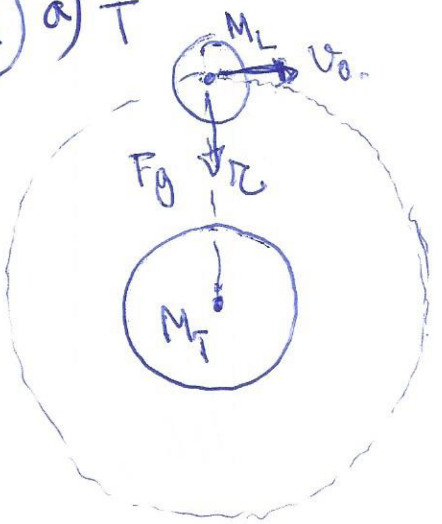
(171) a) T



CONDICIÓN DE ORBITACIÓN

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot a_n$$

$$G \frac{M_T \cdot \cancel{M_L}}{r^2} = \cancel{M_L} \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} M.C.U \\ v_0 = \frac{2\pi r}{T} \end{array}}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 \cdot r^3$$

Es conveniente explicar el procedimiento seguido (condición de orbitación), y hacer referencia al MCU de la

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_T}}$$

Si la masa de la Tierra se duplicase $\Rightarrow T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot 2M_T}}$

$$\boxed{T' = \frac{1}{\sqrt{2}} T}$$

sirve para obtener una relación (en caso de que nos la pidan)

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot 2M_T}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (3'84 \cdot 10^8)^3}{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{24}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2'23 \cdot 10^{27}}{8 \cdot 10^{14}}} = \sqrt{2'79 \cdot 10^{12}} = 1670329'31\ s \simeq 1'67 \cdot 10^6\ s$$

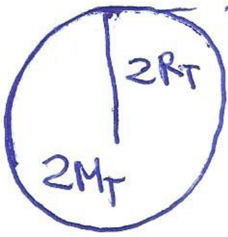
$$1'67 \cdot 10^6\ s \cdot \frac{1\ día}{24 \cdot 3600\ s} = 19'33\ días$$

El nuevo periodo disminuye con respecto al que tendría la Luna en sus condiciones normales.

$$T' = \frac{1}{\sqrt{2}} T \Rightarrow T = \sqrt{2}\, T' = \sqrt{2} \cdot 19'33\ días = 27'34\ días$$

(28 días)

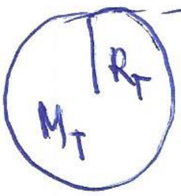
(171) b)



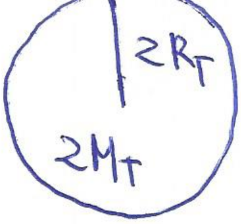
$$g = G \cdot \frac{2M_T}{(2R_T)^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{[2(6'37 \cdot 10^6)]^2}$$

$$= \frac{8 \cdot 10^{14}}{1'62 \cdot 10^{14}} = 4'88 \text{ m/s}^2$$

Comprobación (aparte del problema)



$$g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$



$$g' = G \cdot \frac{2M_T}{(2R_T)^2} \Rightarrow g' = G \frac{2M_T}{4R_T^2} \Rightarrow g' = G \cdot \frac{M_T}{2R_T^2}$$

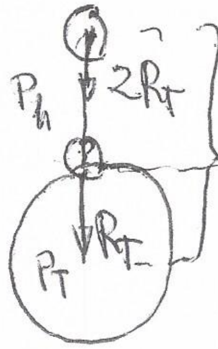
$$\frac{g'}{g} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T}}{2\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T}}{\cancel{R_T^2}}} \Rightarrow g' = \frac{1}{2} g$$

La nueva gravedad (4'88 m/s²) sería la mitad de la gravedad en la superficie terrestre (9'8 m/s²)

Ley de la gravitación Universal.

176

a)



$\boxed{r = 3R_T}$ $\Downarrow$ Distancia ctro-ctro.

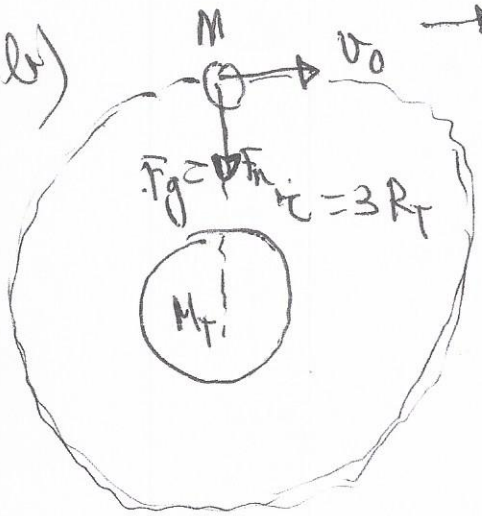
$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(3R_T)^2} = G\,\frac{M_T \cdot M}{9R_T^2}$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{M}}{9\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{M}}{\cancel{R_T^2}}}$$

El peso a esa altura es la novena parte del que tenemos en la superficie terrestre. $\boxed{P_h = \frac{1}{9} P_T}$

b)



$\longrightarrow$ CONDICIÓN. DE ORBITACIÓN.

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

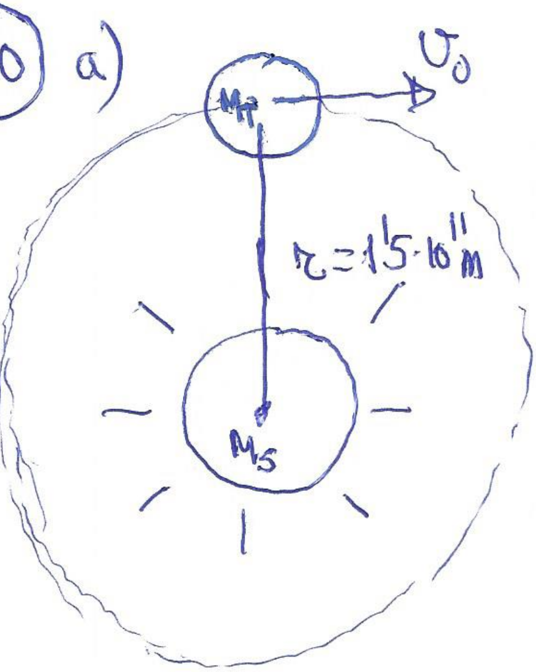
$$\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{3R_T}} = v_0$$

$$v_0 = \sqrt{G\frac{M_T}{3R_T}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{3 \cdot (6'4 \cdot 10^6)}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{14}}{1'92 \cdot 10^7}} = \boxed{4564'35\ \frac{m}{s}}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi(3R_T)}{v} = \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 6'4 \cdot 10^6}{4564'35} = 26416'98\,\cancel{s} \cdot \frac{1\,h}{3600\,\cancel{s}}$$

$T = 7'34\,h \neq 24\,h \Rightarrow$ NO ES GEOESTACIONARIO

180 a)



Si escribo la condición de orbitación:

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_S \cdot \cancel{M_T}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_S}{r}}$$

No puedo despejar la velocidad orbital de la Tierra ya que no dispongo de la masa del Sol.

Utilizo otra expresión de la velocidad orbital de la Tierra $\Rightarrow v_0 = \frac{2\pi r}{T}$.

Se toma $T_{TIERRA} = 1\,\cancel{año} \cdot \frac{365 \cdot 24 \cdot 3600\,s}{\cancel{año}} = 31536000\,s$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1'5 \cdot 10^{11}}{31536000} = \boxed{29870'62\ m/s}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_S}{r}} \Rightarrow v_0^2 = G \cdot \frac{M_S}{r} \Rightarrow M_S = \frac{v_0^2 \cdot r}{G}$$

$$M_S = \frac{v_0^2 \cdot r}{G} = \frac{(29870'62)^2 \cdot 1'5 \cdot 10^{11}}{6'67 \cdot 10^{-11}} = 2 \cdot 10^{30}\ Kg$$

(180) b)

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_s}{r}}$$ (deducida en a))

r → Si disminuye en un 20%, se nos queda en el 80% del inicial.

$$v_0' = \sqrt{G \cdot \frac{M_s}{\frac{80}{100} r}}$$

¡OJO! no es igual decir "disminuye en un 20%" que "disminuye hasta quedarse en un 20%".

$$\Downarrow$$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \frac{\sqrt{\cancel{G} \frac{\cancel{M_s}}{0'8 \cancel{r}}}}{\sqrt{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_s}}{\cancel{r}}}} \Rightarrow \frac{v_0'}{v_0} = \frac{1}{\sqrt{0'8}} \Rightarrow v_0' = \frac{v_0}{\sqrt{0'8}}$$

$$v_0' = \frac{v_0}{\sqrt{0'8}} = \frac{29870'62}{\sqrt{0'8}} = 33396'37 \text{ m/s}$$ ⇒ la v_0 aumentó.

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v_0}$$

$$T' = \frac{2\pi\, 0'8 r}{v_0'} = \frac{2\pi \cdot 0'8 \cdot 1'5 \cdot 10^{11}}{33396'37} =$$

$$= 22565326'71 \text{ s} \simeq \boxed{2'26 \cdot 10^7 \text{ s}}$$

Otra forma.

→ $F_g = F_n$

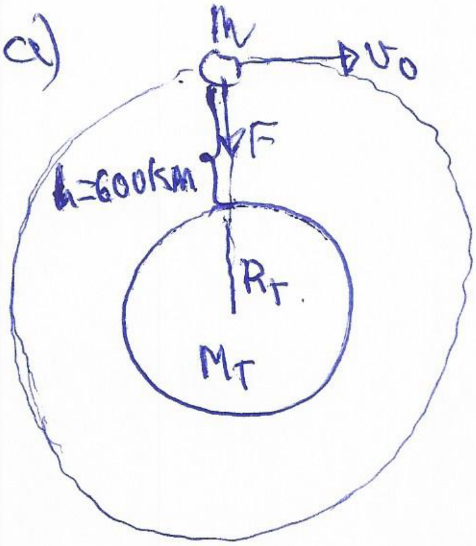
$$G \cdot \frac{M_s \cdot \cancel{M_T}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_s}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_s}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_s}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (0'8 \cdot 1'5 \cdot 10^{11})^3}{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}} = \boxed{2'26 \cdot 10^7 \text{ s}}$$

(183) a)



CONDICIÓN DE ORBITACIÓN

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)^2} = m \cdot a_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T+h)}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6'4 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5)}} = \boxed{7559'29\ m/s}$$

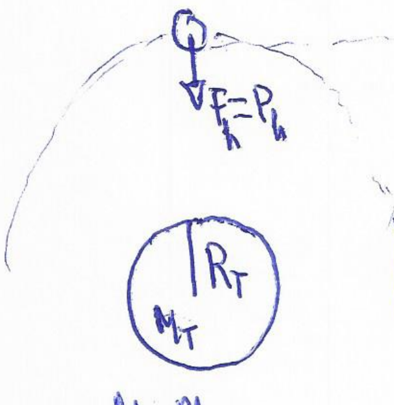
↓ Una vez que sabemos la velocidad orbital, es más fácil calcular el periodo así:

$$v_0 = \frac{2\pi(R_T+h)}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi(R_T+h)}{v_0} = \frac{2\pi(6'4 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5)}{7559'29} = 5815'36\,s$$

(Es un periodo corto, está a baja altura $5815'36\,\cancel{s} \cdot \frac{1\,h}{3600\,\cancel{s}} = 1'61\,h$)

Ley de la Gravitación Universal

$$P_h = G \frac{M_T \cdot M}{(R_T+h)^2} \qquad P_T = G \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$



$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T+h)^2}$$

$$P_h = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1'1 \cdot 10^4}{(6'4 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5)^2}$$

$$P_h = 89795'92\,N$$

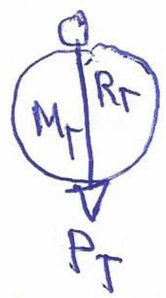
pesa menos

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{\cancel{G} \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{(R_T+h)^2}}{\cancel{G} \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{R_T^2}}$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \left(\frac{6'4 \cdot 10^6}{6'4 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5}\right)^2$$

$$\boxed{P_h = 0'83\,P_T}$$



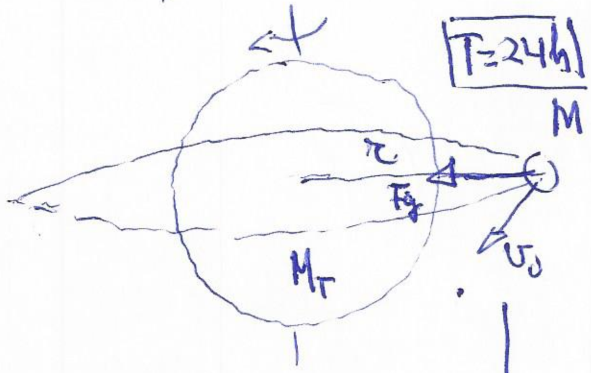
$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$P_T = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1'1 \cdot 10^4}{(6'4 \cdot 10^6)^2}$$

$$P_T = 107421'87\,N$$

194

a)



órbita geoestacionaria es aquella en la cual el satélite se mantiene en la misma vertical sobre la superficie terrestre, para ello la órbita ha de estar en un plano ecuatorial y el satélite tener el mismo periodo que el periodo de rotación de la Tierra sobre su eje (24 h)

$$F_g = F_c.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_o^2}{\cancel{r}} \qquad v_o = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T = 24\,\cancel{h} \cdot \frac{3600\,s}{1\,\cancel{h}}$$

$$T = 86400\,s$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (86400)^2}{4\pi^2}}$$

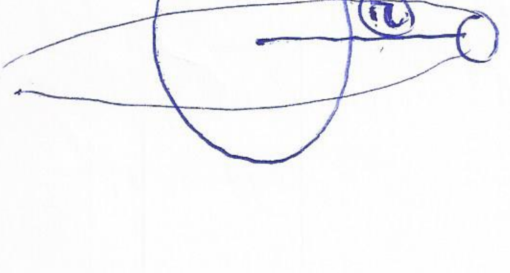
$$r = 42376805'87\,m$$

$$r = 4'24 \cdot 10^7\,m$$

b)

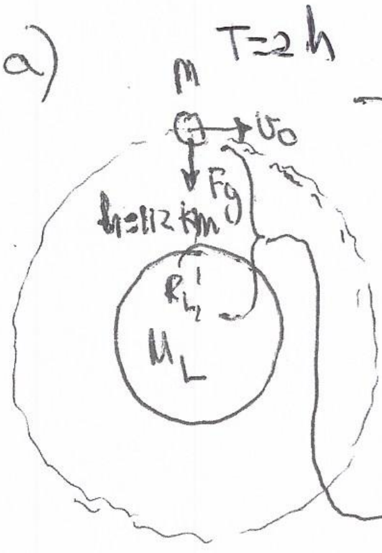
$$P = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = 6'7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 10^3}{(4'24 \cdot 10^7)^2} = 223'33\,N$$

radio de la órbita = distancia centro-centro



2.11

a)



Si el astronauta orbitara, se cumple que

$$F_g = F_n.$$

$$G\cdot\frac{M_L\cdot \cancel{m}}{(R_L+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{(R_L+h)}}$$

distancia centro-centro = radio de giro.

Si nos dan que T=2h, lo escribimos en función de los datos conocidos.

$$v=\frac{s}{t}=\frac{2\pi r}{T}$$

¿?

$$G\cdot\frac{M_L}{(R_L+h)} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$T = 2\cancel{h}\cdot\frac{3600\,s}{1\,\cancel{h}} = 7200\,s.$$

$$G\cdot\frac{M_L}{(R_L+h)} = \frac{4\pi^2\cdot(R_L+h)^2}{T^2}$$

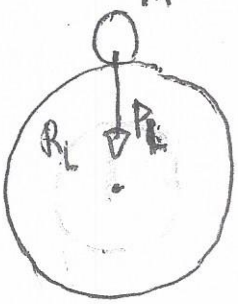
$$G\cdot M_L\cdot T^2 = 4\pi^2(R_L+h)^3$$

$$M_L = \frac{4\pi^2(R_L+h)^3}{G\,T^2} = \frac{4\pi^2\cdot(1740\cdot10^3+112\cdot10^3)^3}{6'67\cdot10^{-11}\cdot(2\cdot3600)^2} = \boxed{7'225\cdot10^{22}\,kg}$$

(211)

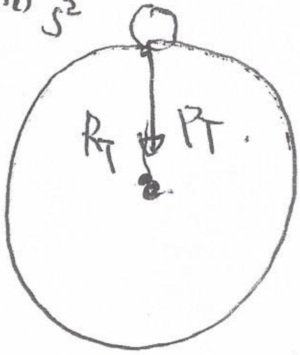
b)

$m = 91\,Kg$



$g_L = G \frac{M_L}{R_L^2}$

$g_T = 9'8 \frac{m}{s^2}$ $m = 91\,Kg$.



$$P_L = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L^2} \quad \text{o bien} \quad P_L = m \cdot g_L$$

$$P_L = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7'225 \cdot 10^{22} \cdot 91}{(1740 \cdot 10^3)^2}$$

$$\boxed{P_L = 144'98\,N}$$

$$P_T = m\, g_T$$

nos la da

$$P_T = 91 \cdot 9'8$$

$$\boxed{P_T = 891'8\,N}$$