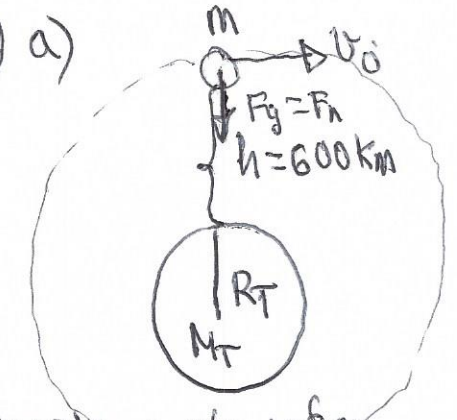
130 a)



$R_T=6400km=6'4\cdot10^6 m$
$h=600km=6\cdot10^5 m$
$M_T=6\cdot10^{24}kg$

El satélite describe un movimiento circular uniforme (MCU), ya que la fuerza gravitatoria cambia la dirección de la velocidad (no su módulo), de forma que es como si el satélite esté en perpetua caída pero con una trayectoria circular que nunca le haría impactar sobre la Tierra, en consecuencia

$v_0=\frac{2\pi r}{T}$, y sustituyendo dicha expresión en la condición de orbitación, calculamos el tiempo que tarda en dar una vuelta completa (periodo)

Para calcular el tiempo que tarda en dar una vuelta completa, utilizo la condición de orbitación, en la cual puedo expresar la Fuerza gravitatoria (ley de la gravitación universal) como una Fuerza normal (2ª ley de la dinámica de Newton), que será perpendicular a su velocidad orbital

CONDICIÓN DE ORBITACIÓN

$$F_g=F_n$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)^2}=m\cdot a_n \qquad \boxed{v_0=\frac{2\pi r}{T}}$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}}=\cancel{m}\cdot\frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)}=\left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

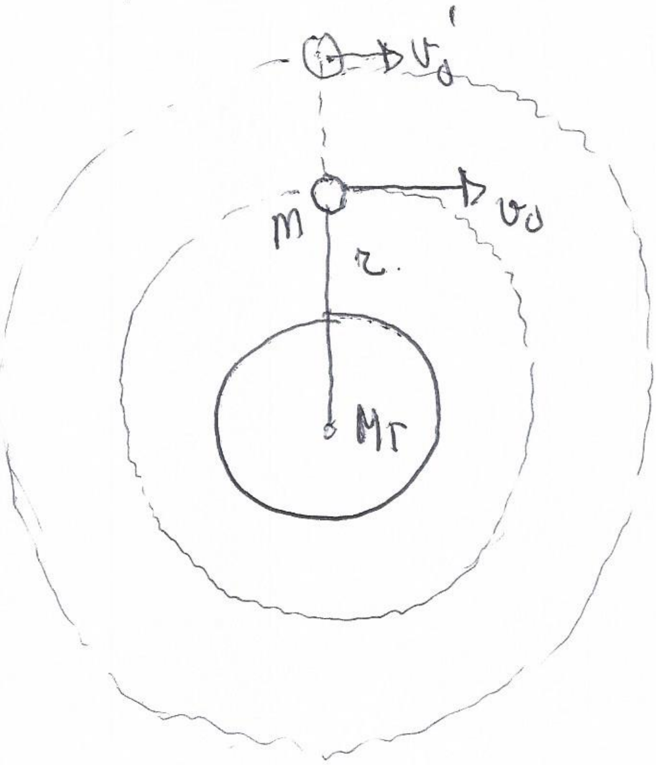
$$G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)}=\frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G\cdot M_T\cdot T^2=4\pi^2(R_T+h)^3$$

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2\cdot(R_T+h)^3}{G\cdot M_T}}$$

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2\cdot(6'4\cdot10^6+6\cdot10^5)^3}{6'67\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}}}=\boxed{5809'47s}$$

130 b)



$$F_g = F_n$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot m}{r^2} = m\cdot\frac{v_0^2}{r}$$

$$\downarrow v_0 = \sqrt{G\cdot\frac{M_T}{r\uparrow}}$$

Con una velocidad orbital menor, el satélite estaría más alejado de la Tierra, y en consecuencia:

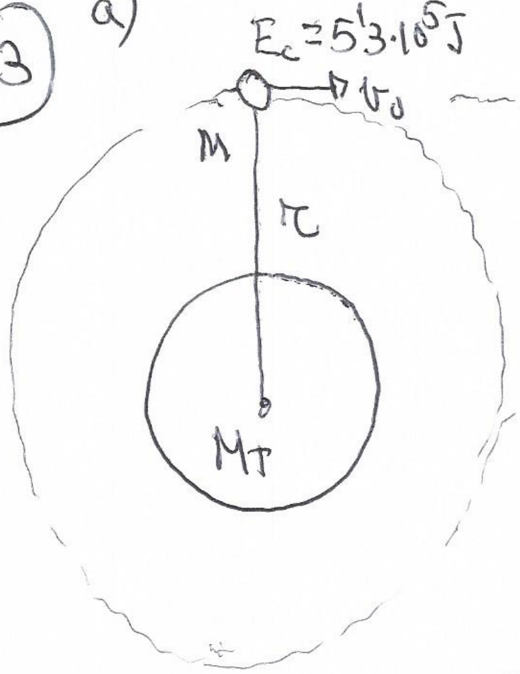
$\uparrow E_p = -G\,\frac{M\cdot m}{r\uparrow}$ $\Rightarrow$ La E_p del satélite aumentaría al ~~des~~ alejarse de la Tierra.

$\downarrow E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \downarrow$ $\Rightarrow$ La E_c del satélite disminuiría al disminuir su velocidad orbital.

$\uparrow E_M = -G\cdot\frac{M\cdot m}{2r\uparrow}$ $\Rightarrow$ Al describir una órbita de mayor altura su E_M orbital también aumentaría.

(La E_M orbital se mantiene cte dentro de una misma órbita, pero al cambiar de órbita a un radio mayor el aumento de E_p sería mayor que la disminución de E_c, condicionada por la velocidad orbital, aumentando E_M)

193 a)



Obtenemos una expresión del radio de la órbita en función de su energía cinética.

$$E_c = \frac{1}{2} M \cdot v_0^2$$

Condición de ~~de~~ órbitación

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} M \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}\right)^{\cancel{2}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} M \cdot G \cdot \frac{M_T}{r}$$

$$r = \frac{G \cdot M_T \cdot M}{2 E_c} = \frac{6'7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200}{2 \cdot 5'3 \cdot 10^9} = \boxed{7584905'66\ m}$$

$$\boxed{r \simeq 7'58 \cdot 10^6\ M.}$$

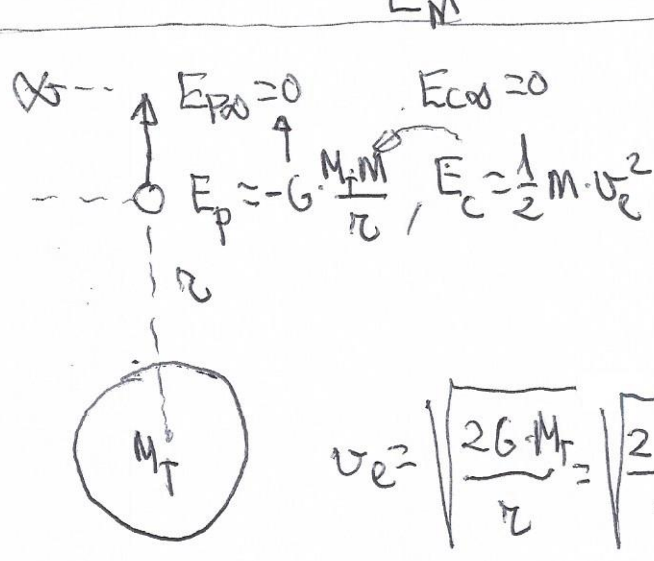
$$E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2r} = -6'7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 200}{2 \cdot 7'58 \cdot 10^6}$$

(deducir)

$$E_M = -5'3 \cdot 10^9\ J.$$

---

b)



$$E_p + E_c = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

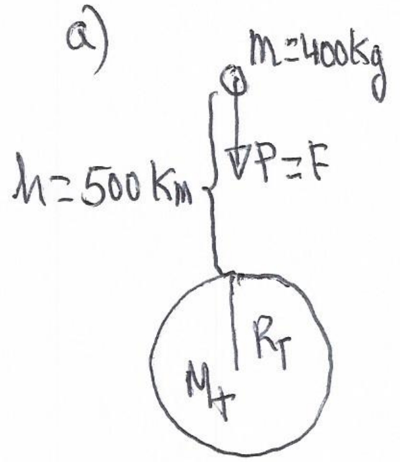
$$-G \frac{M_T M}{r} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} \cancel{M} v_e^2 = G \frac{M_T \cancel{M}}{r}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_T}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6'7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{7'58 \cdot 10^6}} = \boxed{10295'63\ M/s}$$

198

a)

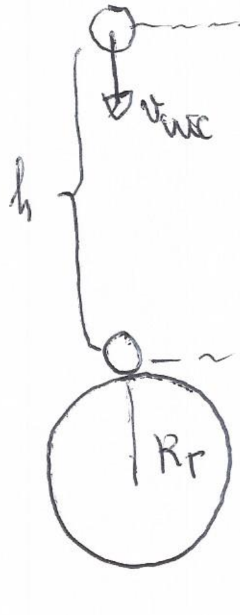


Ley de la Gravitación Universal

$$P = F_g = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)^2} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{6\cdot10^{24}\cdot400}{(6'37\cdot10^6+5\cdot10^5)^2}$$

$$P = 3389'83\,N.$$

b)



$$E_{p_h} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)},\quad E_{c_h} = \frac{1}{2}m\,v_{inic}^2$$

$$E_{p_T} = -G\,\frac{M_T\cdot m}{R_T},\quad E_{c_T} = \frac{1}{2}m\,v_T^2$$

Principio de conservación de la energía mecánica

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_T} + E_{c_T}.$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot \cancel{m}}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_{inic}^2 = -G\,\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{R_T} + \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_T^2$$

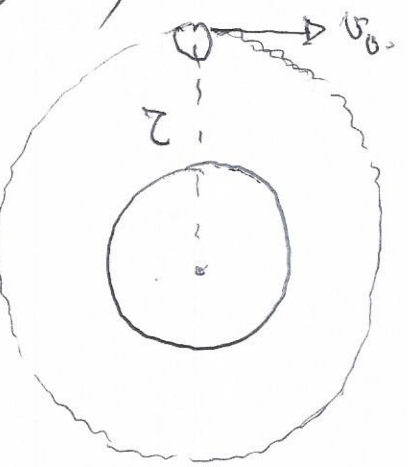
$$\frac{1}{2}v_T^2 = G\cdot\frac{M_T}{R_T} - G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}v_{inic}^2$$

$$v_T = \sqrt{2\cdot\left[G\cdot M_T\left(\frac{1}{R_T}-\frac{1}{(R_T+h)}\right)+\frac{1}{2}v_{inic}^2\right]}$$

$$v_T = \sqrt{2\cdot\left[6'67\cdot10^{-11}\cdot6\cdot10^{24}\left(\frac{1}{6'37\cdot10^6}-\frac{1}{(6'37\cdot10^6+5\cdot10^5)}\right)+\frac{1}{2}20^2\right]} = 3099'22\ m/s$$

232

a)



$$E_p = -G\,\frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$F_g = F_n$$

$$G\,\frac{M_T \cdot \cancel{M}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M}\cdot\frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{G\,\frac{M_T}{r}}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G\,\frac{M_T}{r}}\right)^2$$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r} \qquad E_p = -G\,\frac{M_T \cdot M}{r}}$$

Para relacionarlas

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{G}\,\frac{\cancel{M_T \cdot M}}{\cancel{r}}}{-\cancel{G}\,\frac{\cancel{M_T \cdot M}}{\cancel{r}}}$$

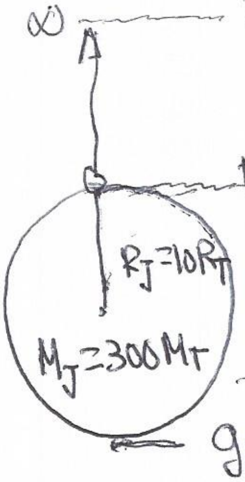
$$\boxed{E_c = -\frac{1}{2} E_p}$$

Esa relación se cumple cuando el satélite describe una órbita circular, y se suele expresar así

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} |E_p|}$$

siendo $|E_p|$ el valor absoluto de la E_p, ya que es negativa, siendo la E_c siempre positiva.

b)



$E_{p\infty} = 0$, $E_{c\infty} = 0$

$$E_{p_J} = -G \cdot \frac{M_J \cdot m}{R_J}, \quad E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2$$

$$E_{p_J} + E_{c_J} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

$$-G\,\frac{M_J \cdot M}{R_J} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{M} \cdot v_e^2 = G \cdot \frac{M_J \cdot \cancel{M}}{R_J}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2\,G\,M_J}{R_J}}$$

$$g_J = G\,\frac{M_J}{R_J^2} \Rightarrow G \cdot M_J = g_J \cdot R_J^2$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

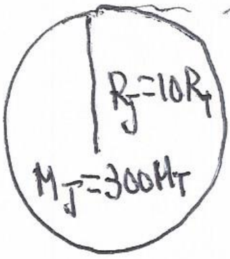
$$v_e = \sqrt{\frac{2\,g_J \cdot R_J^2}{R_J}} = \sqrt{2\,g_J \cdot R_J}$$

Continúa en la siguiente página.

232 b) (continuación)

$$v_e=\sqrt{2 g_J R_J}$$

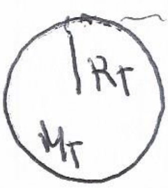
En el apartado anterior se obtuvo una expresión de la velocidad de escape desde superficie de Júpiter en función de la gravedad en Júpiter, la cual relacionamos con la gravedad en la superficie Terrestre, que es el dato que nos dan.



$$g_J=G\frac{M_J}{R_J^2}$$

$$g_J=G\cdot\frac{300M_T}{(10R_T)^2}$$

$$\boxed{g_J=3\cdot G\cdot\frac{M_T}{R_T^2} \qquad g_T=G\cdot\frac{M_T}{R_T^2}}$$



$$\frac{g_J}{g_T}=\frac{3\cancel{G}\cdot\frac{\cancel{M_T}}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G}\cdot\frac{\cancel{M_T}}{\cancel{R_T^2}}}$$

$$g_J=3g_T.$$

$$R_J=10R_T$$

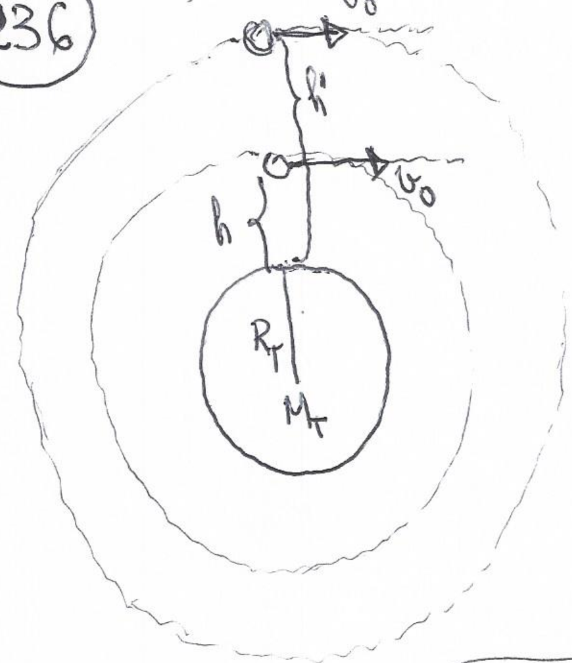
$$v_e=\sqrt{2\,g_J\,\boxed{R_J}}$$

$$v_e=\sqrt{2\cdot 3g_T\cdot 10R_T}$$

$$v_e=\sqrt{2\cdot 3\cdot 9'8\cdot 10\cdot 6'37\cdot 10^6}$$

$$v_e=61200'98\ m/s$$

236 a)



Al deducir la expresión de la velocidad orbital, según la condición de orbitación

$$F_g = F_n$$

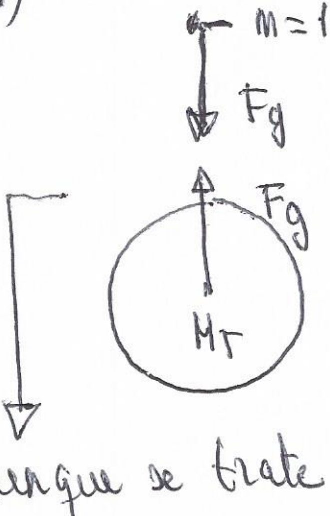
$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$\downarrow v_0 = \sqrt{G \frac{\cdot M_T}{(R_T+h\uparrow)}}$$ → Al orbitar a mayor altura, su velocidad orbital es menor.

La afirmación es $\boxed{\text{falsa}}$ ya que si $\downarrow E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \downarrow$, al disminuir la velocidad orbital, la E_c del satélite será menor $\left(\downarrow E_c = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{\cdot M_T}{(R_T+h)}}\right)^2 \uparrow\right)$

Su $\uparrow E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h\uparrow)}$ sí aumenta con la altura y su energía mecánica también. $\uparrow E_M = -G \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h\uparrow)}$

b)



$m = 150\,g \cdot \frac{1\,Kg}{1000\,g} = 0'15\,Kg$

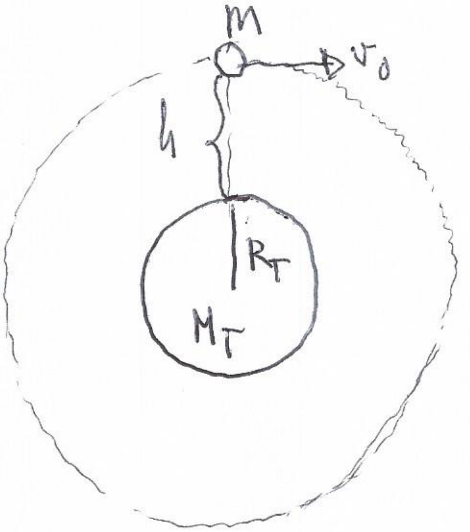
Según la ley de la Gravitación Universal ambos se atraen con la misma fuerza (existe una interacción)

$$F_g = G \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'97 \cdot 10^{24} \cdot 0'15}{(6'37 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^5)^2} = \boxed{1'13\,N}$$

Aunque se trate de la misma Fuerza, actúa sobre dos masas que son muy diferentes entre sí. En el caso del Tornillo, pasa sucesivamente por el mismo punto cumpliendo la condición de orbitación. Nos pide que calculemos su periodo.

236 b) (Continuación)

Condición de orbitación.



$$F_g = F_n$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\cdot\frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

MCU

$$\boxed{v_0=\frac{2\pi(R_T+h)}{T}}$$

$$G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$\boxed{h = 900\,km = 9\cdot 10^5\,m}$$

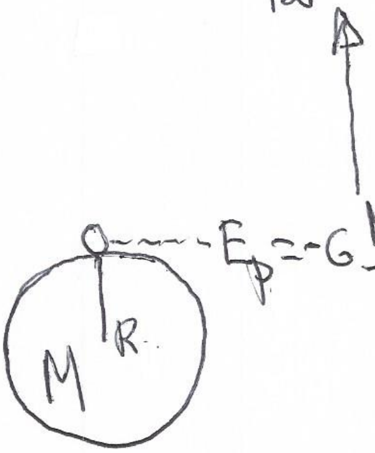
$$G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G\cdot M_T\cdot T^2 = 4\pi^2(R_T+h)^3$$

$$T=\sqrt{\frac{4\pi^2(R_T+h)^3}{G\cdot M_T}}=\sqrt{\frac{4\pi^2\cdot(6'37\cdot10^6+9\cdot10^5)^3}{6'67\cdot10^{-11}\cdot 5'97\cdot10^{24}}}=\boxed{6159'52\,s}$$

249

a) Velocidad de escape: velocidad mínima que hay que suministrar a un cuerpo para salir de la influencia del campo gravitatorio creado por otro cuerpo, es decir, para llegar al infinito, puesto que este es el punto en donde no encontraríamos atracción gravitatoria.



$E_{p\infty} = 0$, $E_{c\infty} = 0$

$E_p = -G\dfrac{M \cdot m}{R}$, $E_c = \dfrac{1}{2} m v_e^2$

Principio de conservación de la energía (si no hay rozamientos)

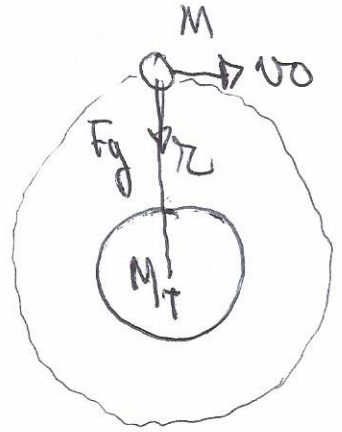
$$E_p + E_c = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M \cdot m}{R} + \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v_e^2 = G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{R}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}}$$

b) i)



$$F_g = F_n$$

$$G\frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$\boxed{r = \frac{G \cdot M_T}{v_0^2}}$$

$$r = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{(7'5 \cdot 10^3)^2}$$

$$\boxed{r = 7'07 \cdot 10^6\,m}$$

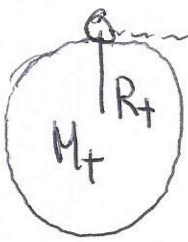
$$E_p = -G\frac{M_T \cdot m}{r} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{7'07 \cdot 10^6} = \boxed{-5'64 \cdot 10^9\,J}$$

$$E_m = -G\frac{M_T \cdot m}{2r} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{2 \cdot 7'07 \cdot 10^6} = \boxed{-2'82 \cdot 10^9\,J}$$

255 a)

$$v_e' = \frac{v_e}{2}$$

$$v_e' = \sqrt{\frac{2G M_T}{(R_T+h)}}$$



$$v_e = \sqrt{\frac{2G\cdot M_T}{R_T}}$$

Deducción de la velocidad de escape (ya vista en ejercicio 249)

$$v_e = \sqrt{2\frac{G\cdot M}{r}}$$

$$\frac{v_e/2}{v_e} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_T}{(R_T+h)}}}{\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}}$$

→ Nos piden despejarla.

$$\Downarrow$$

$$\frac{\cancel{v_e}}{2\cancel{v_e}} = \sqrt{\frac{\cancel{2G}\cdot \cancel{M_T}\cdot R_T}{\cancel{2G}\cdot\cancel{M_T}(R_T+h)}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{R_T}{(R_T+h)}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{R_T}{(R_T+h)}}\right)^{\cancel{2}}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{R_T}{(R_T+h)}$$

$$(R_T+h) = 4R_T$$

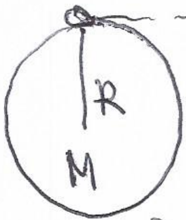
$$h = 4R_T - R_T$$

$$\boxed{h = 3R_T}$$

El satélite se encontrará a una altura sobre la superficie terrestre equivalente a tres radios terrestres (Es una cuestión, no se proporcionan datos numéricos)

255

b)



$g_0 = 5'2 \ m/s^2 \Rightarrow g_0 = G \cdot \dfrac{M}{R^2}$

$R = 2200 \ km \cdot \dfrac{10^3 \ m}{1 \ km} = 2'2 \cdot 10^6 \ m$

$M = \dfrac{g_0 \cdot R^2}{G} = \dfrac{5'2 \cdot (2'2 \cdot 10^6)^2}{6'67 \cdot 10^{-11}}$

$M = 3'77 \cdot 10^{23} \ kg$.

Deducción de la velocidad de escape (ya vista en el ejercicio 249).

$v_e = \sqrt{\dfrac{2 G \cdot M}{R}} = \sqrt{2 \cdot \dfrac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 3'77 \cdot 10^{23}}{2'2 \cdot 10^6}} = \boxed{4781'2 \ m/s}$

Aquí no es necesario porque sabemos la masa del planeta, pero hay que saber deducir la expresión $v_e = \sqrt{2 g_0 \cdot R}$.