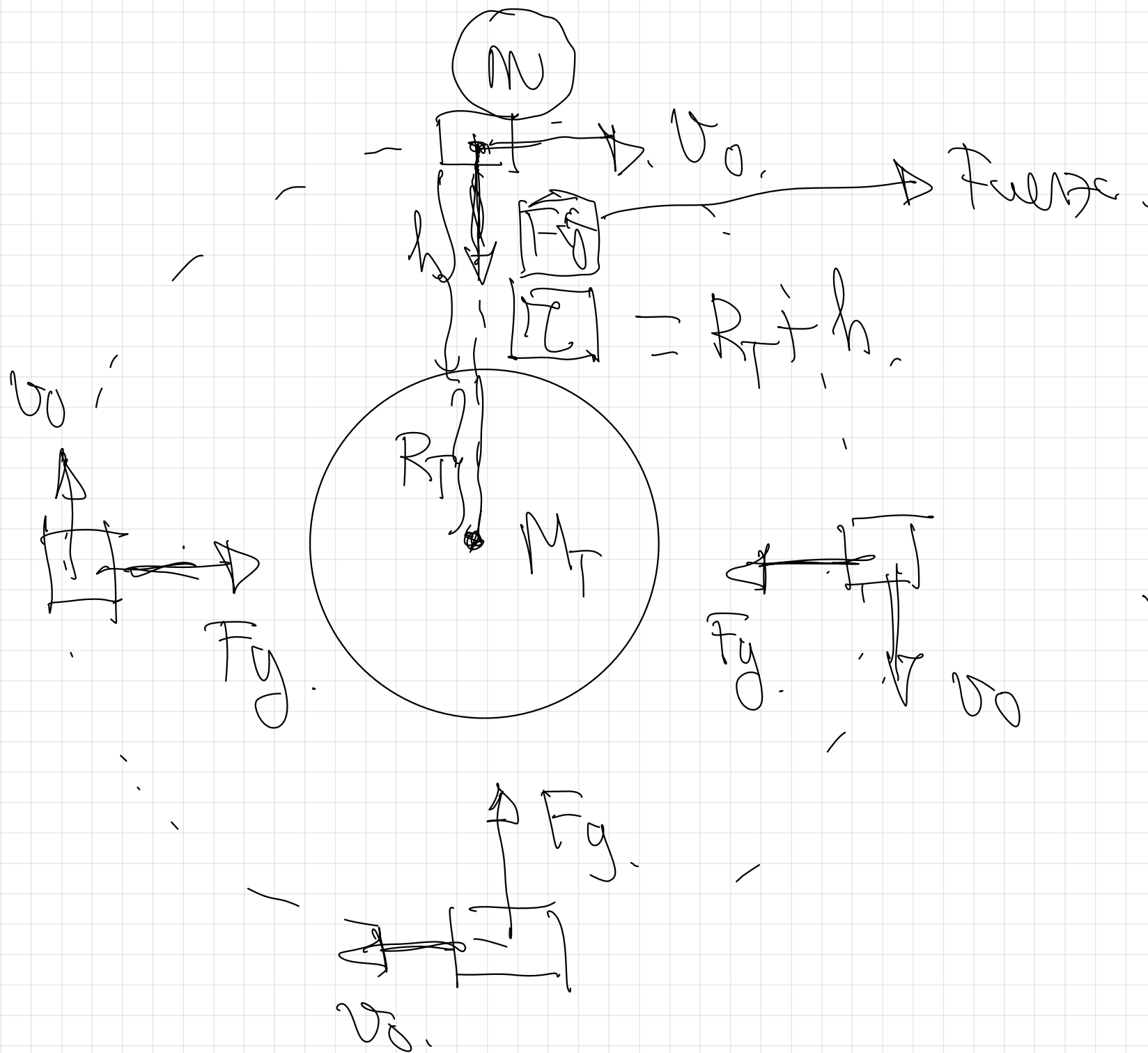
$$P_J = m \cdot g_J$$

$$P_J > P_T$$

TEMA 2

APLICACIONES DE LA GRAVITACIÓN AL MOVIMIENTO DE SATÉLITES, PLANETAS Y GALAXIAS

1.- VELOCIDAD ORBITAL DE UN SATÉLITE



$\uparrow$
 [MCU]
 $\downarrow$
 v_0 cte en
 módulo
 pero no
 en
 dirección.

ley de la gravitación
universal.

2ª ley de
Newton.

$$F_g \quad \Rightarrow \quad m \cdot \left[a_n \right]$$
$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} \quad \Rightarrow \quad m \cdot \left[\frac{v_o^2}{r} \right]$$

Despejo el valor de la
velocidad orbital.

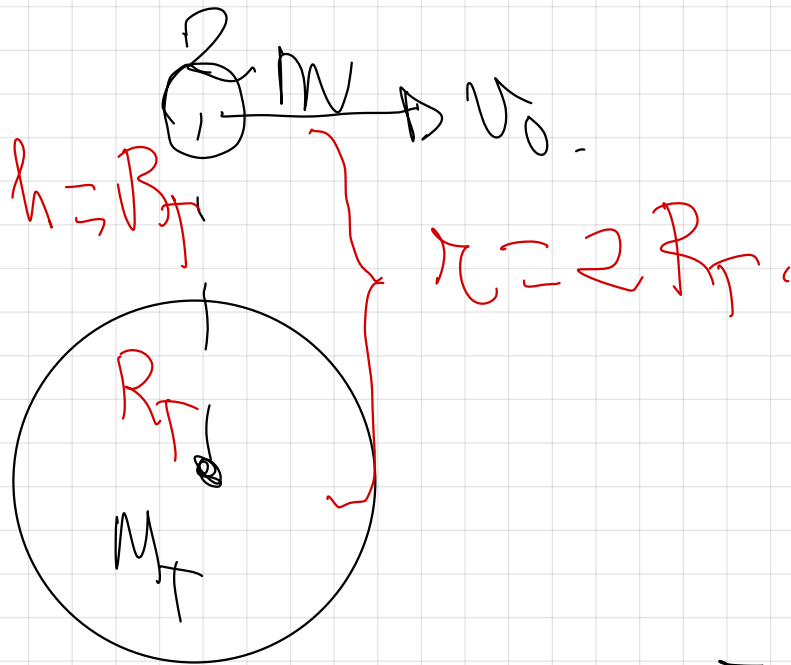
$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{R}}{r^2} = \cancel{M} \cdot \frac{v_o^2}{\cancel{r}}$$

$$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} \Rightarrow v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)}}$$

18.- Un satélite describe una órbita circular de radio $2R_T$ en torno a la Tierra.

- Determinar su velocidad orbital
- Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita?
- Explicar la fuerza que actúa sobre el satélite.
- Si otro satélite de masa doble al anterior se encontrase orbitando a la misma altura, ¿Con qué velocidad lo haría?

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$, $R_T = 6400 \text{ Km}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

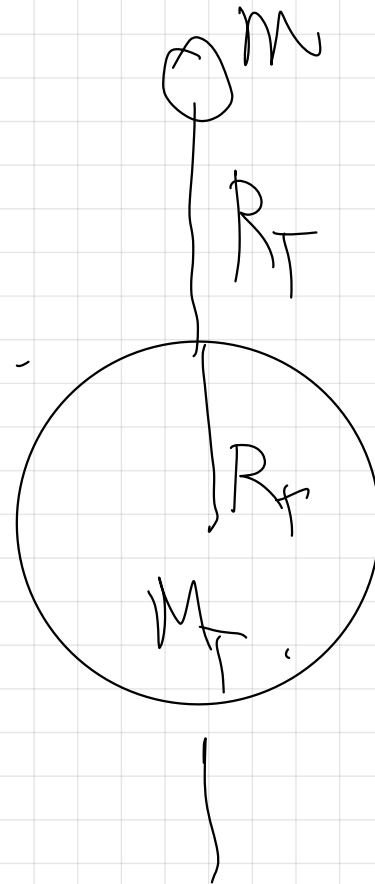
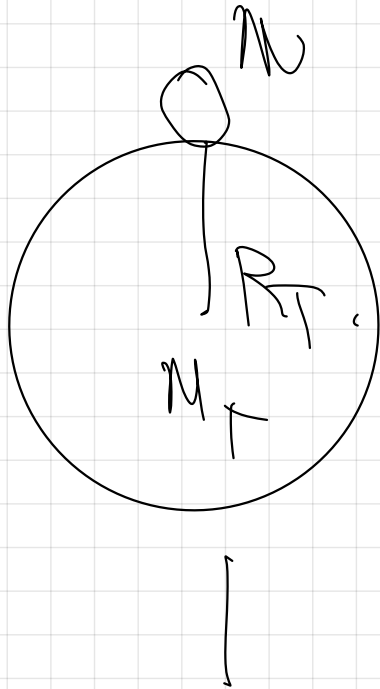


$$F_g = F_n$$
$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{2R_T}}$$

$$v_0 = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 0.64 \cdot 10^0}} = 5591.57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

g)



$$P_T \Rightarrow G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_{\text{orbital}} \Rightarrow G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(2R_T)^2}$$

$$P_{\text{orbital}} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{4R_T^2}$$

$$\frac{P_{\text{orbital}}}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{4R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}$$

$$\frac{P_{\text{orbital}}}{P_T} = \frac{1}{4}$$

$$P_{\text{orbital}} = \frac{1}{4} P_T$$

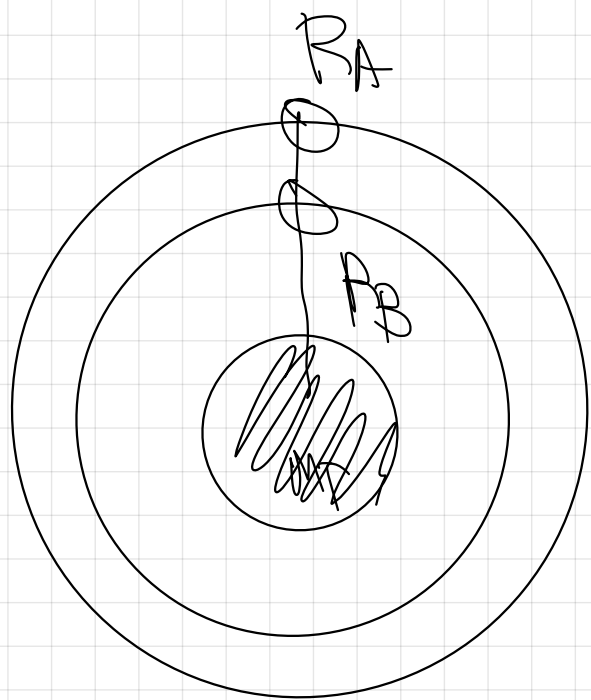
$$P_{\text{orbital}} = \frac{1}{4} 5000 \text{ N}$$

$$P_{\text{orbital}} = 1250 \text{ N}$$

c) Teoría.

19.- Dos satélites idénticos A y B están orbitando en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra, siendo $R_A > R_B$.

- Indicar cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad orbital.
- Si la Tierra aumentase su masa al cuádruple manteniendo su radio, ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital de ambos satélites?



$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

$r_A > r_B$

$$v_A < v_B$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$



$$v = \sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}}$$

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}}}{\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}}$$

$$= \frac{v'}{v} = \sqrt{4}$$

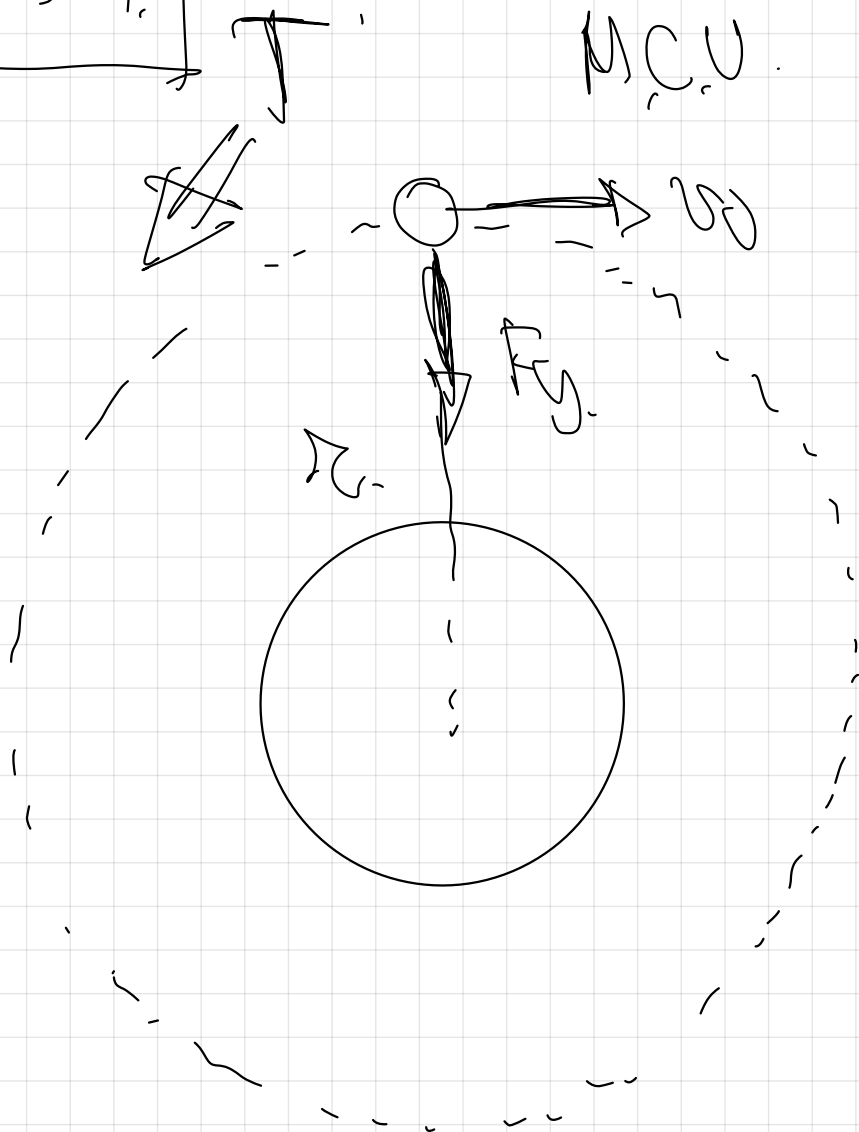
$$\boxed{v' = 2v}$$

La velocidad es duplica.

pag 14.

M.C.U.

S



$$\left[\begin{array}{l} \theta = \frac{s}{r} = \frac{2\pi r}{T} \\ \omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} \end{array} \right]$$

$\frac{m}{s}$

$\frac{rad}{s}$

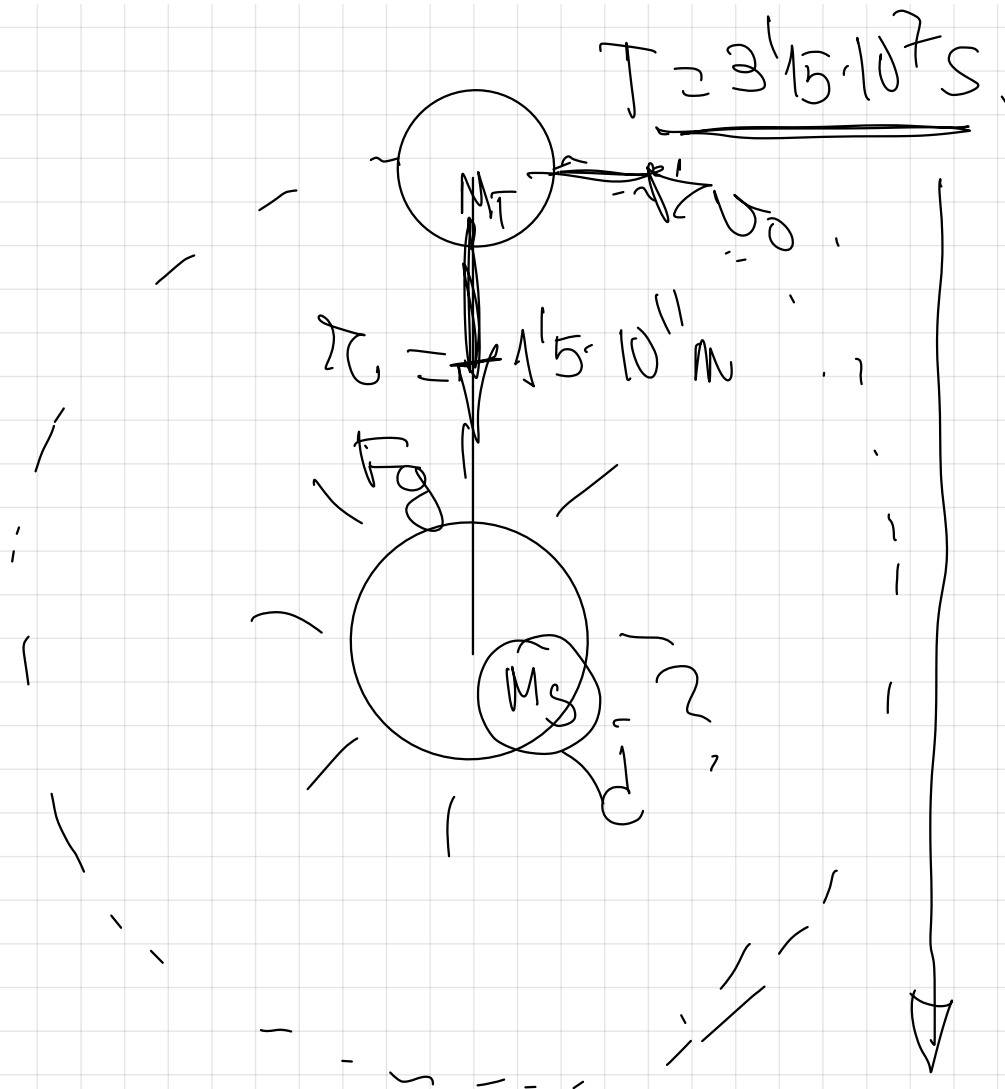
$$\theta = \omega \cdot t$$

21.- Suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ y que la Tierra tarda $3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$ en completar dicha órbita:

a) Calcular la masa del Sol.

b) Calcular el potencial gravitatorio debido al Sol en el punto en el que se halla la Tierra.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$$



Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

Diagram showing the forces acting on the Earth in its orbit around the Sun. The Sun is labeled M_S and the Earth is labeled M_T . The gravitational force F_g is represented by an arrow pointing from the Earth towards the Sun. The centripetal force F_n is represented by an arrow pointing from the Earth towards the center of the orbit. The equation $F_g = F_n$ is written above the diagram. The diagram also shows the Earth's velocity v_0 tangent to the orbit. The radius r is indicated. The diagram is crossed out with a large 'X'.

$$G \frac{M_T M_S}{r^2} = \frac{M_T v_0^2}{r}$$

Below the equation, there is a question mark and a diagram of a circle with a radius r and a velocity vector v_0 tangent to the circle.

$$\left[\frac{G}{v_0} \right] = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 \cdot r^3$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (1.5 \cdot 10^{11})^3}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot (3.15 \cdot 10^7)^2} = \boxed{2.01 \cdot 10^{30} \text{ kg}}$$

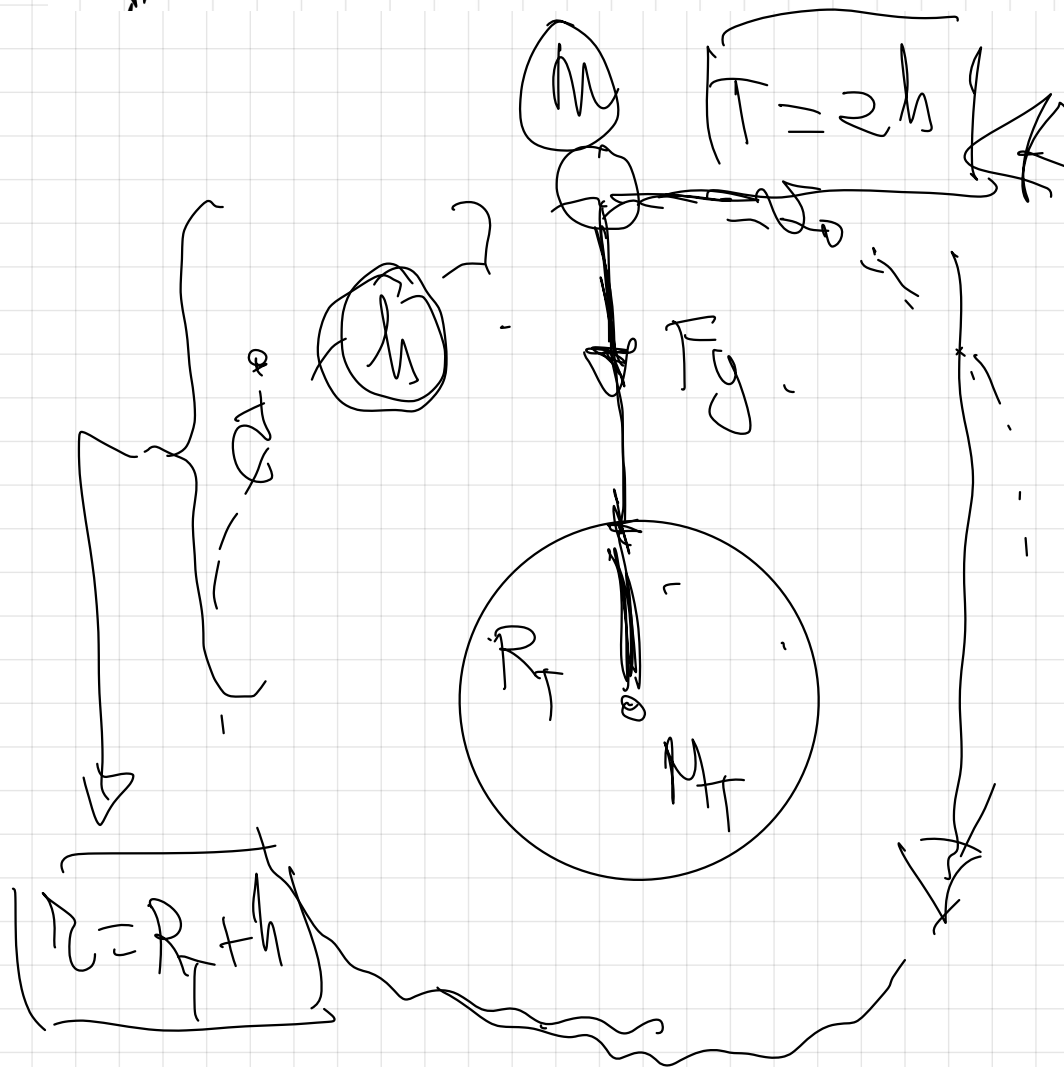
20.- ¿A qué altura de la superficie terrestre deberá estar situado un satélite si queremos que describa una órbita circular con un período de 2 horas?

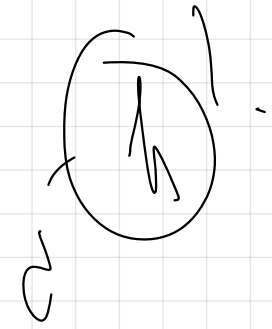
$$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad R_T = 6400 \text{ Km}$$

Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{(R_T + h)}$$





$$v_o = \frac{2\pi(R+h)}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R+h)} = \left(\frac{2\pi(R+h)}{T} \right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R+h)} = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{T^2}$$

$$G M_T T^2 = 4\pi^2 (R+h)^3$$

$$(R+h)^3 = \frac{G M_T T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4 \pi^2}}$$

Lo pongo en función
de los datos
conocidos.

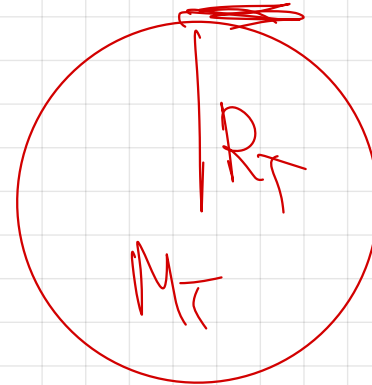
$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$g = \sqrt[3]{\frac{M_T}{R_T^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4 \pi^2}} - R_T$$

Al despejar

$$[G M_T] = g_T R_T^2$$



$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T R_T^2 T^2}{4 \pi^2}} - R_T$$

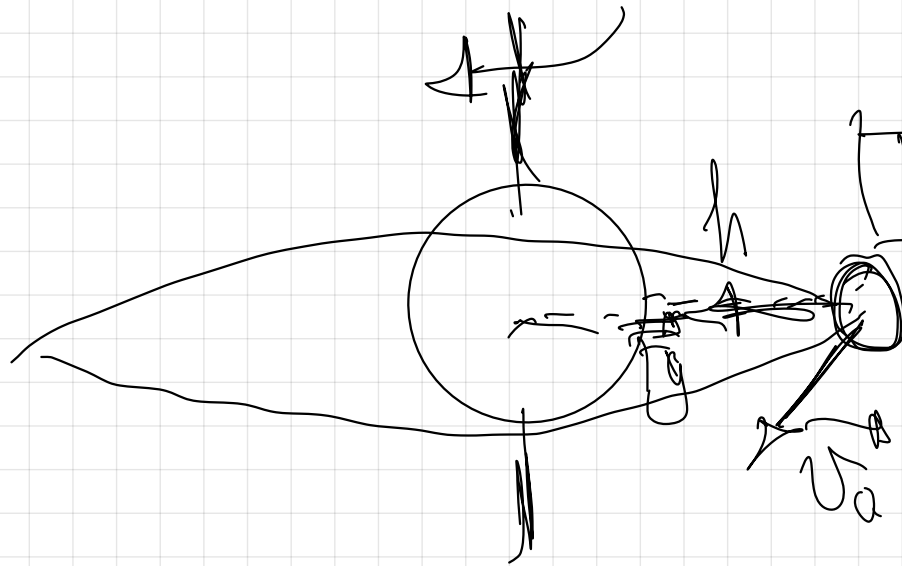
$$h = \sqrt[3]{\frac{9.8 \cdot (6.4 \cdot 10^6)^2 \cdot (7.20)^2}{4\pi^2}} - 6.4 \cdot 10^6 = 1.68 \cdot 10^6 \text{ m}$$

de altura supra
la suprafața
terestre.

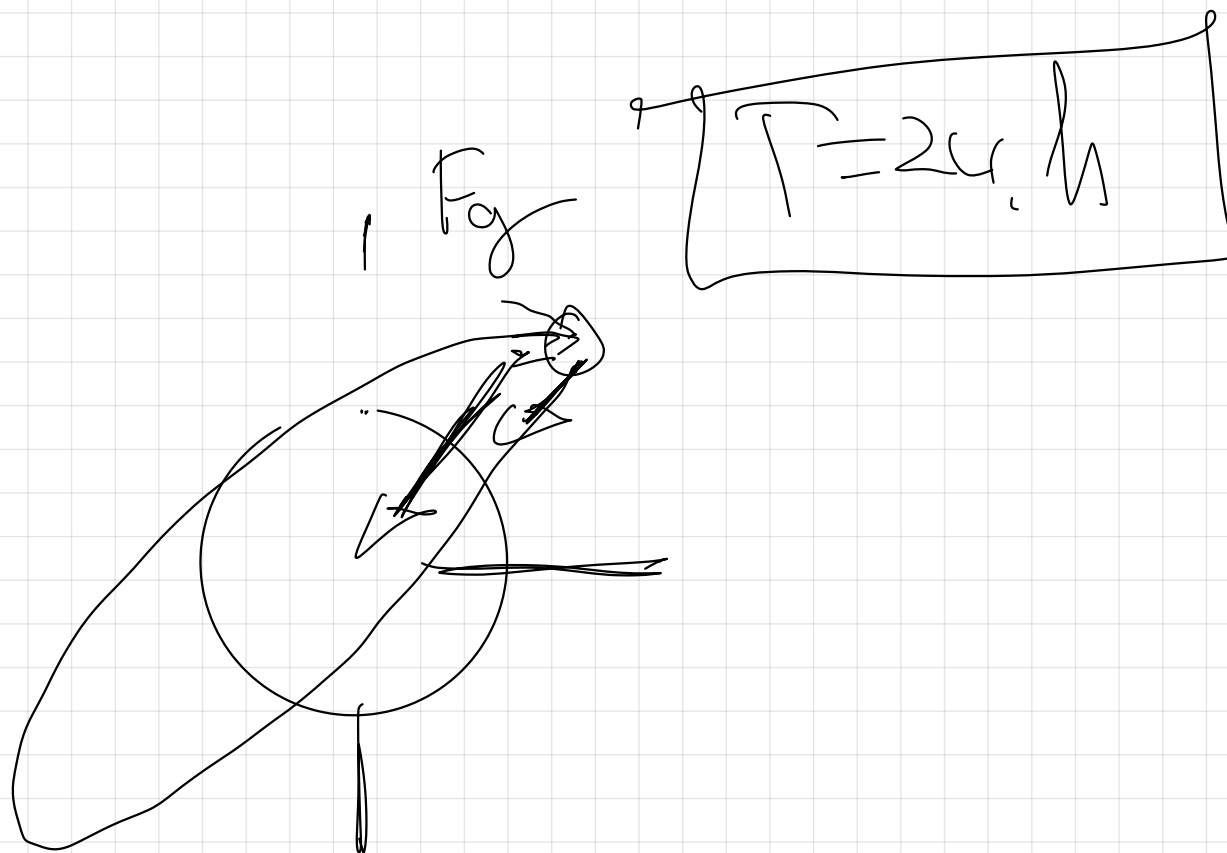
Satelit geostationar.

$$T=24h.$$

Satélite geostacionário



geostacionário



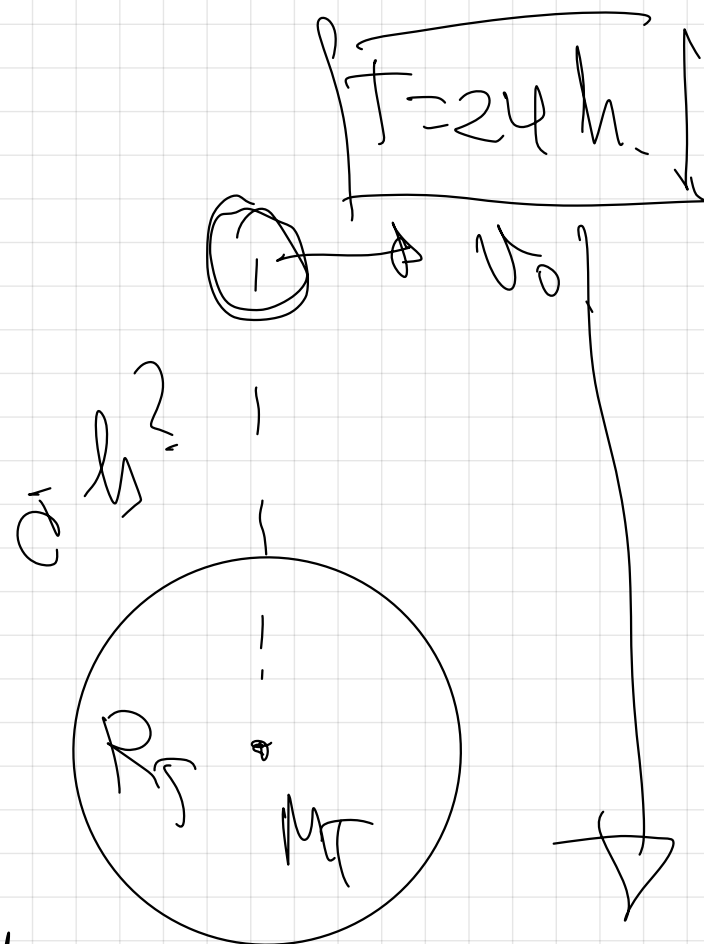
25.- Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

- a) Calcular su velocidad angular
- b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre
- c) Calcular su aceleración normal
- d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, R_T = 6400 \text{ Km}$$

$$a) \quad \omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

b)



$$R = R_T + h.$$

$$v_0 = \frac{2\pi(R_T + h)}{T}.$$

Condición de orbitación.

$$F_g = F_n.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{(R_T + h)}.$$



$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)} = \left(\frac{2\pi (R_T + h)^2}{T} \right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)} = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_T + h)^3$$

$$(R_T + h)^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_f + h) = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_f \cdot t^2}{4 \pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_f \cdot t^2}{4 \pi^2}} - R_f$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_f \cdot R_f^2 \cdot t^2}{4 \pi^2}} - R_f$$

$$\sqrt[3]{R_f} \quad g_f \cdot \sqrt[3]{\frac{M_f}{R_f^2}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{G \cdot M_f}{t^2}} = g_f \cdot R_f^2$$

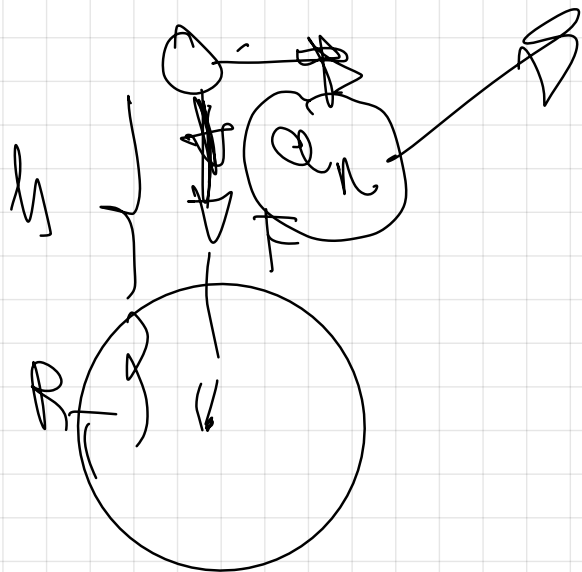
$$h = \sqrt{\frac{918 \cdot (614 \cdot 10^6)^2 (24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}} - 614 \cdot 10^6$$

$$h = 316 \cdot 10^7 \text{ m} \rightarrow \text{altura sobre la superficie terrestre}$$

$$c) \quad a_n = \frac{v_o^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi (R_T + h)}{T} \right)^2}{(R_T + h)} = \frac{4\pi^2 (R_T + h)}{T^2 \cdot (R_T + h)}$$

$$a_n = \frac{4\pi^2 (R_T + h)}{T^2} = 0.22 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{v_0^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot \cancel{r^2}}{\cancel{r}} = \\
 &= \omega^2 (R + h) = (7.27 \cdot 10^{-5})^2 (6.4 \cdot 10^6 + 3.6 \cdot 10^7) \\
 &= \boxed{0.22 \text{ m/s}^2}
 \end{aligned}$$



Coincidencia con la aceleración
de la gravedad a esa
altura.

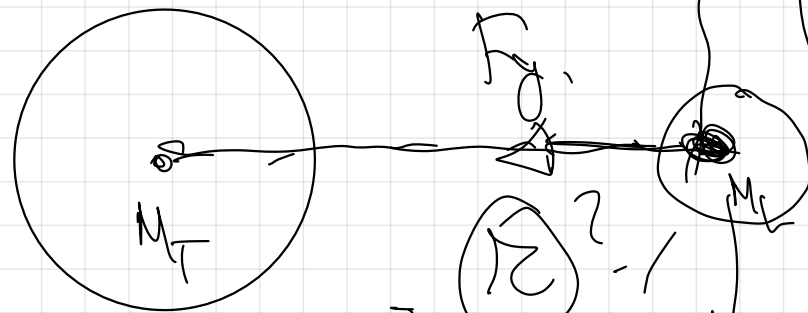
$$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6.4 \cdot 10^6 + 3.6 \cdot 10^7)^2}$$

$$= 0.22 \text{ m/s}^2.$$

22.- La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

- Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.
- Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa m podría estar en equilibrio en un punto alineado con los centros de la Tierra y de la Luna, a una distancia del centro de la Tierra de $3,4 \cdot 10^8$ m.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}, M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$



$$T = 28 \text{ días}$$

Condición de orbitación

$$F_g = F_n,$$

$$G \cdot \frac{M_T \cancel{M_L}}{r^2} = \cancel{M_L} \cdot \frac{\boxed{v_0^2}}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (28 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$= 3.9 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$T = 28 \text{ dias} \cdot \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{1 \text{ dia}}$$

REPASO 1º BACH.

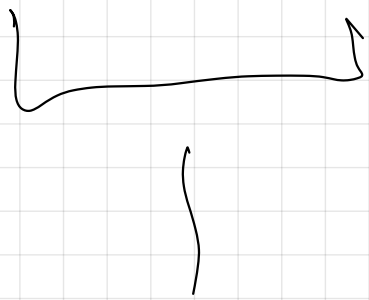
Energía potencial.

Es la energía que tiene un cuerpo en función de su posición. (en un campo de fuerzas conservativo)

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

⇒ J en S.I.

$$\downarrow$$
$$Kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$$



$$N \cdot m = J,$$

Energía Cinética.

Energía que tiene los cuerpos en función de su velocidad.

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2,$$

~~J~~ en S.I.

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} -$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{N} \cdot \text{m} = \text{J}} -$$

Energia mecânica -

$$E_m = E_p + E_c$$

J en SI.

Princípio de conservação da la E_m .

la E_m se conserva se não existirem perdas energéticas por rozamento.

$m = 1 \text{ Kg}$
 $v_0 = 0$

$E_{ph} = m \cdot g \cdot h$
 $E_{ph} = 1 \cdot 10 \cdot 5 = 50 \text{ J}$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$
 $E_{ch} = 0$

$g = 10 \text{ m/s}^2$

$h = 5 \text{ m}$

$m = 1 \text{ Kg}$
 v^2

$E_{psuelo} = m \cdot g \cdot h$
 $E_{psuelo} = 50 \text{ J}$

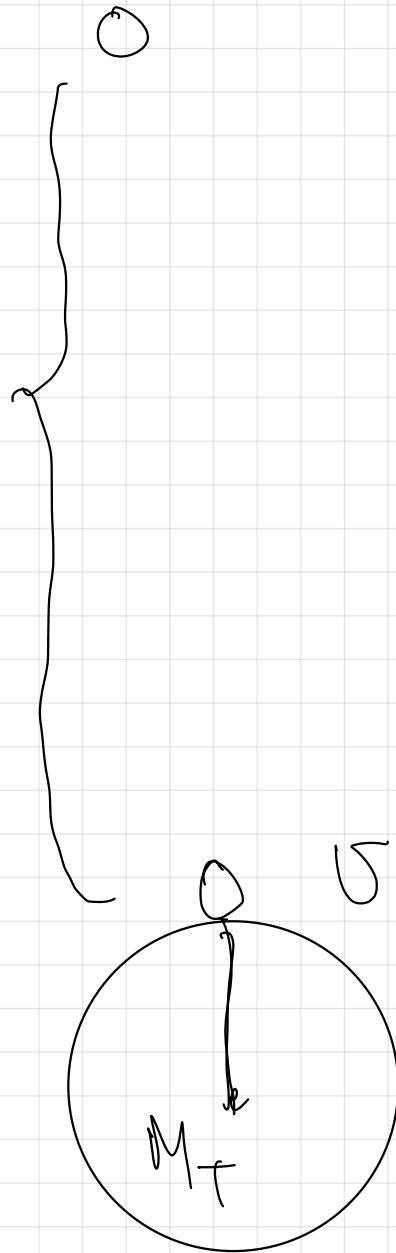
$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = 50 \text{ J}$
suelo.

$$\boxed{E_{\text{an h}} = E_{\text{an Seels}}}$$

$$E_{p h} + E_{c h} = E_{p \text{ Seels}} + E_{c \text{ Seels}}$$

$$50\text{J} + 0 = 0 + 50\text{J}$$

2. BACH



2^e BACH,

~~$$E_\phi = M \cdot g \cdot h$$~~

~~$$g = \frac{M}{S^2}$$~~

$$g \text{ no es}$$

$$\text{cte}$$

Km 500 BILBAO

|

Km 0 MADRID

|

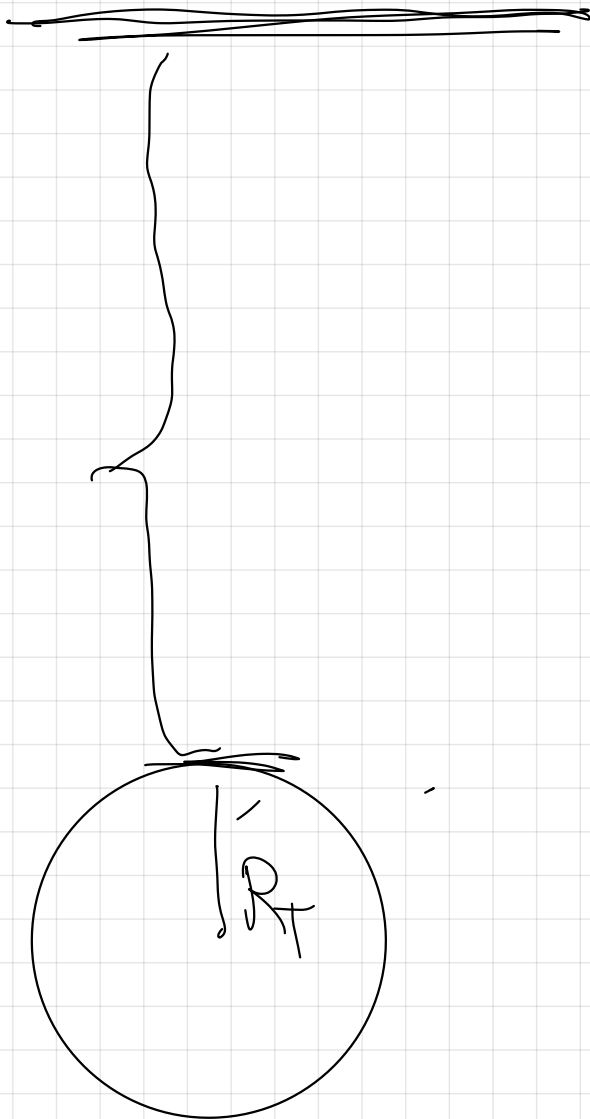
Km 500 MÁLAGA -

BILBAO, Km 0

MADRID Km 500

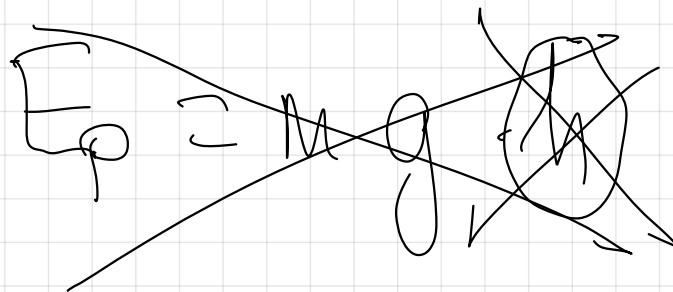
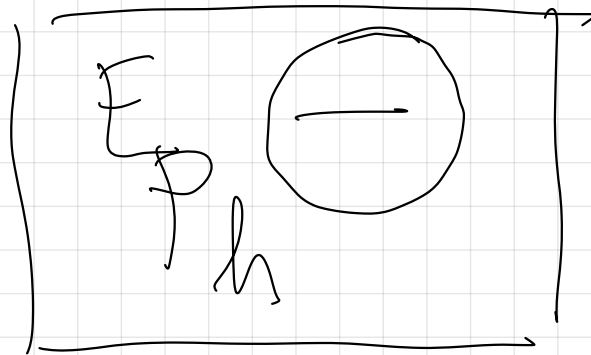
MÁLAGA Km 1000

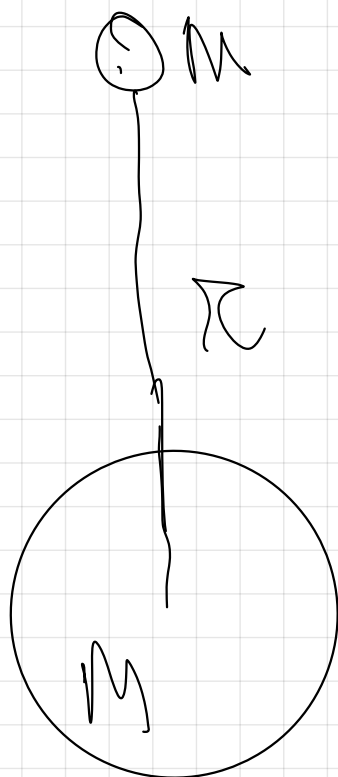
2



0

π_p





$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

↓
distancia centro
centro,

29.- Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

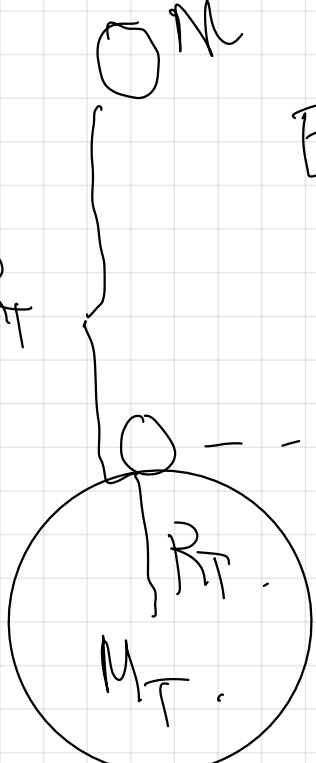
a) ¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c) ¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$, $R_T = 6400 \text{ Km}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

b)



$h = 6R_T$

$E_{p_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T}$ / $E_{c_h} = 0$ / $\dot{v} = ?$

$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$ / $E_{c_T} = \frac{1}{2} m v_T^2$

$r = R_T + 6R_T$
 $r = 7R_T$

R_T
 M_T

~~Condición de orbitación~~ $\downarrow ?$

Principio de conservación de la energía.

Mecánica

$$E_{mh} = E_{mT}$$

$$E_{Ph} + E_{Ch} = E_{PT} + E_{CT}$$

$$= G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r R_T} \cdot 0 = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot \underbrace{v_T^2}_{v_i^2}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r R_T} = \frac{1}{2} m v_T^2$$

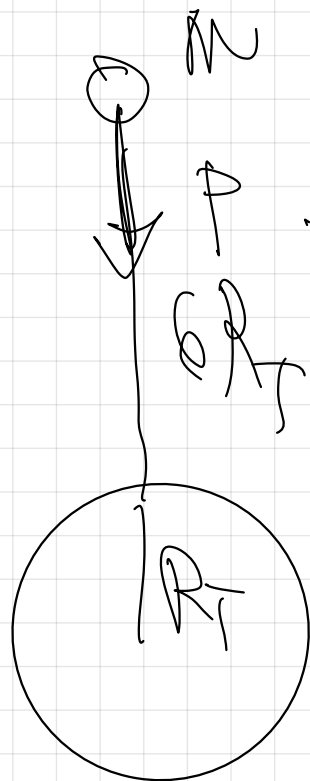
$$\left[\frac{G M_T}{R_T} \right] - \left[\frac{G M_T}{7 R_T} \right] = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$G M_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{7 R_T} \right) = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$G M_T \left(\frac{6}{7 R_T} \right) = \frac{1}{2} v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{12 G M_T}{7 R_T}} = 1.035 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

c)



$$P = F = G \cdot \frac{M_T - M}{(7R_T)^2}$$

$$P = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} - 1000}{49 \cdot (6.4 \cdot 10^6)^2} = 200 \text{ N.}$$

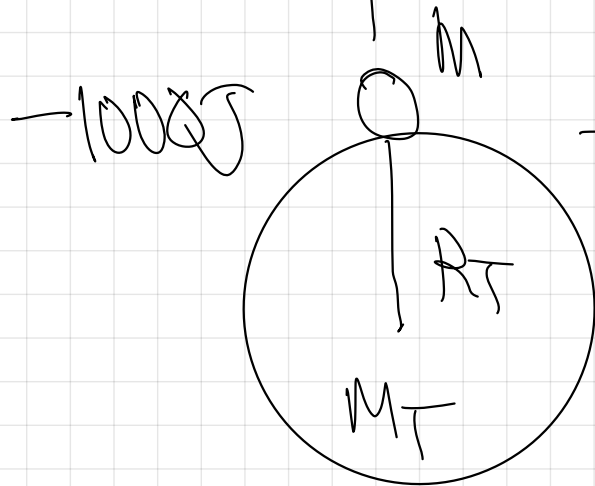
Pag 15.

3 - Velocidad de escape de un cuerpo

∞ J.

$$E_{\infty} = 0$$

$$E_{\infty} = 0$$



$$E_p = -G \frac{M_T m}{R_T}$$

$$E_G = \frac{1}{2} m v_e^2$$

Conservación de la E_m

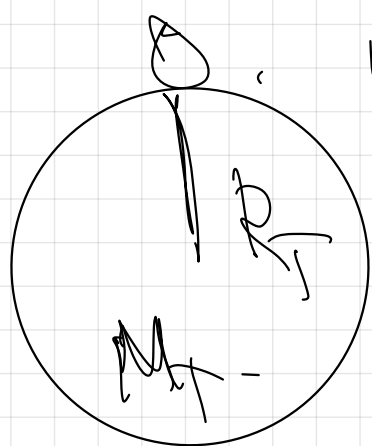
$$E_P + E_G = E_{P\infty} + E_{C\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot \underbrace{v_e^2} = 0 + 0.$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = G \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6.4 \cdot 10^6}} \approx 11.2 \text{ km/s}.$$

11.200 m/s



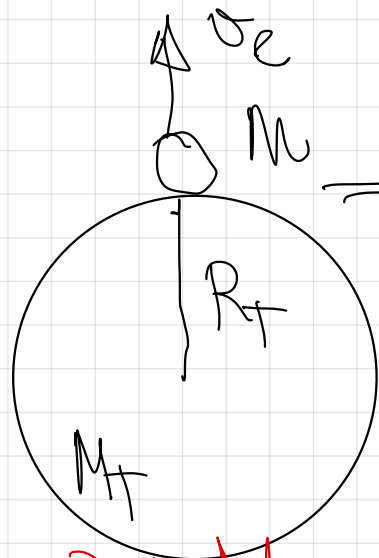
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$v_e = 300.000 \text{ km/s}$$

31.- Calcular la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie terrestre

$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $R_T = 6400 \text{ Km}$

$\infty \rightarrow E_{p\infty} = 0 \text{ J}$ / $E_{c\infty} = 0 \text{ J}$



$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$ / $E_{c_T} = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2$

Conservación de la energía.

$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$

$G^2 = \frac{26 \text{ N}}{2}$
 $\uparrow$ $\boxed{R = \frac{26 \text{ N}}{G^2}}$

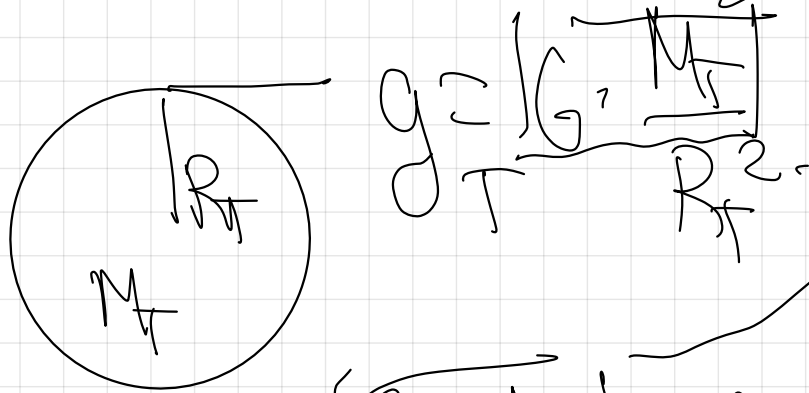
$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = 0 + 0$

$$C = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\frac{1}{2} M v_e^2 = G \cdot \frac{M \cdot M}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2[G \cdot M]}{R_T}}$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot g_T \cdot R_T^2}{R_T}} = \sqrt{2g_T R_T}$$



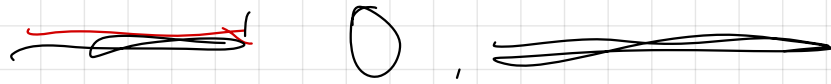
$$[G \cdot M] = g_T \cdot R_T^2$$

$$R_T = 6400 \text{ km}$$

$$R_T = 64 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$v_e = \sqrt{2g_T R_T} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 64 \cdot 10^6} = 11200 \text{ m/s}$$

11'2 Km/s



32.- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de $2,2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

- a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?
- b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad? → Velocidad de escape
- c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

$$\infty \quad 0 \quad \longrightarrow \quad E_{p\infty} = 0. \quad / \quad E_{c\infty} = 0.$$

Diagram: A circle representing a planet with mass M_a and radius R_a . A small circle of mass m is at a distance R_a from the center.

$$E_{p_a} = -G \frac{M_a m}{R_a} \quad / \quad E_{c_a} = \frac{1}{2} m v_e^2$$

$$R_a = 214 / 2 = 107 \text{ km} \approx 1200 \text{ m}$$

$$\rho_a = 212 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 212 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \cdot \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3}$$

$$\boxed{\rho_a = 212 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}$$

Conservación de la E.

$$E_{p_a} + E_{c_a} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_a - m}{R_a} + \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = 0 + 0.$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_a - m}{R_a}.$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_a}{R_a}} = \sqrt{\frac{2G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3} \pi R_a^3}{R_a}}$$

$$v_e = \sqrt{2G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3} \pi R_a^2}$$

la masa del asteroide la pongo en función de los datos conocidos.

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a} \Rightarrow M_a = \rho_a V_a$$

$$M_a = \rho_a \cdot \frac{4}{3} \pi R_a^3$$

$$v_e = \sqrt{2G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3} \pi R_a^2} = \sqrt{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot (1200)^2}$$

$$v_e = 1.33 \text{ m/s}$$

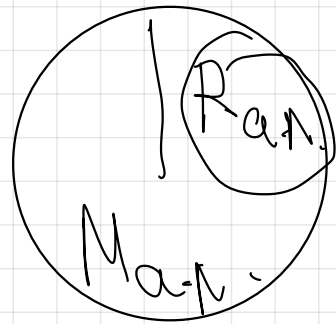
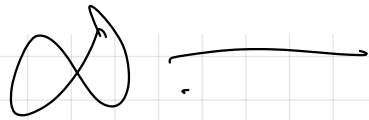
b) Velocidad de escape.

c) No influye la masa del astronauta en v_e , no sí ni más fácil

ni mas difícil salir
del asteroide.

49.- La masa de una estrella es de $2 \cdot 10^{31}$ Kg. Si en un momento dado, la estrella se contrae debido a la presión gravitatoria, determinar el radio por el que la estrella se convierte en un agujero negro y la densidad del mismo.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$, velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



→ velocidad de escape

→ Dedución.

→ $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

$$-G \frac{M_{\text{an}} \cdot M}{R_{\text{an}}} + \frac{1}{2} M \cdot v_e^2 = 0 + 0.$$

$$\frac{1}{2} M \cdot v_e^2 = G \frac{M_{\text{an}} \cdot \cancel{M}}{R_{\text{an}}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{\text{an}}}{R_{\text{an}}}}$$

$$||$$

$$c = \sqrt{\frac{2 G \cdot M_{\text{an}}}{R_{\text{an}}}}$$

$$c^2 = \frac{2 G M_{\text{an}}}{\textcircled{R_{\text{an}}}}$$

$$R_{\text{an}} = \frac{2 G M_{\text{an}}}{c^2}$$

$$R_{an} = \frac{2 \cdot 667 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 297 \cdot 10^4 \text{ m}$$

$$\rho_{an} = \frac{M_{an}}{V_{an}} = \frac{M_{an}}{\frac{4}{3} \pi R_{an}^3}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{31}}{\frac{4}{3} \pi (297 \cdot 10^4)^3} = 1.82 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

35.- Un satélite se encuentra orbitando en torno a la Tierra. Determine una relación entre su velocidad de escape desde ese punto y su velocidad de orbitación en torno a la Tierra.

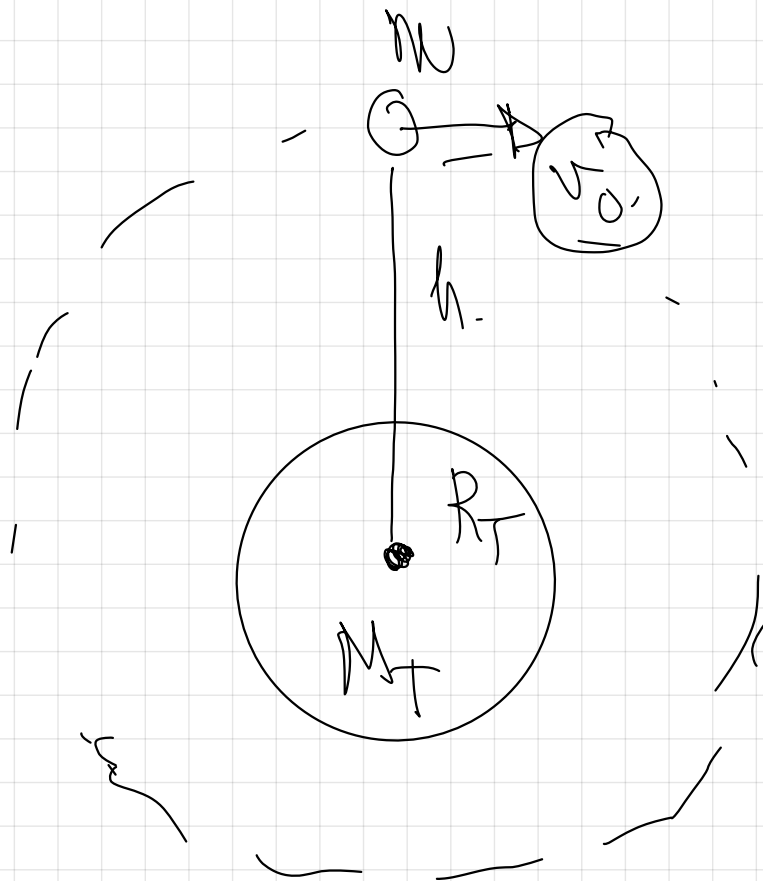


Diagram illustrating the escape velocity condition. A satellite is shown at a distance h from the Earth's surface, with its velocity vector v_e pointing away from the Earth. The total mechanical energy is set to zero for escape:

$$E_{\text{total}} = E_p + E_k = 0$$

The potential energy E_p is given by:

$$E_p = -\frac{G M_T m}{(R_T + h)}$$

The kinetic energy E_k is given by:

$$E_k = \frac{1}{2} m v_e^2$$

Setting the total energy to zero:

$$-\frac{G M_T m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0$$

Solving for the escape velocity v_e :

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = \frac{G M_T m}{(R_T + h)}$$

$$v_e^2 = \frac{2 G M_T}{(R_T + h)}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{(R_T + h)}}$$

⇓
Condición de
órbita.

$$F_g = F_n.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)^2} = M \cdot \frac{v_{\text{orbital}}^2}{(R_T + h)}.$$

$$v_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}}$$

Conservación de
la energía.

$$E_{P_h} + E_{C_h} = E_{P_\infty} + E_{C_\infty}$$

$$-G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} M v_e^2 = G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_T}{(R_T + h)}}$$

Dividendo
ambas expresiones
las relacionamos

$$\frac{v_e}{v_d} = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{(R+h)}}}{\sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}}$$

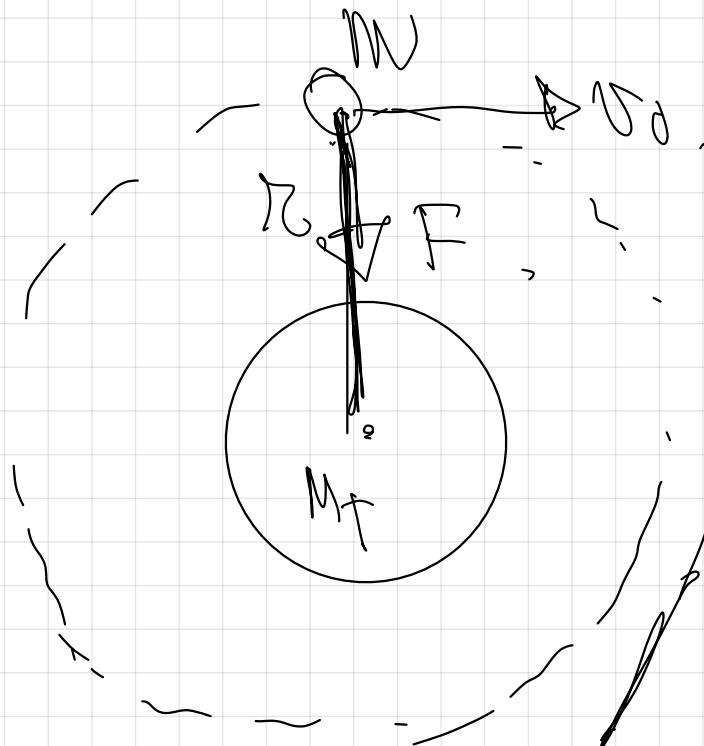
$$\frac{v_e}{v_d} = \sqrt{2}$$

$$v_e = \sqrt{2} v_d$$

Pag 14

2.- ENERGÍA ORBITAL DE UN SATÉLITE

E_m de un satélite cuando
está en la órbita



$$E_m = E_p + E_c$$

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{R} + \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$$

v_0

Condición de
órbita



$$F_g = F_a.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a_n.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r}.$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}}$$

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{r}} \right)^2$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} + G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

$$E_m = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r} - G \frac{M_T \cdot m}{r},$$

$$E_m = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r} - \frac{2 G M_T \cdot m}{2r},$$

$$\boxed{E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}.}$$

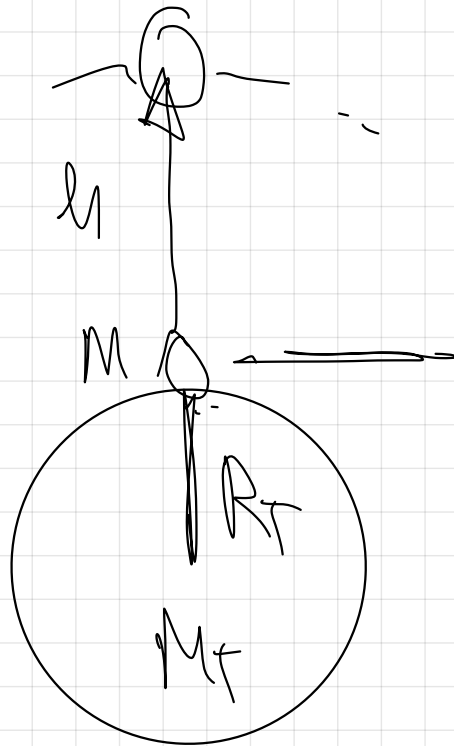
E_m orbital de un satélite,

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{2a}$$

El signo negativo en la E_m orbital de un satélite significa que permanece

ligado al campo gravitatorio terrestre,
(significado físico)

E_m



$$E_{ph} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} \quad / \quad E_{ch} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$$

$$E_{pt} = -G \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$E_c?$

E Necesaria para poner
un satélite en órbita

Orbita (Energía de
saturación)

38.- Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario ~~o~~ energía cinética que habrá que suministrarle.

b) Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?

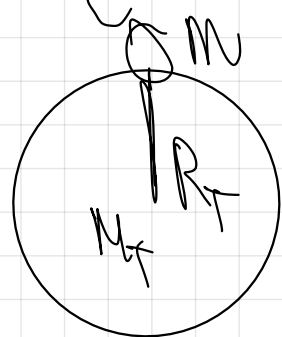
c) Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando

d) ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

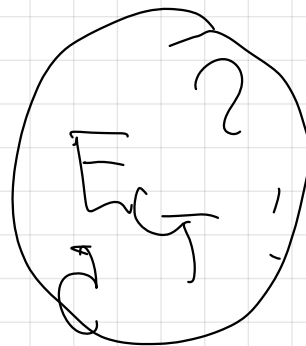
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}, R_T = 6400 \text{ Km}, M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

a) $h = 5000 \text{ km}$ $\rightarrow$ ¡OJO!
 SOLO ELEVAR
 NO ORBITAR $\rightarrow$ aumentar.

$$E_{ph} = -G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \quad / \quad E_{ch} = 0$$



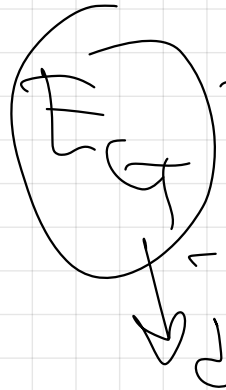
$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} \quad /$$



Conservación de la E_m

$$E_{pt} + \text{E}_G = E_{ph} + \cancel{E_{ch}} = 0$$

$$-G \frac{M_f \cdot M}{R_T} + \textcircled{E_G} = -G \frac{M_f \cdot M}{(R_T + h)}$$



$$E_G = G \frac{M_f \cdot M}{R_T} - G \frac{M_f \cdot M}{(R_T + h)}$$

$$E_G = G \cdot M_f \cdot M \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)} \right)$$

$$E_{CT} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200$$

$$\left(\frac{1}{6.4 \cdot 10^6} - \frac{1}{[6.4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^6]} \right)$$

$$\boxed{E_C = 5.52 \cdot 10^9 \text{ J}}$$

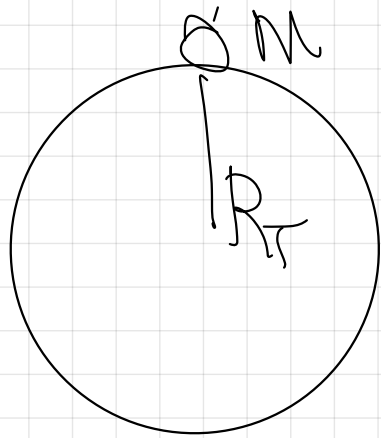
$$E_p = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r_A}$$

En el ascenso gana E_p y toda la E_c que se le suministró la pierde coincidiendo el valor con la ganancia de E_p .

(La suma de las dos permanece
cte conservándose la E_m)

b)

$\vec{v}_0$, $E_{\text{Pórtida}} = -G \frac{M_T M}{(R_T + h)}$, $E_0 = \frac{1}{2} M v_0^2$



$E_P = -G \frac{M_T M}{R_T}$

$E_c = ?$



E_m orbital

$$E_{PT} + \cancel{E_{CT}}^2 = \overbrace{E_{Potita} + E_{Cinética}}^{\text{?}}$$

$$= G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} + E_{CT} = \left[G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v^2 \right]$$

$$= G \frac{M_T \cdot M}{R_T} + \cancel{E_{CT}} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)}$$

$$E_{CT} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)}$$

$$E_{\text{ef}} = G M_T \cdot m \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{2(R_f + h)} \right)$$

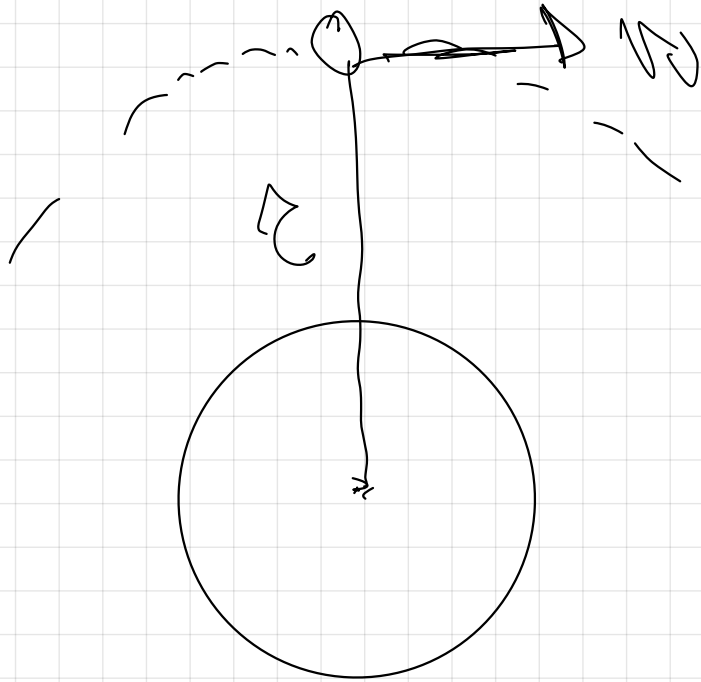
$$E_{\text{ef}} = 9104 \cdot 10^9 \text{ J}$$



La E_c suministrada ha de
ser mayor que en el caso
anterior, (debe orbitar)

Mientras orbita.

c)



At

$$\left[\frac{E}{m} \right] + \left[\frac{E_p}{p} \right] + \left[\frac{E_c}{c} \right]$$

↓cte ↓cte

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$$

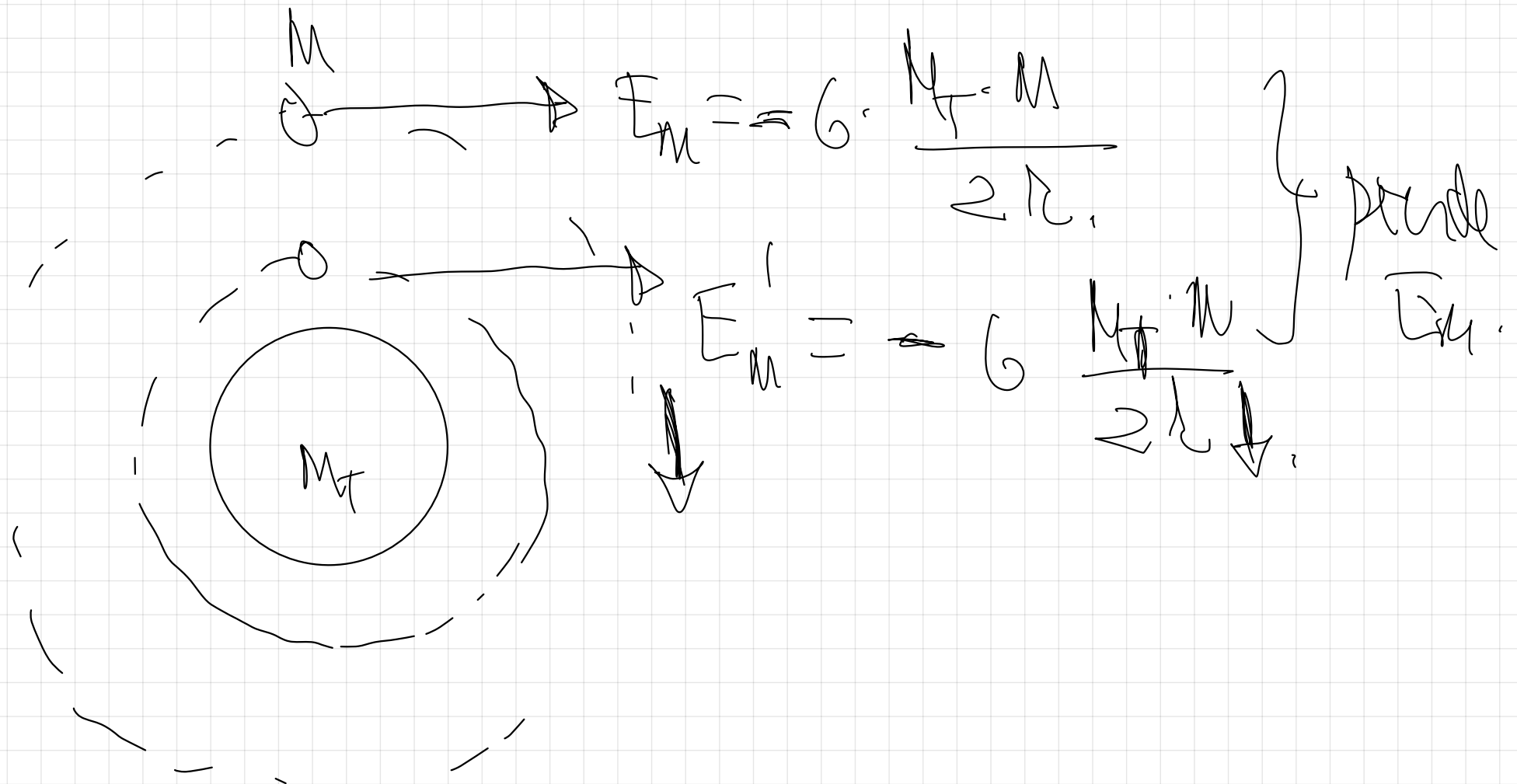
↓cte ↓cte en módulo

$$\left| \frac{E_p}{p} \right| = -G \frac{M_T M}{\left[\frac{r}{c} \right]}$$

↓cte ↓cte

Cambio de órbita.

Se realiza mediante una fuente externa.
(no la computadora)

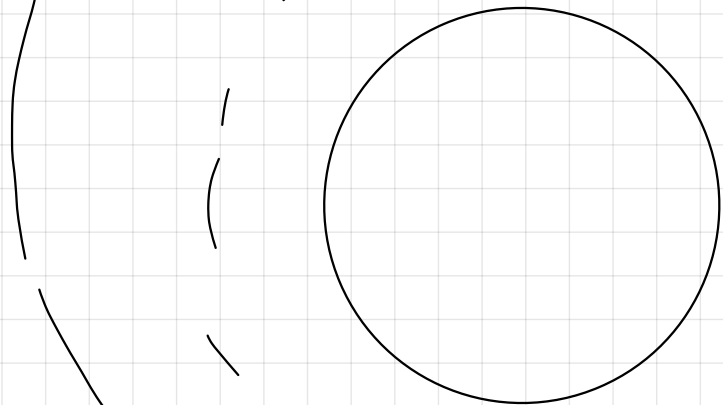


argument - ~~Δ~~

$$\Delta E_m = -G \frac{M^2}{2R}$$

Apollon energy

$$E_m = G \frac{M^2}{2R}$$



41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

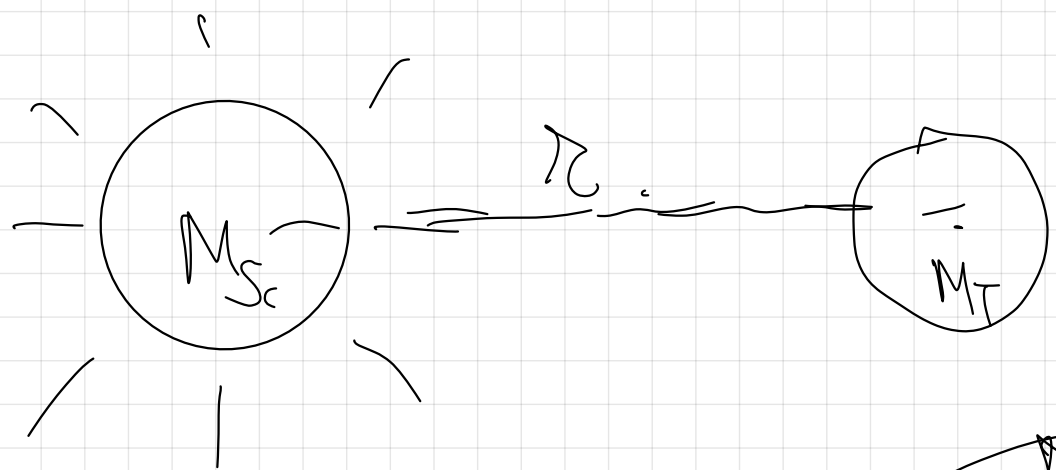
b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar.

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}, R_T = 6370 \text{ Km}, M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

- 180 (09-E) Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1,5 \cdot 10^{11}$ m.
- Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.
 - Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$



$$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v_o^2}{r}$$

$$v_o = \sqrt{G \frac{M_S}{r}}$$

$$v_o^2 = G \frac{M_S}{r}$$

$$M_S = \frac{v_o^2 \cdot r}{G}$$

$$v_o = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T \Rightarrow 365 \text{ días} \Rightarrow \text{SS.}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_s}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi \sqrt{r^3}}{\sqrt{GM_s}}$$

$$v_0' = \sqrt{G \cdot \frac{M_s}{0.8r}}$$

$$\cancel{G \cdot \frac{M_s}{r^2}} = \cancel{M_s} \cdot \frac{\sqrt{v_0^2}}{\cancel{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_S}}$$

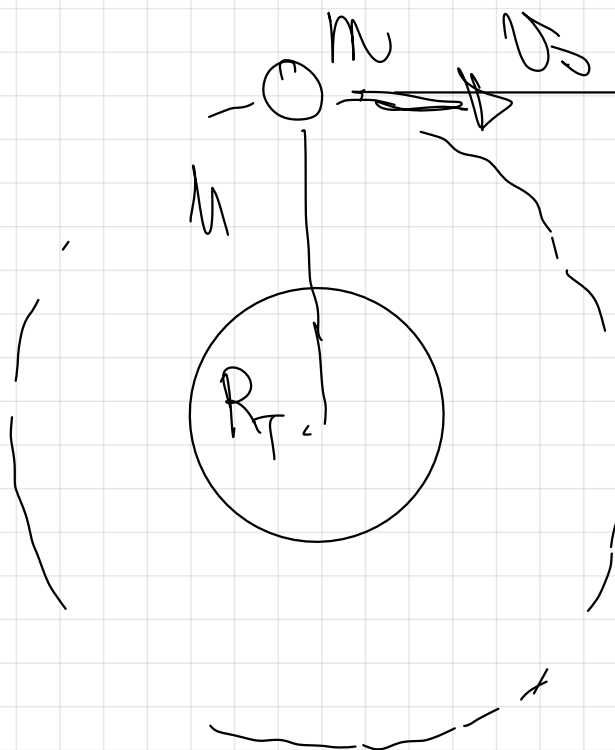
41. Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar.

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$, $R_T = 6370 \text{ Km}$, $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$



$$E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$E_p = - \Rightarrow 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{(6370 \cdot 10^3 + 500 \cdot 10^3)} = \boxed{-58,10 \text{ J}}$$

$$E_C = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}} \right)^2 = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$|E_p| = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_C = \frac{1}{2} \left[G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} \right]$$

$$E_C = \frac{1}{2} |E_p|$$

$$E_C = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

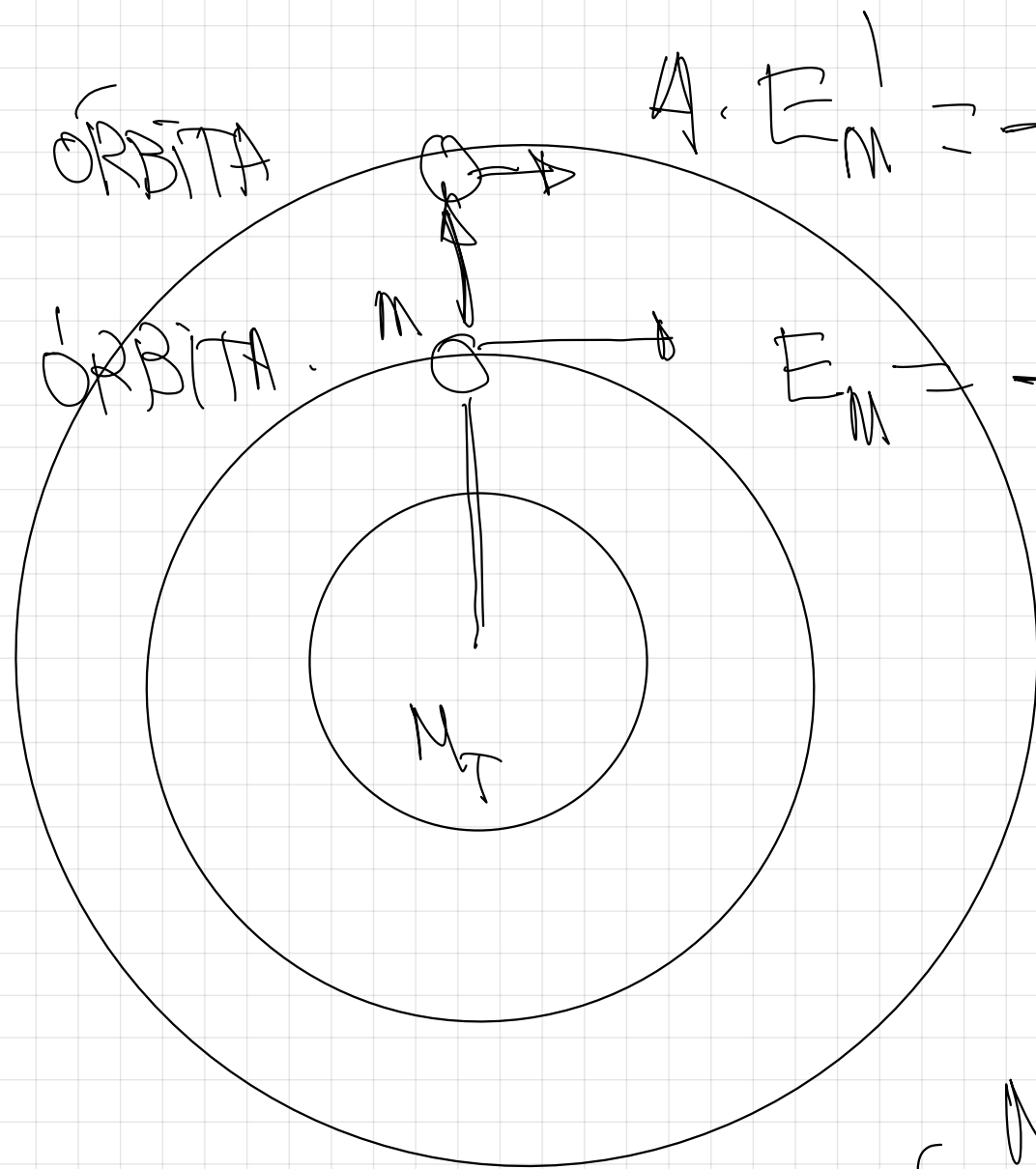
ORBITA
CIRCULAR

$$E_c = \frac{1}{2} 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98 \cdot 10^{24} \cdot 200}{(6'37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4)} = \boxed{2'9 \cdot 10^9 \text{ J}}$$

$$\boxed{E_p = -5'8 \cdot 10^9 \text{ J}}$$

Orbita
Circular.

$$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2} |E_p| = \frac{1}{2} 5'8 \cdot 10^9 \text{ J} = \boxed{2'9 \cdot 10^9 \text{ J}}$$



$$A. E_m' = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r'}$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

~~(MAIOR)~~

$E_{ADOTADA}$

(MENOR)

$$E_m + \textcircled{E} = E_m'$$

$\Downarrow$

$r'?$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h)}$$

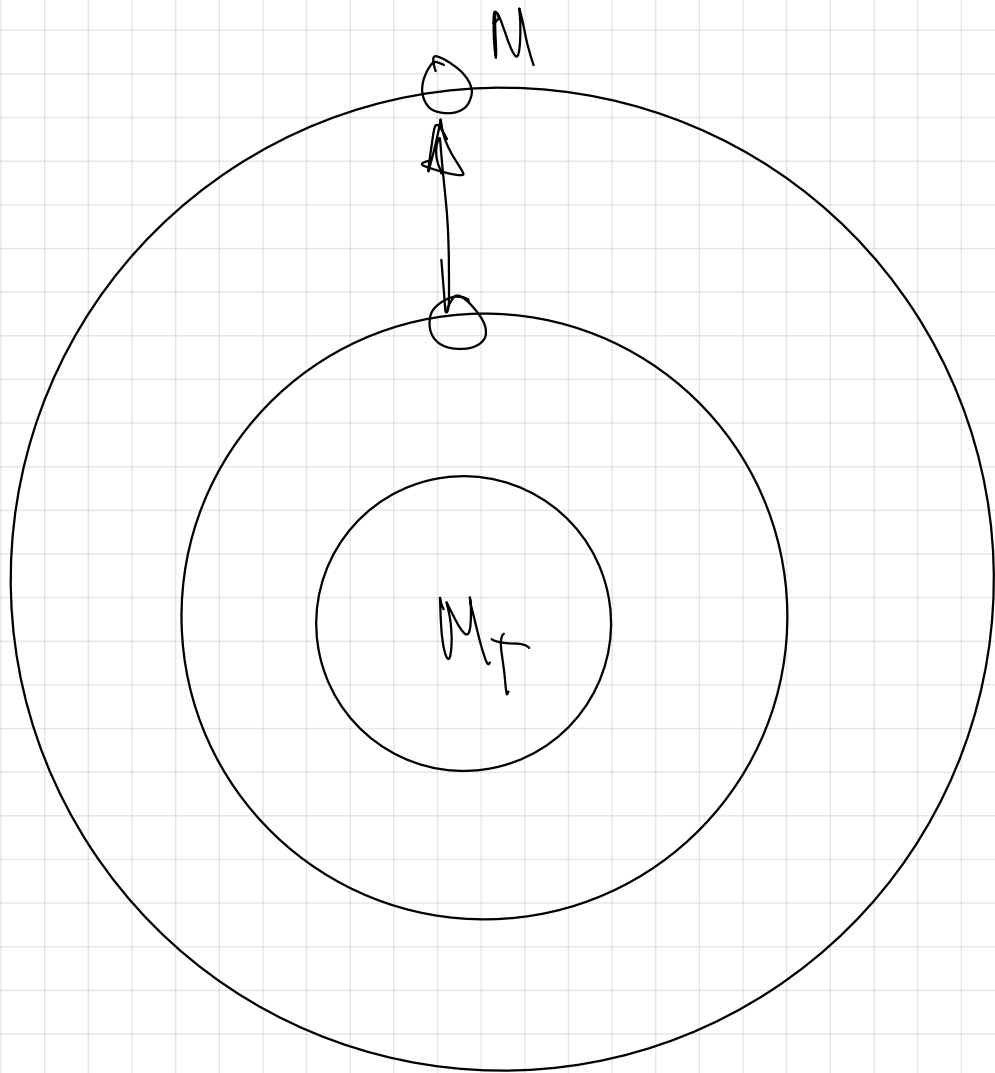
$$+ \textcircled{E} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h')}$$

$$E = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h)} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h')}$$

$$E = G \frac{M_T \cdot m}{2} \left(\frac{1}{(R_T + h)} - \frac{1}{(R_T + h')} \right)$$

$$E_{\text{ext}} = 4'3 \cdot 10^8 \text{ J.}$$

E aportada.



$$\uparrow E_m = -G \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)} \uparrow$$

orbital.

$$\uparrow E_p = -G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \uparrow$$

$$\downarrow E_c = \frac{1}{2} M \left[\vec{v}_0 \right]^2 \downarrow$$

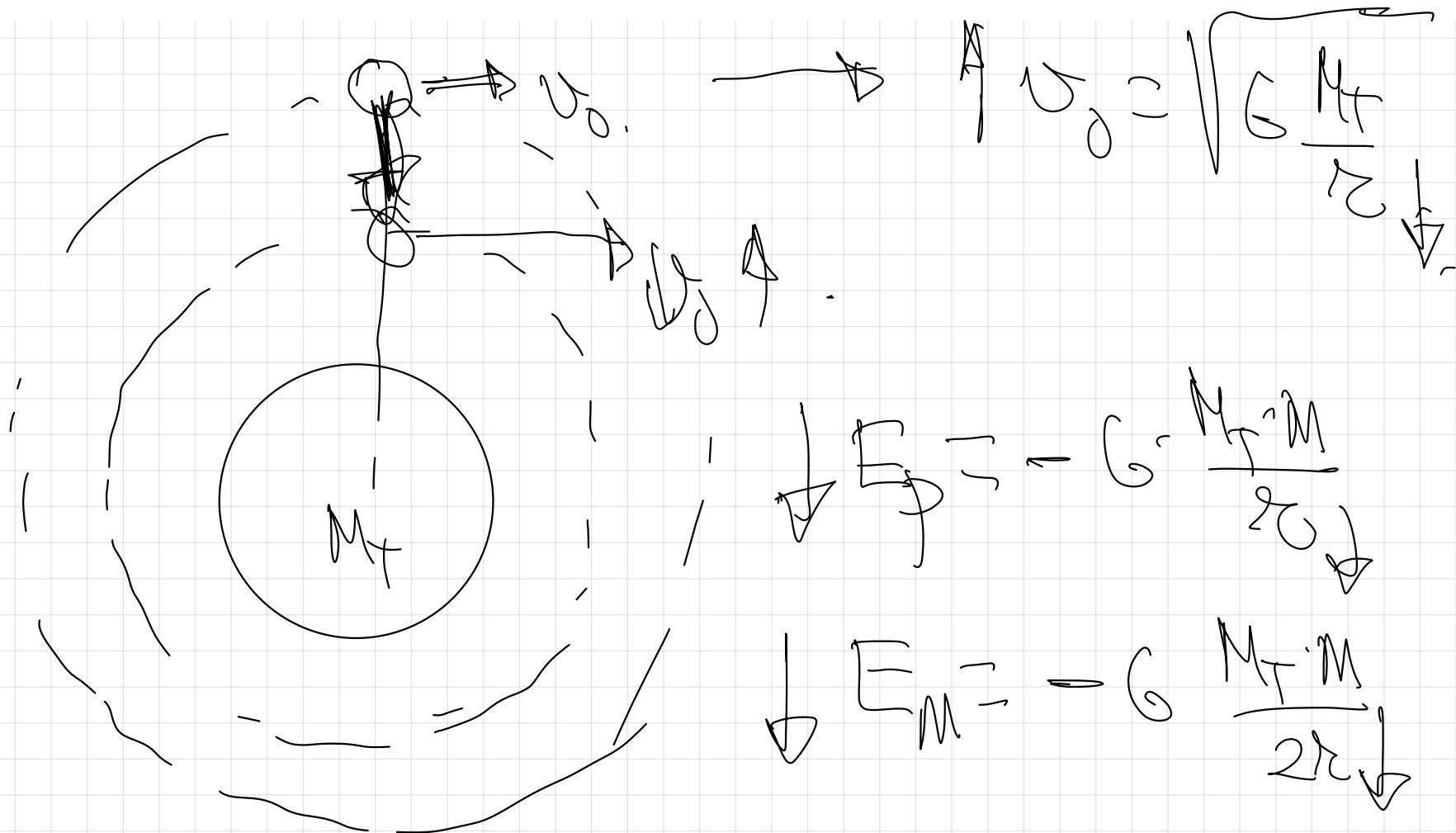
$$\downarrow v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}} \uparrow$$

$$g=10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}, R_T= 6400 \text{ Km}$$



40.- Un satélite se encuentra orbitando a una altura determinada sobre la superficie terrestre. Si quisiésemos que este satélite pasase a estar orbitando a otra altura con una velocidad orbital ~~mayor~~, explique si el satélite estará más cerca o más lejos de la Tierra, e indicar las variaciones que experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.

mayor



$$\uparrow E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \uparrow$$

Pag 18.

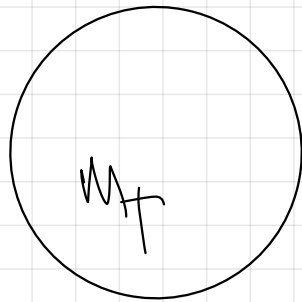
6.- RELACIÓN ENTRE ENERGÍA Y MOVIMIENTO ORBITAL.

ESCAPA, $E_m > 0$ ABIERTA
ESCAPA, $E_m = 0$ ABIERTA

NO ESCAPA, $E_m \geq 0$, CERRADA

NO ESCAPA, $E_m < 0$ | CERRADA

NO ESCAPA, $E_m < 0$,



$E_c > |E_p|$ HIPERBOLA
 $E_c = |E_p|$ PARABOLA

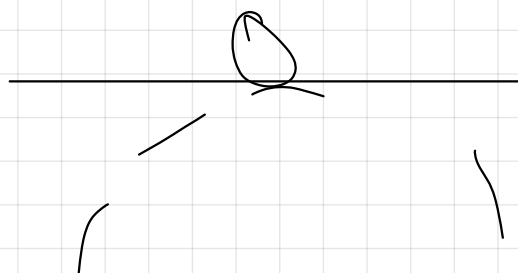
$\frac{1}{2} |E_p| < E_c < |E_p|$ ELIPSE

$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2} |E_p|$ CIRCULAR

$0 < E_c < \frac{1}{2} |E_p|$ COLAPSA

$\infty \rightarrow$

$$E_p = 0. \text{ --- } E_c = 50\text{J.}$$



$$E_p = 100\text{J.}$$

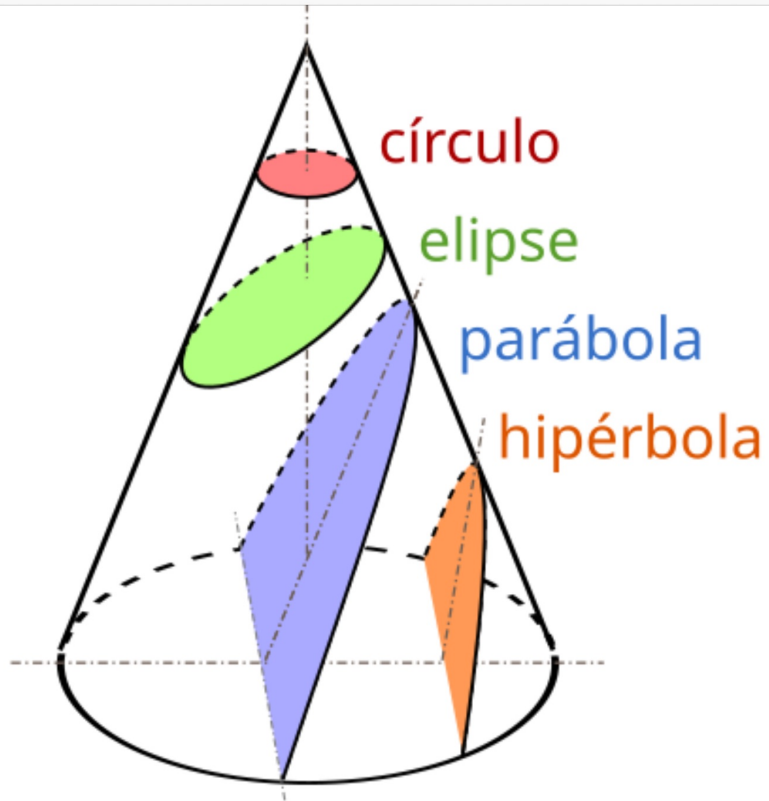
$$E_c = 50\text{J.}$$

$$\frac{E_c}{E_p} > 1$$

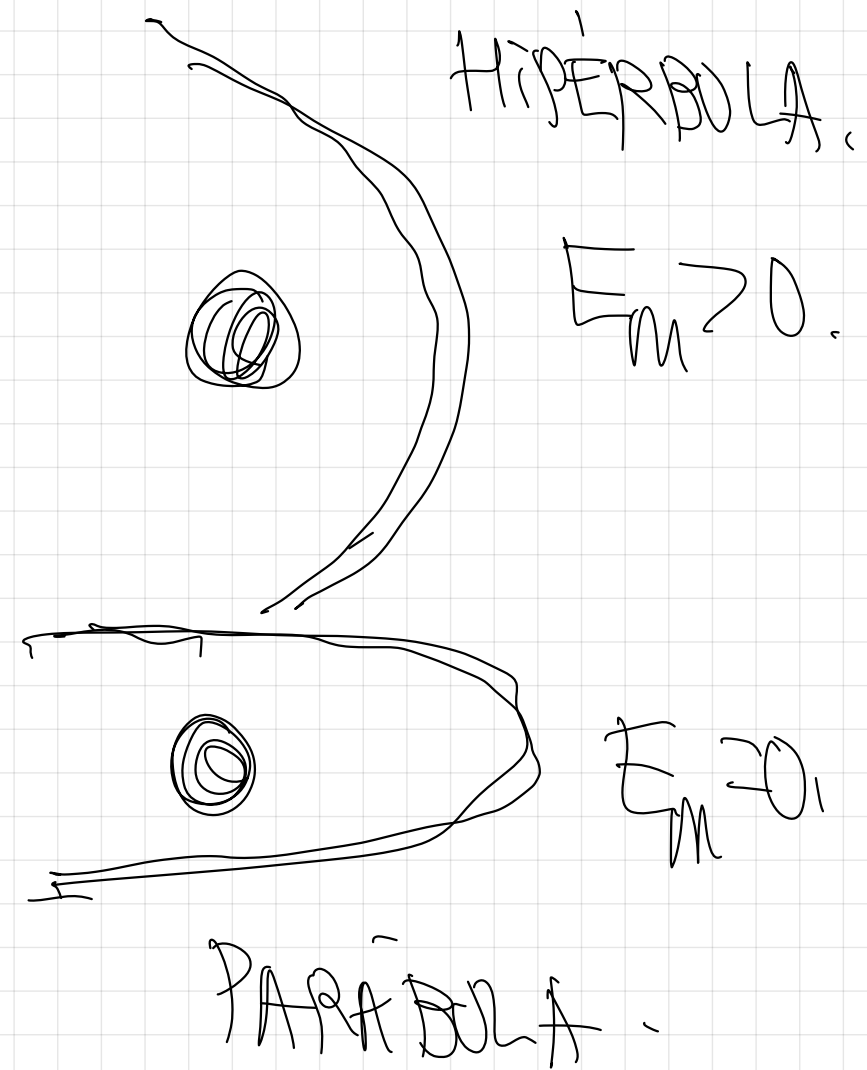
7:27 Viernes 20 de septiembre

es.m.wikipedia.org

VPN 100 %



Perspectiva de las secciones cónicas



130

(99-R) Un satélite se encuentra a una altura de 600 Km sobre la superficie de la Tierra, describiendo una órbita circular.

- a) Calcule el tiempo que tarda en dar una vuelta completa, razonando la estrategia seguida para dicho cálculo.
- b) Si la velocidad orbital disminuyera *Si ESTUVIESE ORBITANDO CON VELOCIDAD ORBITAL MENOR* explique si el satélite se acercaría o se alejaría de la Tierra, e indique que variaciones experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \quad M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg.} \quad R_T = 6400 \text{ km.}$$

Relación entre la Energía y el momento
orbital

ESCAPA $E_m > 0$.

HÍPERBOLA $E_c > |E_p|$

ESCAPA $E_m \geq 0$.

0 PARÁBOLA. $E_c = |E_p|$

NO ESCAPA.

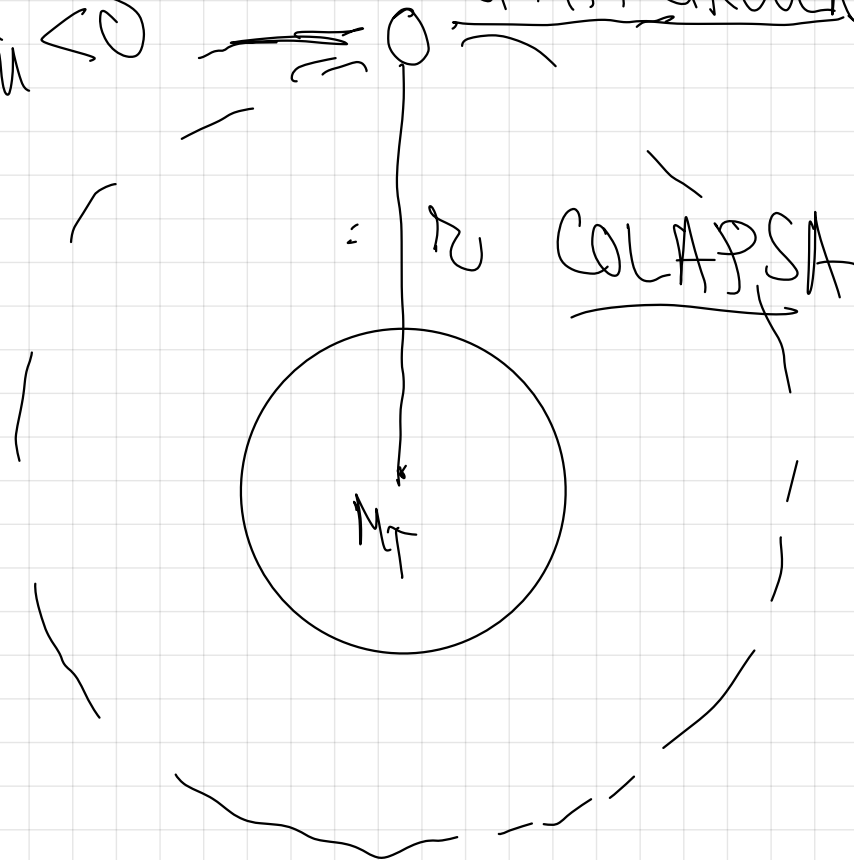
ÓRBITA ELÍPTICA. $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$

NO ESCAPA $E_m < 0$

ÓRBITA CIRCULAR. $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

NO ESCAPA.

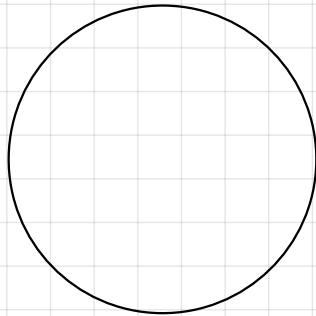
$E_c < \frac{1}{2}|E_p|$



∞

—

$$E_{pa} = 0, E_{ca} = 50 \text{ J}$$



$$E_m = E_p + E_c$$

$$E_c \text{ (or } E_p)$$

$$-100 \text{ J} \quad 150 \text{ J}$$

46.- Un satélite artificial de masa 100 Kg orbita en torno a un planeta describiendo una órbita circular, teniendo una energía potencial gravitatoria de valor $-5 \cdot 10^8 \text{ J}$.

- a) Calcula la velocidad lineal a la que se desplaza *v orbital*.
- b) Si mediante un propulsor se duplica, sin cambiar la dirección, la velocidad lineal del satélite, ¿Qué tipo de órbita seguirá?

a) Órbita circular $\Rightarrow E_c = \frac{1}{2} |E_p|$

~~$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} |E_p|$~~

$v_0 = \sqrt{\frac{|E_p|}{m}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^8}{100}} = 2236 \text{ m/s.}$

b) $E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$

$$E_c = \frac{1}{2} m (2v_0)^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot (2 \cdot 2236)^2 = \boxed{999.10^8}$$

$$E_p = 5 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$E_c = 999.10^8 \text{ J}$$

$$E_c > |E_p|$$


 Escapa hiperbola $E_m > 0$

47.- La Luna es un satélite natural de la Tierra con una órbita prácticamente circular

Razone si las siguientes afirmaciones acerca de ella son verdaderas o falsas

- a) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, a su energía cinética
- b) La energía mecánica de la Luna es positiva
- c) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, al doble de su energía cinética
- d) La energía cinética de la Luna no está relacionada con su energía potencial gravitatoria

a) $E_p = |E_c|$

Falsa $E_m = 0 \nRightarrow$ es el

caso escape. Siguiendo una parábola.

b) $E_m > 0$

Falsa, escape significa una hipérbola.

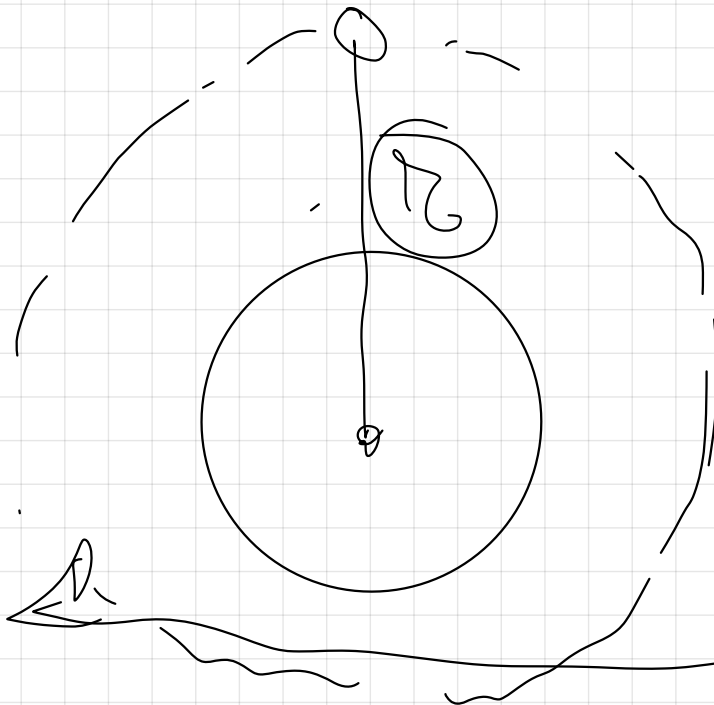
c) $|E_P| = 2E_c$?

$E_c = \frac{1}{2} |E_P|$

→ Verdadero
(demostrar)

d)

$v = \sqrt{G}$



Falso.

$E_c = \frac{1}{2} M \omega^2$

Condición de rotación

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

Tienen que estar relacionadas para tener esa órbita circular.

48.- Un satélite orbita en torno a un planeta con una órbita circular. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones

- a) Su energía mecánica es cero
- b) Su energía mecánica es igual a menos su energía cinética
- c) Su energía potencial es igual a menos su energía cinética partido dos

a) Falsa, entonces escaparía siguiendo una

parábola -

b)

$$E_m = -E_c$$

órbita circular.

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2a}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{a}} \right)^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2a}$$

$$\frac{E_m}{E_c} = \frac{-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2a}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2a}}$$

$$\Rightarrow \frac{E_m}{E_c} = -1$$

Verdadera $\boxed{E_m = -E_c.}$

c) $E_p = -\frac{E_c}{2} ?$

$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r.}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{r.}} \right)^2$$

$$E_c = -2E_p$$

$$|E_c = 2|E_p||$$

$E_m > 0 \rightarrow$ Escapa
hipérbola.

$E_c > |E_p|$
Falsa.

$$E_c = \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot M}{r}$$

$$\frac{E_p}{E_c} = \frac{-G \frac{M_T \cdot M}{r}}{\frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot M}{r}}$$

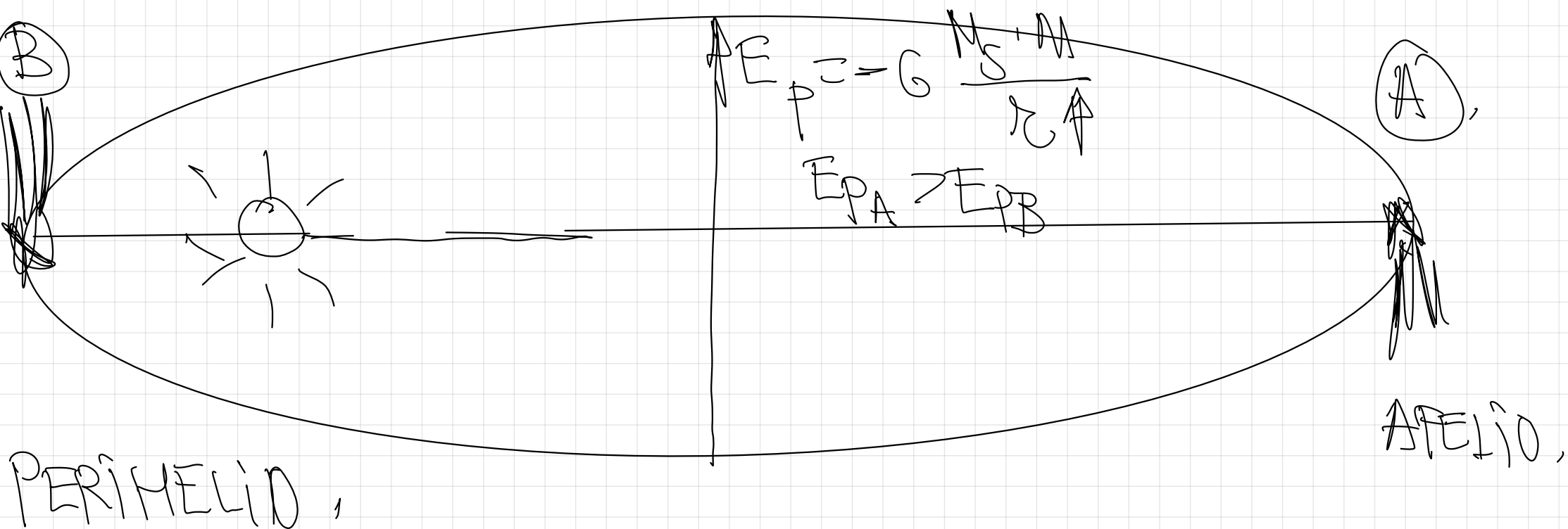
$$\frac{E_p}{E_c} = -2$$

Falsa. $\Rightarrow \boxed{E_p = -2E_c}$

* $E_c = -\frac{1}{2} E_p \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} |E_p|$

44. Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B.

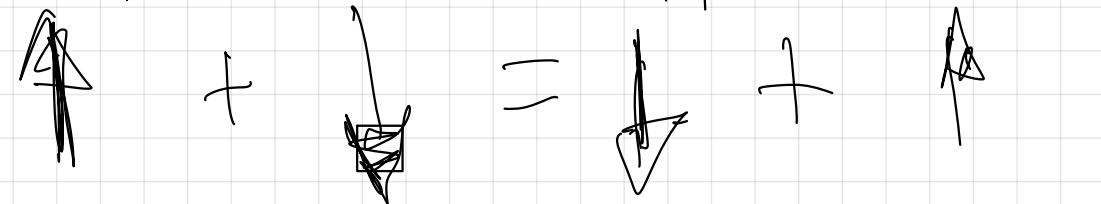
- a) ¿En cuál de los dos puntos es mayor el módulo de la velocidad?, ¿y el de la aceleración?
- b) Comparar los valores de energía cinética y potencial en A y en B



$\int F_g$ es la única que actúa.
 $F_m = 0$.



$$E_{MA} = E_{MB}.$$

$$E_{PA} + E_{CA} = E_{PB} + E_{CB}.$$


$$E_A < [E_B]$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v_B > v_A$$

aceleración de la gravedad.

$$g = G \cdot \frac{M_S}{r^2}$$

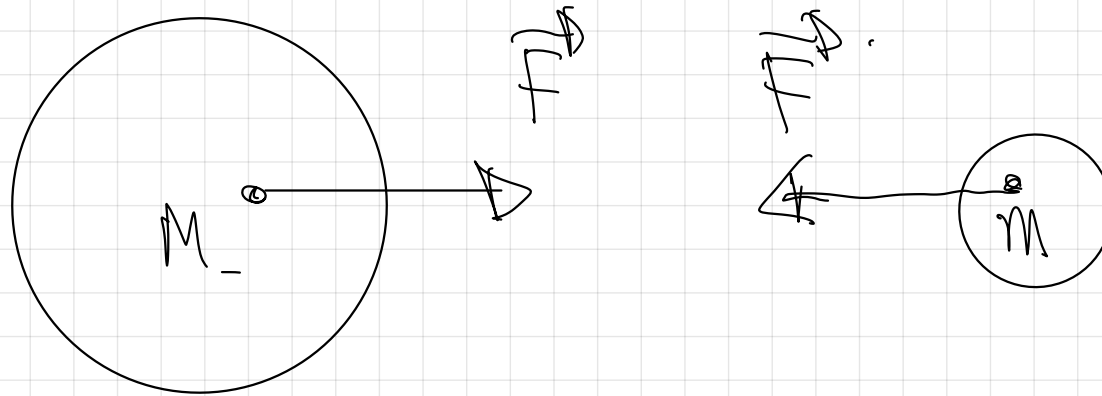
$$g_A < [g_B]$$

La aceleración en B (perihelio es mayor)

(perihelio es mayor)

2.- INTERACCIONES A DISTANCIA: CONCEPTO DE CAMPO

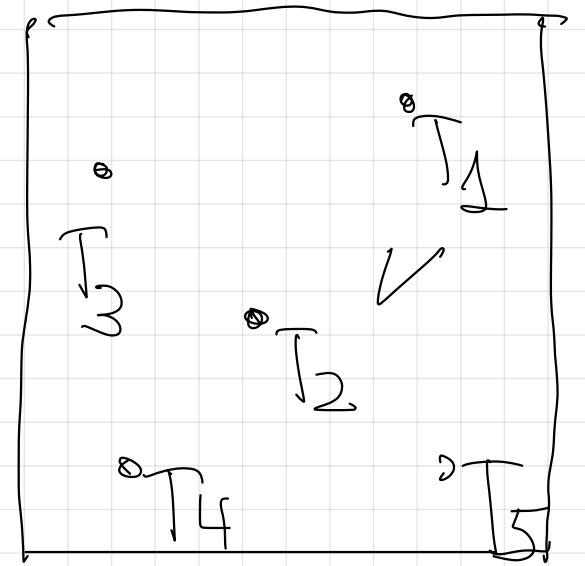
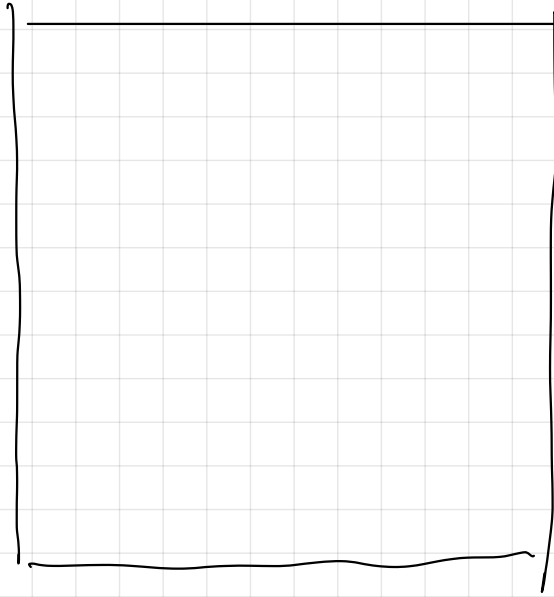
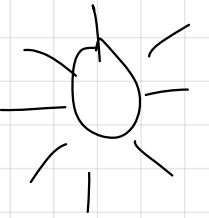
Page 2



$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

*

Campo



CAMPO
ESCALAR.

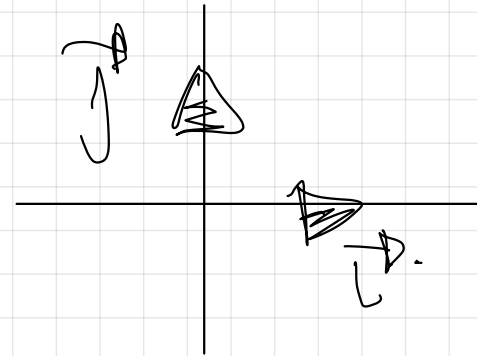
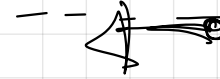
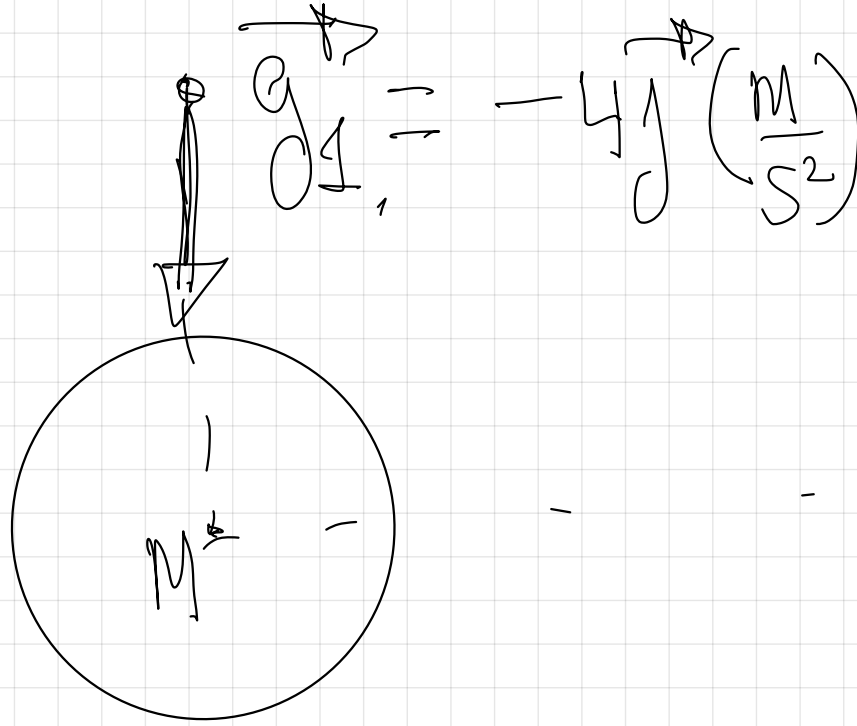
U

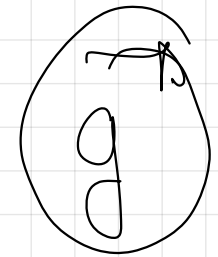
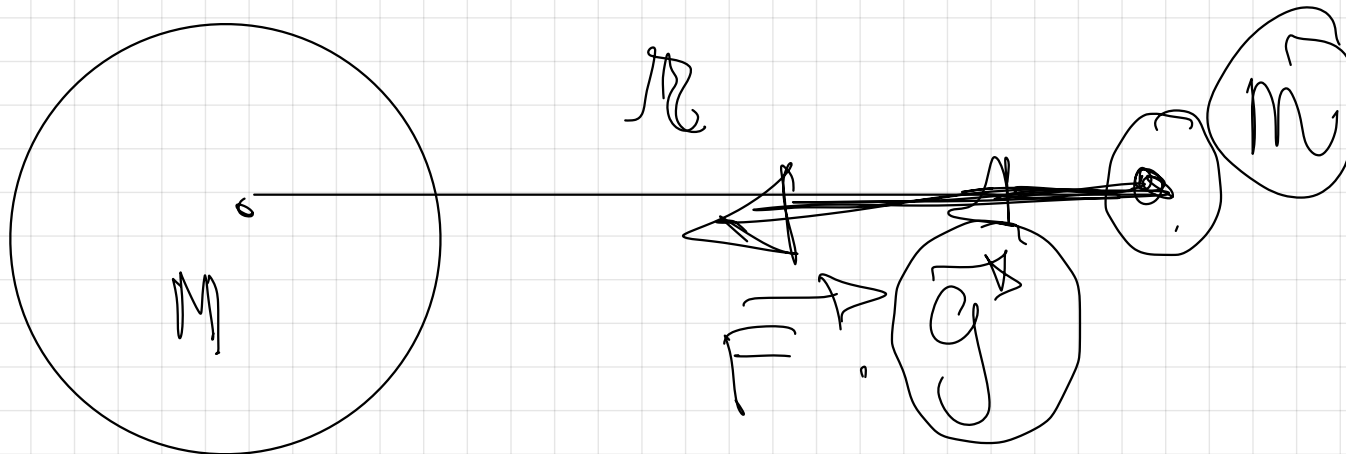
r

j

$$\vec{g} = G \cdot \frac{M}{r^2} \vec{r}$$

$$\vec{g}_2 = 2 \vec{g}_1 \left(\frac{M}{S^2} \right)$$





$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}{m} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

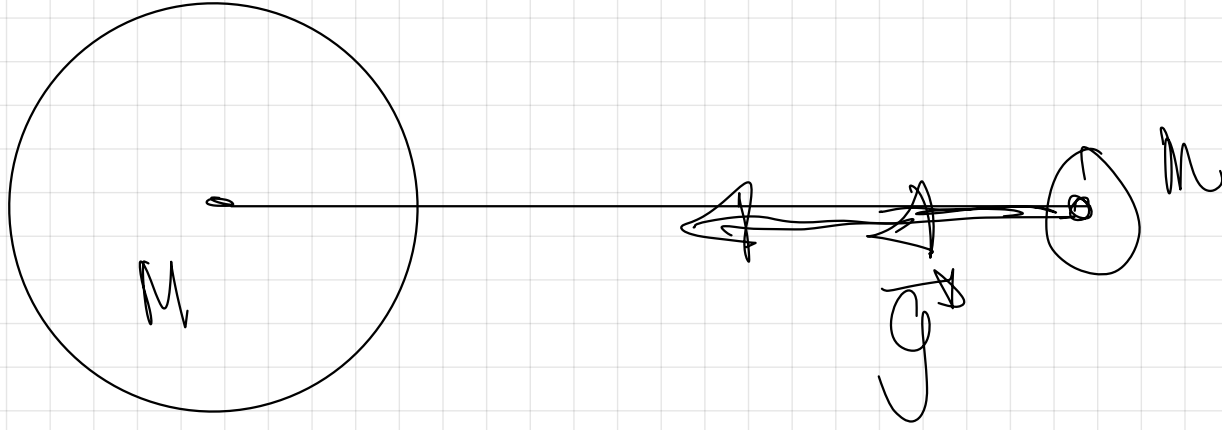
$$g = 2 \frac{M}{s^2}$$

$$g = 2 \frac{N}{kg}$$

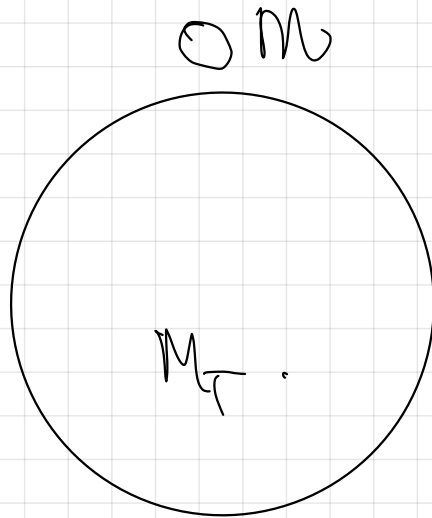
$$(2 \frac{M}{s^2})$$

$$g = \frac{F}{m}$$

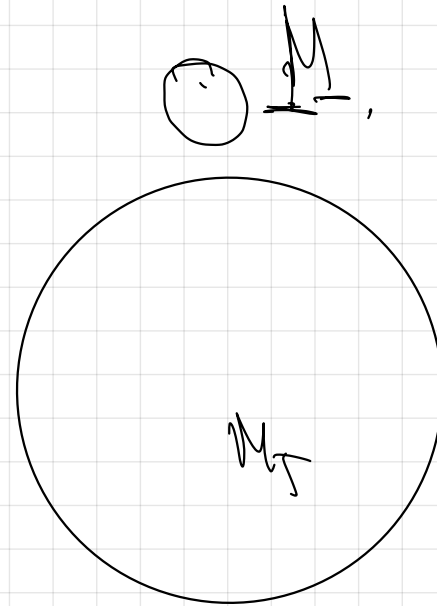
$$g = 2 \frac{N}{kg}$$



10.- Según la Ley de la gravitación, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste. Si es así, ¿Porqué no caen más deprisa los cuerpos con mayor masa?



$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$



$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

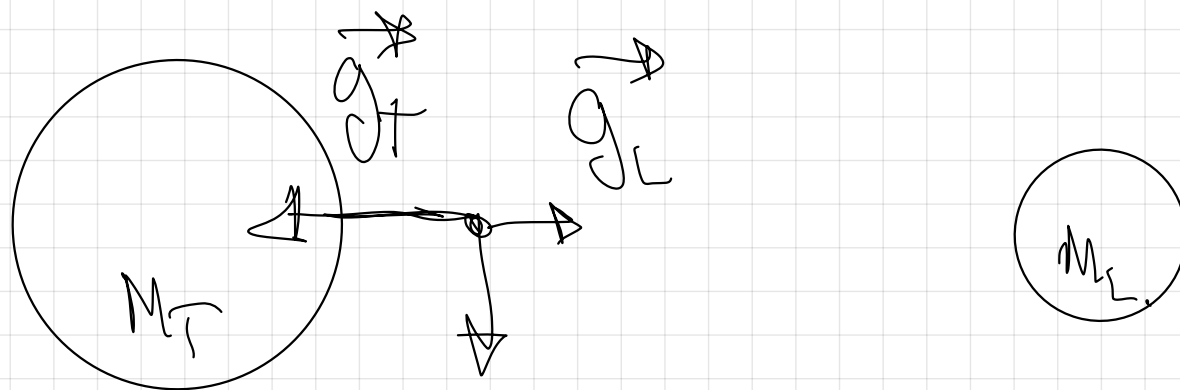
11

$9.8 \frac{m}{s^2}$

$$g = \frac{F}{M} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{R_T^2}}{\cancel{M}} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

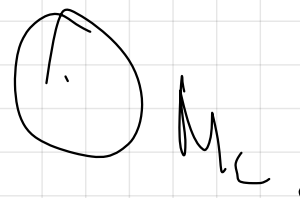
21

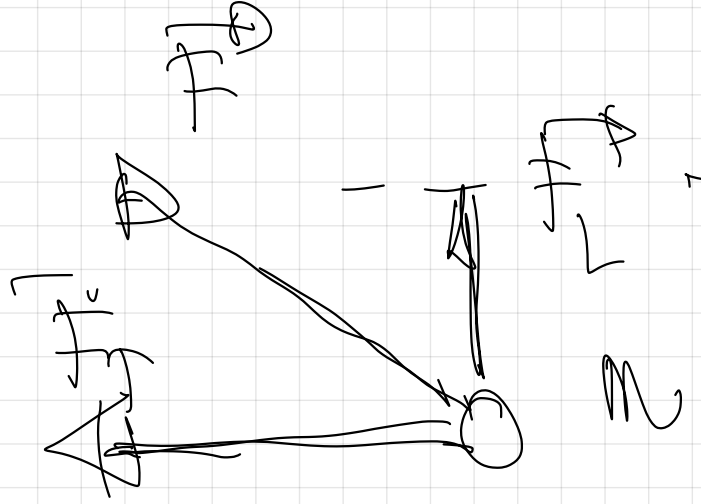
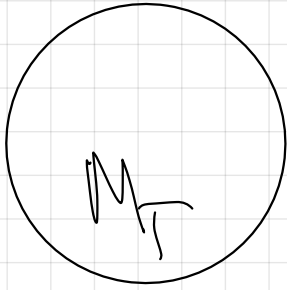
$9.8 \frac{m}{s^2}$



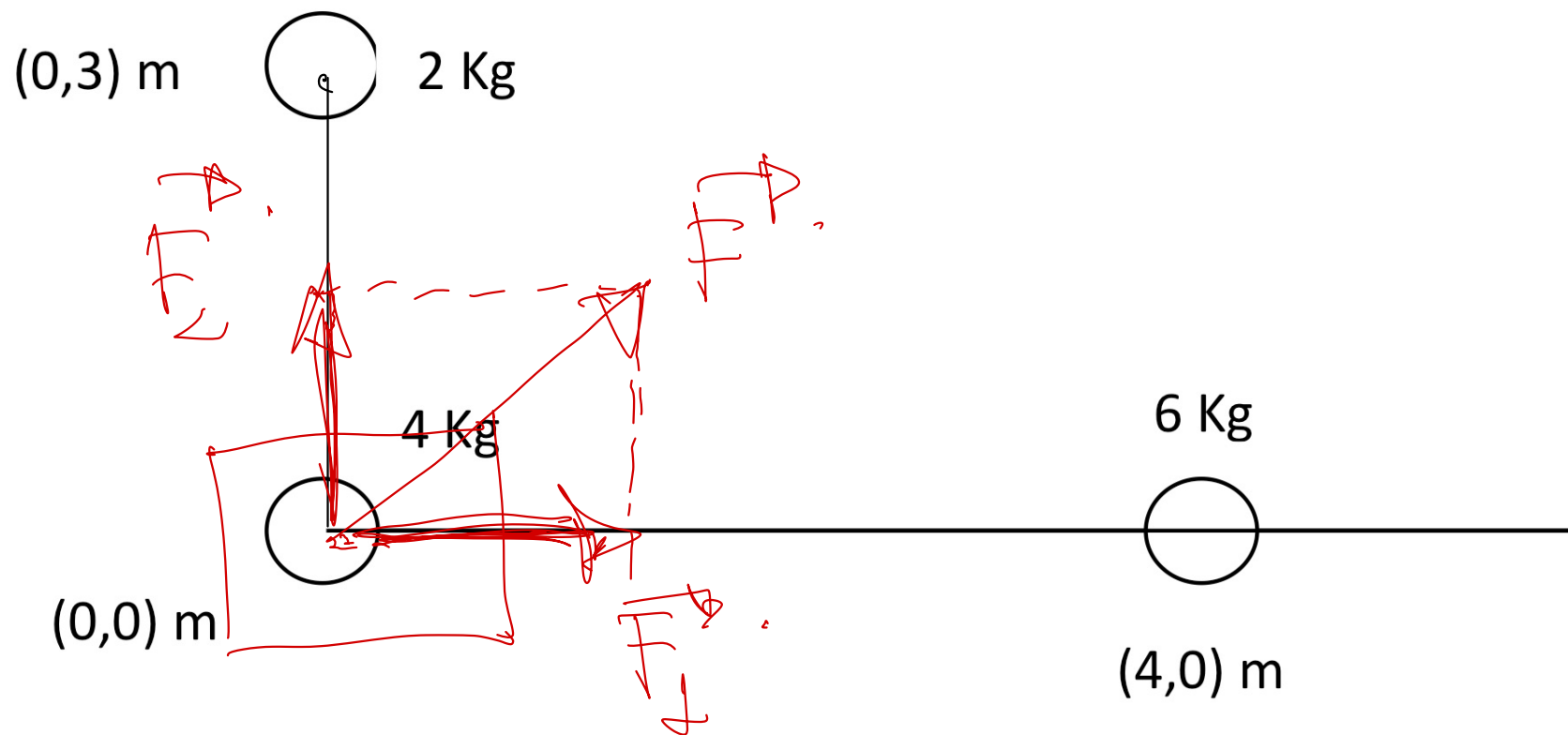
Princípio de superposição.

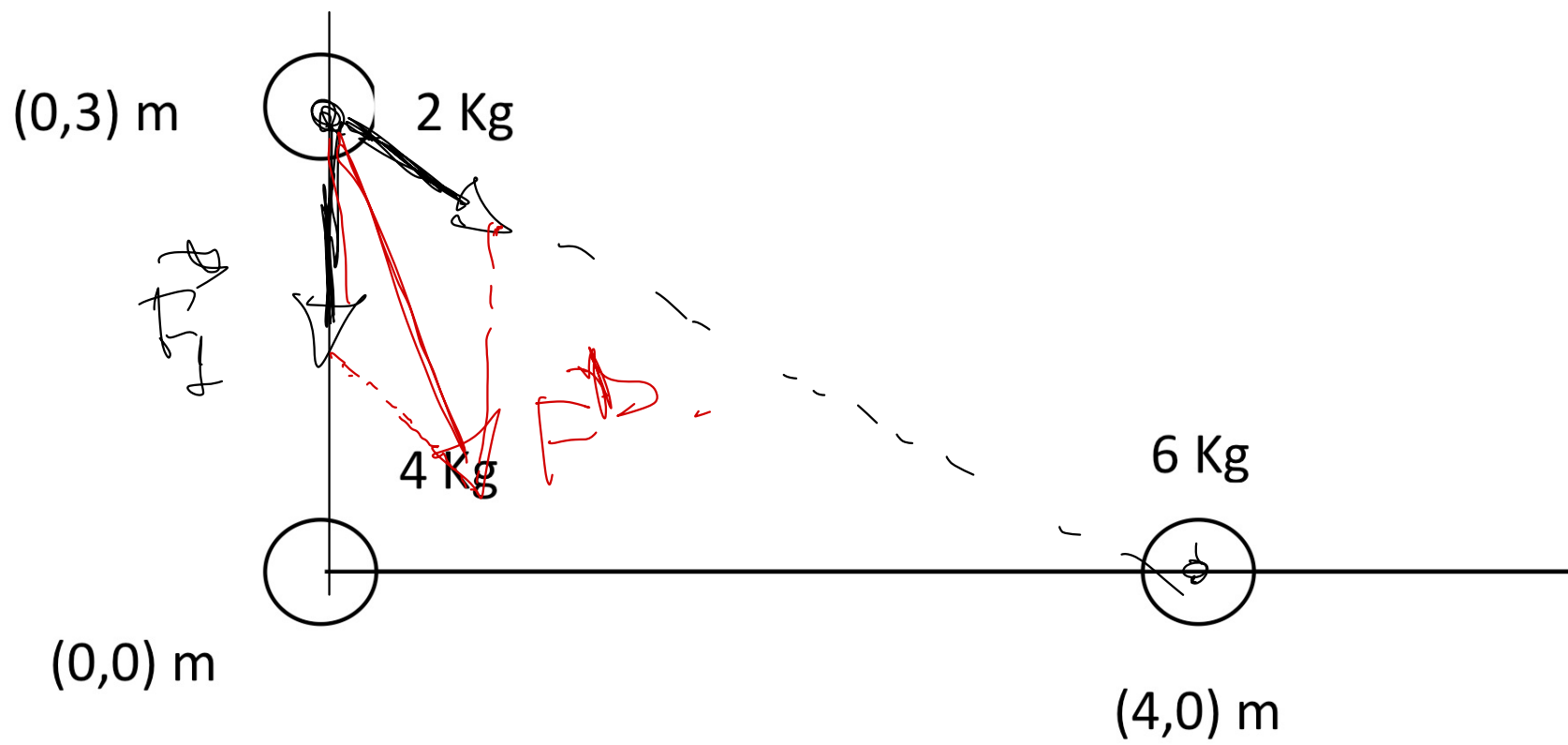
$$\vec{g} = \vec{g}_T + \vec{g}_L$$

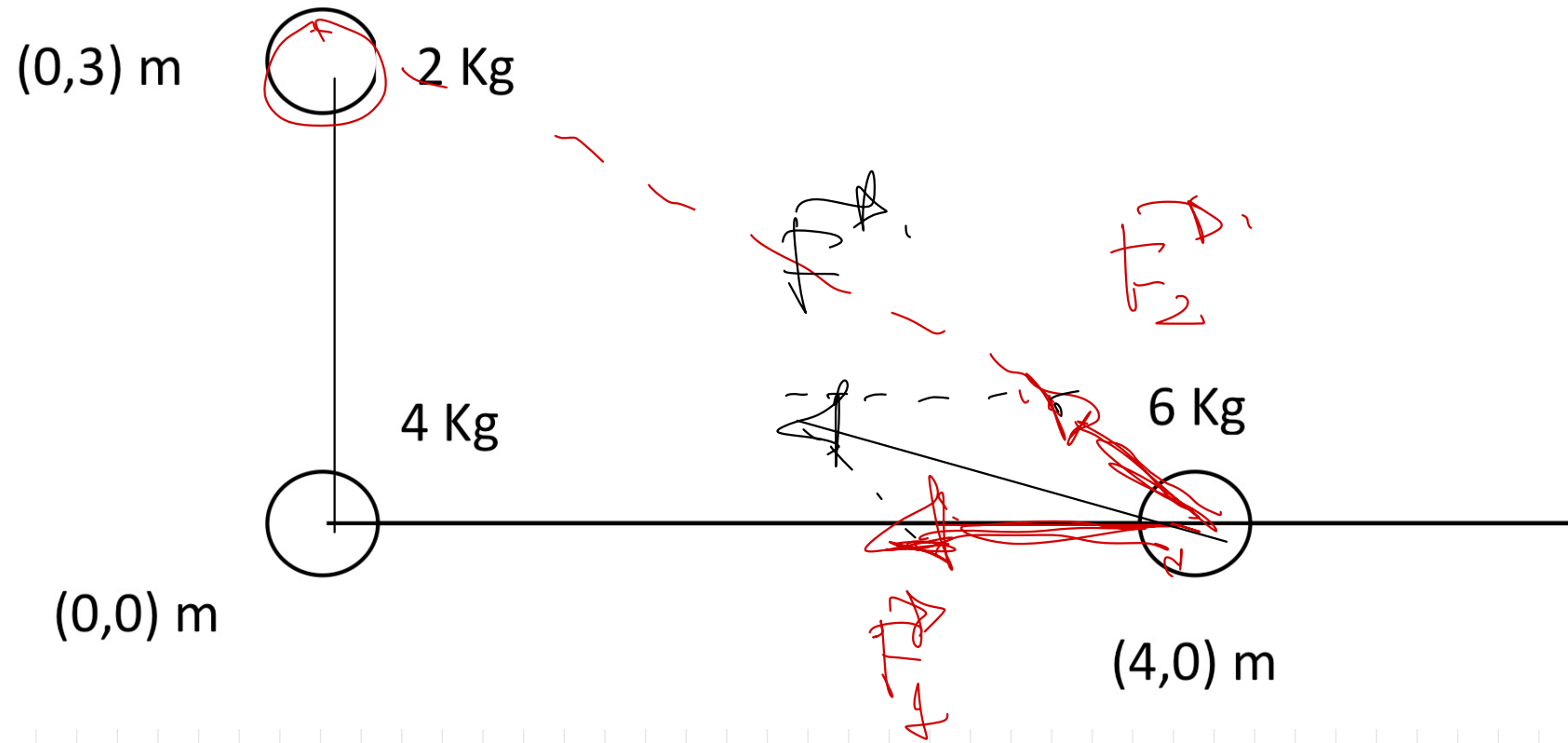




$$F = F_1 + F_2$$

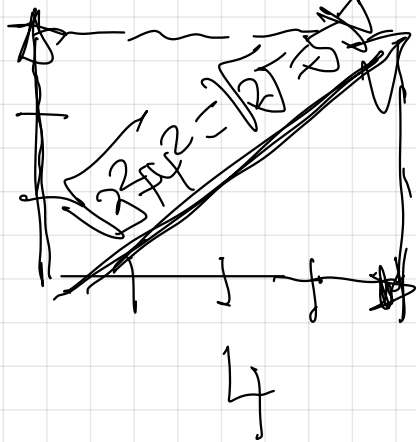






$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\vec{F} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$$

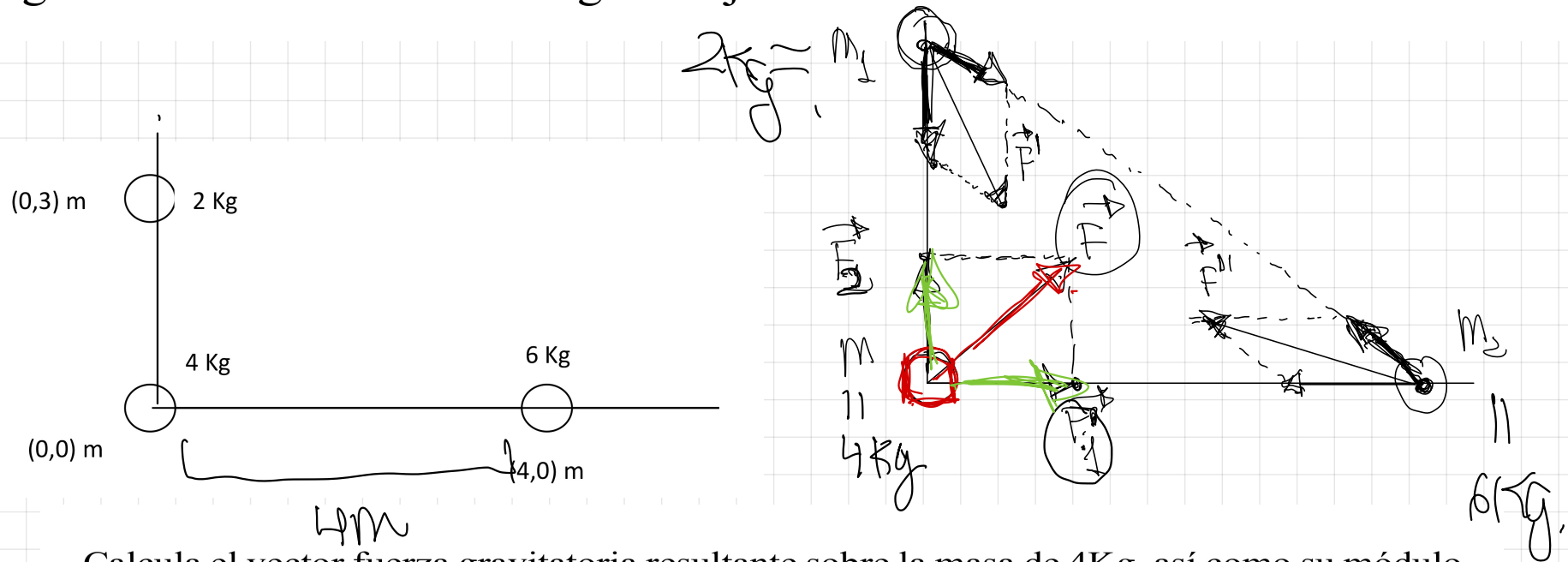


$$\vec{F} = 4\vec{i} + 3\vec{j} \text{ (N)}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 4\vec{i} + 3\vec{j} \text{ (N)}$$

$$\vec{F} = 4\vec{i} \text{ (N)}$$

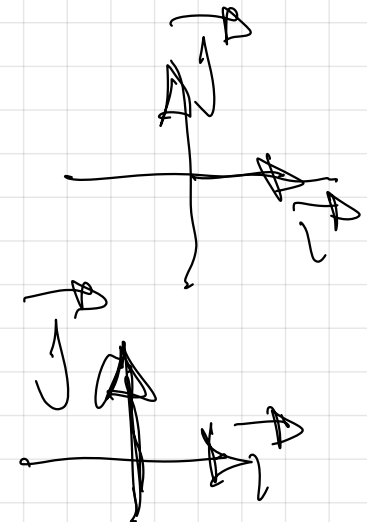
- 11.-** Tres esferas uniformes de masas 2 Kg, 4 Kg y 6 Kg se sitúan en los vértices de un triángulo como se indica en la figura adjunta



Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

$|F_1| \Rightarrow$ ley de la gravitación universal -
Calculo primero el módulo.

$$|F_2| = G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{4 \cdot 6}{4^2} = 10^{-10} \text{ N}.$$



$$\vec{F}_1 = +10^{-10} \vec{e}_1 \text{ (N)}$$

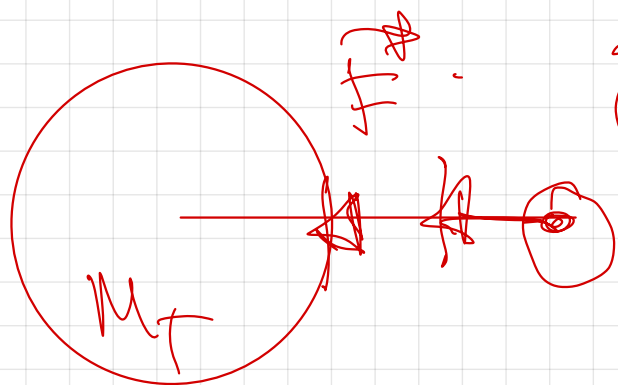
$$|F_2| = G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 2}{3^2} = 5.93 \cdot 10^{-11} \text{ N.}$$

$$\vec{F}_2 = +5.93 \cdot 10^{-11} \vec{e}_1 \text{ (N)}$$

Princípio de superposição.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = +10^{-10} \vec{e}_1 + 5.93 \cdot 10^{-11} \vec{e}_1 \text{ (N)}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(10^{-10})^2 + (5.93 \cdot 10^{-11})^2} = 1.16 \cdot 10^{-10} \text{ N.}$$



$$g \Rightarrow -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \Rightarrow -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(\frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$F \Rightarrow m \cdot g = 2 \text{ kg} \cdot \left(-10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right) = -20 \text{ N}$$

$$1 \text{ kg} \sim 10 \text{ N}$$

$$2 \text{ kg} \sim 20 \text{ N}$$

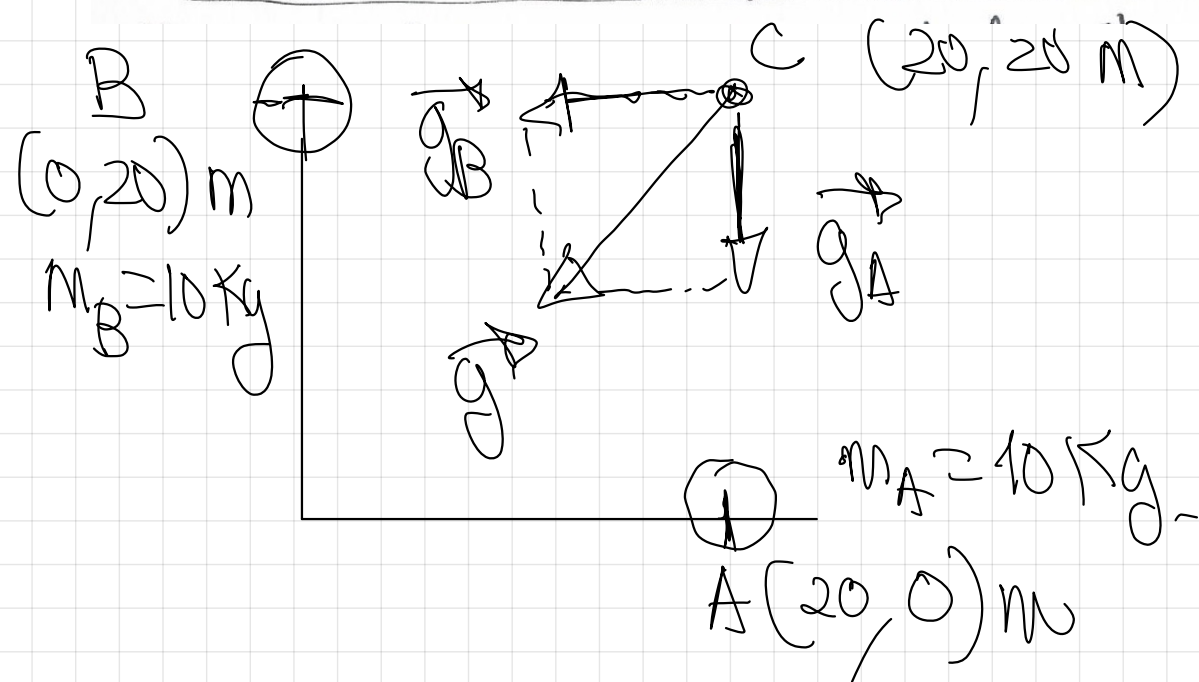
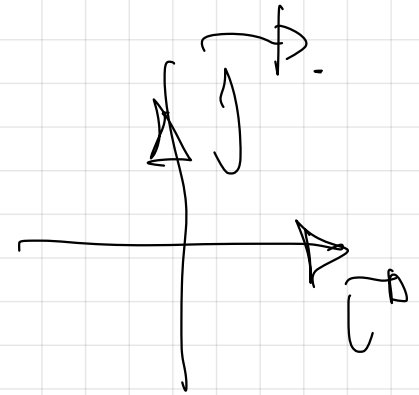
①

En dos puntos A y B de coordenadas $(20, 0)\text{m}$ y $(0, 20)\text{m}$ se sitúan dos masas puntuales de 10 kg cada una.

a) Dibuja y calcula el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el punto $C (20, 20)\text{m}$

b) Halla la Fuerza sobre una masa puntual de 5 kg situada en el punto C.

$$G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$



→ Primero calculo módulo

$$|g_A| = G \cdot \frac{m_A}{r^2} = 6.7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2}$$

$$|g_A| = 1.7 \cdot 10^{-12} \text{ N/kg}$$

$$g_A = -1.7 \cdot 10^{-12} \text{ N/kg}$$

$$|\vec{g}_B| = 6 \cdot \frac{m}{s^2} = 6 \cdot 67 \cdot 10^{-11} = \frac{10}{20^2}$$

$$|\vec{g}_B| = 17 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2$$

$$\vec{g}_B = -17 \cdot 10^{-12} \vec{e} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

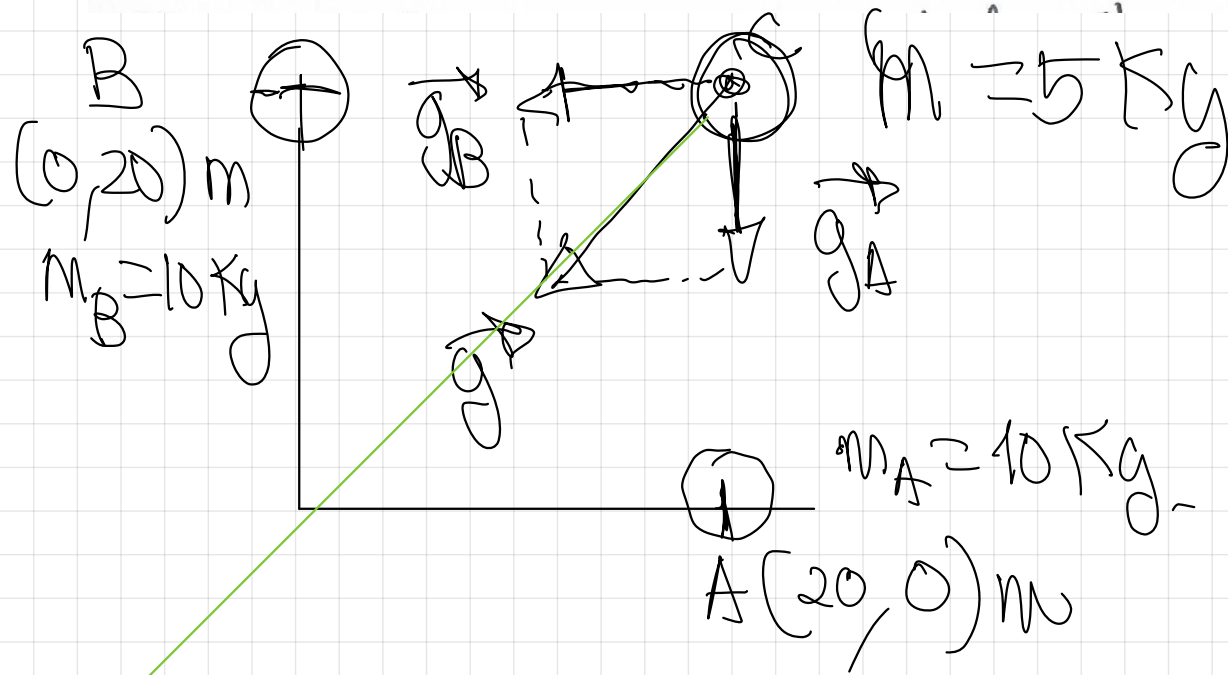
Princípio da superposição

$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$$

$$\vec{g} = -17 \cdot 10^{-12} \vec{e} - 17 \cdot 10^{-12} \vec{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{kg}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-17 \cdot 10^{-12})^2 + (-17 \cdot 10^{-12})^2} = 24 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(b)



$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = 5 \text{ kg} \left(-1.7 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 1.7 \cdot 10^{-12} \vec{j} \right) \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{F} = 5 \cdot (-1.7 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 1.7 \cdot 10^{-12} \vec{j}) (\text{N})$$

$$\vec{F} = -8.5 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 8.5 \cdot 10^{-12} \vec{j} (\text{N})$$

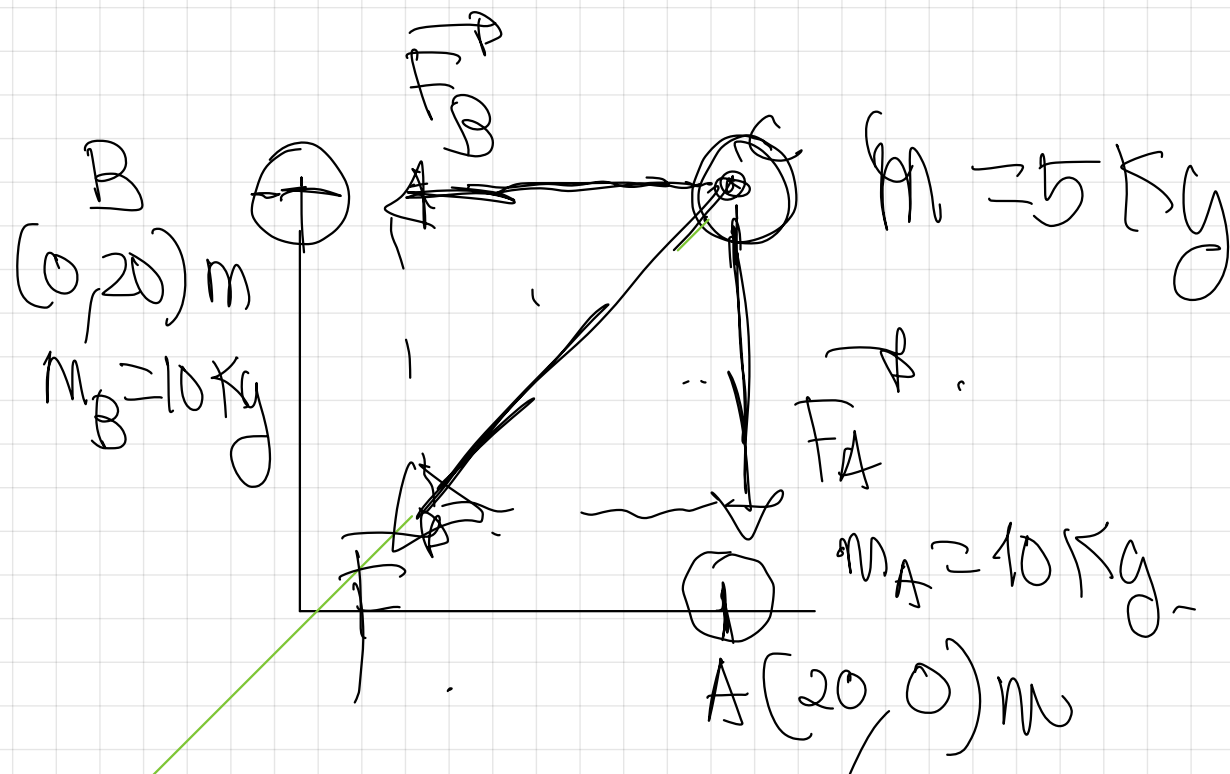
$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-8.5 \cdot 10^{-12})^2 + (-8.5 \cdot 10^{-12})^2}$$

$$|\vec{F}| = 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

$$|\vec{g}| = 2.4 \cdot 10^{-12} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$m = 5 \text{ kg}$$

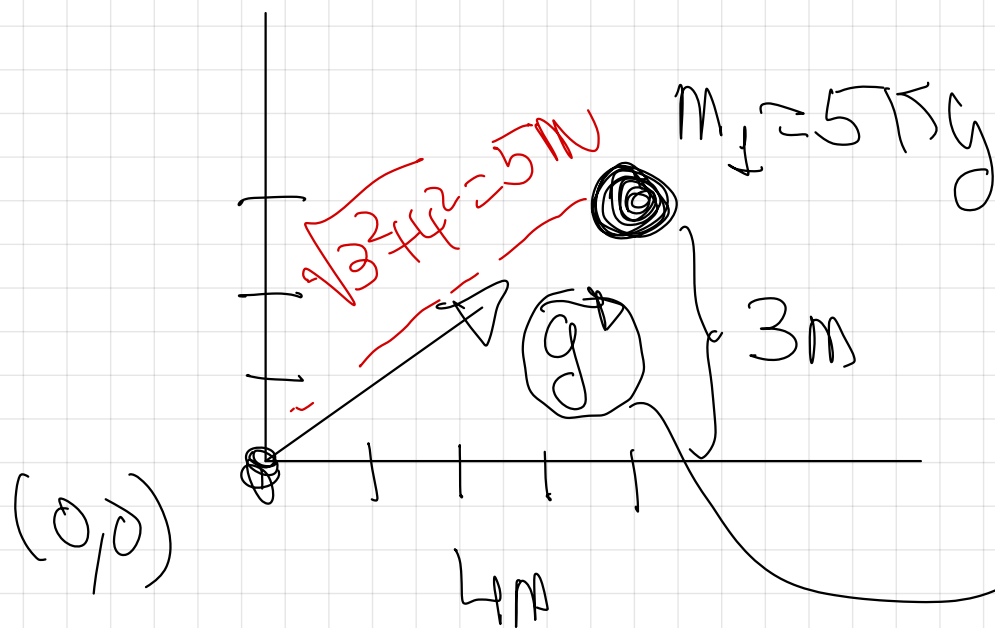
$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}| = 5 \cdot (2.4 \cdot 10^{-12}) = 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$



2)

Una masa puntual $m_1 = 5 \text{ kg}$ está en el punto $(4, 3) \text{ m}$. Determina el valor del campo gravitatorio creado por la masa m_1 en el origen de coordenadas.

$G = 667 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

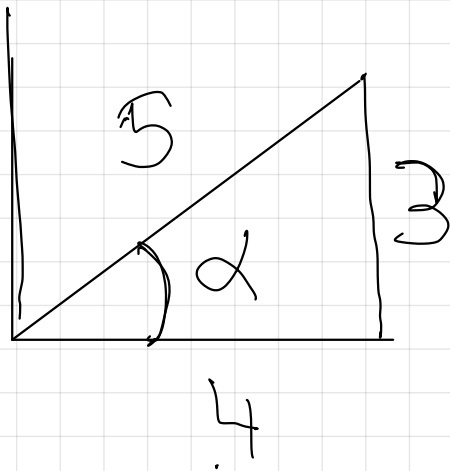


$$|g| = G \cdot \frac{m_1}{r^2} =$$

$$= 667 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{5^2} =$$

$$|g| = 133 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}^2$$

↓
Para calcular el vector
necesito una descomposición
usando razones trigonométricas

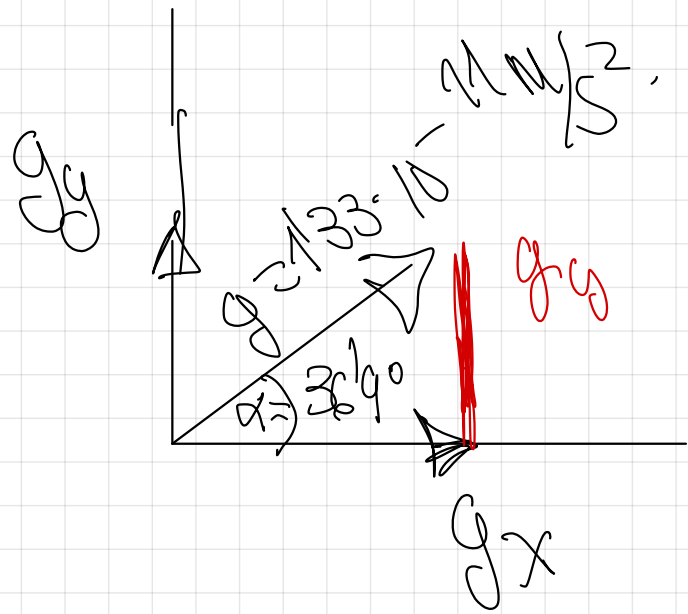


$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cat. op}}{\text{hipotenusa.}}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = \arcsen \frac{3}{5} = 36'90''.$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Cat. cont.}}{\text{hipotenusa.}}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{4}{5} = 36'90''.$$



$$\sin 36.9^\circ = \frac{g_y}{g} ?$$

$$g_y = g \cdot \sin 36.9^\circ = 1.33 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{5}$$

$$g_y = 7.98 \cdot 10^{-12} \text{ N/s}^2,$$

$$\vec{g}_y = +7.98 \cdot 10^{-12} \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{s}^2} \right)$$

$$\cos 36.9^\circ = \frac{g_x}{g} ?$$

$$\vec{g} = \vec{g}_x + \vec{g}_y$$

$$\vec{g} = 1.064 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 7.98 \cdot 10^{-12} \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{s}^2} \right)$$

$$g_x = g \cdot \cos 36.9^\circ = 1.33 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{5}$$

$$g_x = 1.064 \cdot 10^{-11} \text{ N/s}^2.$$

$$\vec{g}_x = +1.064 \cdot 10^{-11} \vec{i} \left(\frac{\text{N}}{\text{s}^2} \right)$$

$$\vec{g} = 1064 \cdot 10^{-11} \vec{e} + 7198 \cdot 10^{-12} \left(\frac{M}{S} \right)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1064 \cdot 10^{-11})^2 + (7198 \cdot 10^{-12})^2}$$

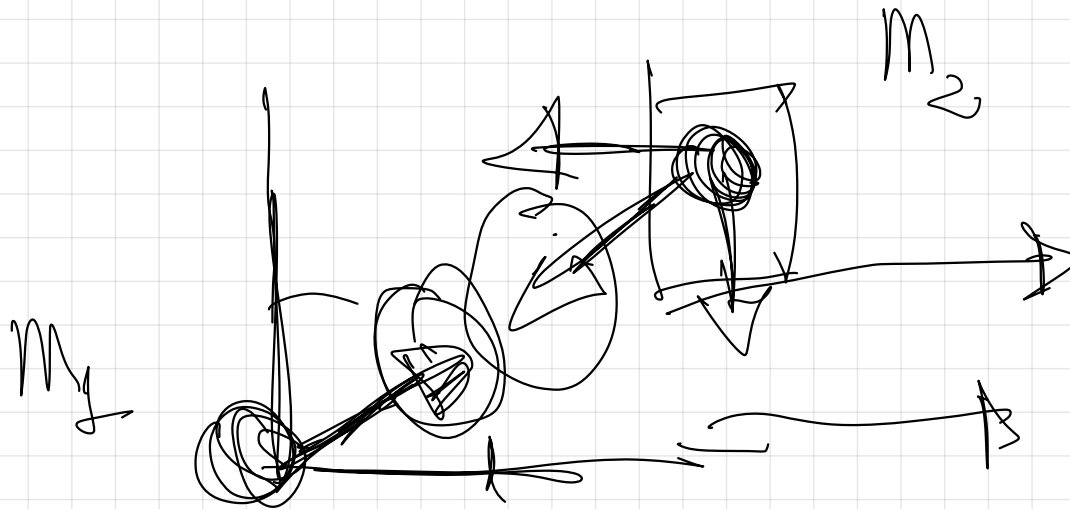
$$|\vec{g}| = 133 \cdot 10^{-11} \text{ M/S}^2$$

③ Una masa puntual $m_1 = 4 \text{ kg}$ está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6 \text{ kg}$ está situada en el punto $(12, 9) \text{ m}$.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y halla su módulo.

b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ kg}^{-2}$$



$$\vec{F} = -3\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{F} = +3\vec{i} + 2\vec{j}$$

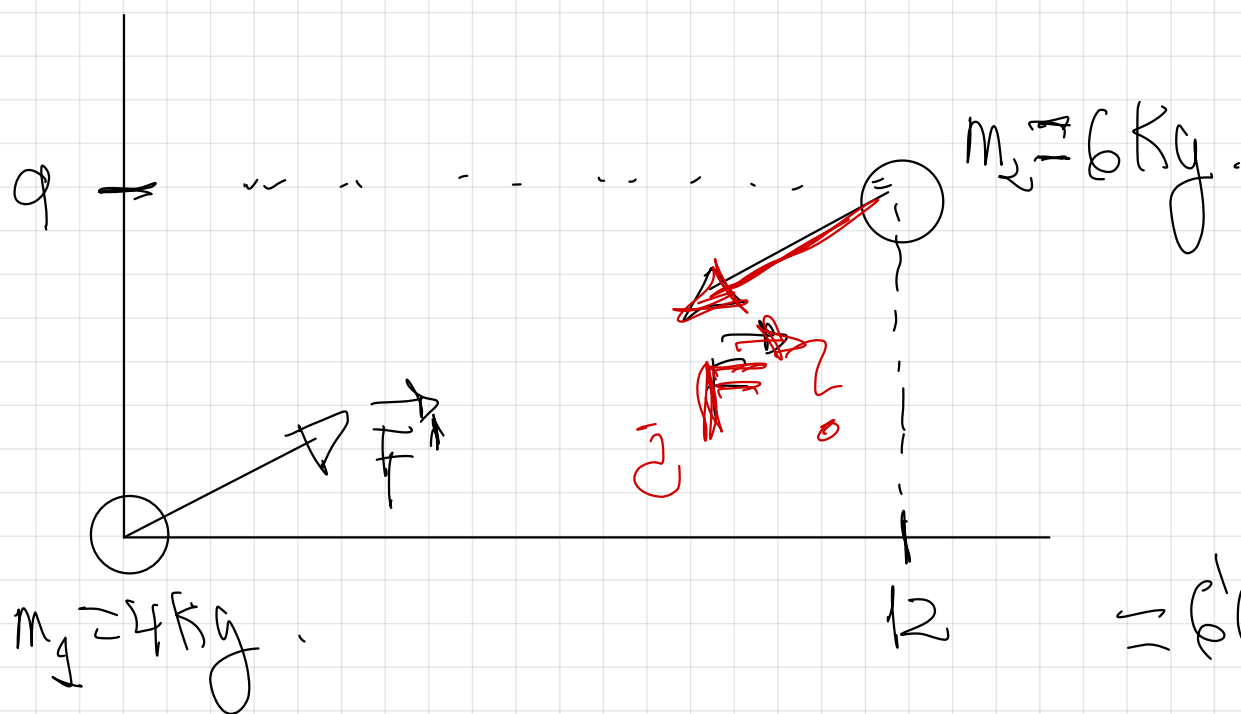
3

Una masa puntual $m_1 = 4 \text{ kg}$ está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6 \text{ kg}$ está situada en el punto $(12, 9) \text{ m}$.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y halla su módulo.

b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

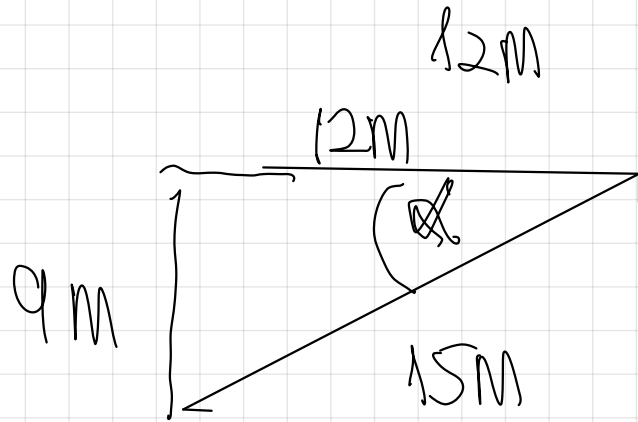
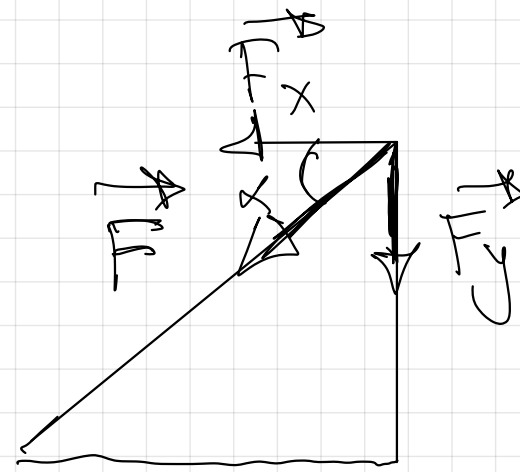
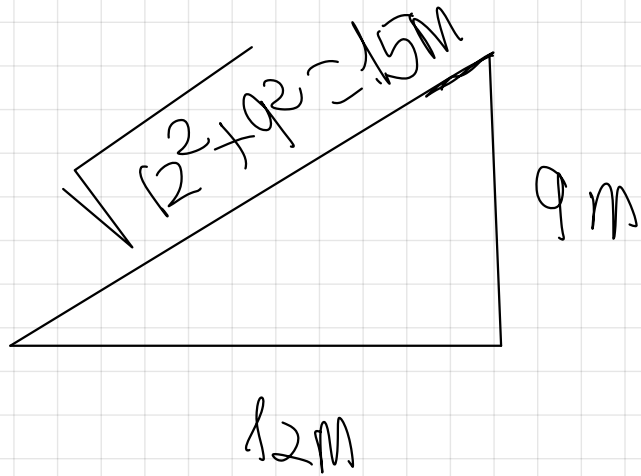
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ kg}^{-2}$$



Ley de la gravitación Universal.

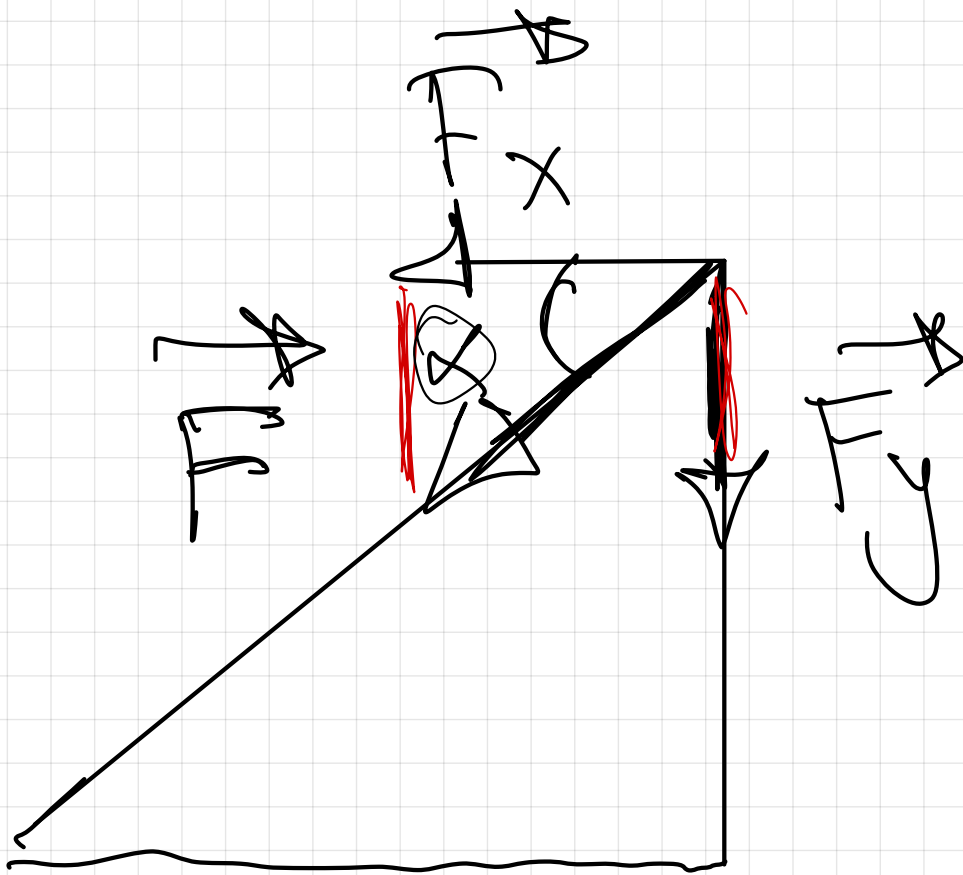
$$|F| = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$= 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 6}{15^2} \approx 7.11 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$



$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{9}{15} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{9}{15} = 36.87^\circ$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{12}{15} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{12}{15} = 36.87^\circ$$



$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F}$$

$$F_x = F \cdot \cos 36'87''$$

$$F_x = 711 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{12}{15} = 568 \cdot 10^{-12}$$

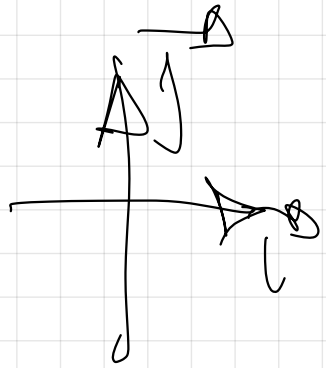
$$\alpha = 36'87''$$

$$\sin \alpha = \frac{F_y}{F}$$

$$F_y = F \cdot \sin 36'87'' =$$

$$F = 711 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{9}{15} = 4126 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$

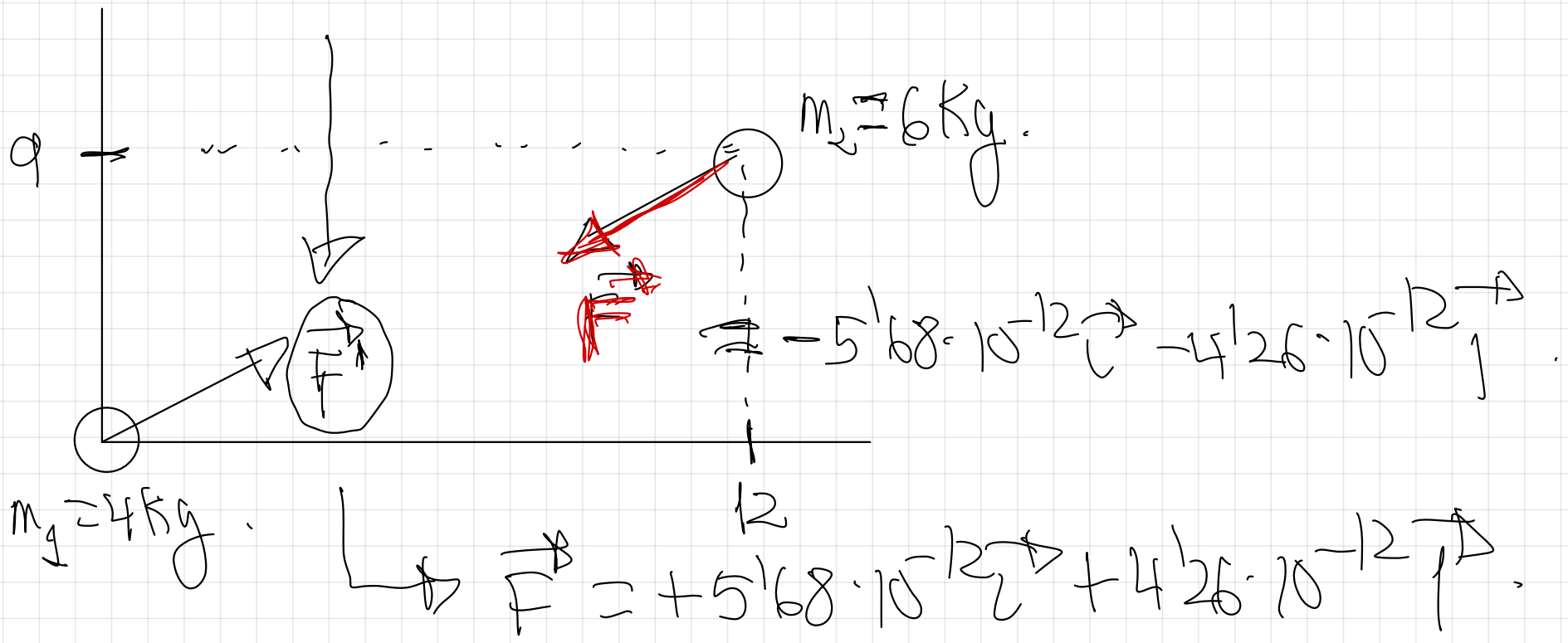
$$F_y = -4126 \cdot 10^{-12} \text{ J (N)}$$



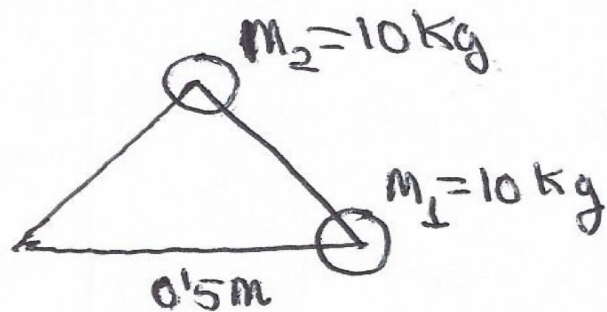
$$\vec{F} = -5'68 \cdot 10^{-12} \vec{e}_x \quad (\text{N})$$

$$\vec{F} = -5'68 \cdot 10^{-12} \vec{e}_x - 4'26 \cdot 10^{-12} \vec{e}_y \quad (\text{N})$$

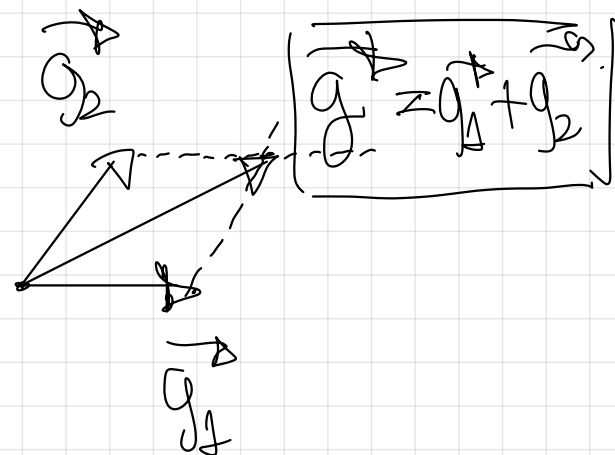
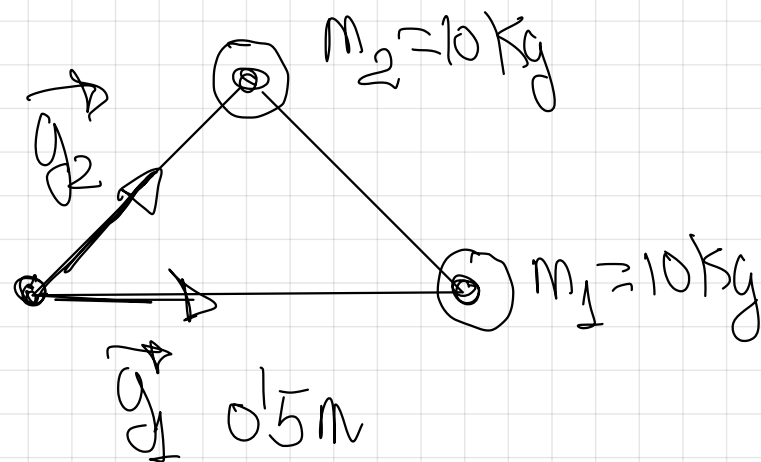
$$|\vec{F}| = 7'11 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$



- ④ Dos cuerpos de 10 kg de masa se encuentran en dos de los vértices ~~de~~ del triángulo equilátero de la figura, que posee 0'5 m de lado.



- a) Calcula el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo
 $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.



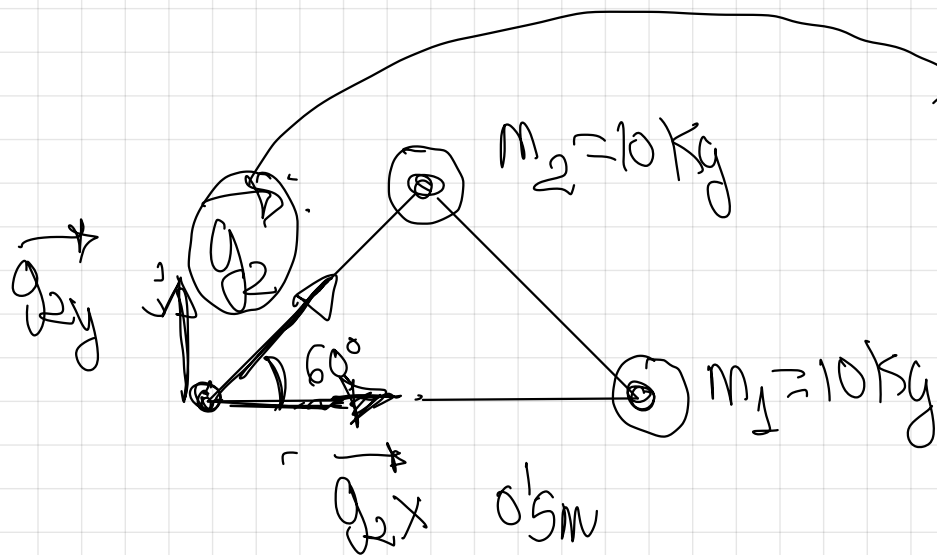
Principio de Superposición

$$\boxed{\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2}$$



$$|\vec{g}_1| = G \cdot \frac{m_1}{r_1^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{0.5^2} = 2.67 \cdot 10^{-9} \text{ N/s}^2$$

$$\vec{g}_1 = 2.67 \cdot 10^{-9} \text{ N/s}^2 \quad \left(\frac{\text{N}}{\text{s}^2} \right)$$

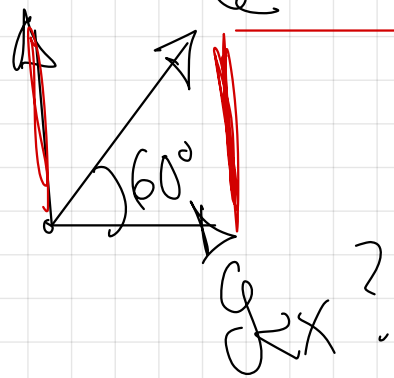


Primer calculo modulo.

$$g_2 = G \cdot \frac{m_2}{r^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{(0.5)^2}$$

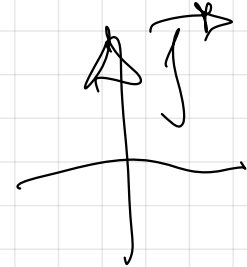
$$g_2 = 2.67 \cdot 10^{-9} \text{ N/s}^2$$

g_{2y} ?



$$g_2 = 2.67 \cdot 10^{-9} \text{ N/s}^2$$

$$\sin 60^\circ = \frac{g_{2y}}{g_2}$$



$$g_{2y} = g_2 \cdot \sin 60^\circ = 2.67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

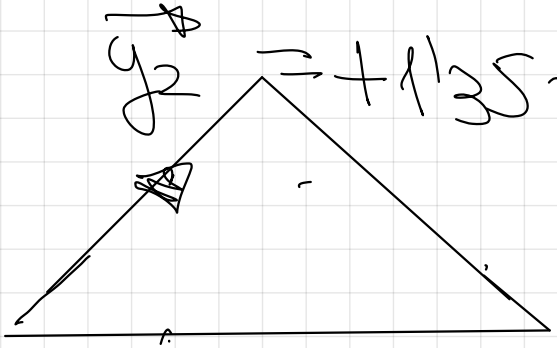
$$g_{2y} = 2.31 \cdot 10^{-9} \text{ N/s}^2$$

$$\vec{g}_{2y} = +2.31 \cdot 10^{-9} \hat{y} \left(\frac{\text{N}}{\text{s}^2} \right)$$

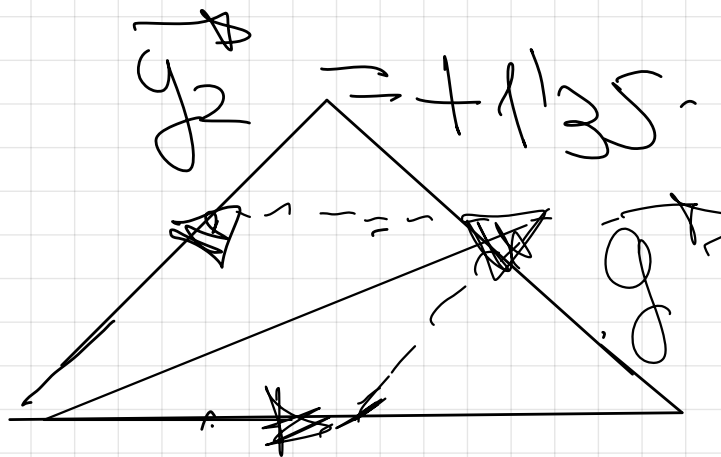
$$\cos 60^\circ = \frac{g_{2x}}{g_2}$$

$$g_{2x} = g_2 \cdot \cos 60^\circ = 2.67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{2}$$

$$g_{2x} = 1.35 \cdot 10^{-9} \text{ N/s}^2 \quad \left| \vec{g}_{2x} = +1.35 \cdot 10^{-9} \hat{x} \left(\frac{\text{N}}{\text{s}^2} \right) \right|$$



$$\vec{g}_2 = +1'35 \cdot 10^{-9} \vec{e} + 2'31 \cdot 10^{-9} \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$



$$\vec{g}_2 = +1'35 \cdot 10^{-9} \vec{e} + 2'31 \cdot 10^{-9} \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\vec{g}_1 = -2'67 \cdot 10^{-9} \vec{e} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Princípio da superposição -

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 2'67 \cdot 10^{-9} \vec{e} + 1'35 \cdot 10^{-9} \vec{e} + 2'31 \cdot 10^{-9} \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\vec{g} = 4'01 \cdot 10^{-9} \vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9} \vec{j} \text{ (M/s}^2\text{)}$$

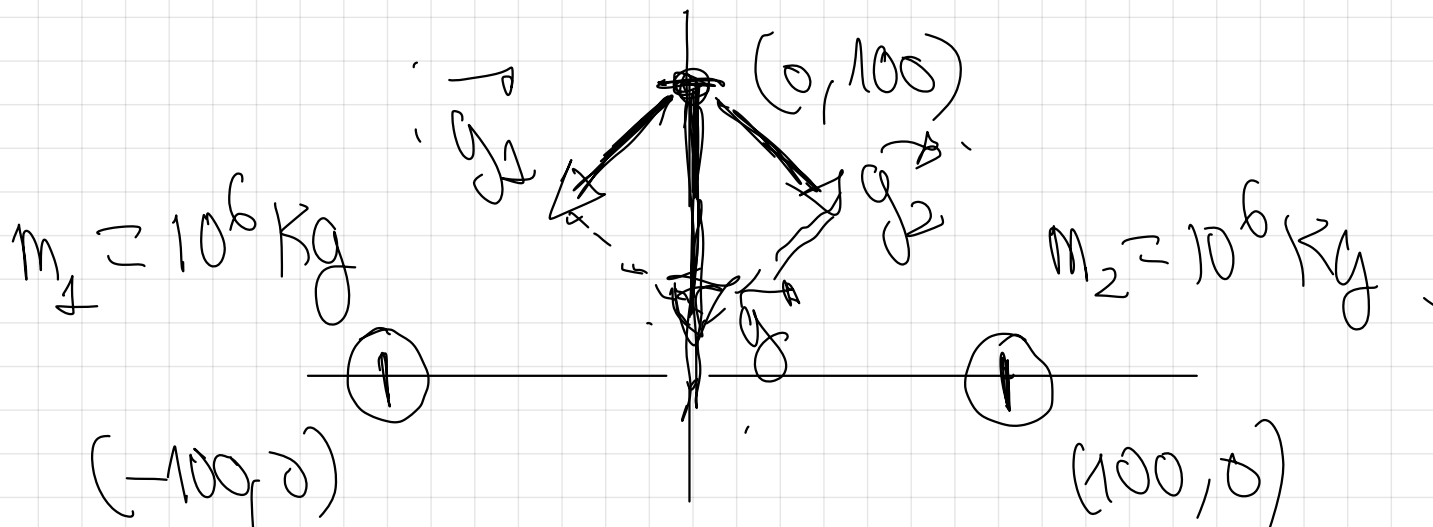
Para calcular el módulo de $\vec{g}$ y saber el valor del campo gravitatorio

$$|\vec{g}| = g = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(4'01 \cdot 10^{-9})^2 + (2'31 \cdot 10^{-9})^2} = 4'62 \cdot 10^{-9} \text{ M/s}^2$$

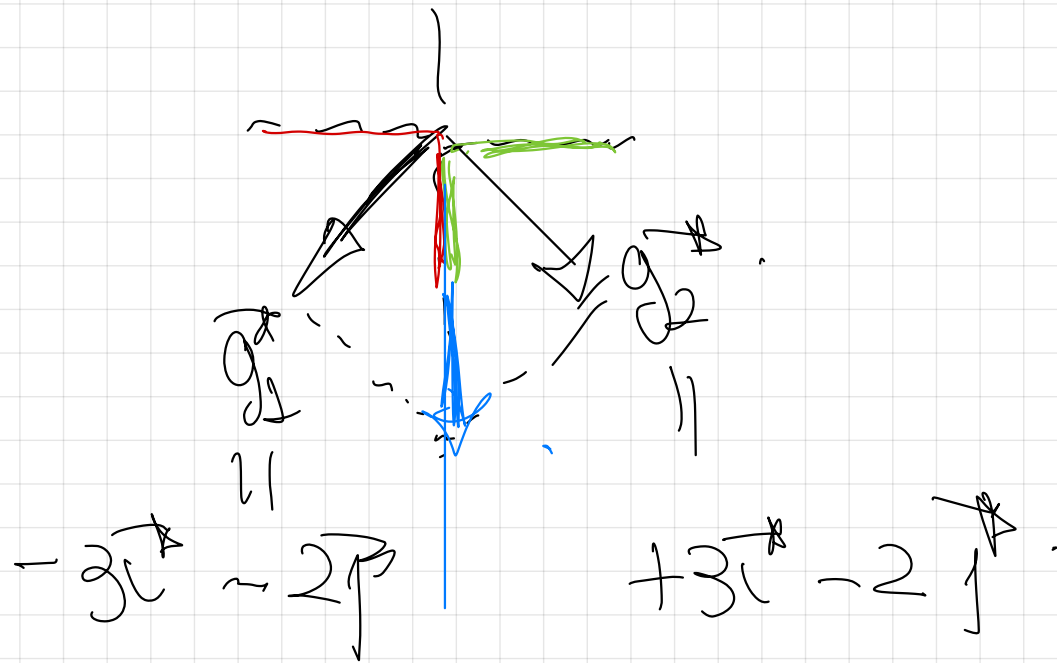
5) Dos masas puntuales de 10^6 kg cada una, se encuentran en los puntos $(-100, 0) \text{ m}$ y $(100, 0) \text{ m}$ respectivamente.

a) Calcula el campo gravitatorio ($\vec{g}$) en el punto $(0, 100) \text{ m}$ y su módulo

b) Si en el punto $(0, 100) \text{ m}$ situásemos una masa de 10 kg , hallar la fuerza (vector y módulo) que experimentaría dicha masa. $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.



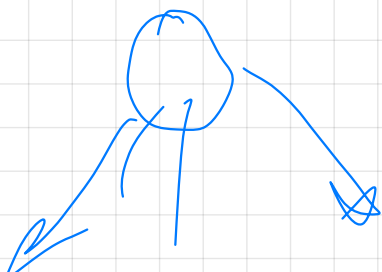
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

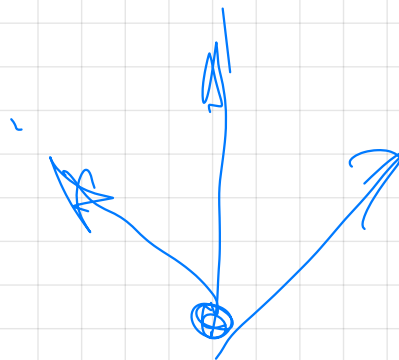


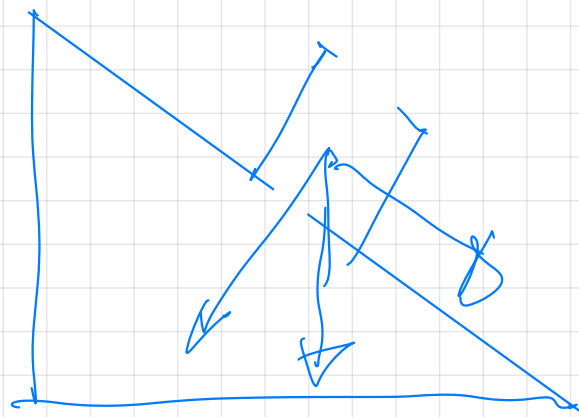
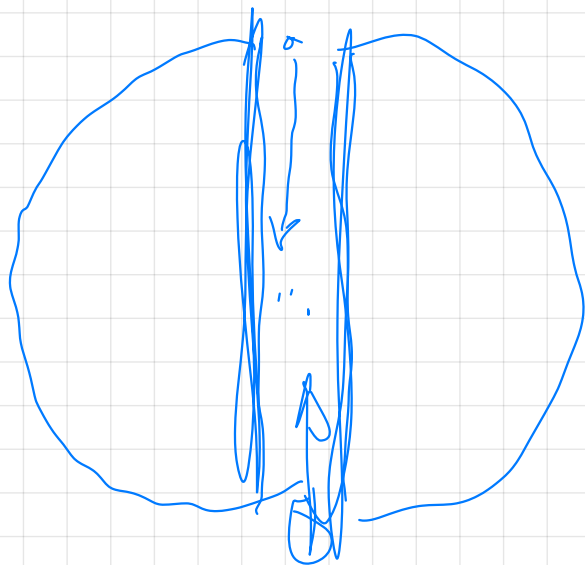
$= -3\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{i} - 2\hat{j}$

$g = -4\hat{j}$

$g = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $g = \sqrt{(-4)^2 + 0^2}$


$$|g^B| = \sqrt{16} = 4$$



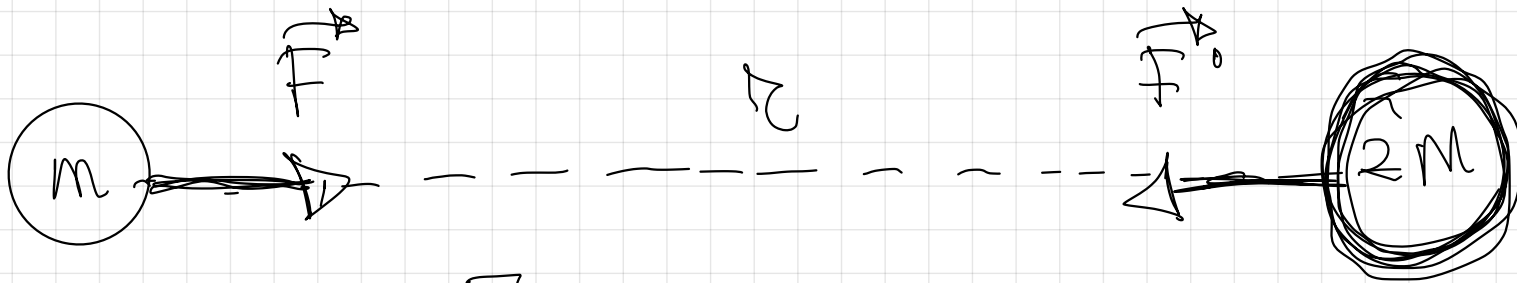


pag 33

Se ve después en Teoría.

- 55** (a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual)
b) Dos partículas de masas m y $2m$ están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas

b)



$$F = G \cdot \frac{m \cdot 2m}{r^2} = G \cdot \frac{2m^2}{r^2}$$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{2m^2}{r^2}}{m} = G \cdot \frac{2m}{r^2}$$

$$F = G \cdot \frac{2m \cdot m}{r^2} = G \cdot \frac{2m^2}{r^2}$$

$$g' = \frac{F}{2m} = \frac{G \cdot \frac{2m^2}{r^2}}{2m} = G \cdot \frac{m}{r^2}$$

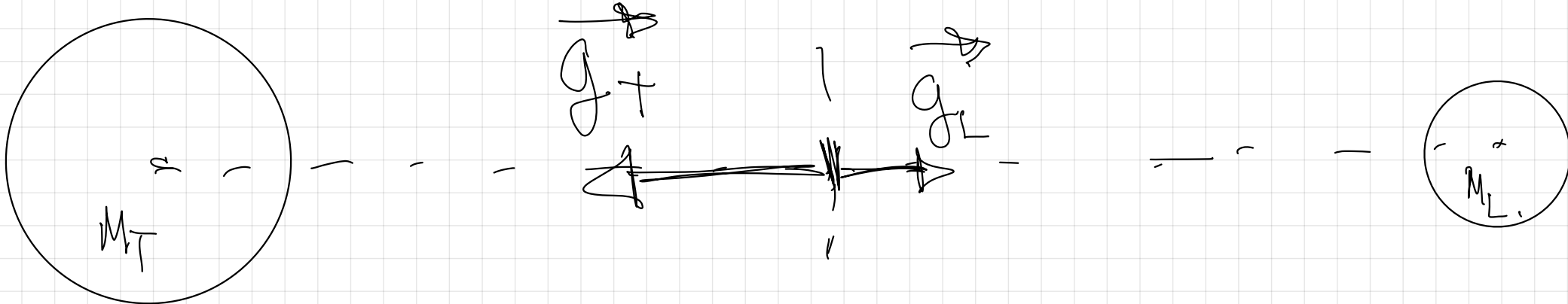
$$|\vec{F}| = |\vec{F}'|$$

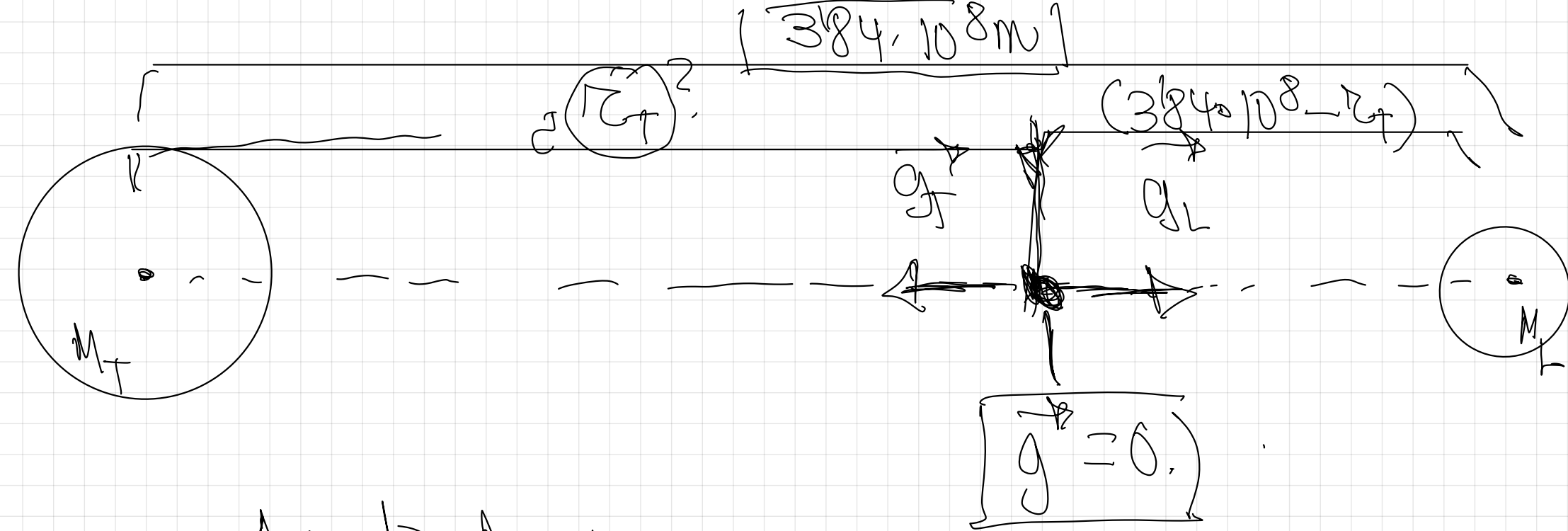
$$|\vec{g}| > |\vec{g}'|$$

$$g = G \frac{M}{r^2}$$

56. ¿A qué distancia del centro de la Tierra se compensaría el campo gravitatorio terrestre con el Lunar?

$M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$, $M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ Kg}$. Distancia Tierra-Luna (centro a centro) es de $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$





A partir de esa
condición calculo r_T .

$$|\vec{g}_T| = |\vec{g}_L|$$

Los vectores para cancelarse
tienen que tener el
mismo módulo, la misma
dirección, sentido contrario.

$$\cancel{G} \cdot \frac{M_T}{r_T^2} = \cancel{G} \cdot \frac{M_L}{(384 \cdot 10^8 - r_T)^2}$$

$$\sqrt{\frac{M_T}{r_T^2}} = \sqrt{\frac{M_L}{(384 \cdot 10^8 - r_T)^2}}$$

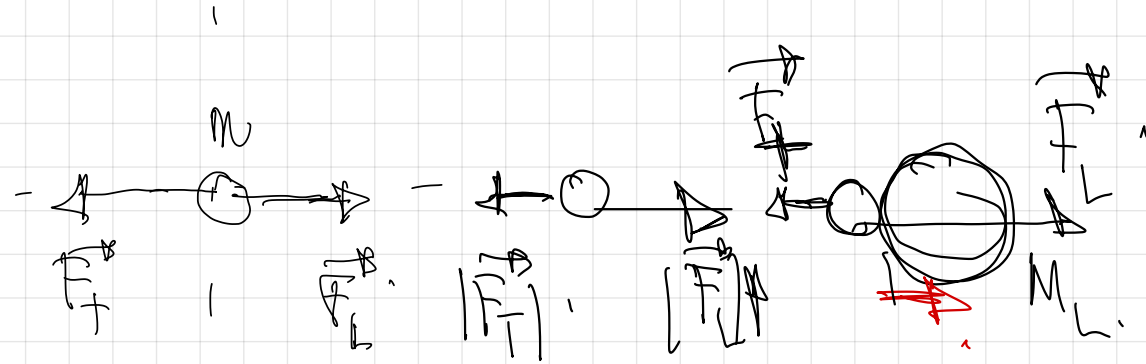
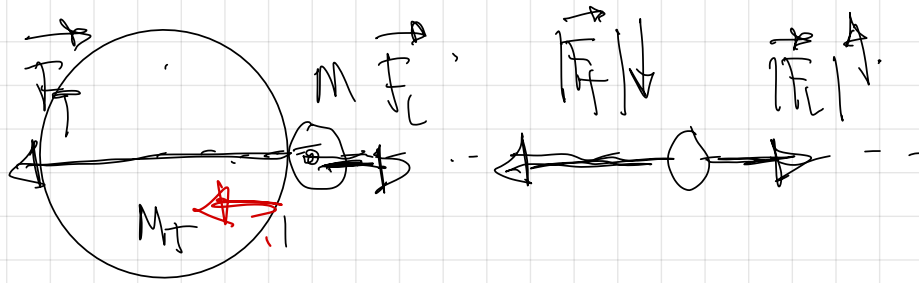
$$5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad \rightarrow \quad \frac{M_1}{R_T} = \frac{M_2}{(3.84 \cdot 10^8 - R_T)}$$

$$R_T = 3.46 \cdot 10^8 \text{ m}$$

23- Describir cualitativamente el cambio de peso que sufre una nave espacial de masa m en un viaje de la Tierra a la Luna. Suponer que la Tierra y la Luna se encuentran en reposo y que la nave se mueve según la dirección que une sus centros.

$$\downarrow F_T = G \cdot \frac{M_T m}{r^2}$$

$$F_L = 6 \cdot \frac{M_L \cdot n}{L}$$



$$|\vec{P}| = |\vec{F}_T| - |\vec{F}_L|$$

$$|\vec{P}| = 0$$

$$|\vec{P}| = |\vec{F}_L| - |\vec{F}_T|$$

PESO MÁXIMO.

PESO NULO.

El peso disminuye hasta hacerse cero.

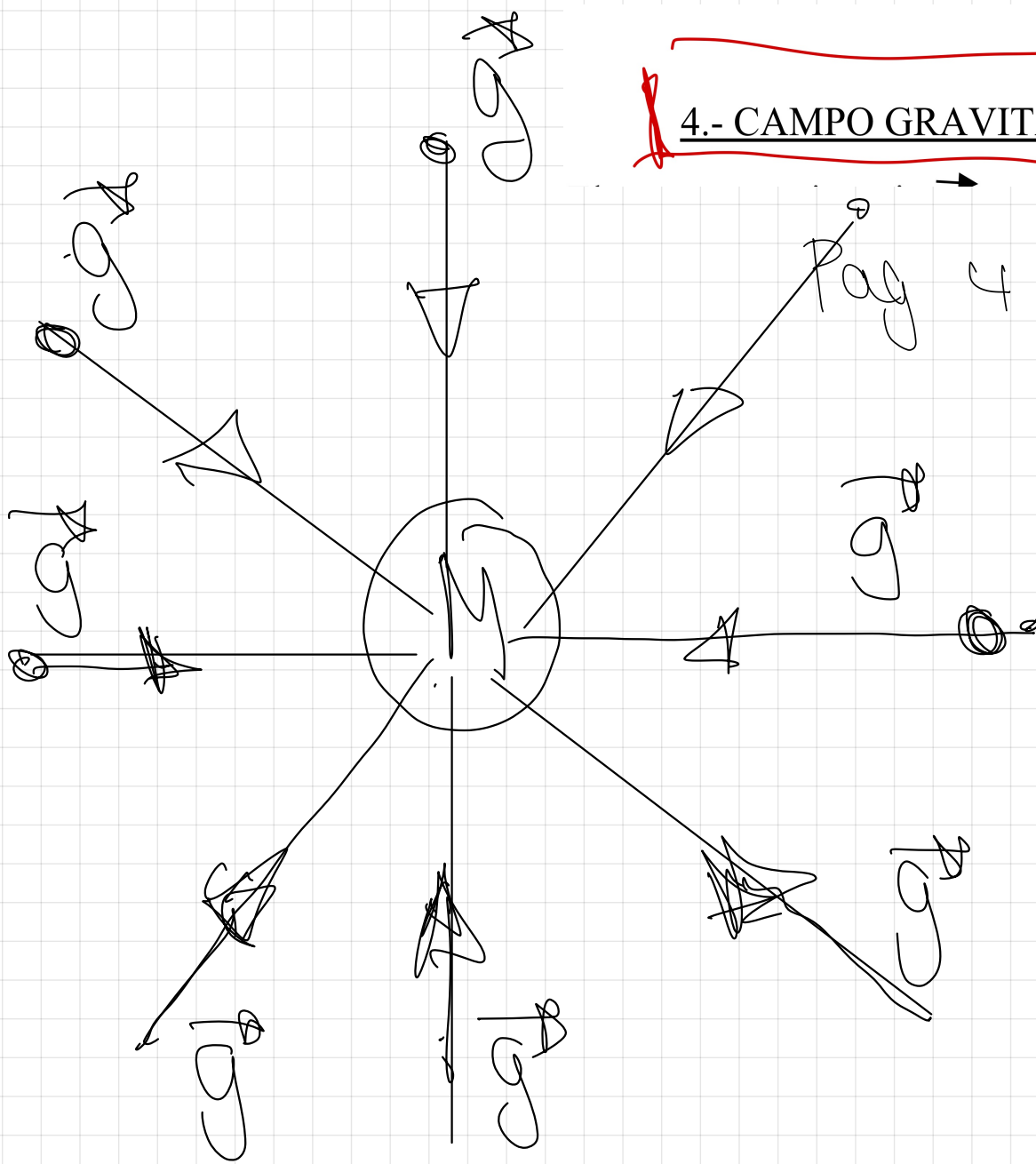
El peso vuelve a aumentar por ser

VER RESOLUCIÓN EN EL LIBRO

Concepto de líneas de campo

Las líneas de campo son las hipotéticas
trayectorias que seguiría una masa m
abandonada en reposo dentro de ese
campo gravitatorio.

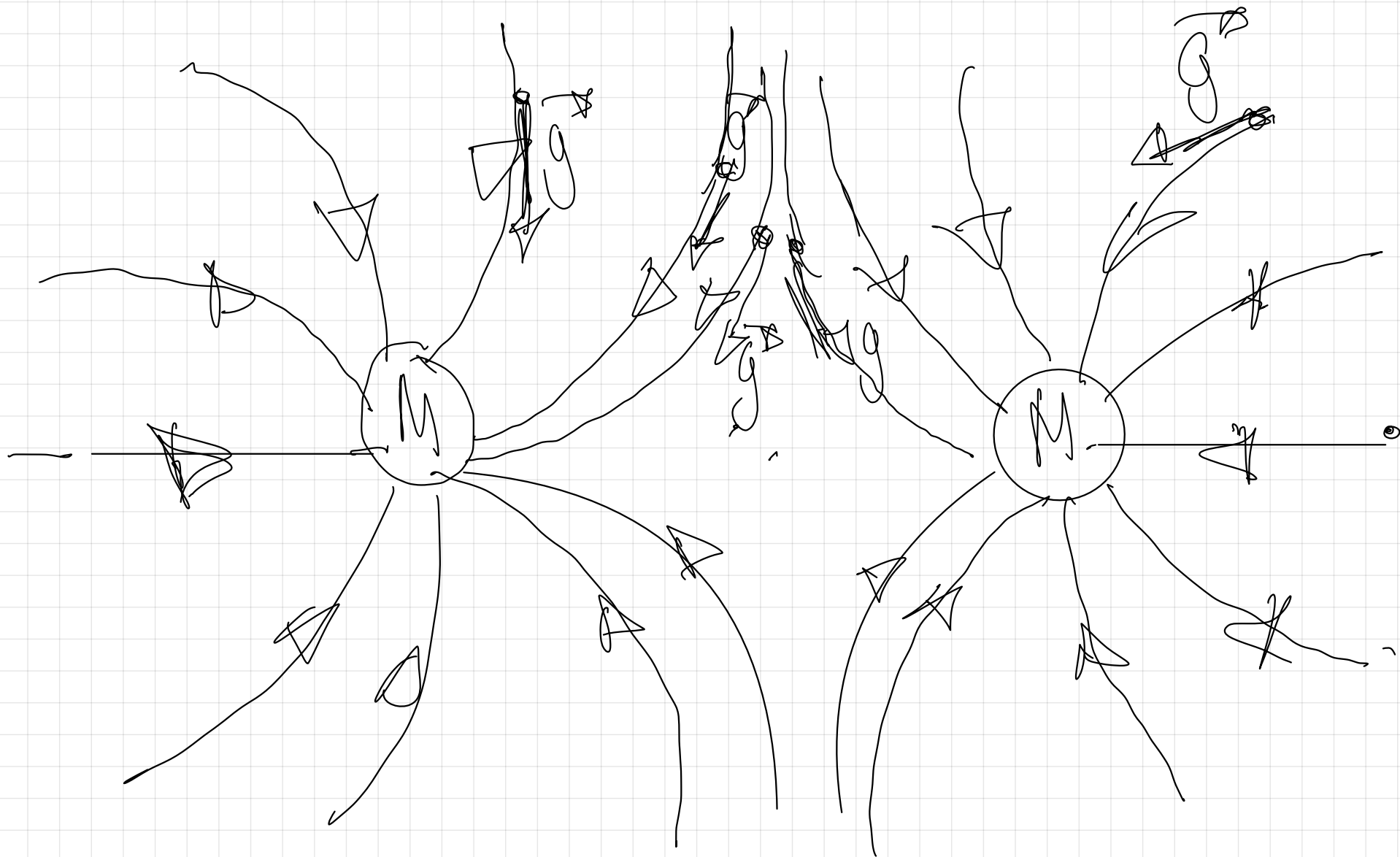
4.- CAMPO GRAVITATORIO CREADO POR UNA MASA PUNTUAL

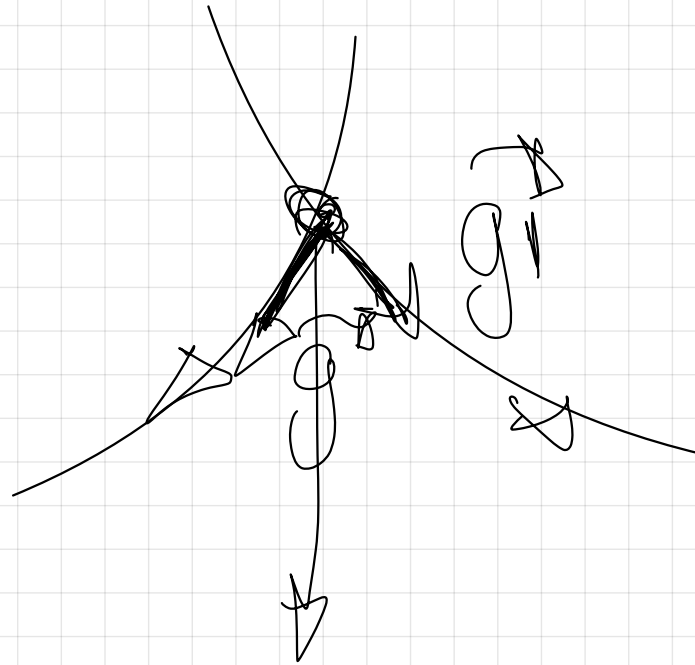


Pag 4 del libro.

Modelo $g = G \cdot \frac{M}{r^2}$
dirección →
tangente en cada
punto a las
líneas de campo

sentido →
atractivo hacia la masa
 M creadora del
campo.





Das Linien de Campo nunca
podem cortar.

Fusion Central.

