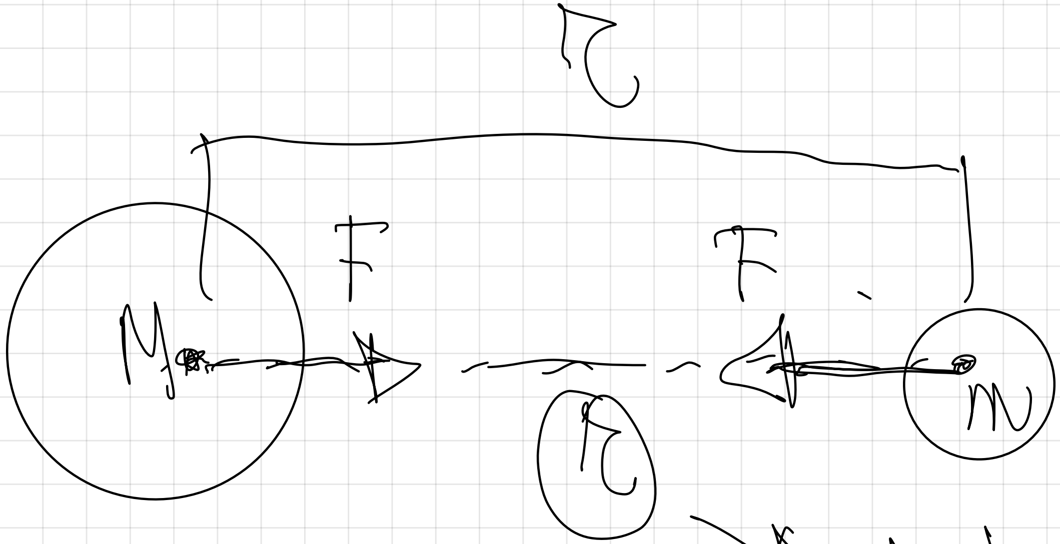
TEMA 1

CAMPO GRAVITATORIO

Ley de la gravitación universal.



distancia centro-centro.

$$\boxed{F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

$F \Rightarrow N$ en S.I.

M y $m \Rightarrow kg$ en S.I

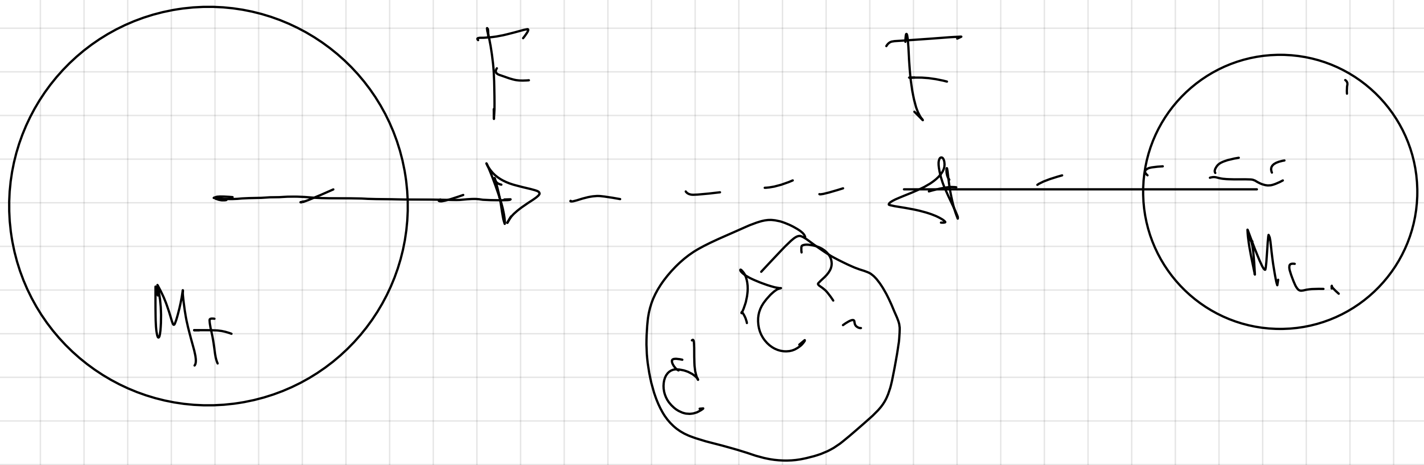
$r \Rightarrow m$ en S.I

$$\boxed{F = \boxed{G} \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}; \qquad \boxed{G} = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m}$$

$$\boxed{G = 6'67 \cdot 10^{-11} \ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$$

1.- La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa de la Luna es de $7{,}2 \cdot 10^{22}$ Kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es de $1{,}9 \cdot 10^{20}$ N, ¿Cuál será la distancia entre sus centros? .$G= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



Ley de la gravitación universal.

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2}$$

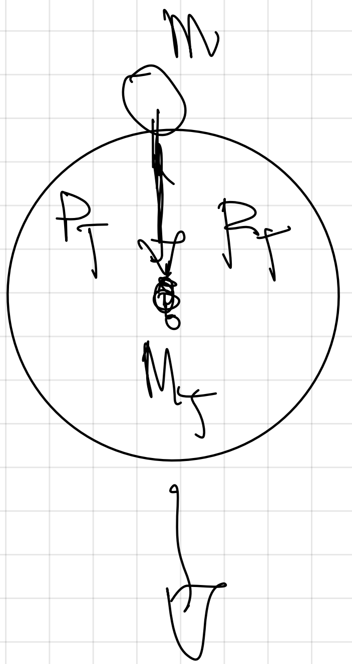
$$F \cdot r^2 = G \cdot M_T \cdot M_L$$

$$r = \sqrt{\frac{\boxed{G} \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 7'2 \cdot 10^{22}}{1'9 \cdot 10^{20}}}$$

$$r = 3'9 \cdot 10^8 \, m$$

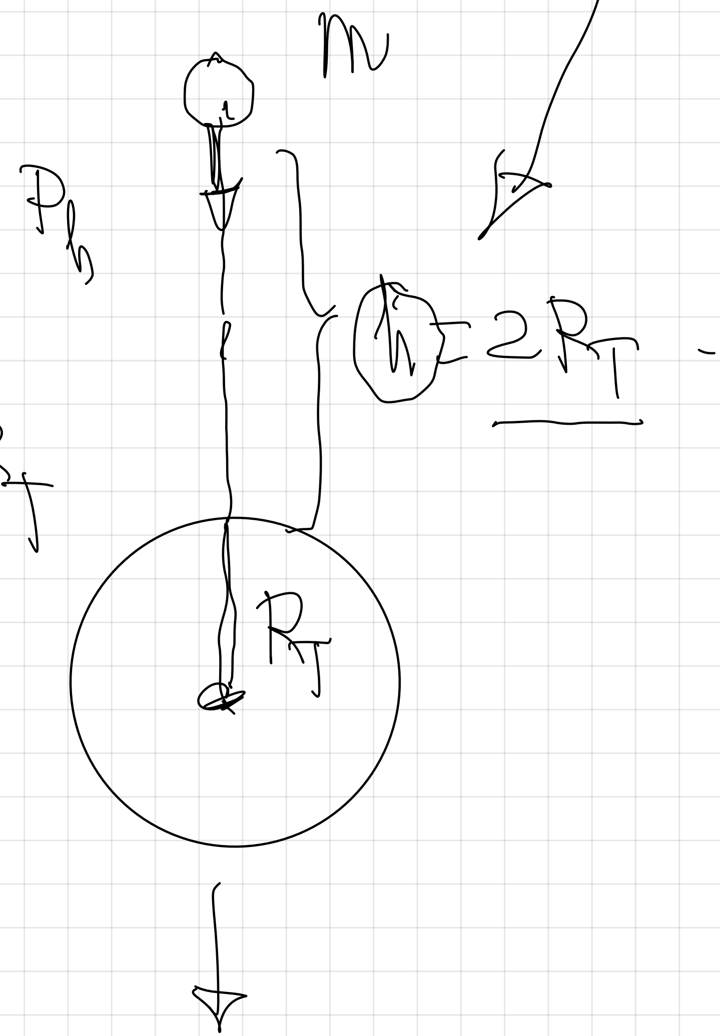
2.- ¿A cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se eleva desde el nivel del mar a una altura igual al doble del radio terrestre?

1º Dibujo de la situación



$r = R_T + 2R_T$

$r = 3R_T$



$$\boxed{P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(3R_T)^2}$$

$$\boxed{P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9R_T^2}}$$

Relaciono ambas expresiones dividiéndolas.

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{9 \cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}} \quad \boxed{\frac{P_h}{P_T} = \frac{1}{9}}$$

$$\boxed{P_h = \frac{1}{9} P_T}$$

El peso a esa altura será la novena parte que en la superficie terrestre.

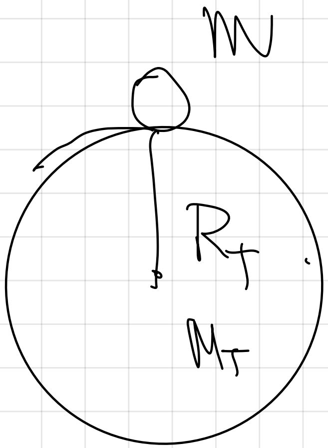
$$\frac{P_T}{P_h} = \frac{\dfrac{\cancel{G} \cdot \cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}}{\dfrac{\cancel{G} \cdot \cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{9 \cancel{R_T^2}}} ; \qquad \frac{P_T}{P_h} = \frac{1}{1/9}$$

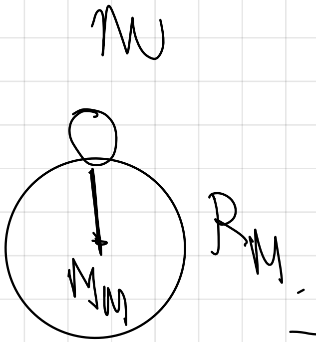
$$\frac{P_T}{P_h} = 9$$

El peso en la Tierra es 9 veces superior que en esa altura.

$$\boxed{P_T = 9 P_h}$$

4.- El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 Km, mientras que el de Marte viene a ser de unos 3440 Km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿Cuál sería su peso en Marte?. Dato: Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.





¿?

$$\boxed{M_M = 0'11\, M_T}$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_M = G \cdot \frac{0'11\, M_T \cdot m}{R_M^2}$$

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \dfrac{0'11\, \cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{R_M^2}}{\cancel{G} \cdot \dfrac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{R_T^2}}$$

$$\frac{P_M}{P_T} = 0'11 \cdot \frac{\dfrac{1}{R_M^2}}{\dfrac{1}{R_T^2}}$$

$$\frac{1}{R_M^2} \times \frac{1}{R_T^2}$$

$$\boxed{\frac{P_M}{P_T} = 0'11 \cdot \frac{R_T^2}{R_M^2}}$$

$$\frac{R_T^2}{R_M^2}$$

$$P_M = 0'11 \cdot \frac{R_T^2}{R_M^2} \cdot P_T$$

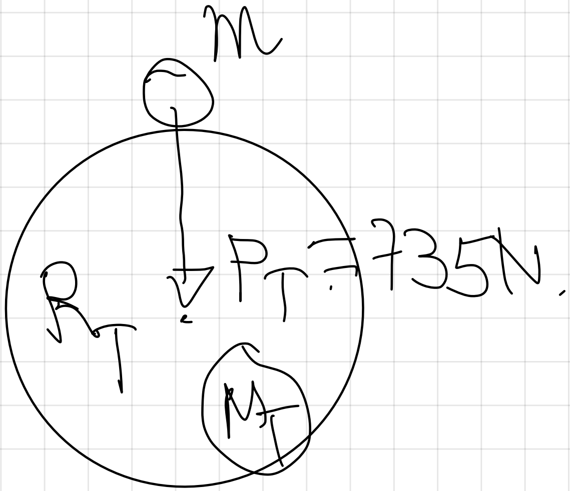
$$P_M = 0'11 \cdot \frac{(6'37 \cdot 10^6\, m)^2}{(3'44 \cdot 10^6\, m)^2} \cdot 200\,N.$$

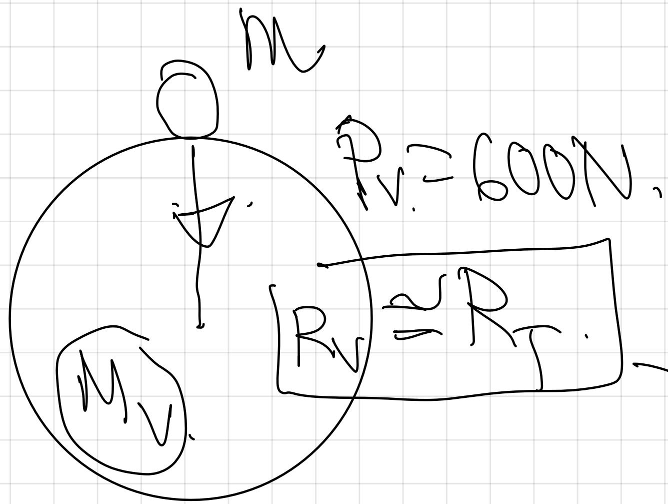
$$P_M = 75'43\,N.$$

5.- Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 735 N, aterriza en el planeta Venus y al medir su peso observa que éste es de 600 N. Teniendo en cuenta que el diámetro de Venus es el mismo que el de la Tierra:

a) Halla la relación que existe entre las masas de la Tierra y Venus

b) Calcula la masa de Venus, sabiendo que la masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg





$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_V = G \cdot \frac{M_V \cdot m}{R_T^2}$$

$$\frac{P_T}{P_V} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{M_V \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}} \Rightarrow \frac{P_T}{P_V} = \frac{M_T}{M_V}$$

$$\frac{M_T}{M_V} = \frac{P_T}{P_V} \Rightarrow \frac{M_T}{M_V} = \frac{735\cancel{N}}{600\cancel{N}}$$

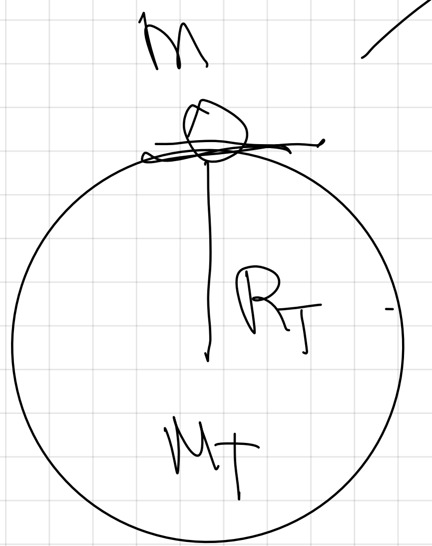
$$\boxed{M_T = 1'225\ M_V}$$

$$1 = 1'225 \frac{M_V}{M_T}$$

$$\frac{1}{1'225} = \frac{M_V}{M_T}.$$

$$\boxed{M_V = 0'82\, M_T}$$

pag 2.



$$\vec{F}_T$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

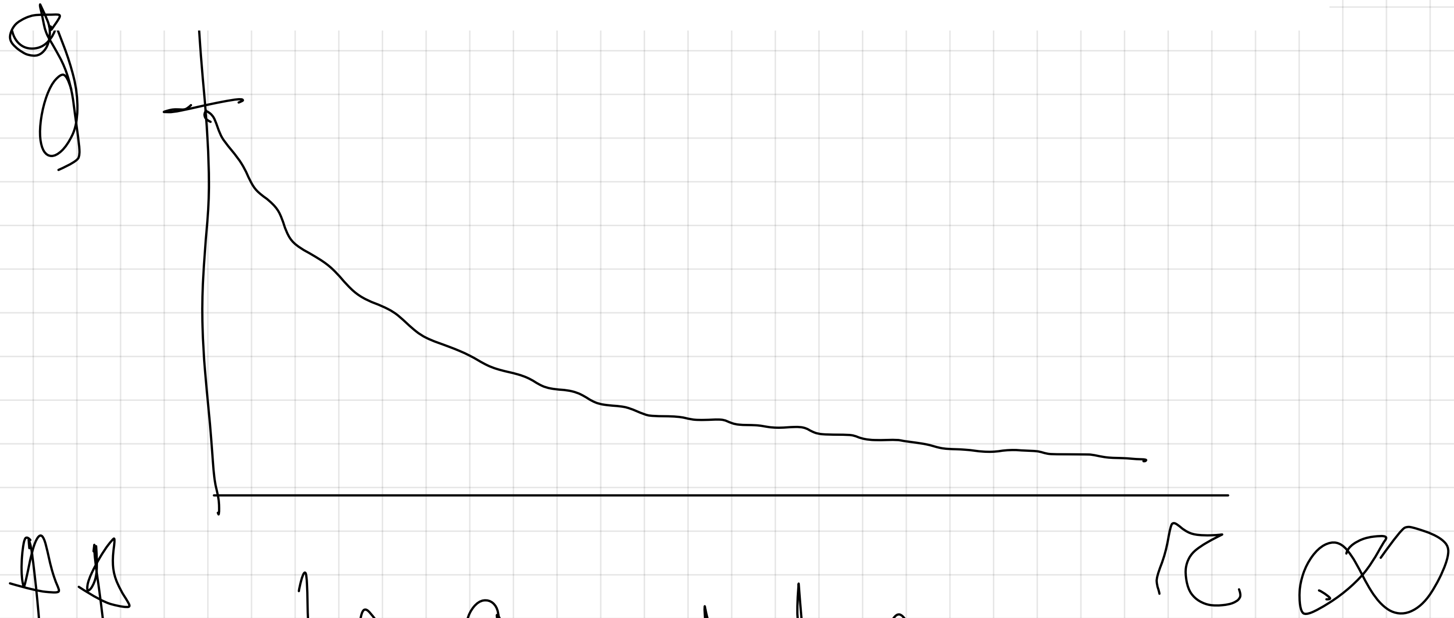
$$P_T = m \cdot \boxed{g_T}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6'4 \cdot 10^6)^2}$$

$$\boxed{g_T = 9'8\ m/s^2}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T} = 9'8\ m/s^2$$

3.- Frecuentemente se habla de que los astronautas en el espacio experimentan ausencia de gravedad. ¿Es correcta esta expresión?. Razónese.

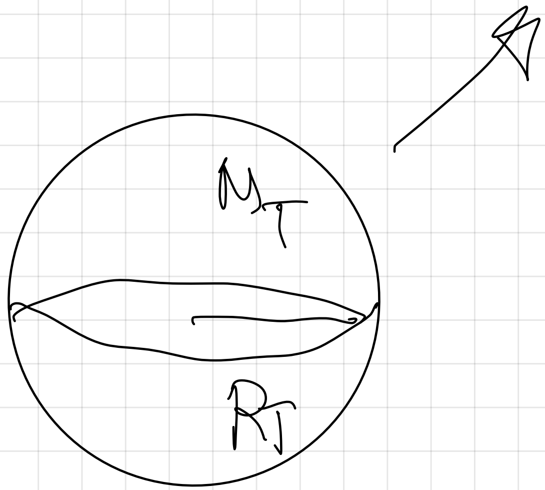


$$\downarrow\downarrow g = G \cdot \frac{M}{r^2} \uparrow\uparrow$$

La gravedad es menor

y solo podría ser /

nube en el ∞.



ESFERA.

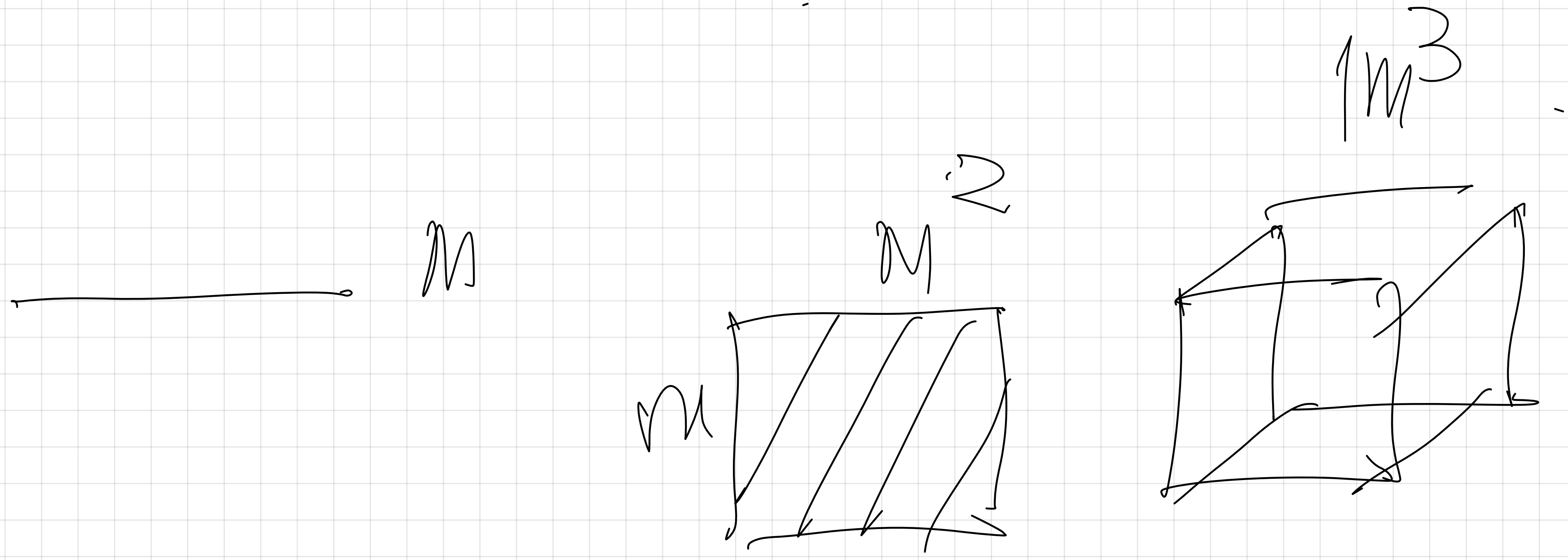
$$\rho = \frac{M}{V}.$$

d

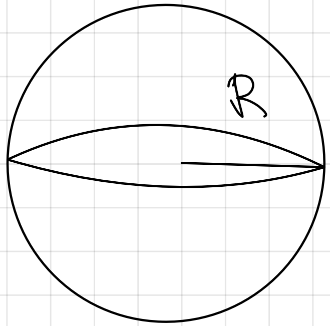
$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R_T^3$$

$$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

$$\rho_T = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{kg}{m^3}$$

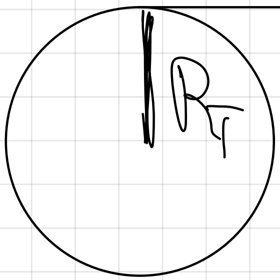


6.- Calcular la densidad media de la Tierra a partir de los siguientes datos: $g = 9{,}8\ m/s^2$, $R_T = 6370$ Km, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



$$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{\frac{g_T \cdot R_T^2}{G}}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

La M_T la escribimos en función de los datos conocidos



$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow M_T = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G}$$

$$R_T = 6370\ Km = 6'37 \cdot 10^6\ m$$

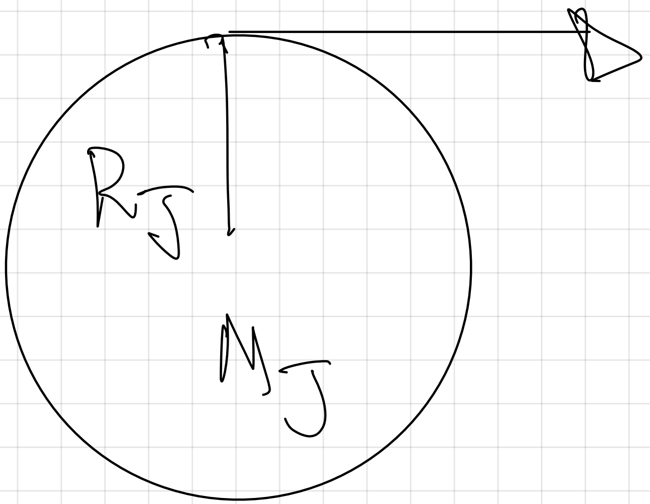
$$\rho_T = \frac{g_T}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T} = \frac{9'8\, m/s^2}{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 6'37 \cdot 10^6}$$

$$\boxed{\rho_T = 5'5 \cdot 10^3 \frac{Kg}{m^3}}$$

7.- Júpiter tiene una densidad media de $\rho = 1,34 \cdot 10^3$ Kg/m^3 y un radio medio R= $0,718 \cdot 10^5$ Km. Sabiendo que G= $6,67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m$^2 \cdot$ Kg^{-2}.

a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter?

b) ¿Pesará un cuerpo lo mismo en Júpiter que en la Tierra?. Razónese



$$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2}$$

En función de los datos conocidos,

$$\rho_J = \frac{M_J}{V_J} \Rightarrow \rho_J = \frac{M_J}{\frac{4}{3}\pi R_J^3}$$

$$M_J = \rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi R_J^3$$

$$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = G \cdot \frac{\rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R_J^3}{R_J^2}$$

$$g_J = G \cdot \rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R_J \qquad R_J = 0'718 \cdot 10^8 \, m$$

$$g_J = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 1'34 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \left(0'718 \cdot 10^8\right)$$

$$\left. g_J = 26'88 \ m/s^2 \right]$$

b) No, ya que en la Tierra la gravedad es menor.

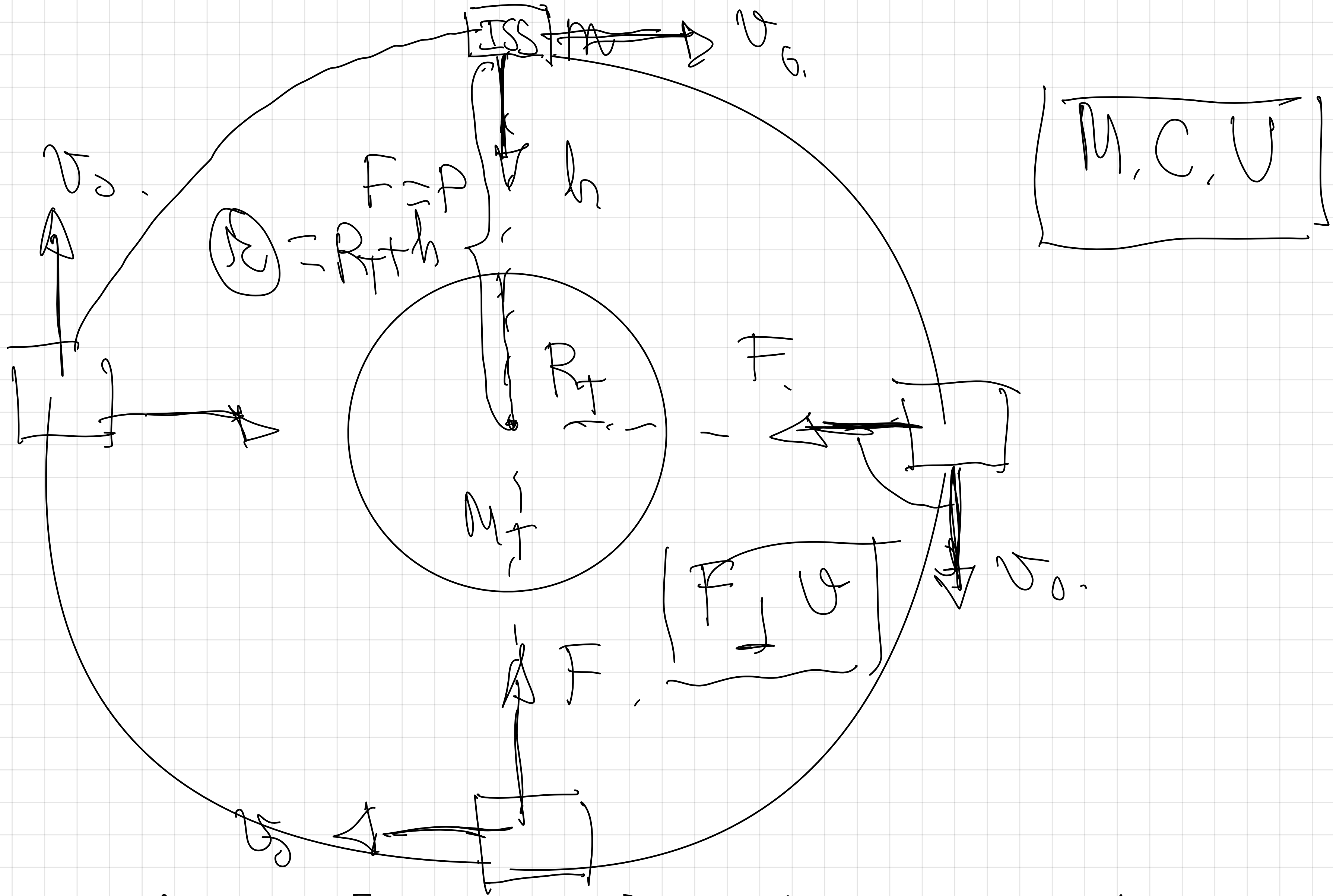
$$P = m \cdot g \xrightarrow{g_J > g_T} P_J > P_T$$

TEMA 2

¡pag 13.

APLICACIONES DE LA GRAVITACIÓN AL MOVIMIENTO DE SATÉLITES, PLANETAS Y GALAXIAS

1.- Velocidad orbital de un satélite.



ley de la gravitación universal 2ª ley de Newton

$$F_{gravitatoria} = F_{normal}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \boxed{a_n}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \boxed{\frac{v_0^2}{\cancel{r}}}$$

$$\boxed{v_{orbital} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}} \Leftarrow \boxed{v_0^2}$$

18.- Un satélite describe una órbita circular de radio $2R_T$ en torno a la Tierra.

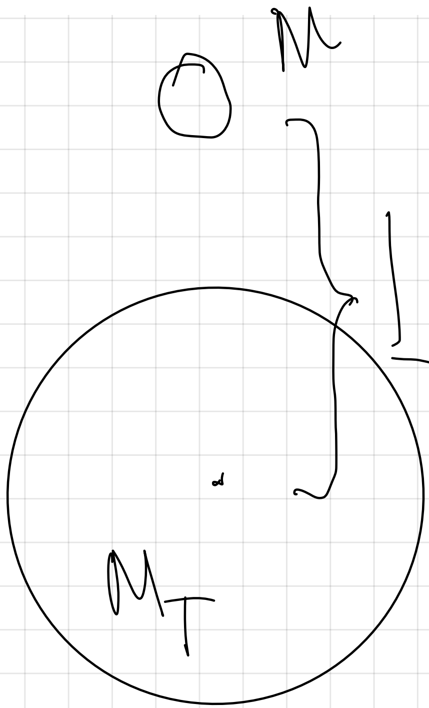
a) Determinar su velocidad orbital

b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita?.

c) Explicar la fuerza que actúa sobre el satélite.

d) Si otro satélite de masa doble al anterior se encontrase orbitando a la misma altura, ¿Con qué velocidad lo haría?.

$G= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T= 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg



$\boxed{r = 2R_T}$

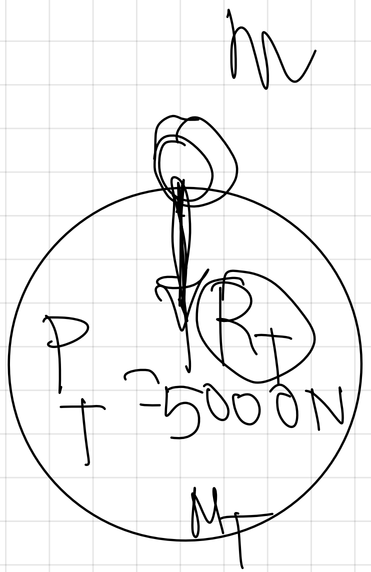
$$F_g = F_N$$

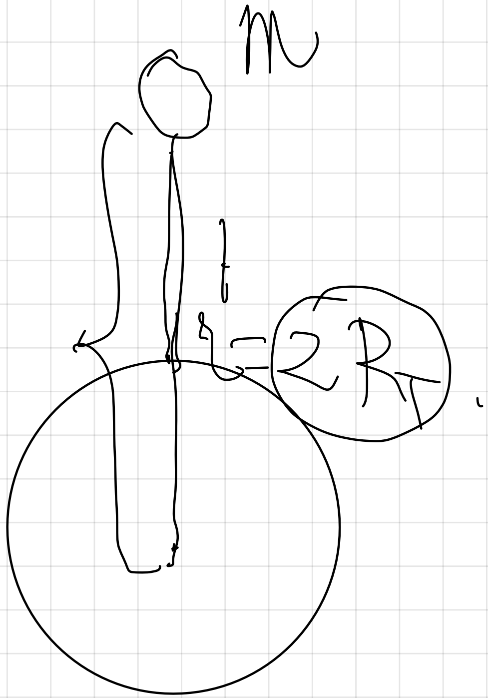
$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_o^2}{\cancel{r}}$$

$$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{2R_T}} =$$

$$v_0 = \sqrt{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{6\cdot 10^{24}}{2\cdot(6{,}4\cdot 10^{6})}} = \boxed{5591{,}57\ \frac{m}{s}}$$

b)





$$P_T = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T^2} \qquad P'_{2R_T} = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(2R_T)^2}$$

$$P_{2R_T} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{4R_T^2}$$

$$\frac{P_{2R_T}}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{4R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}}$$

$$\frac{P_{2R_T}}{P_T} = \frac{1}{4}$$

$$P_{2R_T} = \frac{1}{4} P_T$$

$$P_{2R_T} = \frac{1}{4} 5000\,N = 1250\,N$$

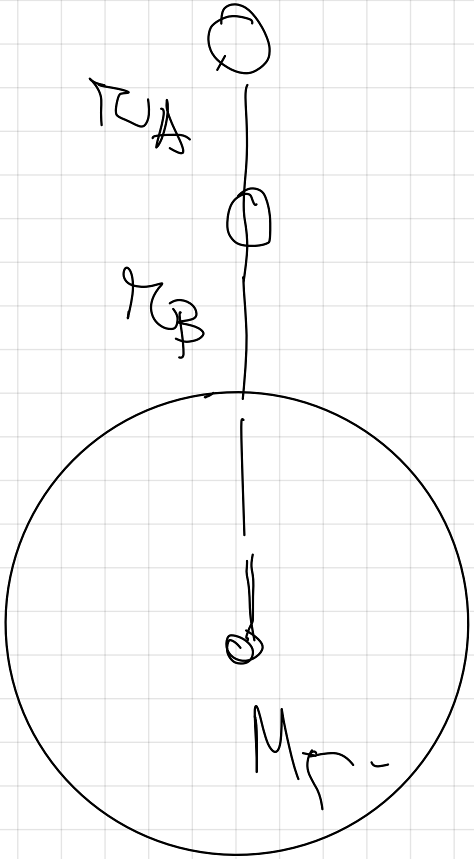
c) Ver Teoría de la órbita.

d) $$\boxed{\boxed{v} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}}$$ ⇒ el satélite de masa doble orbitaría con la misma velocidad (no influye la m)

19.- Dos satélites idénticos A y B están orbitando en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra, siendo $R_A > R_B$.

a) Indicar cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad orbital.

b) Si la Tierra aumentase su masa al cuádruple manteniendo su radio, ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital de ambos satélites?.



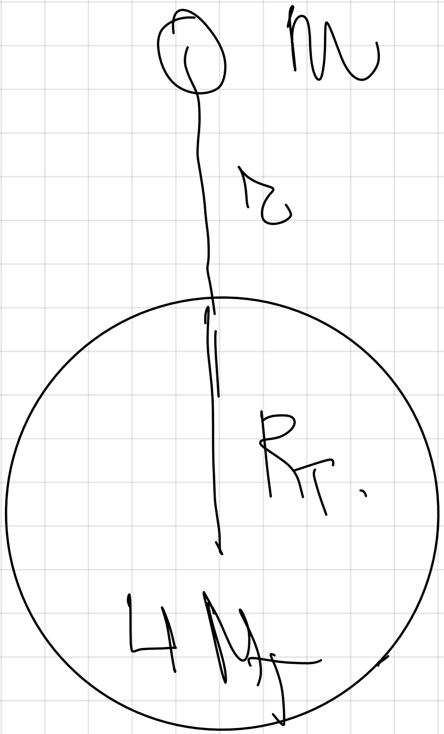
$r_A > r_B$

Deducción de la v orbital

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}} \qquad R_A > r_B \longrightarrow v_A < \boxed{v_B}$$

B tiene mayor velocidad orbital

b)



$$\left.\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}} \\ v' &= \sqrt{\frac{G \cdot 4M_T}{r}} \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{\cancel{G} \cdot 4\cancel{M_T}}{\cancel{r}}}}{\sqrt{\frac{\cancel{G} \cdot \cancel{M_T}}{\cancel{r}}}}$$

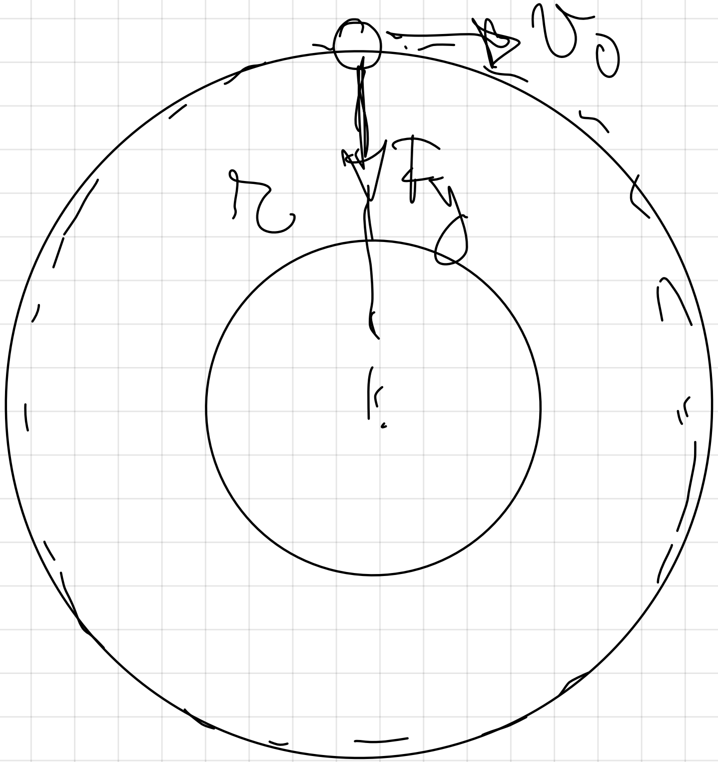
$$\frac{v'}{v} = \sqrt{4}$$

$$\boxed{v' = 2v}$$

La velocidad de ambos satélites se duplicaría.

pag 14 del libro.

T
⇓
s en S.I.



El satélite describe un M.C.U.

<u>v cte en módulo.</u>

$$v = \frac{s}{t} = \boxed{\frac{2\pi r}{T}} \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \boxed{\frac{2\pi}{T}} \left(\frac{rad}{s}\right)$$

$$\boxed{v = \omega \cdot r}$$

21.- Suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1,5 \cdot 10^{11}$ m y que la Tierra tarda $3,15 \cdot 10^{7}$ s en completar dicha órbita:

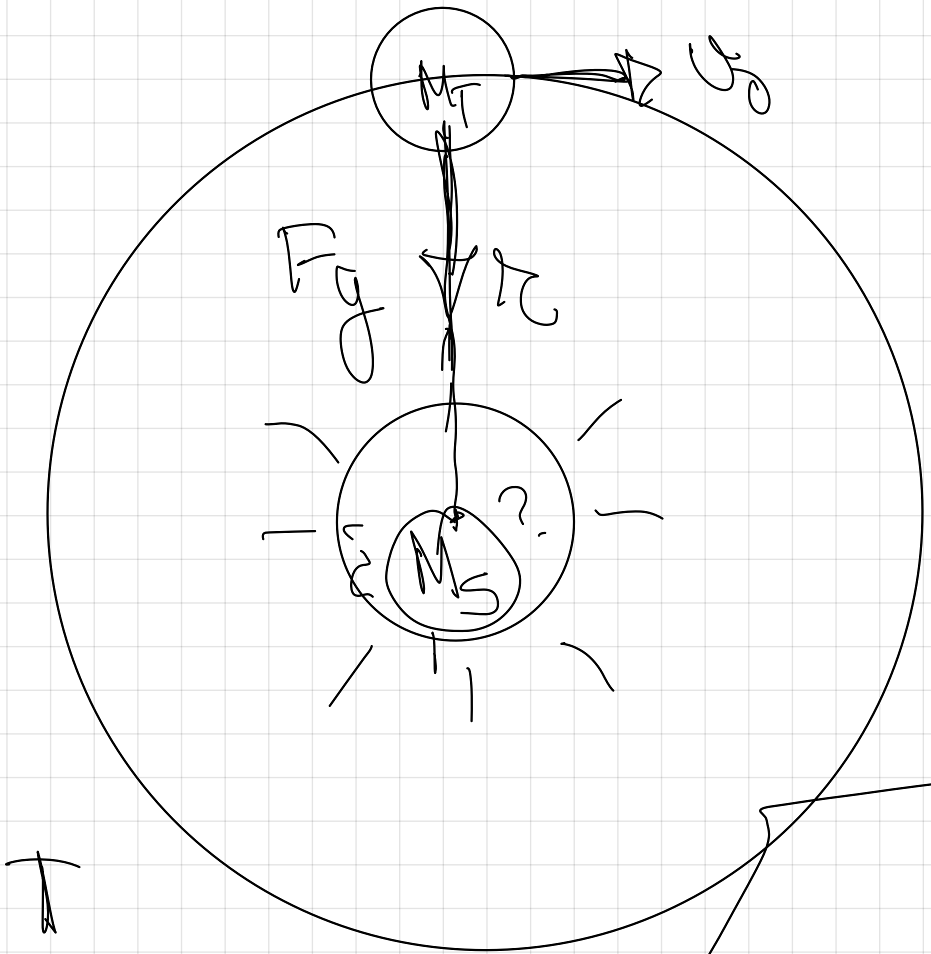
a) Calcular la masa del Sol.

b) Calcular el potencial gravitatorio debido al Sol en el punto en el que se halla la Tierra.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

$T = 3'15 \cdot 10^7\ s$

$r = 1'5 \cdot 10^{11}\ m$



Condición de orbitación

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_S \cdot \cancel{M_T}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$G \frac{M_S}{r} = \boxed{v_0^2}$$

$$v_0 = \frac{s}{t}$$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T}.$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

d?

$$G\,\frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}.$$

$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3.$$

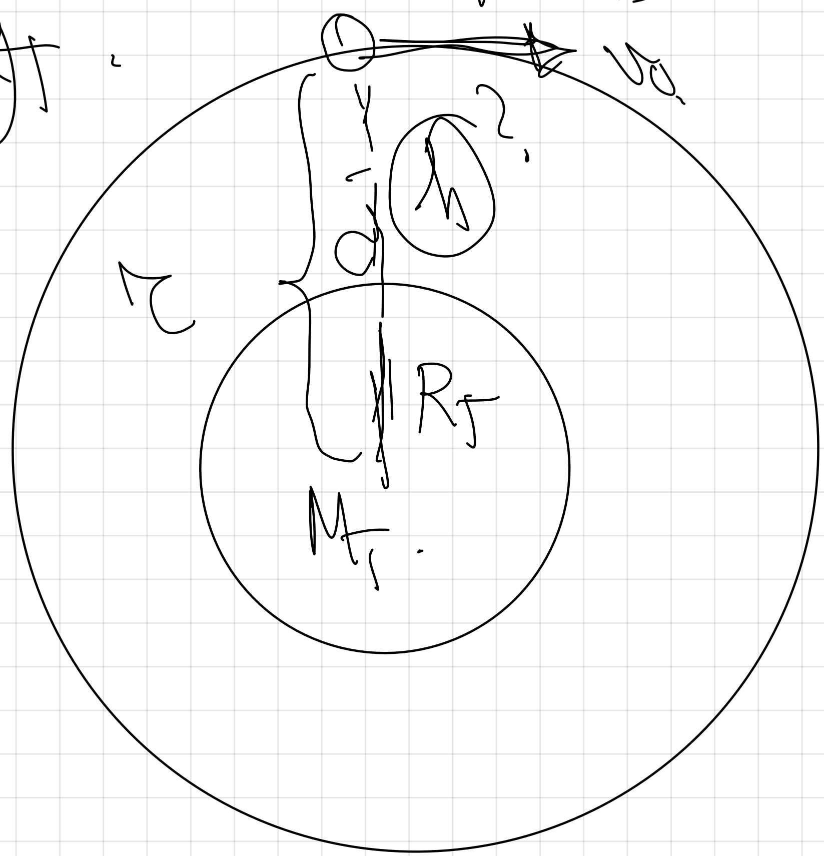
$$M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (1{,}5\cdot 10^{11})^3}{6{,}67\cdot 10^{-11} \cdot (3{,}15\cdot 10^{7})^2} = 2{,}01\cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$$

20.- ¿A qué altura de la superficie terrestre deberá estar situado un satélite si queremos que describa una órbita circular con un período de 2 horas?

$\boxed{g = 9{,}8\ m\cdot s^{-2}}$, $R_T = 6400$ Km

g_T .

m $T = 2h = 2\cdot 3600 = 7200\ s.$



Condición de orbitación:

$$F_g = F_n.$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{(R_T+h)^2} = \cancel{m}\cdot\frac{v_o^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$v_0 = \frac{2\pi(R_T+h)}{T}.$$

$$G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2}.$$

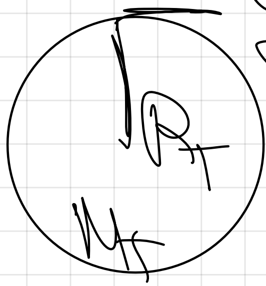
$$G\cdot M_T\cdot T^2 = 4\pi^2(R_T+h)^3$$

$$\frac{G\cdot M_T T^2}{4\pi^2} = (R_T+h)^3.$$

¿ ?

$$(R_T+h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}.$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\boxed{G M_T} \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T .$$



$$g_T = \boxed{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}}$$

ESE PRODUCTO $G \cdot M_T$ lo podemos sustituir así.

$$\boxed{G \cdot M_T} = g_T \cdot R_T^2$$

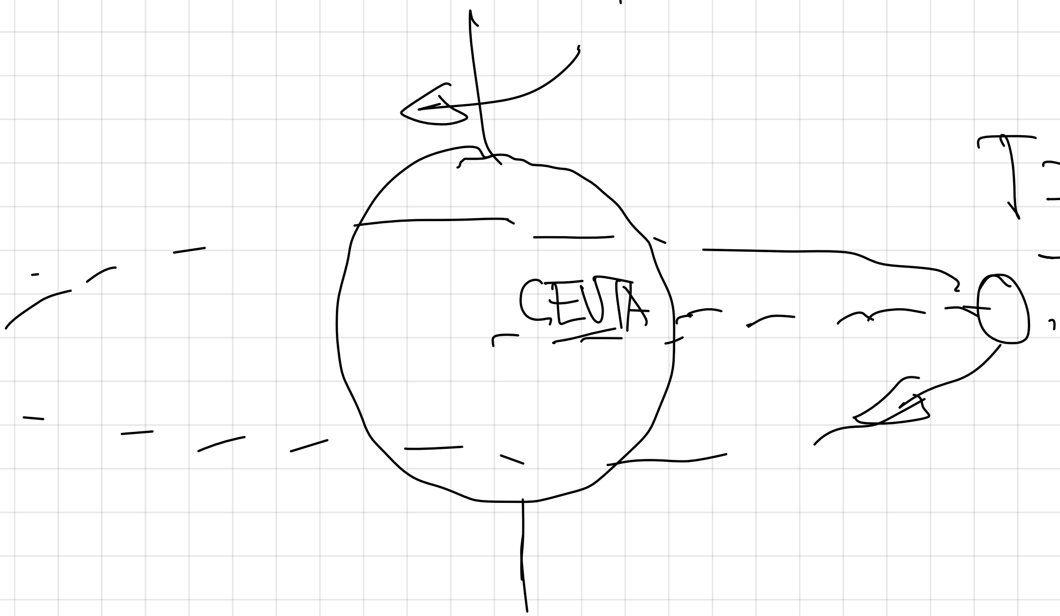
$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T .$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9'8\,(6'4\cdot 10^6)^2\cdot(7200)^2}{4\pi^2}} - 6'4\cdot 10^6 = 1'68\cdot 10^6\ m$$

de altura sobre la superficie terrestre.

Satellite geostacionario.

$T = \underline{24\ h}$



$T = \underline{24\ h} \rightarrow$ geosincrónico

25.- Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

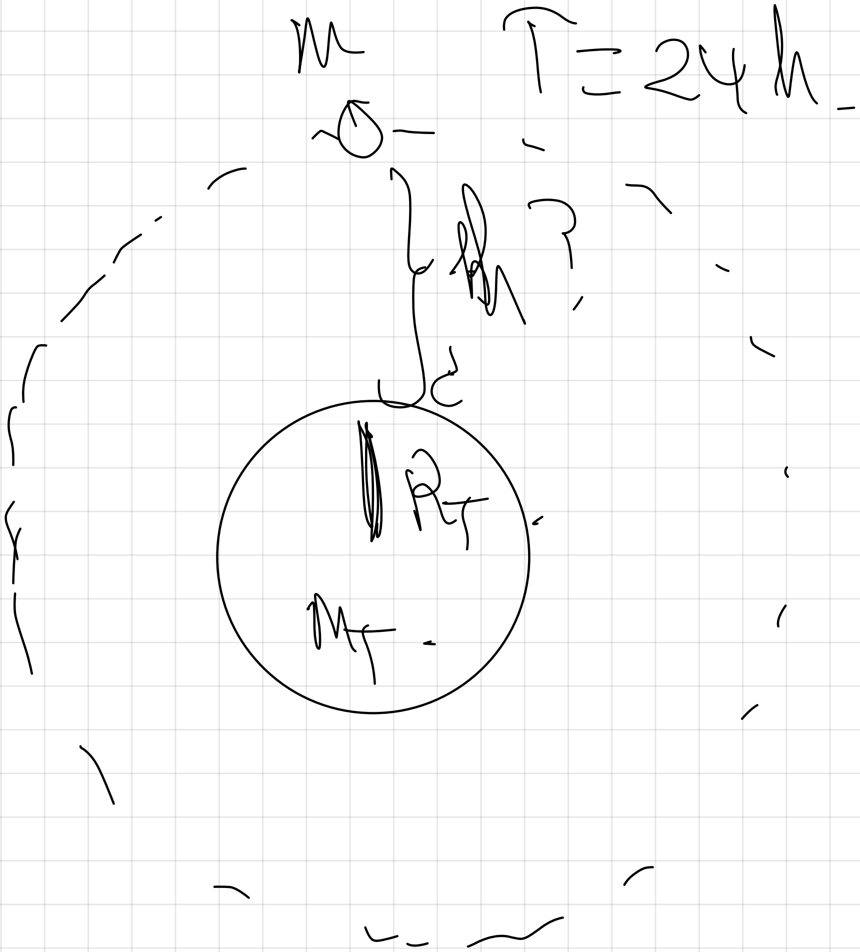
c) Calcular su aceleración normal

d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$, $R_T = 6400$ Km

a)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} = 7{,}27 \cdot 10^{-5}\ \frac{rad}{s}$$



Condición de orbitación

$$F_g = F_n \qquad \vec{a}_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)^2} = m \cdot \boxed{\frac{v_0^2}{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$\boxed{v_0 = \frac{2\pi r}{T}} = \frac{2\pi(R_T+h)}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = v_0^2$$

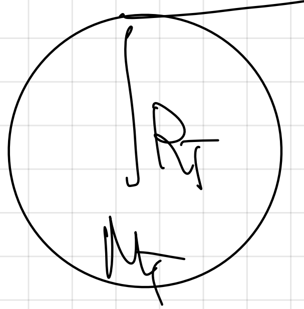
$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2 .$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^2}{T^2} .$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 \cdot (R_T+h)^3 .$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} .$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\boxed{G \cdot M_T} \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$



$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$g_T = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

$$\boxed{G \cdot M_T} = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9'8 \cdot (6'4 \cdot 10^6)^2 (24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}} - 6'4 \cdot 10^6$$

$$\boxed{h = 3'6 \cdot 10^7 \ m}$$ → altura sobre la superficie terrestre.

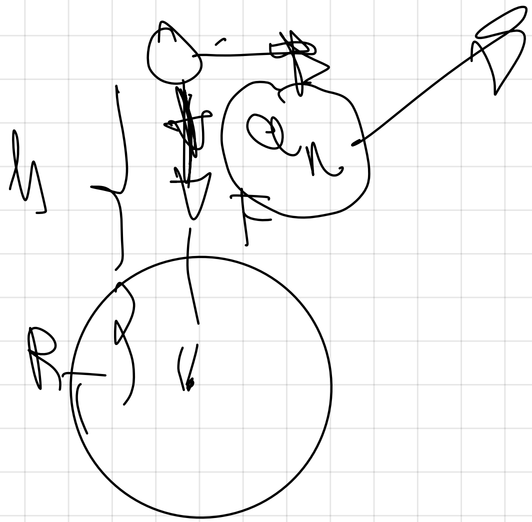
c) $$a_n = \frac{v_0^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^{\cancel{2}}}{T^2 \cdot \cancel{(R_T+h)}}$$

$$a_n = \frac{4\pi^2 (R_T+h)}{T^2} = 0'22 \ m/s^2$$

$$a_n = \frac{v_0^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot r^{\cancel{2}}}{\cancel{r}} =$$

$$= \omega^2 (R_T + h) = (7'27 \cdot 10^{-5})^2 \cdot (6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)$$

$$= \boxed{0'22 \ m/s^2}$$



Coincidiria con la acceleració de la gravedad a esa altura.

$$g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)^2} =$$

$$= 0'22 \ m/s^2.$$

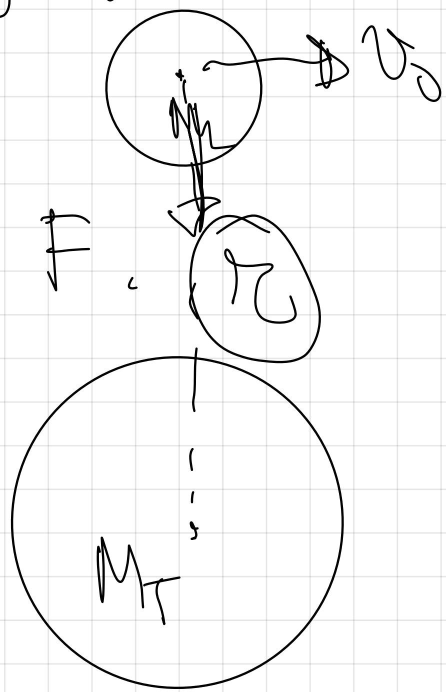
22.- La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

a) Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

b) Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa m podría estar en equilibrio en un punto alineado con los centros de la Tierra y de la Luna, a una distancia del ecntro de la Tierra de $3,4 \cdot 10^8$ m.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m$^2 \cdot$ Kg^{-2}, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

a) $T = 28$ días.



Condición de abitación.

$$F_g = F_c$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M_L}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_L} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (28 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}} =$$

$$= 3{,}9 \cdot 10^{8}\,m =$$

$$T = 28 \;\cancel{\text{días}} \; \frac{24 \cdot 3600\ s}{1 \;\cancel{\text{día}}}$$

Inicio. Repaso 1º BACH

Energía potencial

Es la energía que posee un cuerpo en función de su posición (en un campo de fuerzas conservativo)

$E_p = m \cdot g \cdot h \Rightarrow J$ en el S.I.

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$Kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$N \cdot m = J.$

$$W = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$
$$W = N \cdot m = J.$$

Energía cinética.

Energía que posee un cuerpo en función de su velocidad.

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot \boxed{v^2} \quad J \text{ en S.I.}$$

$$E_c = Kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

$$\underbrace{Kg \cdot \frac{m}{s^2}}_{N} \cdot m \qquad N \cdot m = J.$$

$\underline{E_{m}}$

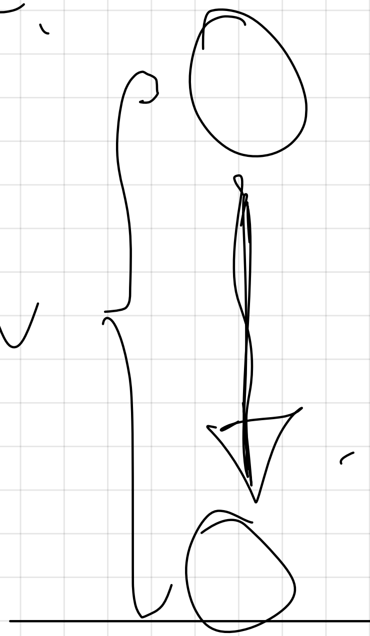
$E_m = E_c + E_p = J$ en SI.

Principio de conservación de la Em.

En ausencia de rozamiento, sin pérdidas energéticas.

$g = 10\ m/s^2$. $m = 1\ kg$, $v_0 = 0$

$h = 5\ m$



$g = 10\ m/s^2$.

$E_{p_h} = m \cdot g \cdot h$ $\quad E_c = \frac{1}{2} m v^2$

$E_{p_h} = 1 \cdot 10 \cdot 5 = 50\ J$ $\quad E_c = 0\ J$

$E_{p_{suelo}} = m \cdot g \cdot h = 0$ $\quad E_{c_{suelo}} = 50\ J$

$$\Delta E_m = 0.$$

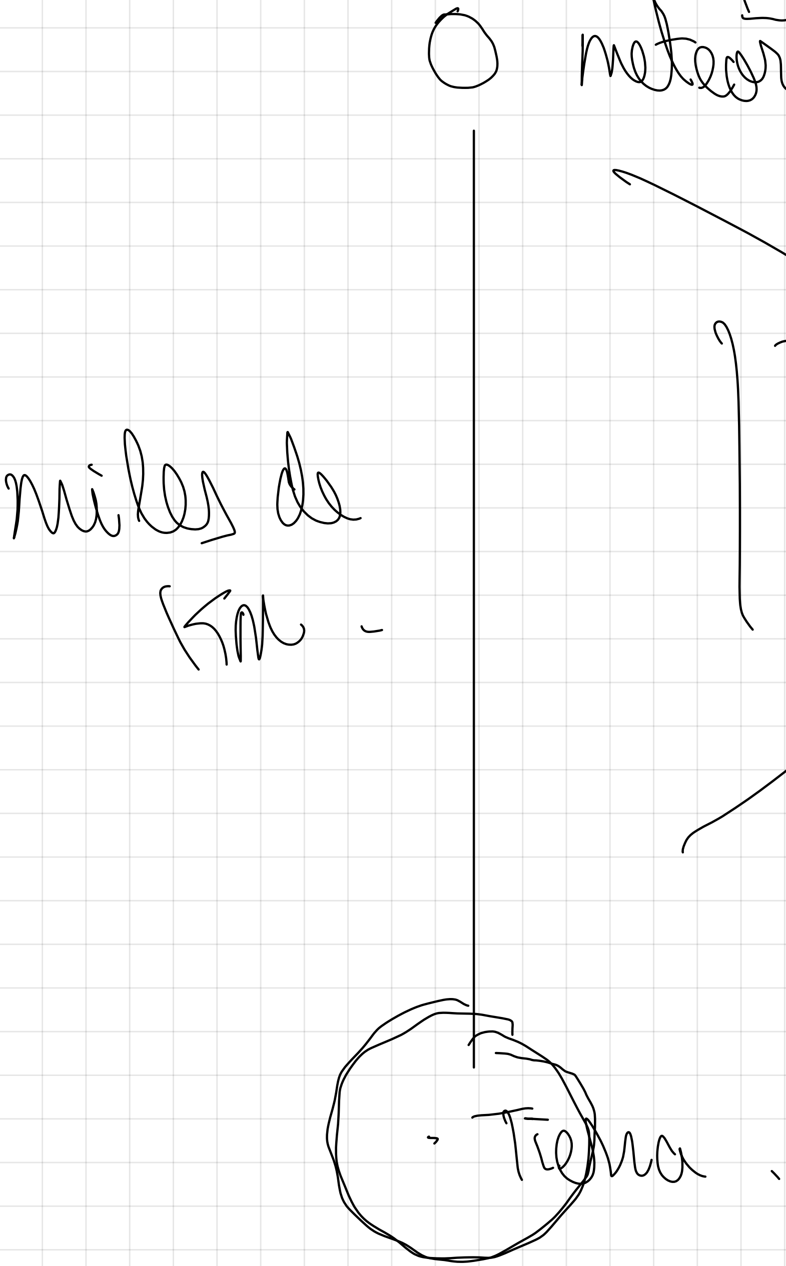
$$\underbrace{\left(E_{p\,suelo} + E_{c\,suelo}\right) - \left(E_{p_h} - E_{c_h}\right) = 0.}$$

$$\boxed{E_{m_h} = E_{m\,suelo}.}$$

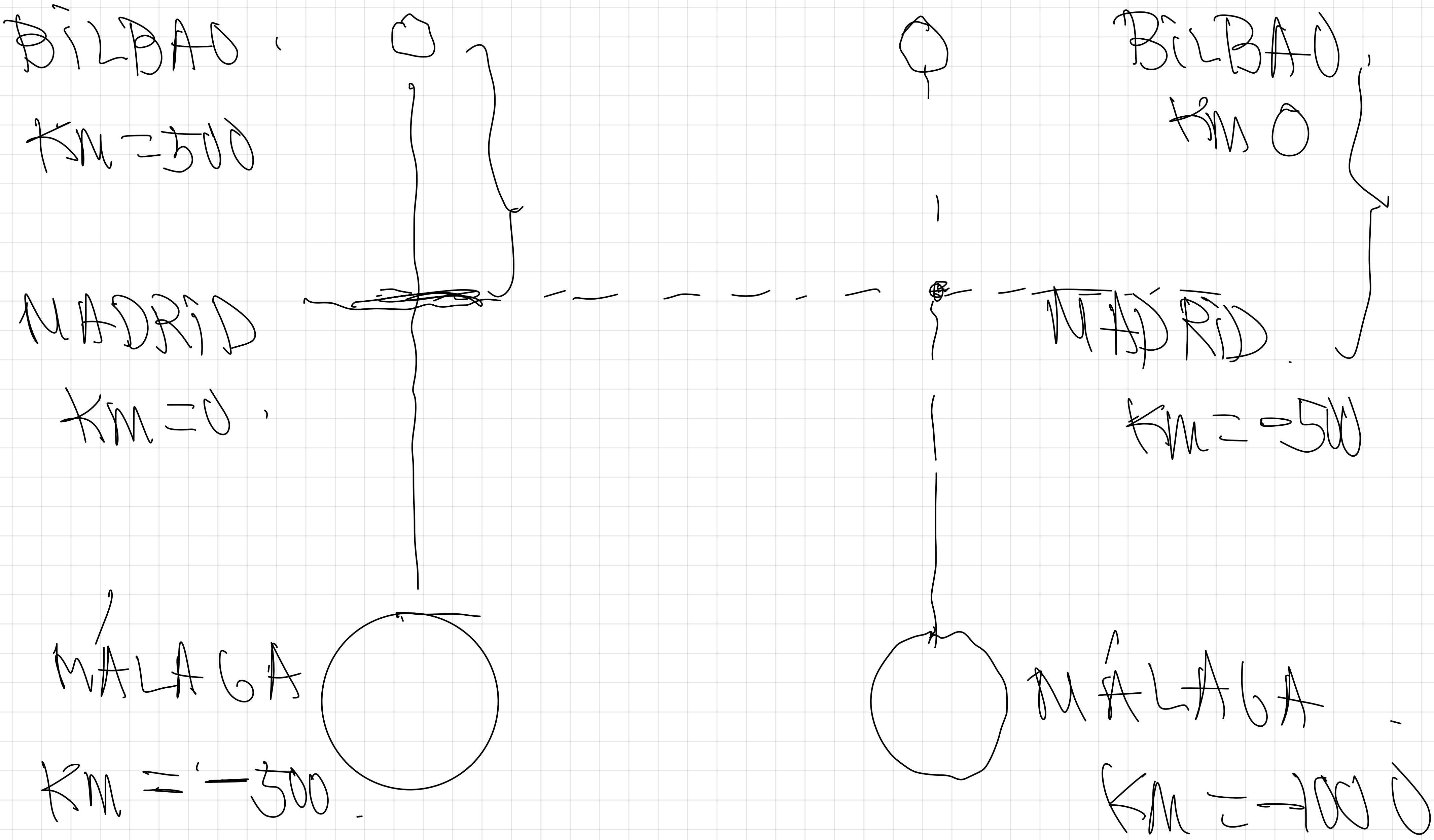
$$\boxed{\underbrace{E_{p_h} + E_{c_h}} = \underbrace{E_{p\,suelo} + E_{c\,suelo}}}$$

$$\boxed{1^{\circ}\,\mathrm{BACH}}$$

$\boxed{2^{\underline{o}}\ \text{BACH}}$



$$\cancel{\boxed{E_p = m\,\boxed{g}\,h}} \quad \neq 10\ m/s^2$$


BILBAO
KM = 500
MADRID
KM = 0
MÁLAGA
KM = -500
BILBAO
KM 0
MADRID
KM = 500
MÁLAGA
KM = 1000

∞

$$\boxed{E_p = 0}$$

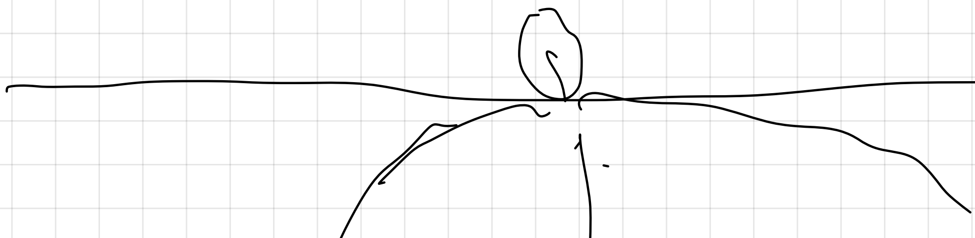
$E_{p\infty} = 0$.

$$\boxed{E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}$$

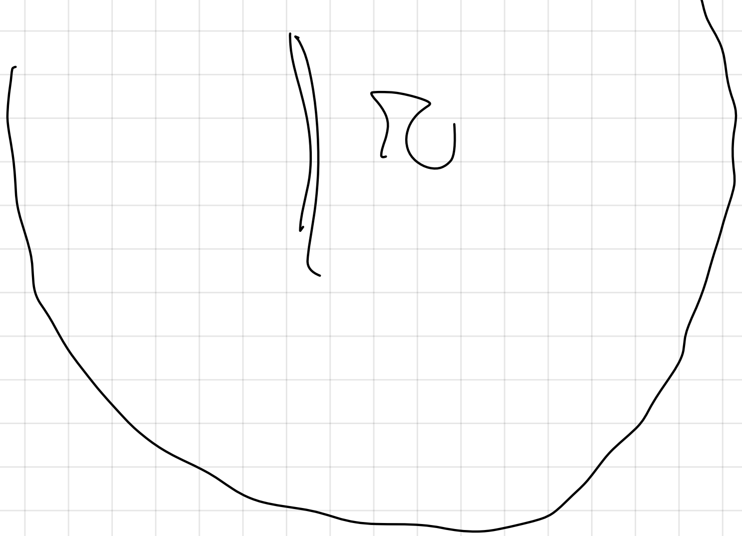
$\rightarrow$ distancia centro centro

$$\boxed{E_p = m \, g \, h}$$

$E_p = 0$ en la sup terrestre



$\rightarrow$ $E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}$.



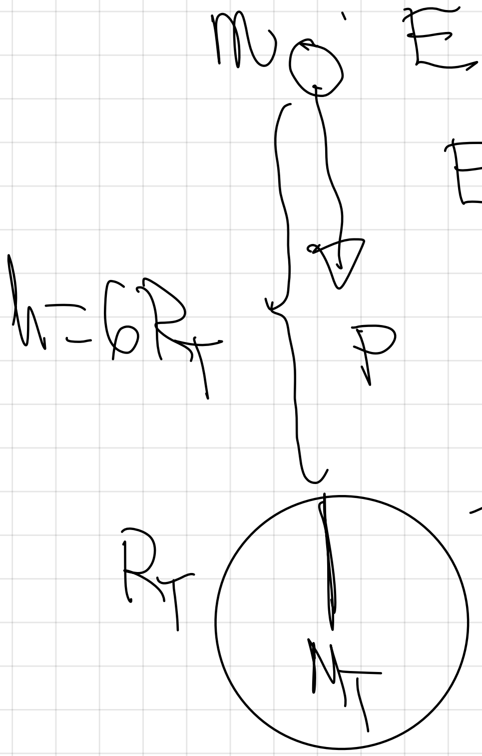
29.- Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

a)¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c)¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

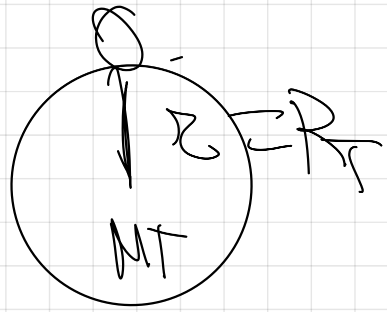
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg



$E_{c_h}=0$ → ~~Condición de órbitación~~

$$E_{p_h} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(6R_T+R_T)}$$

$r=7R_T$



$$E_{c_T}=\frac{1}{2}\,m\cdot v_T^2$$

a)

$$P = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{r^2} = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(6R_T+R_T)^2} = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{49R_T^2} =$$

$$= 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{6\cdot 10^{24}\cdot 1000}{49\cdot(6'4\cdot 10^{6})^2} = 200\ N.$$

b) Principio de conservación de la E_M

$$E_{m_A} = E_{m_T}.$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_T} + E_{c_T}.$$

¿?

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(6R_T + R_T)} + 0 = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_T^2.$$

$$\cancel{m} \cdot \left(-G \cdot \frac{M_T}{7R_T}\right) = \cancel{m} \cdot \left(-G\frac{M_T}{R_T} + \frac{1}{2} v_T^2\right)$$

$$G \cdot \frac{M_T}{R_T} - G \cdot \frac{M_T}{7R_T} = \frac{1}{2} v_T^2$$

$$\sqrt{2 \cdot \left[\frac{6}{7} \cdot G \cdot \frac{M_T}{R_T}\right]} = v$$

$$\frac{1}{2} v_T^2 = G \frac{7 M_T}{\boxed{7 R_T}} - G \frac{M_T}{\boxed{7 R_T}}$$

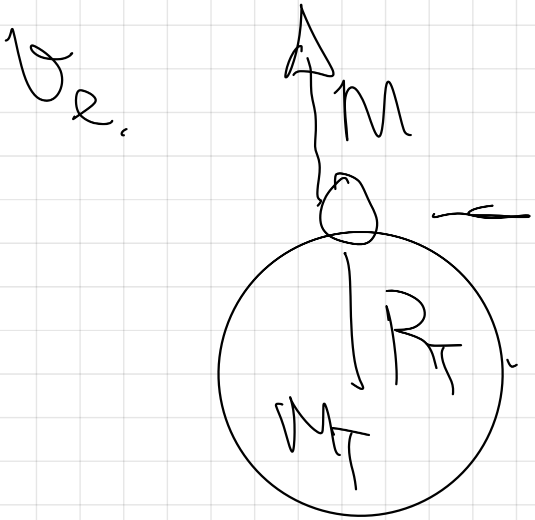
$$\frac{1}{2} v_T^2 = \frac{7 G M_T}{7 R_T} - \frac{G M_T}{7 R_T}$$

$$\frac{1}{2} v_T^2 = \frac{6 \; G M_T}{7 \; R_T}$$

$$v_T = \sqrt{\frac{12 G M_T}{7 R_T}} = 1'035 \cdot 10^4 \, m/s$$

Pag 153: Velocidad de escape de un cuerpo.

∞ - O - $E_{p\infty} = 0\ J$, $E_{c\infty} = 0$.



O - $E_{pT} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$, $E_{cT} = \frac{1}{2} m \cdot \boxed{v_e^2}$?

$$E_{pT} + E_{cT} = E_{p\infty} + E_{c\infty}.$$

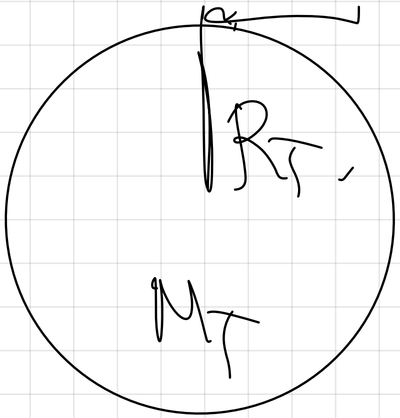
$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6'4 \cdot 10^6}} =$$

$= 11.200 \, m/s = 11'2 \, \frac{km}{s}$

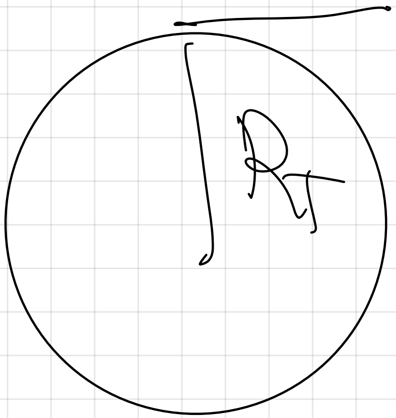
$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_T}{R_T}}$$



$v_e = 11200 \, m/s.$

$v_e = 300.000 \, km/s.$

$$v_e = \sqrt{\frac{2\boxed{G M_T}}{R_T}} = \sqrt{\frac{2\, g_T R_T^{\cancel{2}}}{\cancel{R_T}}} = \sqrt{2 g_T \cdot R_T}$$

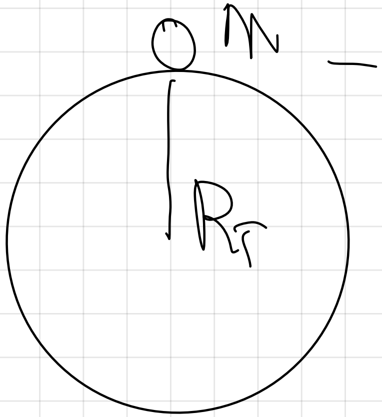


$$g_T = \frac{\boxed{G\, M_T}}{R_T^2}$$

$$\boxed{G \cdot M_T} = g_T \cdot R_T^2$$

31.- Calcular la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie terrestre $g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T = 6400$ Km

$\infty \rightarrow \quad E_{p\infty} = 0 \quad , \quad E_{c\infty} = 0.$



$m \;--\; E_{pT} = -G \cdot \dfrac{M_T \cdot m}{R_T} \quad , \quad E_{cT} = \dfrac{1}{2} m v_e^2$

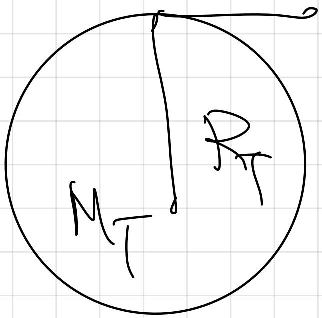
$E_{pT} + E_{cT} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$

$$-G\frac{M_T\cdot m}{R_T}+\frac{1}{2}m\cdot v_e^2=0+0.$$

¿?

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_e^2=G\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{R_T}.$$

$$v_e=\sqrt{\frac{2\boxed{GM_T}}{R_T}}=\sqrt{\frac{2\,g_T\cdot R_T^{\cancel{2}}}{\cancel{R_T}}}\Rightarrow\boxed{v_e=\sqrt{2g_T R_T}}$$



$9{,}8\ m/s^2$

$$g_T=\boxed{G\cdot\frac{M_T}{R_T^2}}.\Rightarrow\boxed{G\cdot M_T}=g_T\cdot R_T^2$$

$$v_e = \sqrt{2 g_T R_T} = \sqrt{2 \cdot 9'8 \cdot (6'4 \cdot 10^6)} = 11.200 \ m/s$$

$1'12 \cdot 10^4 \ m/s$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{11'2 \ km/s}$$

$c = 3 \cdot 10^8 \ m/s$

$$\boxed{v_e} = \sqrt{\frac{2 G M_\odot}{R}}$$

$$c = \sqrt{\frac{2 G M}{R_{\text{agn}}}} \quad ?$$

$$c^2 = \left(\sqrt{\frac{2GM}{R_{an}}}\right)^2$$

$$\boxed{R_{an} = \frac{2GM}{c^2}}$$

32.- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de $2{,}2\ g\cdot cm^{-3}$.

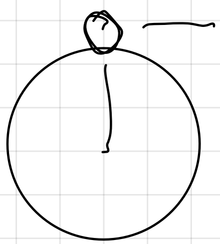
a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?

b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad?

c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

$G= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

a) - - - - v_{escape}



$m = 100\ Kg$

$$R_a = \frac{2{,}4\ Km}{2} = 1{,}2\ Km = 1{,}2\cdot 10^3\ m$$

$$\rho_a = 2{,}2\ \frac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot \frac{1\ Kg}{10^3\ g} \cdot \frac{10^6\ \cancel{cm^3}}{1\ m^3} = 2{,}2\cdot 10^3\ Kg/m^3$$

$$E_{pa} + E_{ca} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

$$-G\frac{M_a \cdot m}{R_a} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m} v_e^2 = G\frac{M_a \cdot \cancel{m}}{R_a}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_a}{R_a}} = \sqrt{\frac{2G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3}{R_a}} =$$

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a} \Rightarrow M_a = \rho_a \cdot V_a$$

$$M_a = \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3$$

$$v_e = \sqrt{2 \cdot G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3} \pi R_a^2} = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}2 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot (1{,}2 \cdot 10^3)^2}$$

a) $v_e = 1{,}33 \; m/s$.

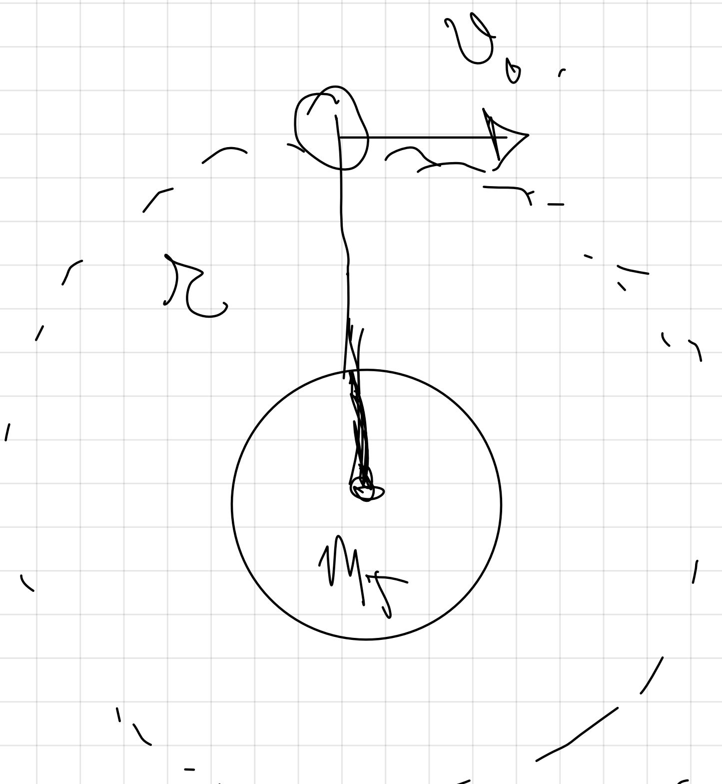
b) velocidad de escape.

c)

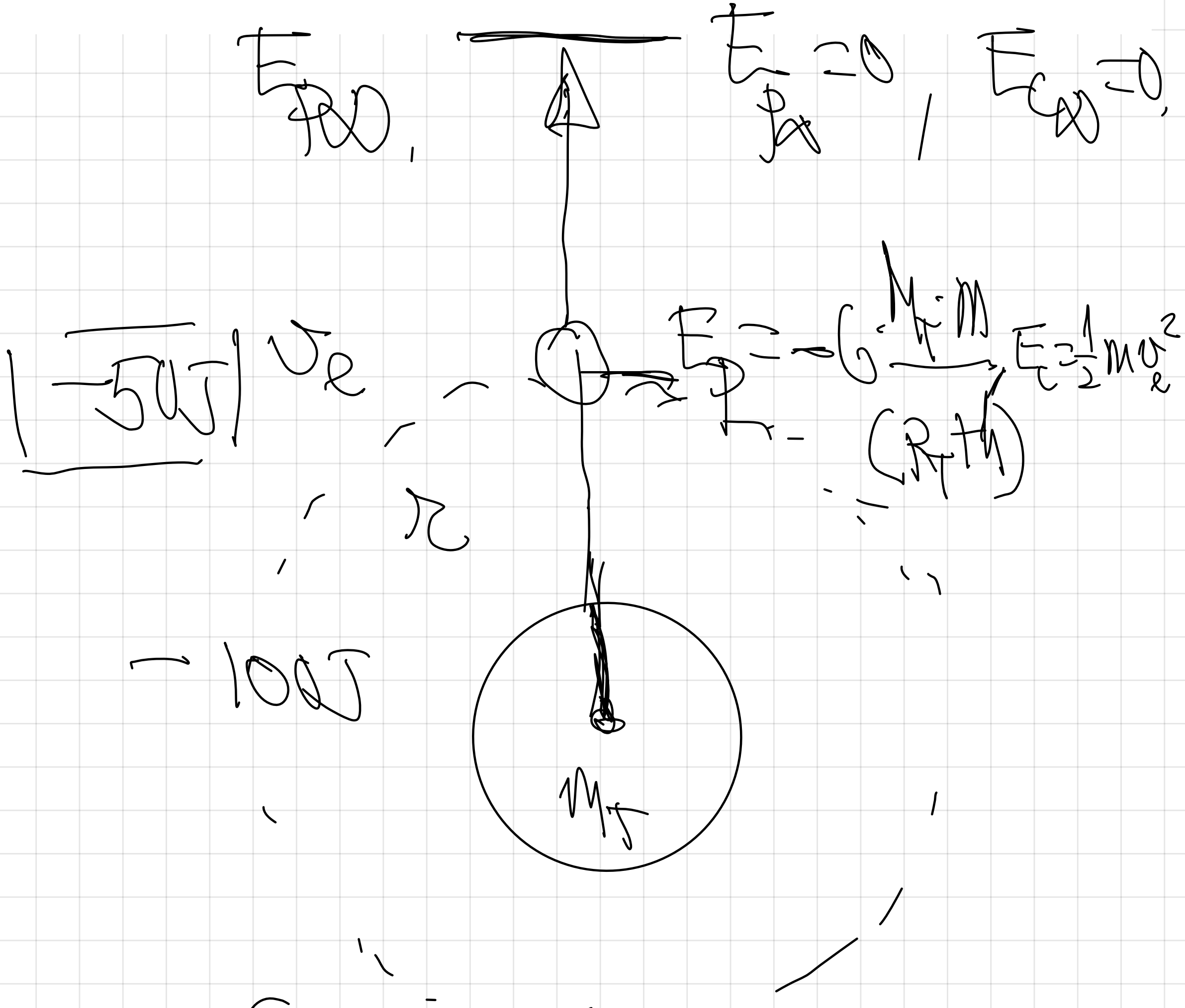
$$v_e = \sqrt{2 G \rho_a \frac{4}{3} \pi R_a^2}$$

le es indiferente porque la masa del astronauta no influye en su velocidad de escape,

35.- Un satélite se encuentra orbitando en torno a la Tierra. Determine una relación entre su velocidad de escape desde ese punto y su velocidad de orbitación en torno a la Tierra.



Condición de orbitación



Conservación de la energía,

$$F_g = F_c$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M} \cdot \frac{v_{orbital}^2}{\cancel{r}}$$

$$v_{orbital} = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$$

$$v_{orbital} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)}}$$

$$E_p + E_c = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} \cancel{M} v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{(R_T + h)}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{(R_T + h)}}$$

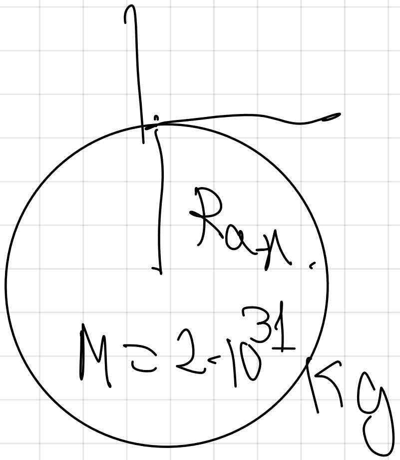
Divide ambas expresiones

$$\frac{v_e}{v_o} = \frac{\sqrt{\frac{2\cancel{G}\cancel{M_T}}{\cancel{(R_T+h)}}}}{\sqrt{\frac{\cancel{G}\cdot\cancel{M_T}}{\cancel{(R_T+h)}}}} \Rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{2}\, v_o}$$

49.- La masa de una estrella es de 2· 10^{31} Kg. Si en un momento dado, la estrella se contrae debido a la presión gravitatoria, determinar el radio por el que la estrella se convierte en un agujero negro y la densidad del mismo.

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}, velocidad de la luz en el vacío c= $3\cdot10^8$ $m\cdot s^{-1}$

Deducción de la velocidad de escape.



$$v_{e_{an}} = \sqrt{\frac{2G \cdot M_{an}}{R_{an}}}$$

$$c = 3 \cdot 10^{8}\ m/s$$

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot G M_{an}}{R_{an}}}$$

$$c^2 = \frac{2G M_{an}}{R_{an}}$$

$$R_{an} = \frac{2G M_{an}}{c^2} = \frac{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^{8})^{2}}$$

$$R_{an} = \boxed{2'97 \cdot 10^4 \, m}$$

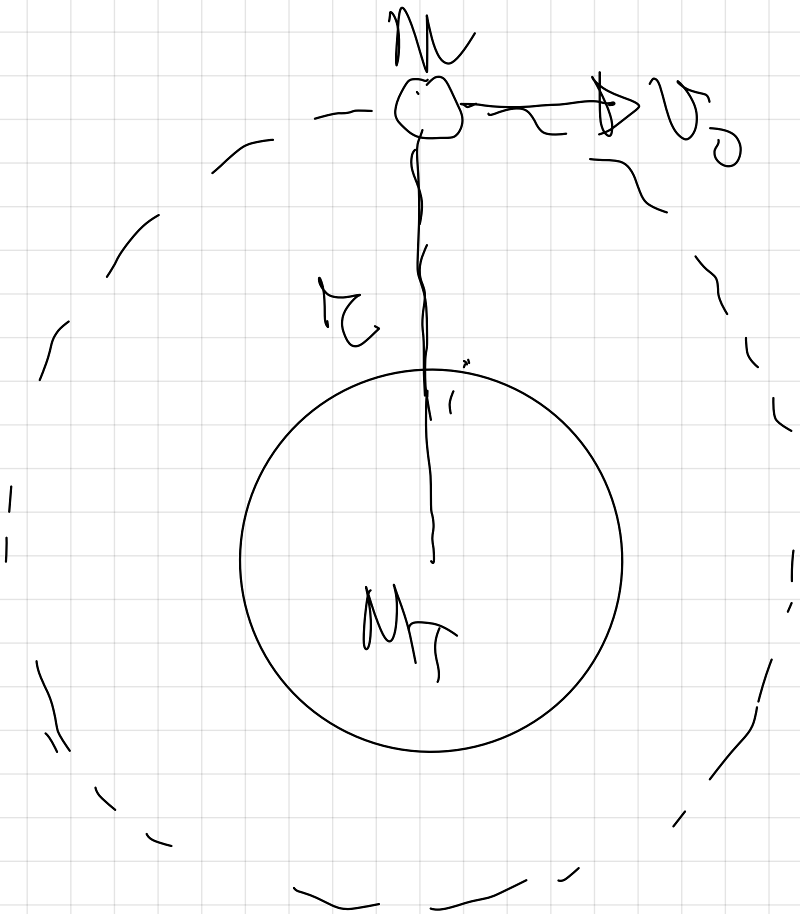
$$\rho_{an} = \frac{M_{a.n}}{V_{a.n}} = \frac{M_{a.n}}{\frac{4}{3}\pi R_{an}^3} = \frac{2 \cdot 10^{31} \, Kg}{\frac{4}{3}\pi (2'97 \cdot 10^4)^3 \, m^3}$$

$$\rho_a = 1'82 \cdot 10^{17} \, \frac{Kg}{m^3}$$

Pag 14

2.- ENERGÍA ORBITAL DE UN SATÉLITE

Es la E_M del satélite cuando se haya orbitando



$$E_{M\,orbital} = E_p + E_c$$

$$E_{M\,orbital} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \boxed{v_0^2}$$

Condición de orbitación

$$F_g = F_c$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^{\cancel{2}}} = m \cdot \frac{v_{orbital}^2}{\cancel{r}}$$

$$\boxed{v_{orbital} = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}}$$

$$E_{m\,orbital} = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{r}}\right)^{\cancel{2}}$$

$$E_{m\,orbital} = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

$$E_m = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_m = G \cdot M_T \cdot m \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{r} \right)$$

$$E_m = G \cdot M_T \cdot m \left(\frac{1}{2r} - \frac{2}{2r} \right)$$

$$E_m = G \cdot M_T \cdot m \left(-\frac{1}{2r} \right)$$

$$\boxed{E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}}$$

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

38.- Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario o energía cinética que habrá que suministrarle.

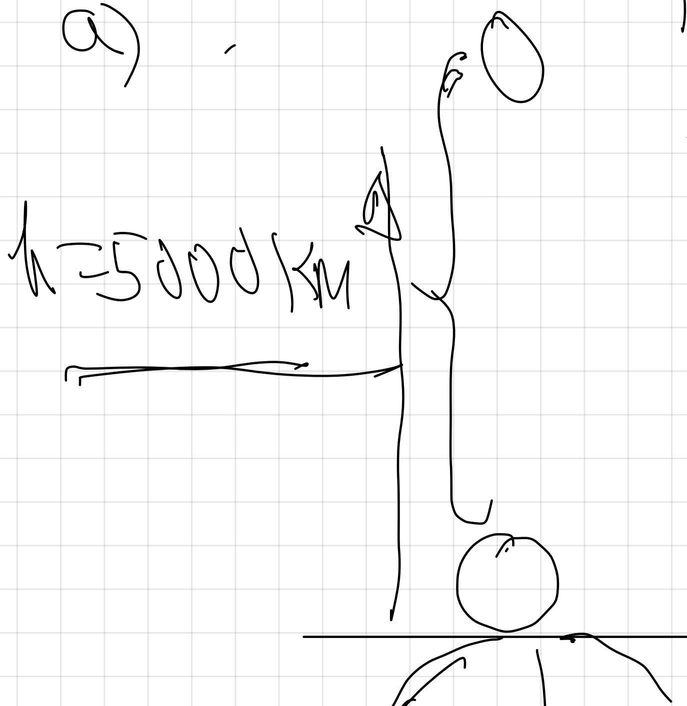
b) Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?

c) Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando

d) ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

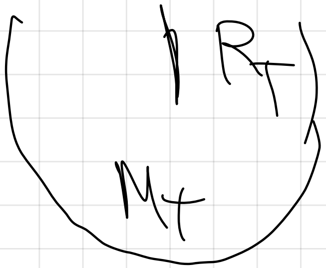
a)



¡OJO!. Solo elevar, se queda quieto en esa altura.

$E_{p_h} = -G\dfrac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}$, $E_{c_h} = 0\ J$

$E_{p_T} = -G\dfrac{M_T \cdot m}{R_T}$, $E_{c_T} = \dfrac{1}{2} m \cdot v^2$



¿?

Conservación de la E_M $\Rightarrow$

$$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p_h} + E_{c_h}$$

$$-G\frac{M_T\cdot m}{R_T} + E_{c_T} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)} + 0$$

¿?

$$E_{c_T} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} - G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

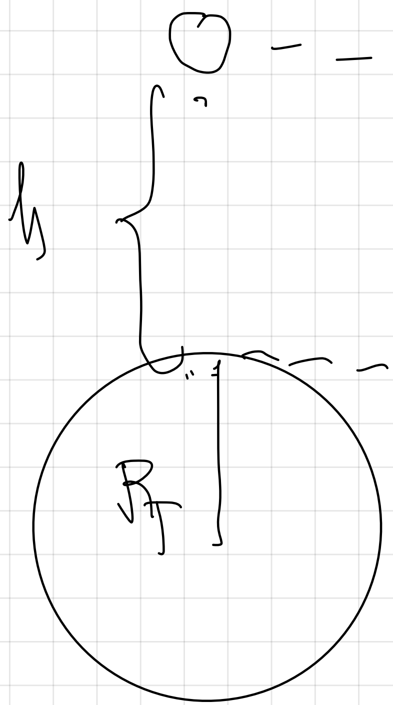
$$E_{c_T} = G \cdot M_T \cdot m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)} \right)$$

$$\boxed{E_{c_T} = 5{,}52 \cdot 10^9 \, J}$$

$$\boxed{E_{c_T} = 5{,}52 \cdot 10^9 \, J}$$

En el ascenso gana E_p y toda la E_c que se le suministró la pierde, coincidiendo esa valor con la ganancia de E_p.

(La suma de las dos permanece cte conservándose la E_m)



$$E_{p_h} = -G\,\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \qquad \boxed{E_{c_0} = \frac{1}{2} m v_0^2}$$

$$E_{p_{R_T}} = -G\,\frac{M_T \cdot m}{R_T} \qquad E_c'$$

$$\boxed{E_{m\ \text{orbital}}}$$

$$E_{p_{R_T}} + E_c' = \boxed{E_{p\ \text{órbita}} + E_{c\ \text{órbita}}}$$

$$-G\,\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_c' = -G\,\frac{M_T \cdot m}{2\,(R_T+h)}$$

$$E_c' = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h)}$$

$$E_c' = G M_T \cdot m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2(R_T+h)} \right)$$

$$\boxed{E_{cT}' = 9'04 \cdot 10^9 \, J}$$

↓

La E_c suministrada ha de ser mayor que en el caso anterior. (debe orbitar)

38.- Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario o energía cinética que habrá que suministrarle.

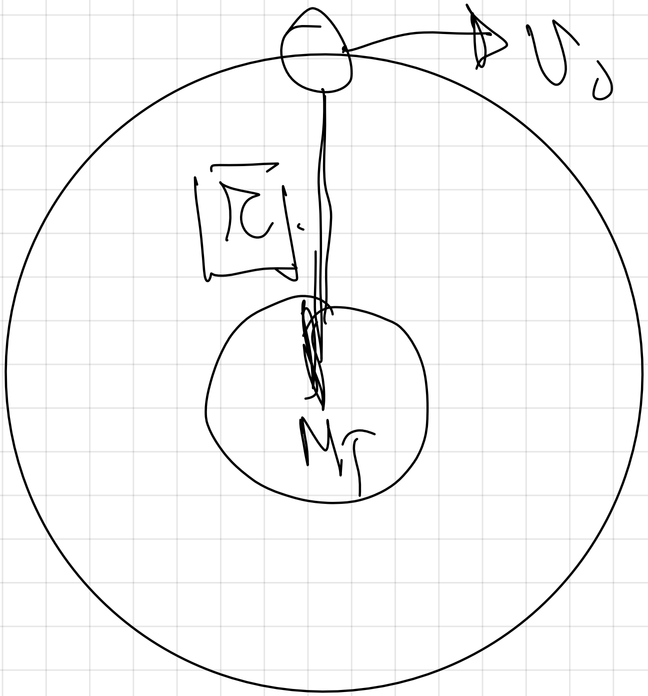
b) Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?

c) Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando

d) ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

Mientras orbita.

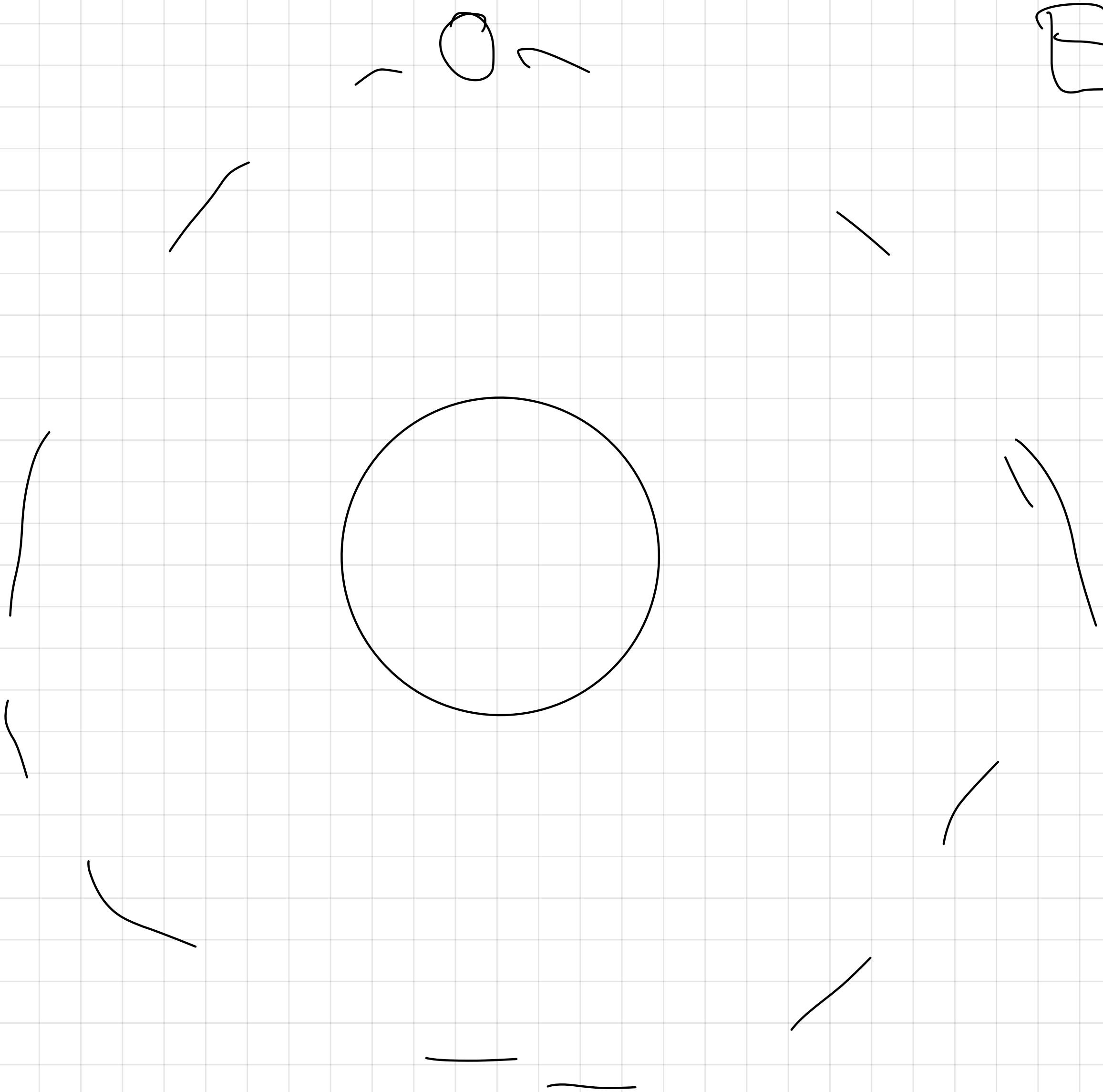


$$E_{p\,\text{órbita}} = -G\frac{M_T \cdot M}{\underbrace{r}_{\to\,cte}} = cte.$$

$$E_{c\,\text{órbita}} = \frac{1}{2} M \underbrace{\boxed{v_0^2}}_{\to\,cte.} = cte.$$

$$E_m = \underbrace{E_{p\,\text{órbita}}}_{cte} + \underbrace{E_{c\,\text{órbita}}}_{cte} = cte.$$

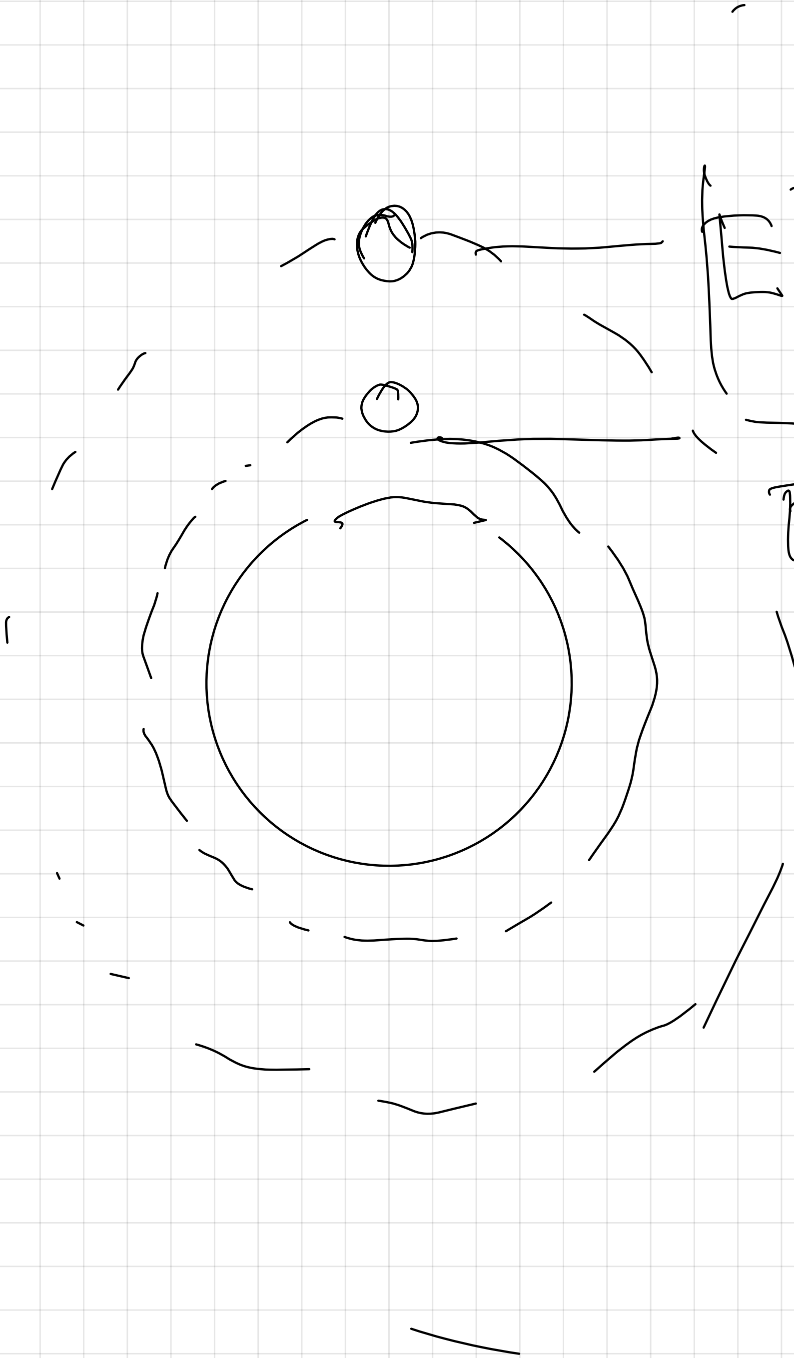
$$E_m = -G\frac{M_T \cdot M}{2r} = cte.$$



En orbital.

E_{pn} , E_{cn}

E_{pT} , Estabilización

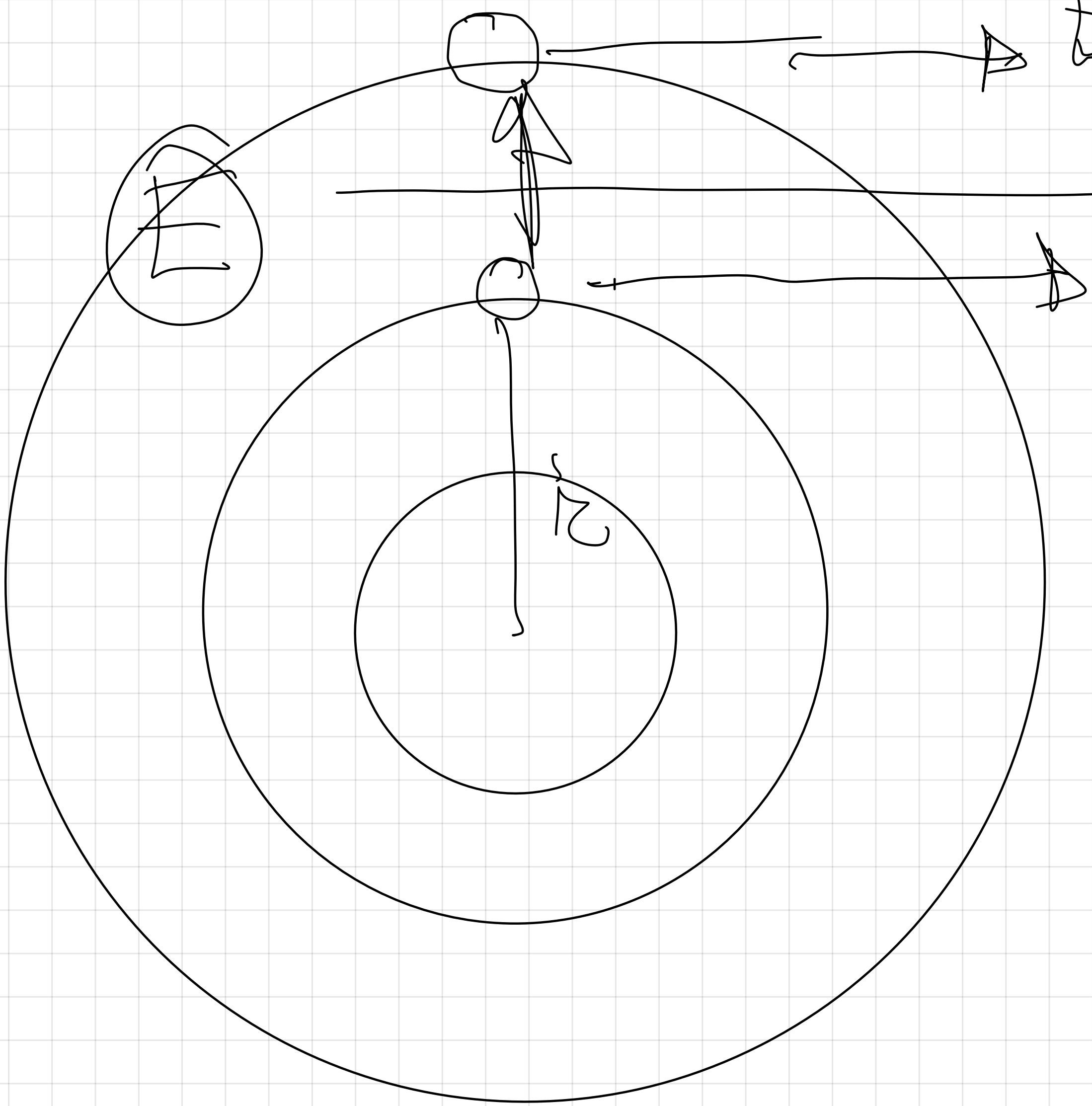


$$\boxed{E_M = -G\,\frac{M_T\, m}{2r}}$$

$$E_M' = -G\,\frac{M_T\, m}{2r\downarrow}$$

más negativa.

disminuye la E_M.



$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r_A}$ MAYOR

ΔE

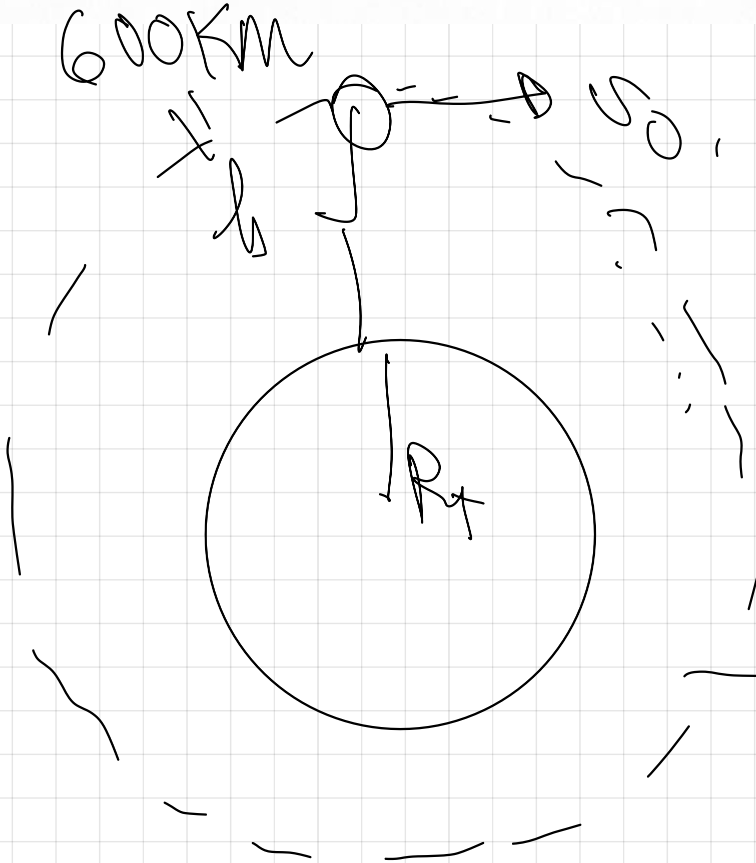
$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r_B}$ MENOR

183 (09-R) El telescopio espacial Hubble se encuentra orbitando en torno a la Tierra a una altura de 600 km.

a) Determine razonadamente su velocidad orbital y el tiempo que tarda en completar una vuelta.

b) Si la masa del Hubble es de 11.000 kg, calcule la fuerza con la que la Tierra lo atrae y compárela con el peso que tendría en la superficie terrestre.

$$G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}\ ;\ R_t = 6400\ \mathrm{km}\ ;\ M_t = 6{,}0\cdot10^{24}\ \mathrm{kg}$$



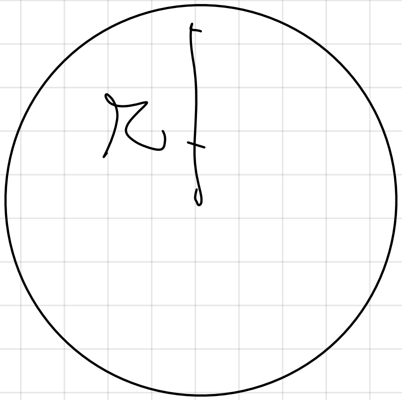
Deducción v_o

$$\boxed{v_o =} \sqrt{G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)}}$$

T

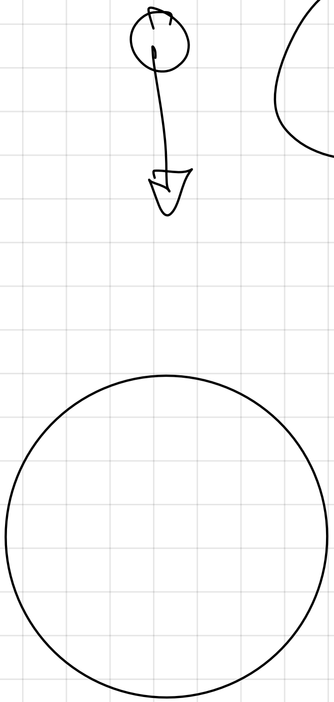
$$v = \frac{S}{t} = \_\_\_\_$$

$$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}.$$



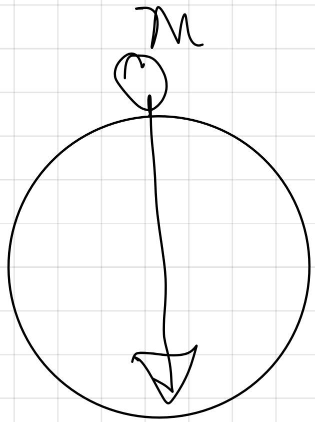
$$\ell = 2\pi r.$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi(R+h)}{v}}.$$



$$\vec{F} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2};$$

$$\vec{F} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2};$$



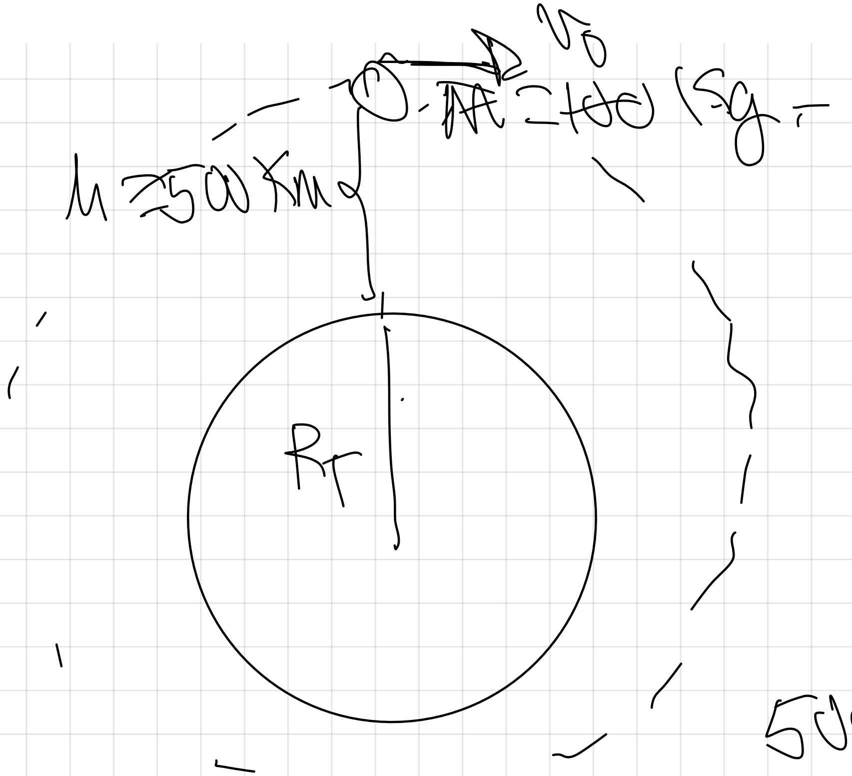
41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar. → Energía que es necesario aplicar.

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg



$$\boxed{E_{p_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}} =$$

$$= -6'67 \cdot 10^{-11} \frac{5'98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{(6'37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)} = \boxed{-5'8 \cdot 10^9}$$

500 Km = $5 \cdot 10^5$ m

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T+h)}} \right)^2 \rightarrow \text{ÓRBITA CIRCULAR.}$$

(INCISO)

$$E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \qquad E_c = \frac{1}{2} \left(G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \right).$$

$$E_p = - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \qquad |E_p| = \left| G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \right|.$$

$$\boxed{\text{ÓRBITA CIRCULAR.}} \leftarrow \boxed{E_c = \frac{1}{2} |E_p|}$$

$$E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} =$$

$$E_c = \frac{1}{2} 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98 \cdot 10^{24} \cdot 200}{(6'37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)} = \boxed{2'9 \cdot 10^9 \, J}$$

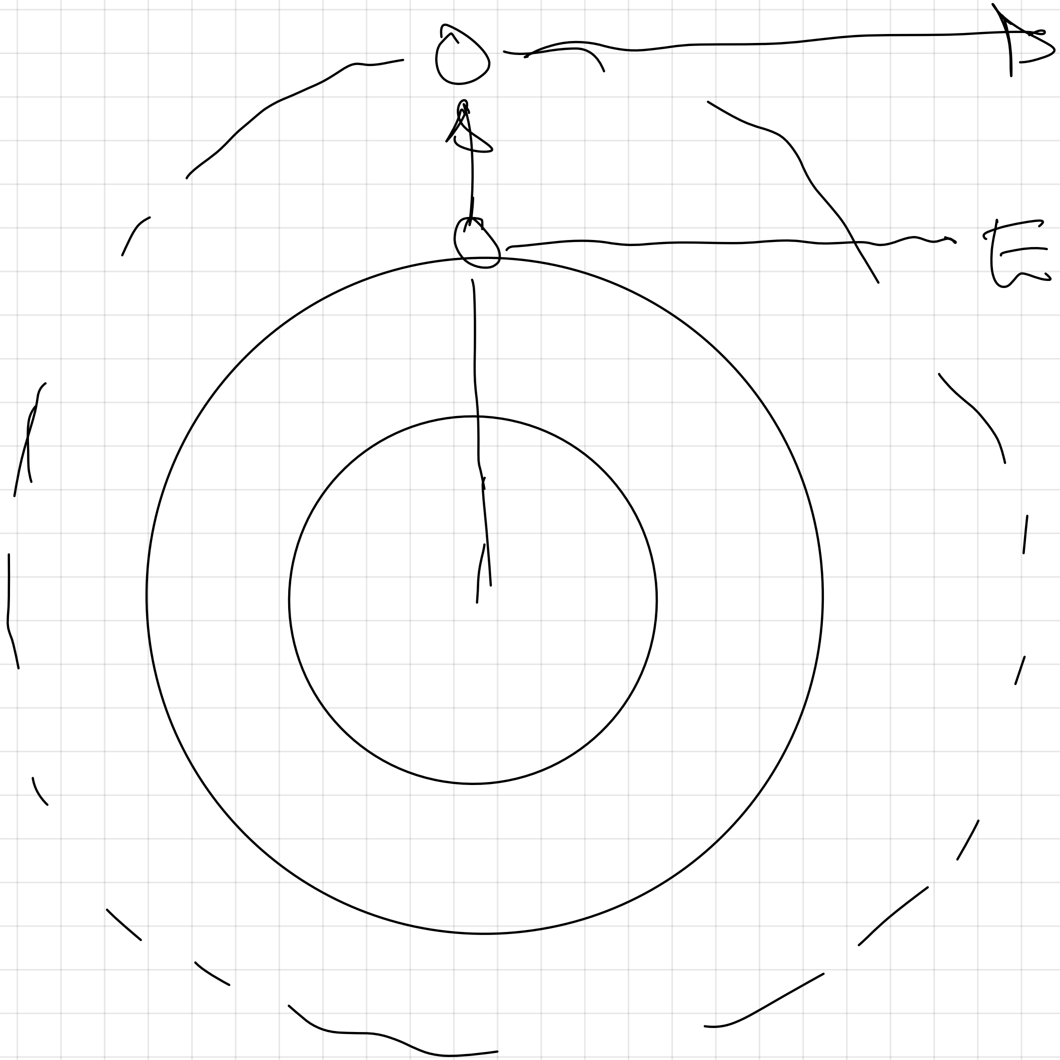
$$E_c = \frac{1}{2} |E_p| = \frac{1}{2} 5'8 \cdot 10^9 = \boxed{2'9 \cdot 10^9 \, J}$$

$$\Downarrow$$

ÓRBITA CIRCULAR.

$$E_p = -5'8 \cdot 10^9 J$$

$$E_m = E_p + E_c = -2'9 \cdot 10^9 J.$$



$$E_m' = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h')}$$ mayor

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h)}$$ menor

¿?

$$E_m + E = E_m'$$

W o E aportada

$$E = E_m' - E_m$$

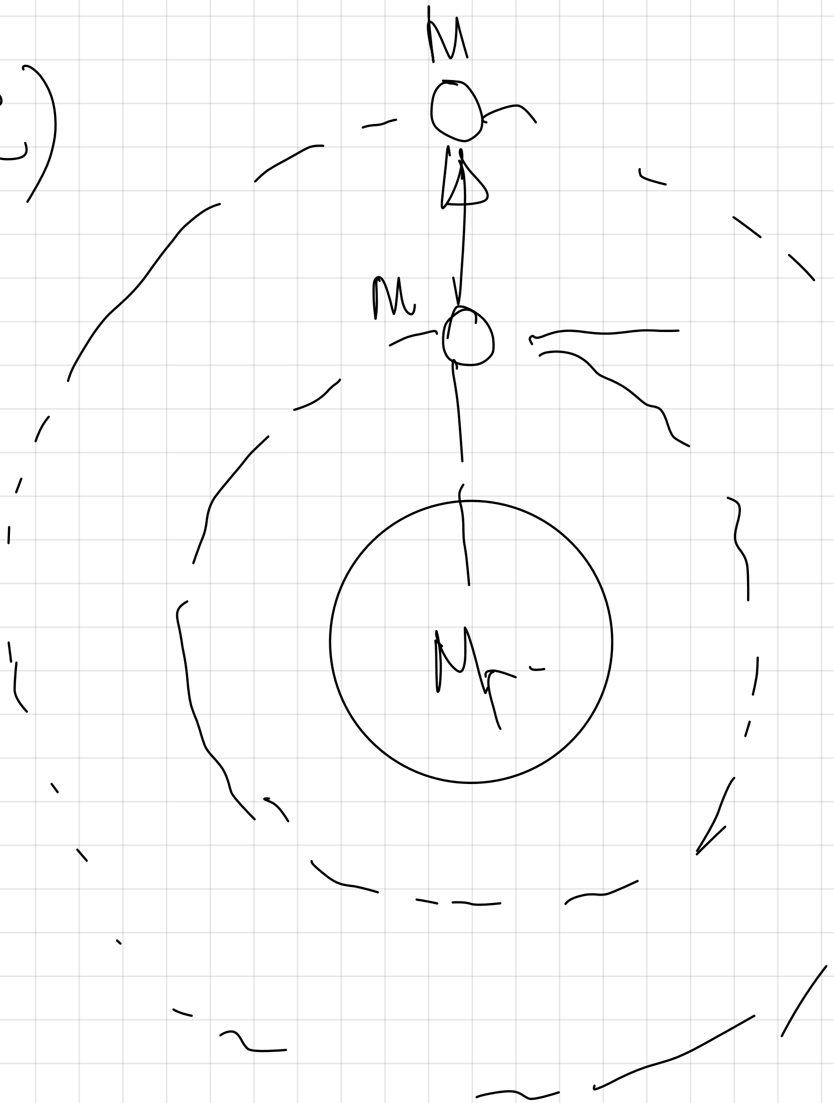
$$E = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h')} - \left(-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h)} \right)$$

$$E = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h)} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h')}$$

$$E = \frac{1}{2} G \cdot M_T \cdot m \left(\frac{1}{(R_T + h)} - \frac{1}{(R_T + h')} \right)$$

$$\boxed{E_{ext} = 4{,}3 \cdot 10^{8}\ J}$$

c)



$E_m = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2R_T}$

$E_p = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}$

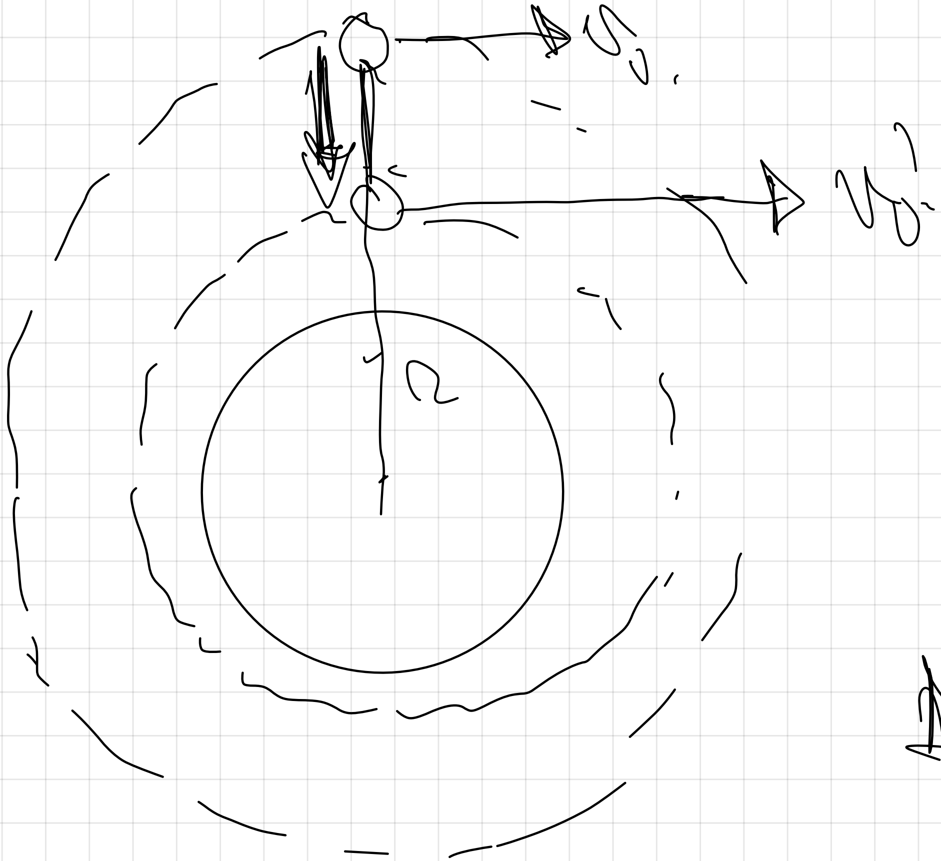
$E_c = \frac{1}{2} m \boxed{v_0^2} =$

$v_0 = \sqrt{G\cdot\frac{M_T}{2R_T}}$

E_p, E_c, E_m.

$g=10\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400$ Km

40.- Un satélite se encuentra orbitando a una altura determinada sobre la superficie terrestre. Si quisiésemos que este satélite pasase a estar orbitando a otra altura con una velocidad orbital ~~menor~~ mayor, explique si el satélite estará más cerca o más lejos de la Tierra, e indicar las variaciones que experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.



$$E_m = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2R}$$

$$E_p = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_f^2$$

Pag 18.

6.- RELACIÓN ENTRE ENERGÍA Y MOVIMIENTO ORBITAL.

$E_m > 0$ HIPÉRBOLA. $E_c > |E_p|$ ESCAPA.

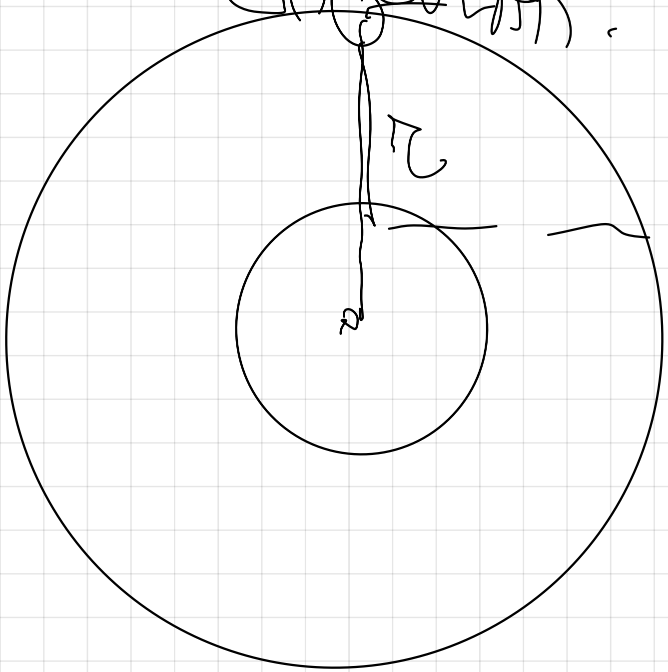
$E_m = 0$. PARÁBOLA $E_c = |E_p|$ ESCAPA.

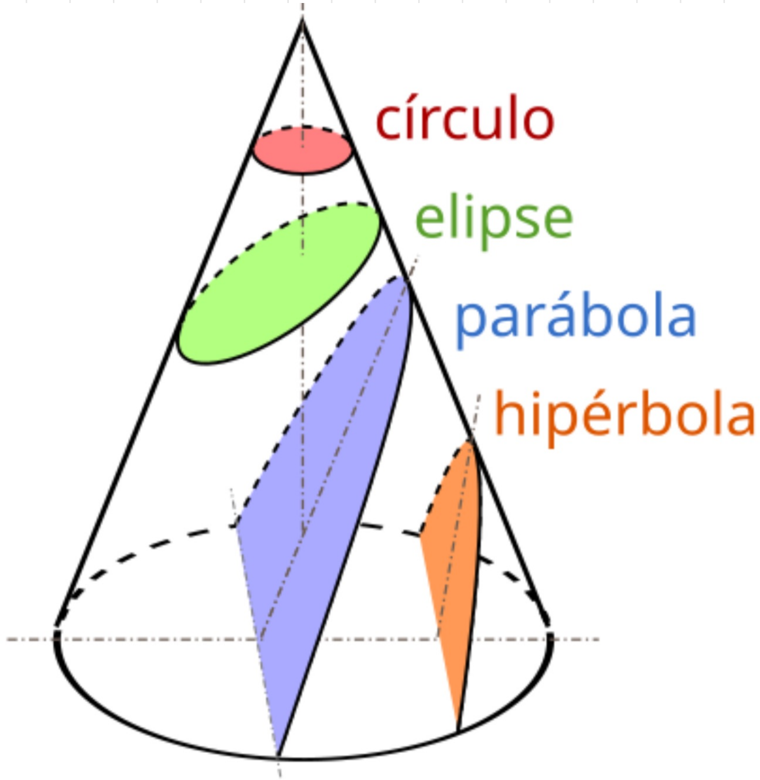
$E_m < 0$. ELÍPTICA $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$

$E_m < 0$. CIRCULAR. $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$ NO ESCAPA

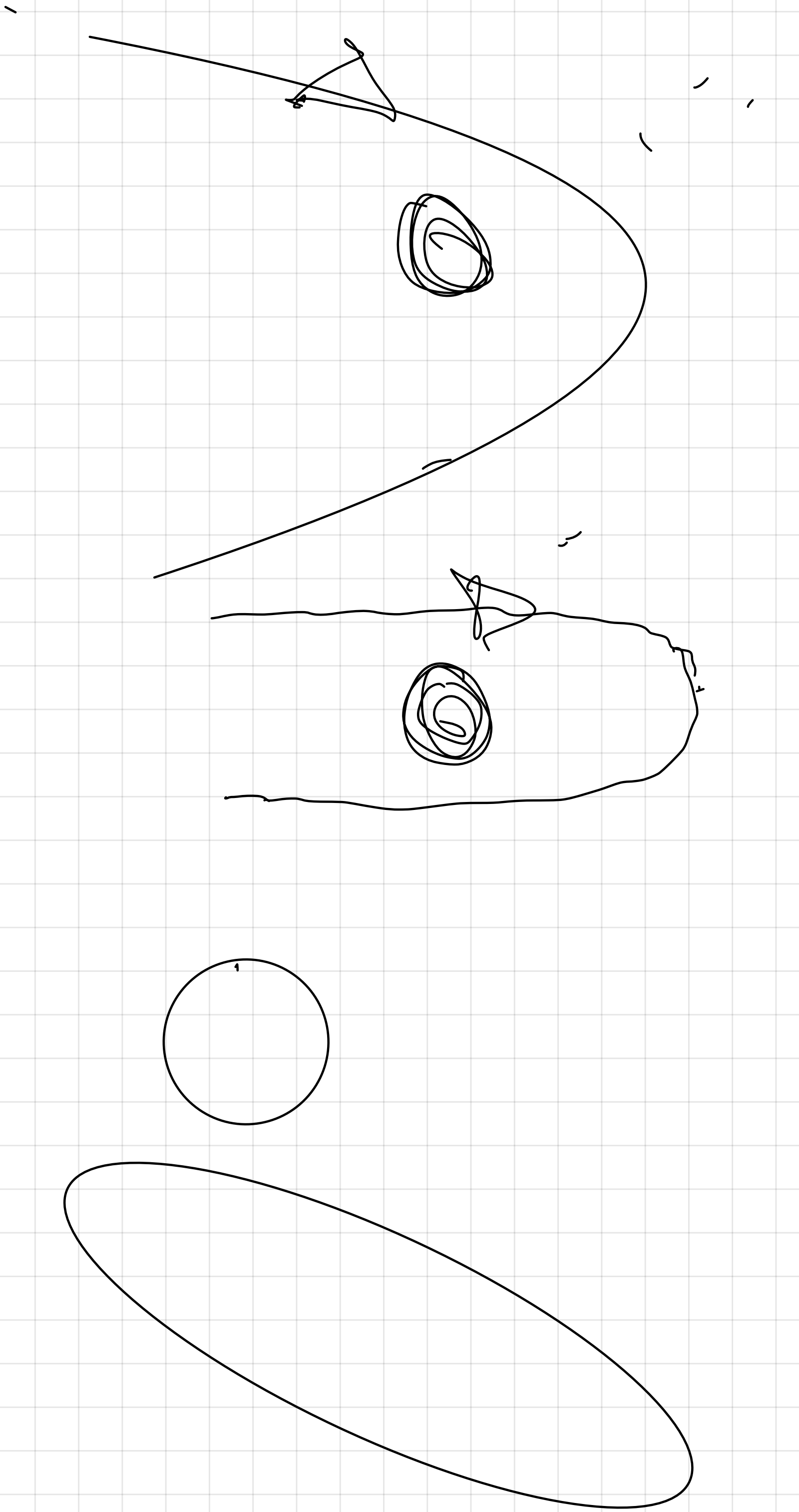
$E_m < 0$. $E_c < \frac{1}{2}|E_p|$ COLAPSA.

NO ESCAPA.





Perspectiva de las secciones cónicas



$G = 6,67\cdot10^{-11}$ N m² kg⁻²

232 (17-R) a) Indique razonadamente la relación que existe entre las energías cinética y potencial gravitatoria de un satélite que gira en una órbita circular en torno a un planeta.
b) La masa del planeta Júpiter es, aproximadamente, 300 veces la de la Tierra y su diámetro 10 veces mayor que el terrestre. Calcule razonadamente la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de Júpiter.
$R_T = 6,37\cdot10^6$ m; $g = 9,8$ m s^{-2}

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G\frac{M_T}{r}}\right)^2 = \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_p = -G\frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\frac{1}{2} \cancel{G} \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{r}}}{-\cancel{G}\frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{r}}}$$

$$\boxed{E_c = -\frac{1}{2} E_p} \Rightarrow \boxed{E_c = \frac{1}{2} |E_p|}$$

Relación entre la Energía y el movimiento orbital?

∞ - - - - - - 0 0

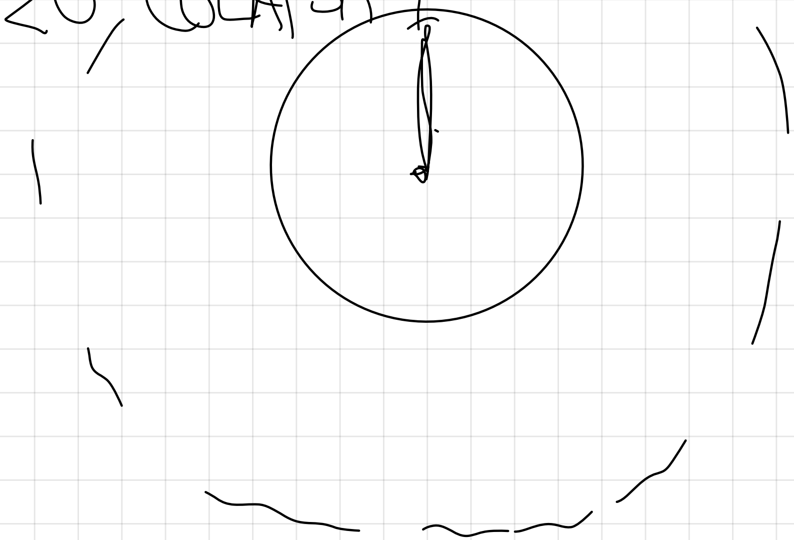
$E_m > 0$ ESCAPA / HIPÉRBOLA. $E_c > E_m$

$E_m = 0$ ESCAPA / PARÁBOLA $E_c = |E_p|$

$E_m < 0$ NO ESCAPA / ELIPSE $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$

$E_m < 0$ ÓRBITA CIRCULAR $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

$E_m < 0$ COLAPSA $E_c < \frac{1}{2}|E_p|$

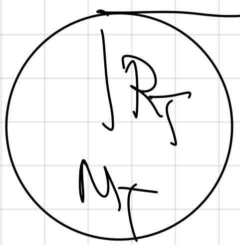


¿A qué altura sobre la superficie terrestre se reduce la gravedad a la cuarta parte?

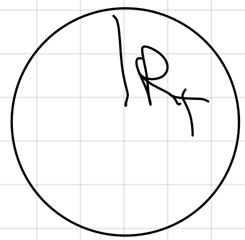
$$g = G \cdot \frac{M_T}{(2R_T)^2}.$$

$$\frac{g_T}{4} = G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)^2}$$

$$h = R_T.$$



$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}.$$



$$\frac{g_T/4}{g_T} = \frac{G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}}{G\frac{M_T}{R_T^2}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{R_T}{(R_T+h)}$$

$$R_T + h = 2R_T$$

$$h = 2R_T - R_T$$

$$\boxed{h = R_T}$$

46.- Un satélite artificial de masa 100 Kg orbita en torno a un planeta describiendo una órbita circular, teniendo una energía potencial gravitatoria de valor $\boxed{-5 \cdot 10^8\ J.}$

a) Calcula la velocidad lineal a la que se desplaza

b) Si mediante un propulsor se duplica, sin cambiar la dirección, la velocidad lineal del satélite, ¿Qué tipo de órbita seguirá?

a) $\boxed{E_c = \frac{1}{2}|E_p|}$ $\qquad \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{|E_p|}{m}}}$

$\cancel{\frac{1}{2}} m \cdot v_0^2 = \cancel{\frac{1}{2}} |E_p|$ $\qquad v_0 = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^8}{100}} = 2236\ m/s$

b) $E_c = \frac{1}{2} m (2v_0)^2 = \frac{1}{2} m 4 v_0^2 = 2 m v_0^2 =$

$= 2 \cdot 100 \cdot (2236)^2 = \boxed{9'9 \cdot 10^8\ J}$

$E_c = 9'9 \cdot 10^8 J$

$E_p = -5 \cdot 10^8 J$

$$\boxed{E_c > |E_p|}$$

$\Downarrow$

$E_m = E_p + E_c > 0 \Rightarrow$ Escapa infinita hiperbólica (abierta)

47.- La Luna es un satélite natural de la Tierra con una órbita prácticamente circular. Razone si las siguientes afirmaciones acerca de ella son verdaderas o falsas

a) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, a su energía cinética

b) La energía mecánica de la Luna es positiva

c) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, al doble de su energía cinética

d) La energía cinética de la Luna no está relacionada con su energía potencial gravitatoria

a) $|E_p| = E_c$ $\Rightarrow$ Falsa, $E_M = 0 \Rightarrow$ Escapa, órbita parabólica.

b) $E_m > 0 \Rightarrow$ Falsa. $E_M > 0$ Escapa, hiperbólica.

c) $|E_p| = 2E_c$. $\Rightarrow$ Verdadeira, já demonstrá.

$E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

d) Falsa.

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot \boxed{v^2}$

E_p

48.- Un satélite orbita en torno a un planeta con una órbita circular. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones

a) Su energía mecánica es cero

b) Su energía mecánica es igual a menos su energía cinética

c) Su energía potencial es igual a menos su energía cinética partido dos

a) $E_M = 0 \Rightarrow E_M < 0$

b) $$\boxed{E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}\right)^2 = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_M = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2r}$$

$$= \quad E_C = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2r}$$

$$\boxed{E_M = -E_C}$$

Verdadero.

$$E_M = -E_C$$

c) $E_p = -\frac{E_c}{2}$, no?

~~Órbita circular.~~

$$E_c = -2E_p$$

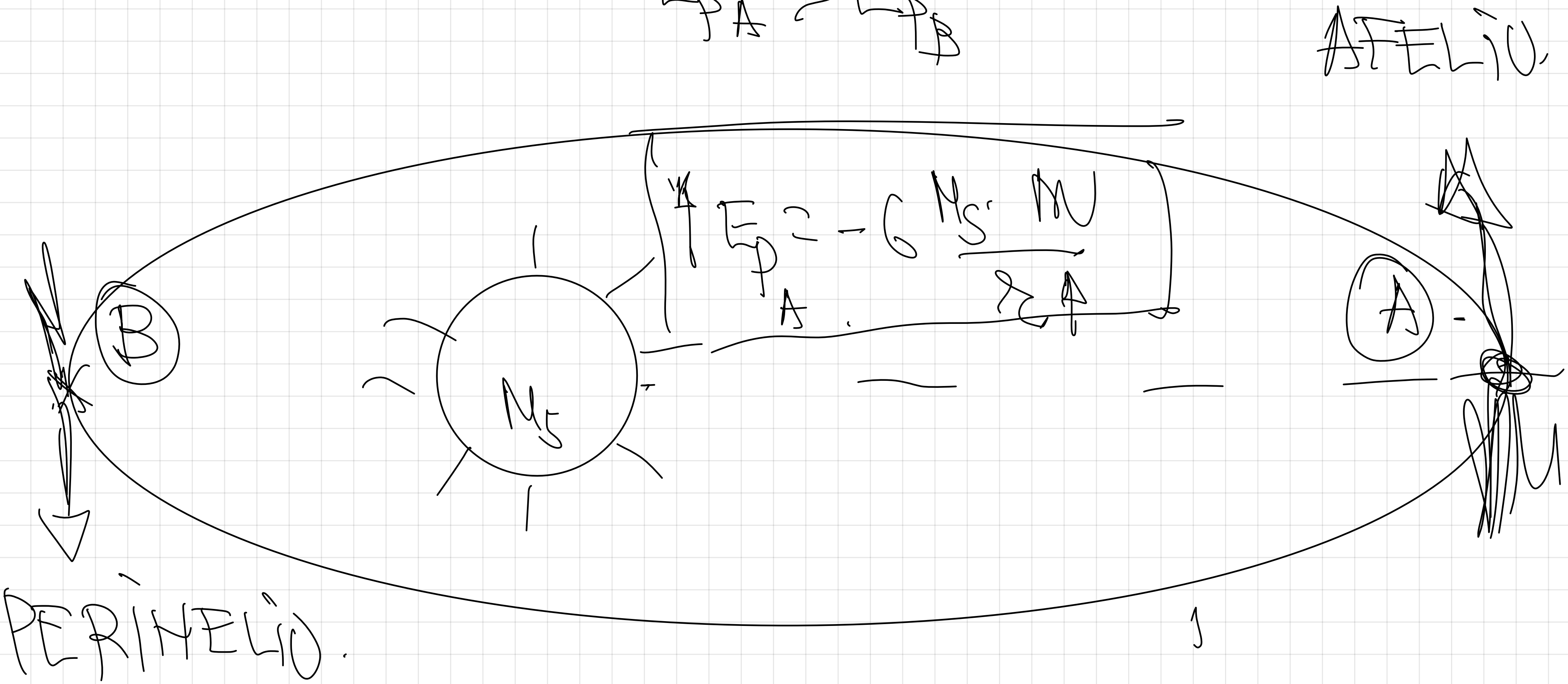
$$\Rightarrow \boxed{E_c = 2\,|E_p|}$$

44.- Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B.

a) ¿En cuál de los dos puntos es mayor el módulo de la velocidad?, ¿y el de la aceleración?

b) Comparar los valores de energía cinética y potencial en A y en B

$E_{p_A} > E_{p_B}$



$E_m = cte \Rightarrow$ Solo actúa la F gravitatoria.

$E_m = cte.$

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + \boxed{E_{cB}}$$

$$\uparrow \; + \; \downarrow \; = \; \downarrow \; + \; \boxed{\uparrow}$$

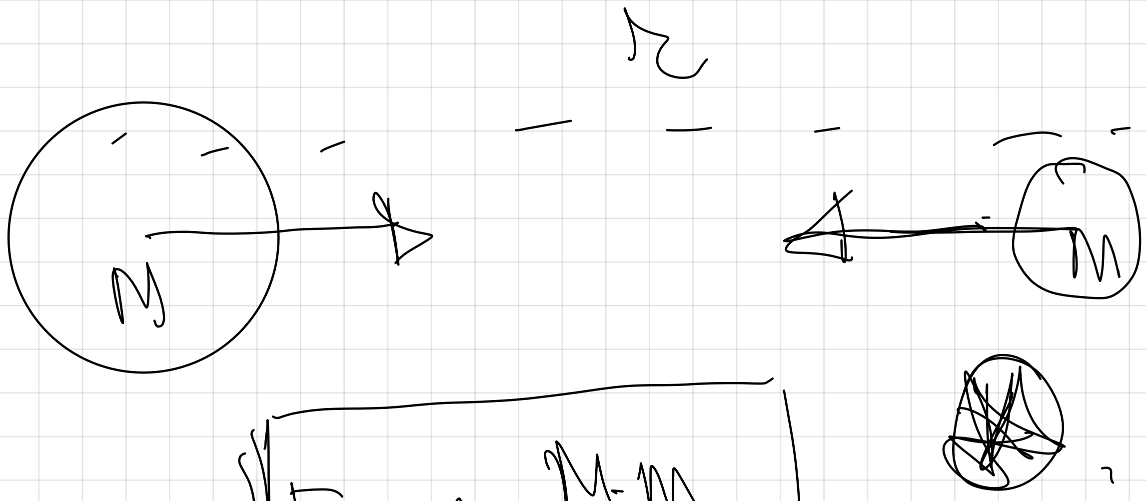
$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \qquad \boxed{v_B > v_A}$$

$\downarrow g = G \cdot \frac{M_S}{r^2} \uparrow$.

$a_A > a_B$.

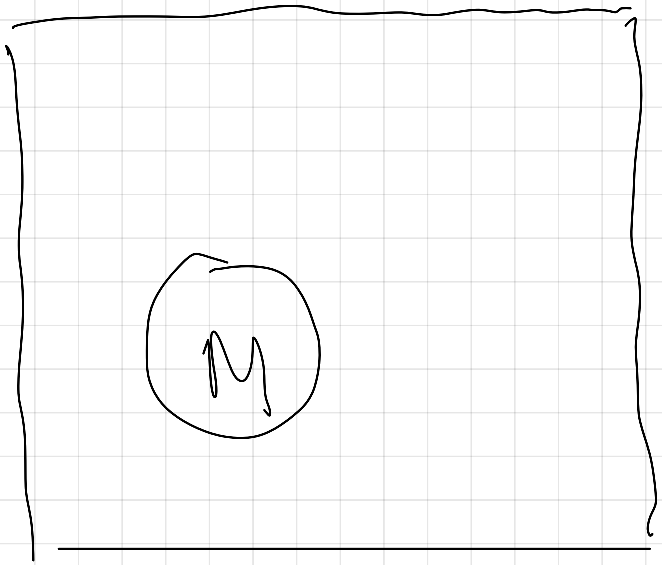
pag 2.

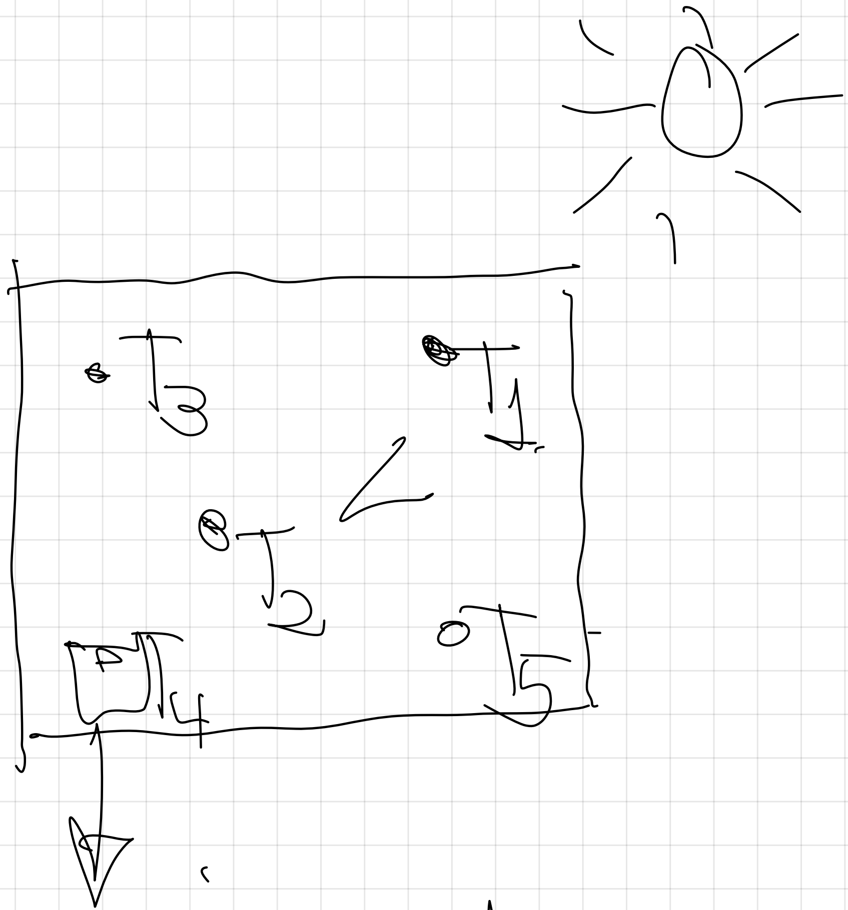
2.- INTERACCIONES A DISTANCIA: CONCEPTO DE CAMPO



$$\boxed{F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

Concepto de campo.





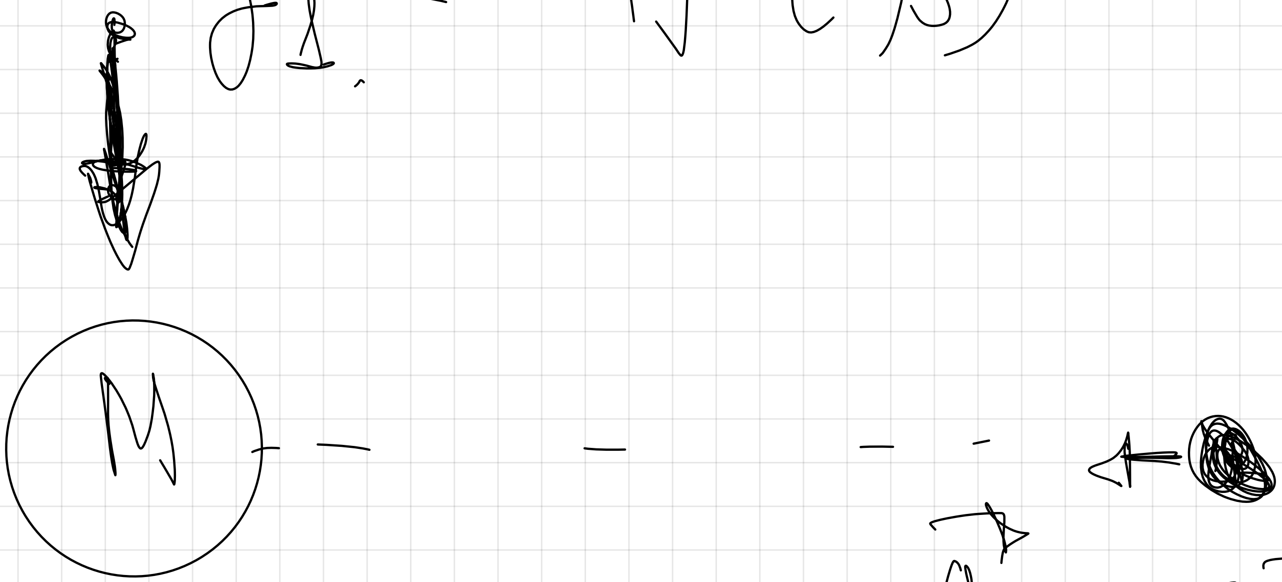
único valor.

Campo escalar.

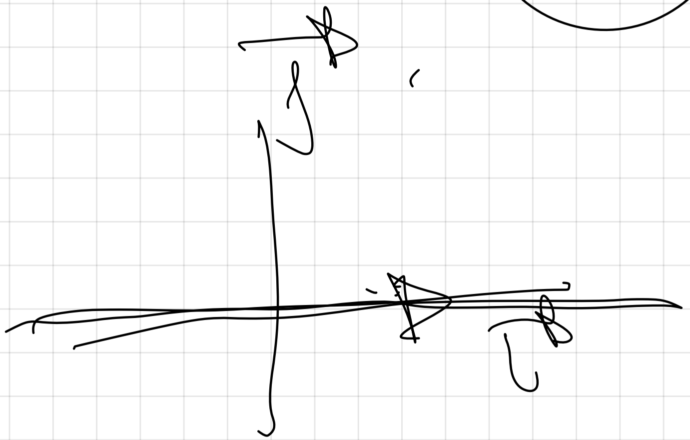
$\boxed{\vec{g}}$

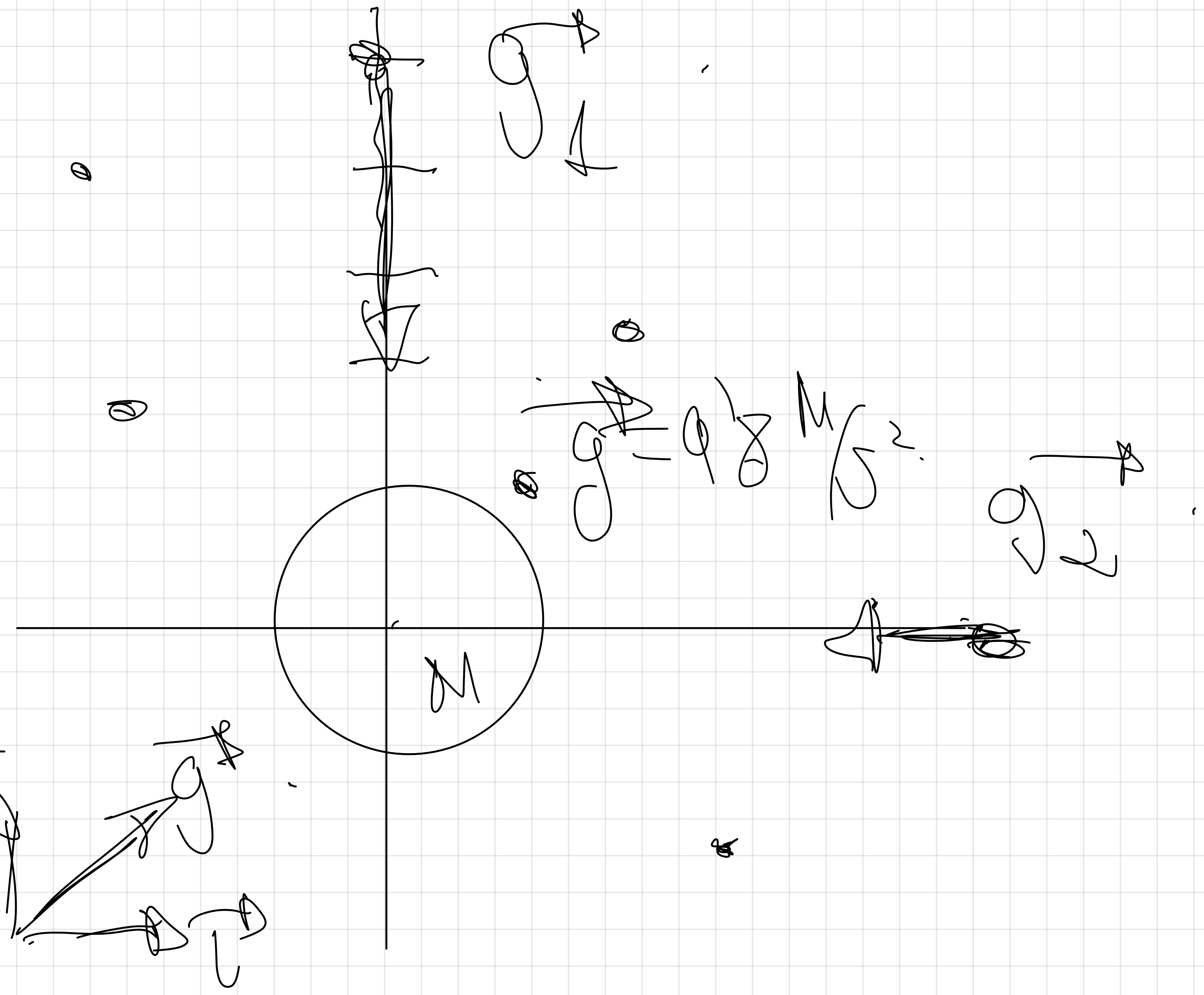
$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

$$\vec{g}_1 = -4\vec{j} \ (m/s^2)$$

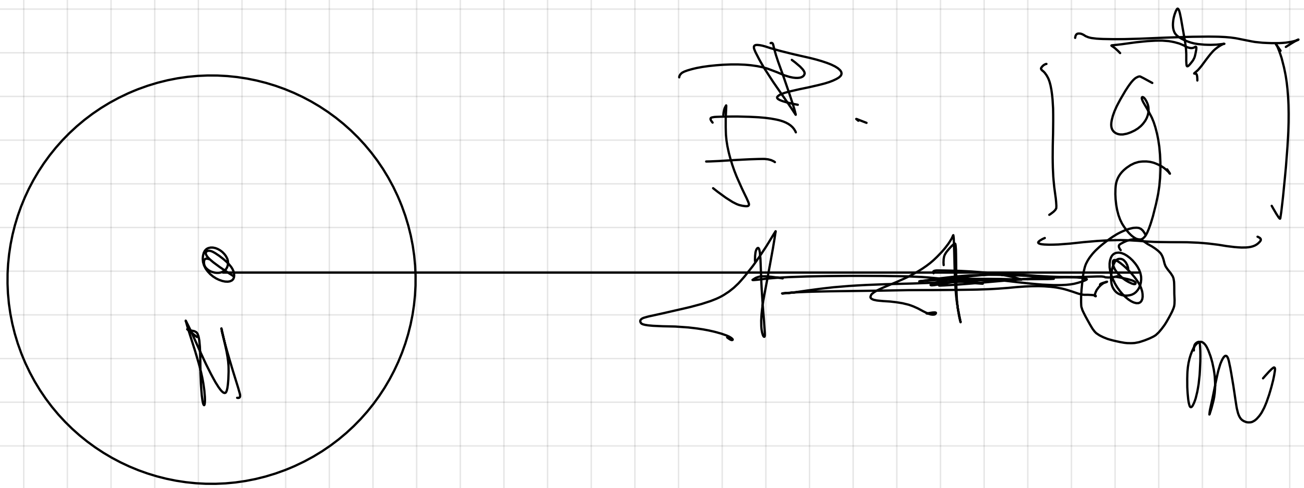


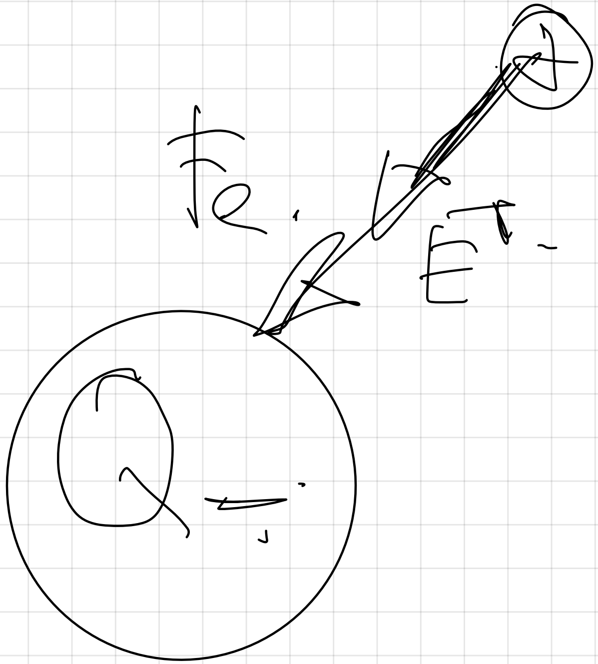
$$\vec{g}_2 = -2\vec{i} \ (m/s^2)$$





$$\vec{g} = +3\vec{i} + 2\vec{j} \quad (m/s^2)$$


M
m



Fe
E
Q

Indau

$$g = 10\ \frac{N}{Kg} \quad \left(10\ \frac{m}{s^2}\right)$$

$$F = m \cdot g$$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}}$$

$$g = \frac{F}{m} \Rightarrow \boxed{\frac{N}{Kg}}$$

$$\boxed{g = G\ \frac{M}{r^2}}$$

$$\frac{N}{Kg} = \frac{\cancel{Kg} \cdot \frac{m}{s^2}}{\cancel{Kg}}$$

10.- Según la Ley de la gravitación, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste. Si es así, ¿ Porqué no caen más deprisa los cuerpos con mayor masa?

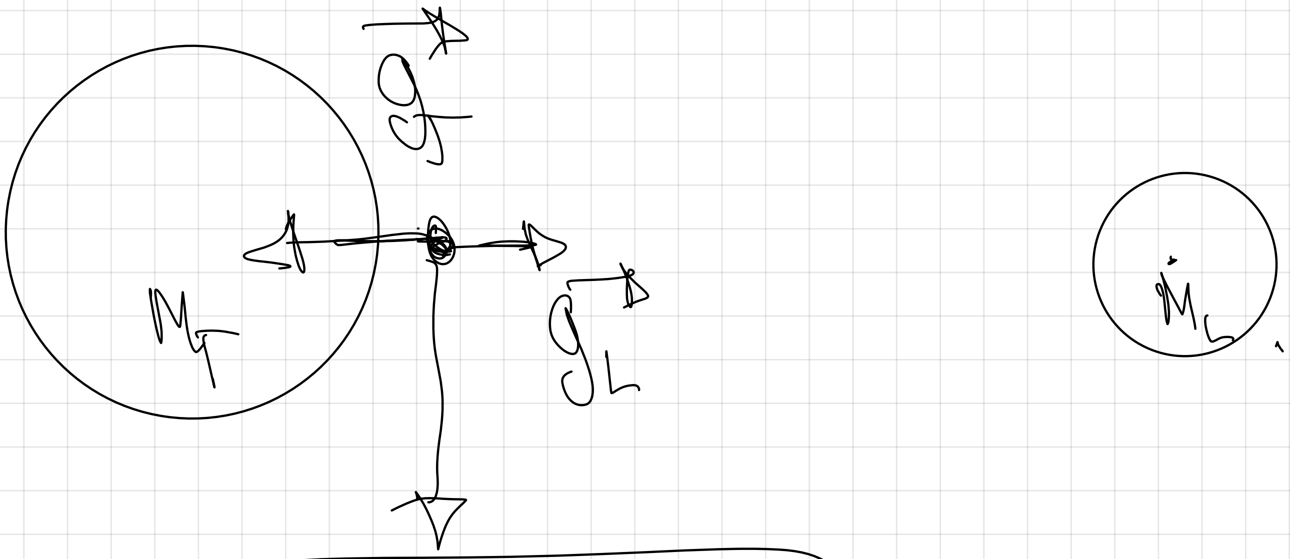
Cuerpo de mayor masa M.

$$g = \frac{F}{M} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{R_T^2}}{\cancel{M}} = \boxed{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}} = \boxed{9'8\ m/s^2}$$

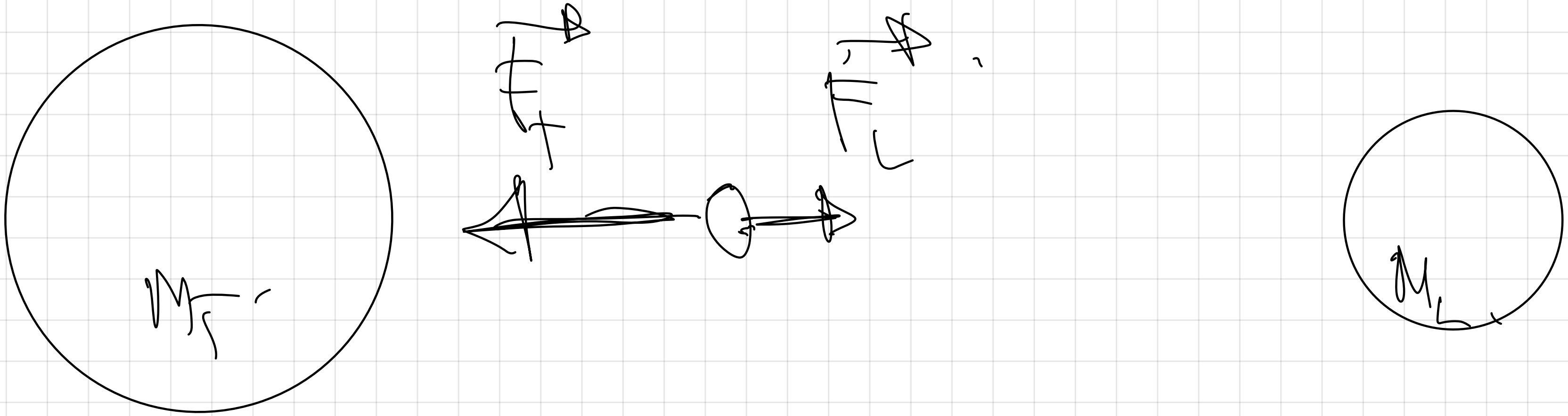
Cuerpo de menor masa m.

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T^2}}{\cancel{m}} = \boxed{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}} = \boxed{9{,}8\ m/s^2}$$

5º – Princípio da superposição.

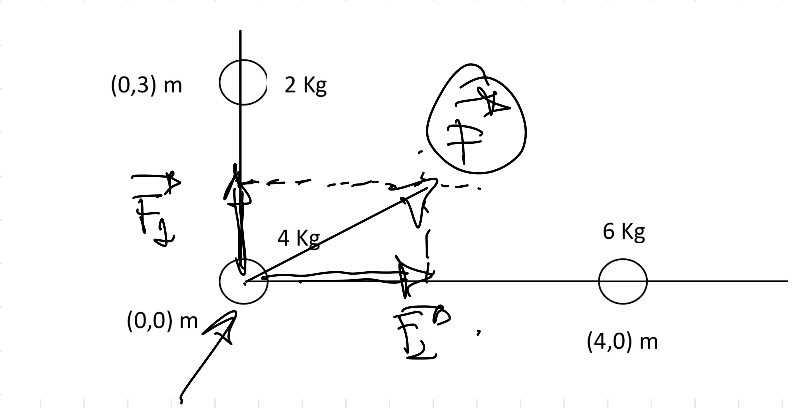


$$\boxed{\vec{g} = \vec{g}_T + \vec{g}_L}$$

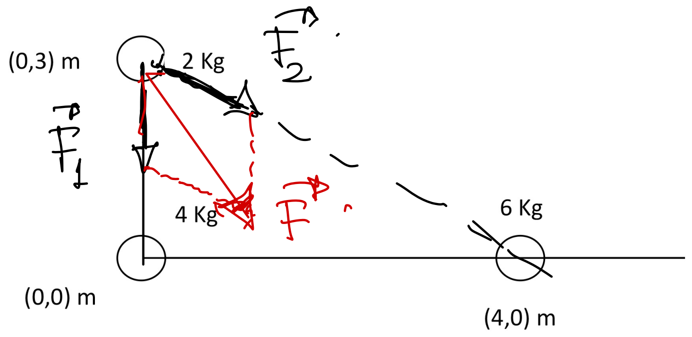


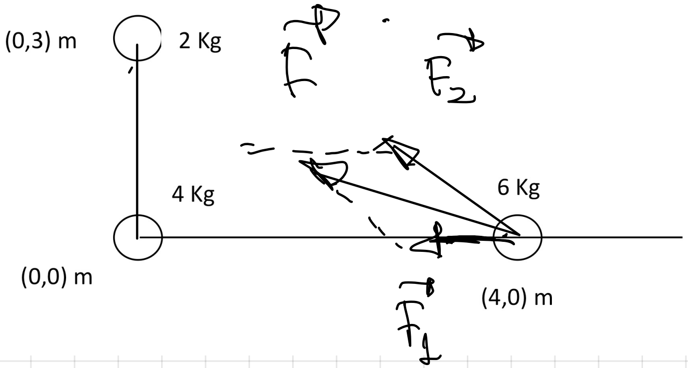
$$\vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_L$$

Ejercicio 11.



$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

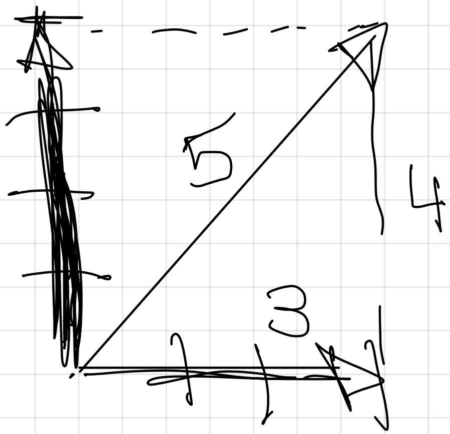




$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

líneas de campo.

$\vec{F}_2 = +4\vec{j}$.

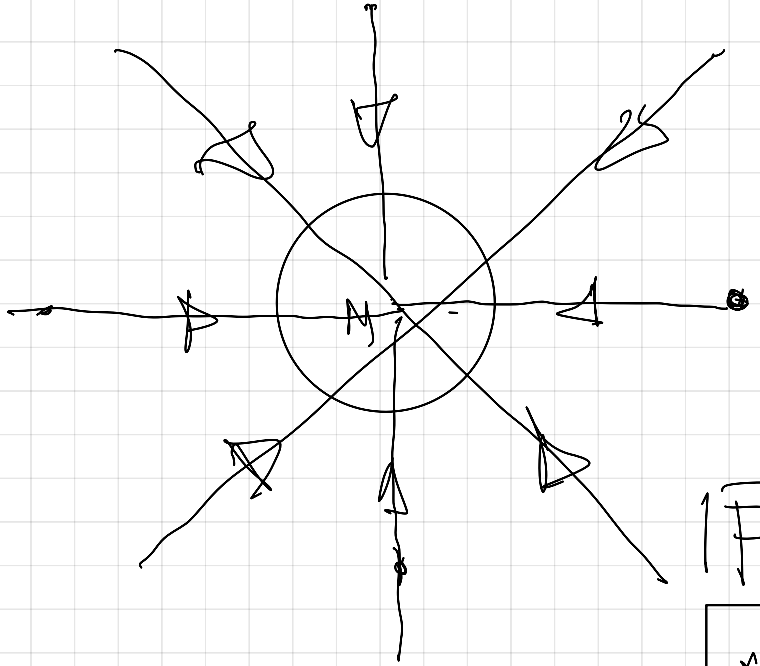


$\vec{F}_1 = +3\vec{i}$.

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = +3\vec{i} + 4\vec{j}$.

$\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

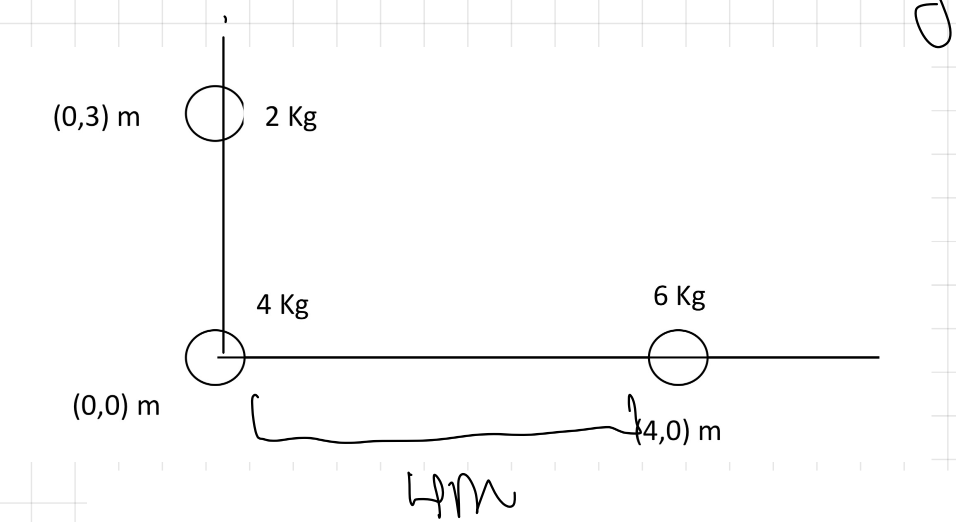
$|\vec{F}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5.$

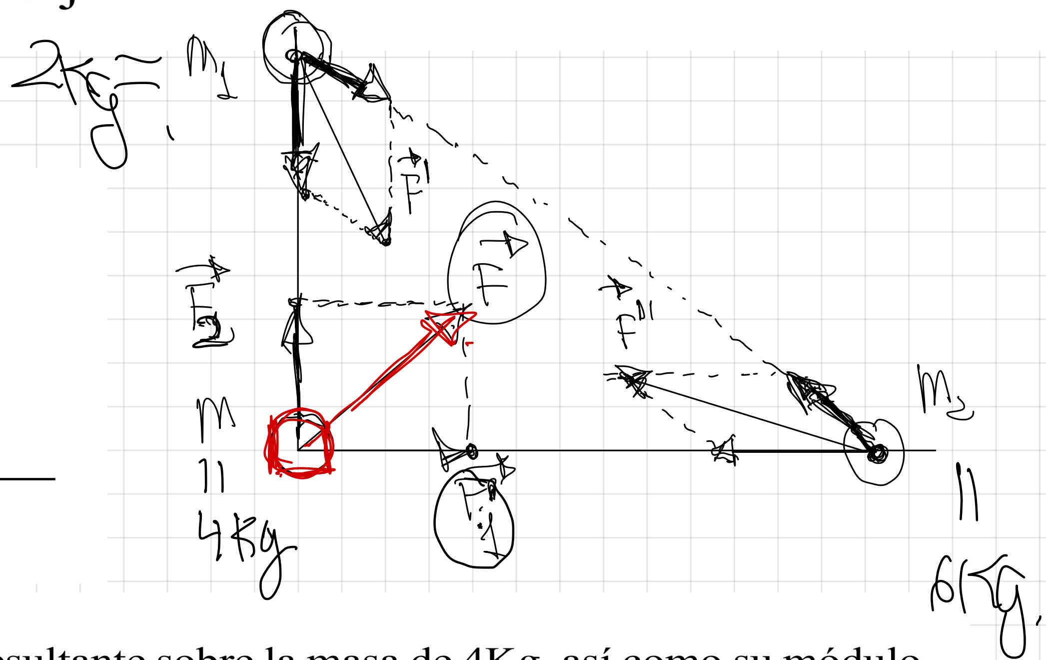


www.fisicacucurella.enceuta.es

https://fisicacucurella.:

11.- Tres esferas uniformes de masas 2 Kg, 4 Kg y 6 Kg se sitúan en los vértices de un triángulo como se indica en la figura adjunta

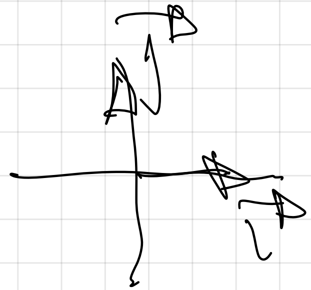




Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

$|\vec{F_1}| \Rightarrow$ ley de la gravitación universal. Calculo primero el módulo.



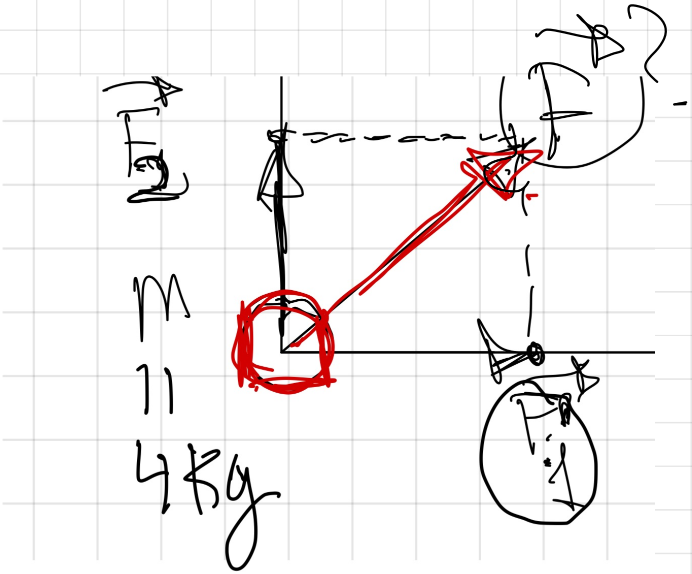
$$|\vec{F_1}| = G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 6}{4^2} = 10^{-10}\ N$$

Despues pongo dirección y sentido.

$$\vec{F_1} = +10^{-10}\,\vec{i}\ (N)$$

$$|\vec{F_2}| = G\cdot\frac{m\cdot m_1}{r^2} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{4\cdot2}{3^2} = 5'93\cdot10^{-11}\,N.$$

$$\vec{F_2} = +5'93\cdot10^{-11}\,\vec{j}\ (N).$$



Principio de superposición.

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$\vec{F} = 10^{-10}\,\vec{i} + 5'93\cdot10^{-11}\,\vec{j}\ (N)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(10^{-10})^2 + (5'93 \cdot 10^{-11})^2} = 1'16 \cdot 10^{-10}\ N.$$

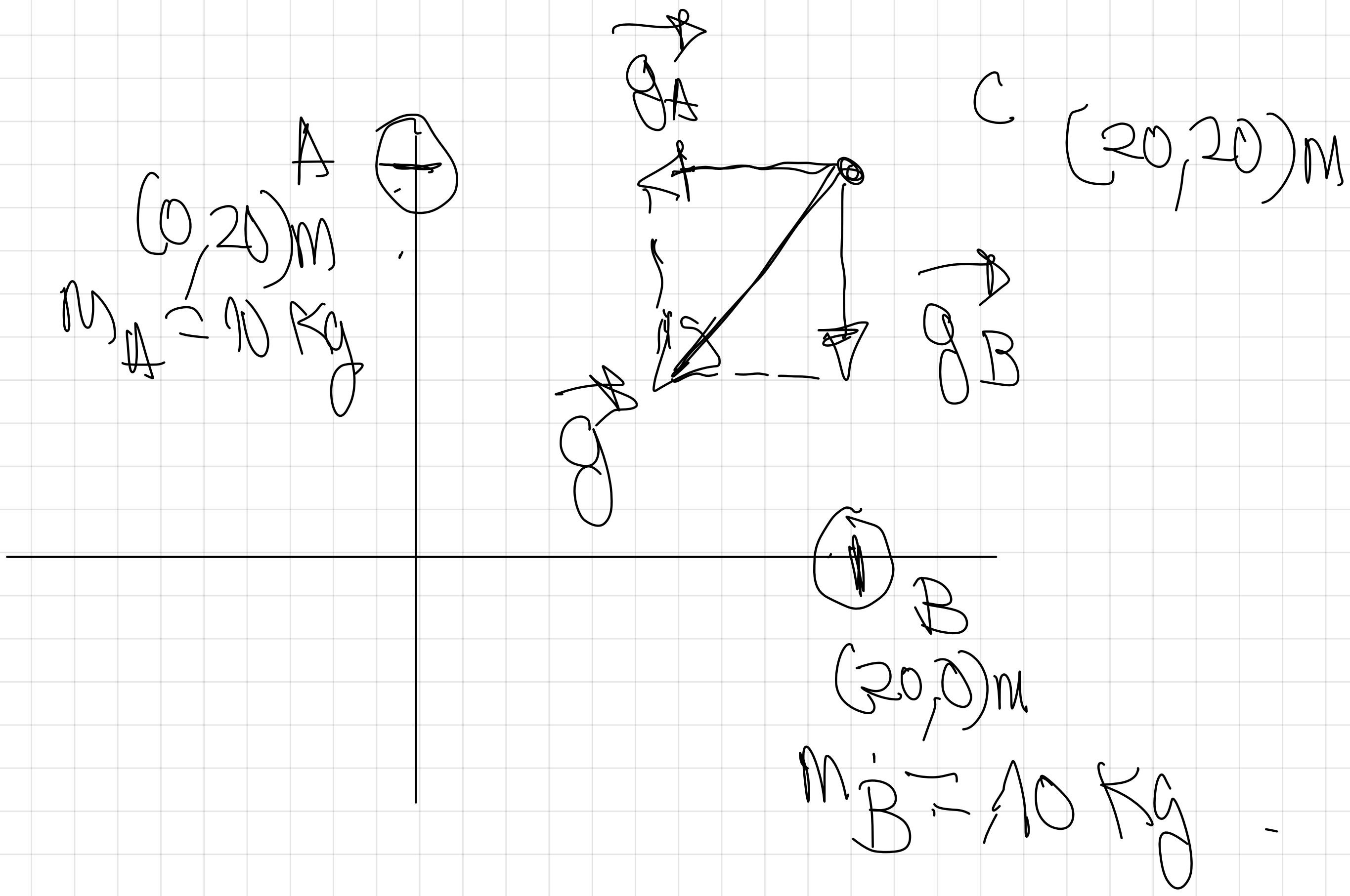
1

En dos puntos A y B de coordenadas (20,0) m y (0,20) m se sitúan dos masas puntuales de 10 kg cada una.

a) Dibuja y calcula el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el punto C (20,20) m

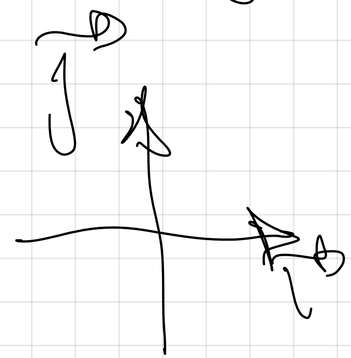
b) Halla la Fuerza sobre una masa puntual de 5 kg situada en el punto C.

$G = 6'7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$



$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$$

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$



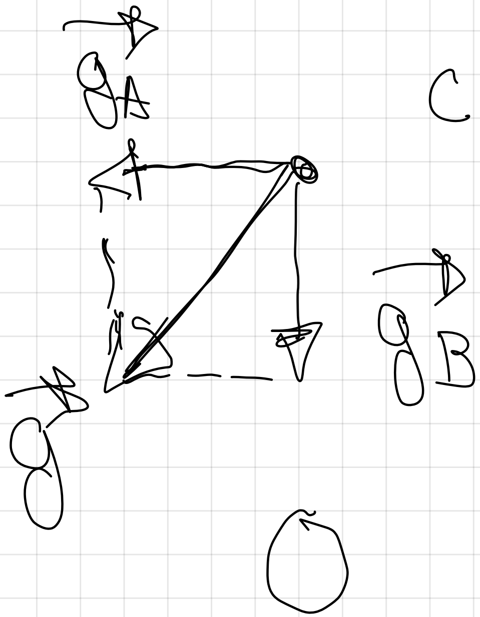
Primero el módulo $\Rightarrow g_A = G \cdot \frac{m_A}{r_A^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2} = 1{,}7 \cdot 10^{-12} \frac{m}{s^2}$

$$\vec{g}_A = -1{,}7 \cdot 10^{-12} \, \vec{i} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$g_B = G \cdot \frac{m_B}{r_B^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2} = 1'7 \cdot 10^{-12} \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{g}_B = -1'7 \cdot 10^{-12} \, \vec{j} \, \left(\frac{m}{s^2} \right).$$

Principio de superposición

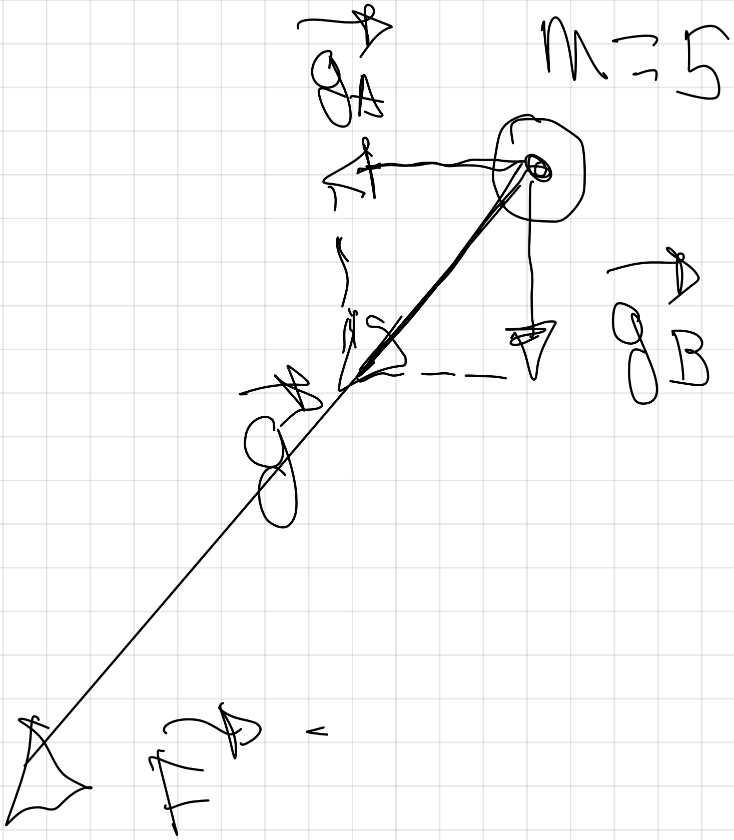


$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$$

$$\vec{g} = -1'7 \cdot 10^{-12} \, \vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12} \, \vec{j} \left(\frac{m}{s^2} \right)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1'7 \cdot 10^{-12})^2 + (-1'7 \cdot 10^{-12})^2}$$

$$|\vec{g}| = 2'4 \cdot 10^{-12}\ m/s^2$$



$m = 5\ kg$.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{F} = 5 \cdot \left(-1'7 \cdot 10^{-12}\vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\vec{j}\right)$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{F} = 5 \cdot \left(-1'7 \cdot 10^{-12}\vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\vec{j}\right)\ (N)$$

$$\vec{F} = -8'5 \cdot 10^{-12}\vec{i} - 8'5 \cdot 10^{-12}\vec{j}\ (N)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-8'5\ 10^{-12})^2 + (-8'5 \cdot 10^{-12})^2}$$

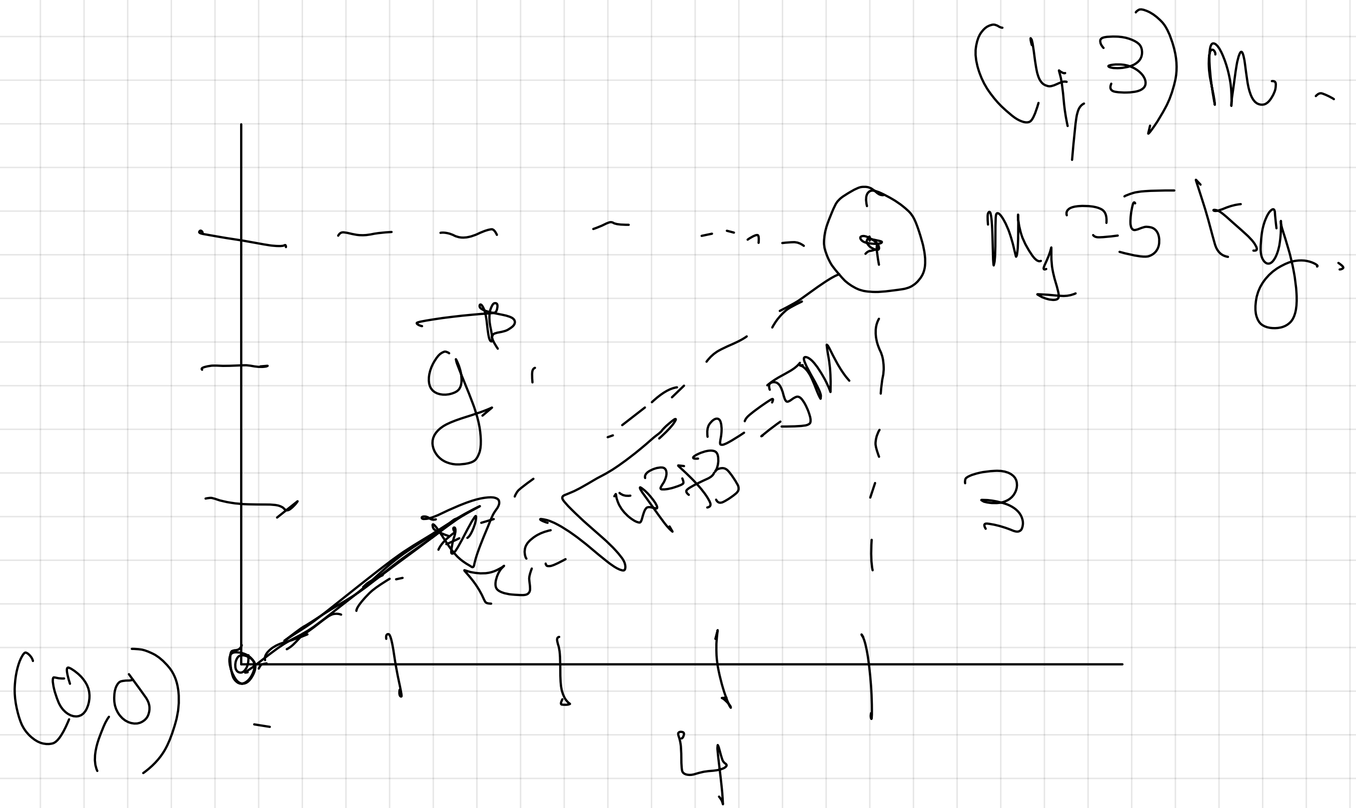
$$|\vec{F}| = 1'2 \cdot 10^{-11}\ N.$$

$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}|$$

$$|\vec{F}| = 5\ kg \cdot 2'4 \cdot 10^{-12}\ \frac{N}{kg} = 1'2 \cdot 10^{-11}\ N.$$

(2) Una masa puntual $m_1 = 5\,kg$ está en el punto $(4,3)\,m$. Determina el valor del campo gravitatorio creado por la masa m_1 en el origen de coordenadas.

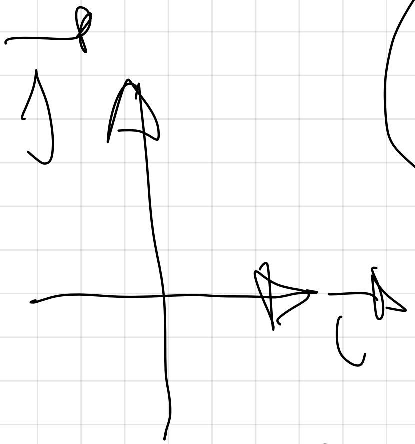
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

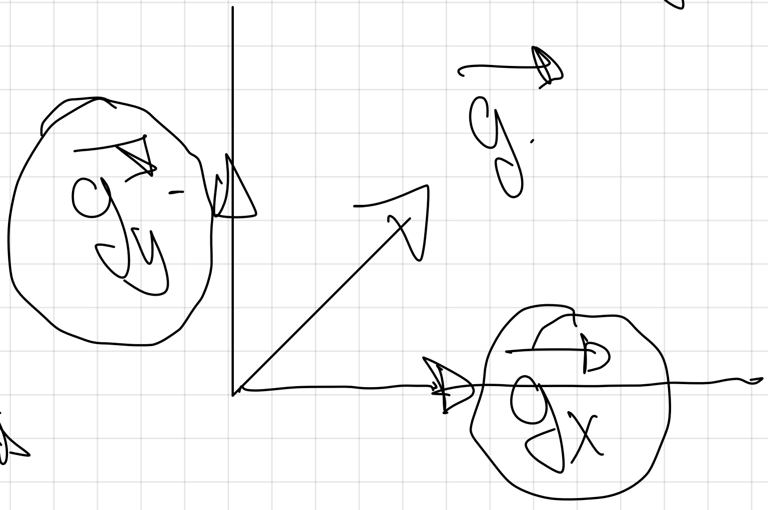


$$|\vec{g}| = G \cdot \frac{M_1}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{5^2} = 1'33 \cdot 10^{-11} \left(m/s^2 \right)$$

$\vec{g}$

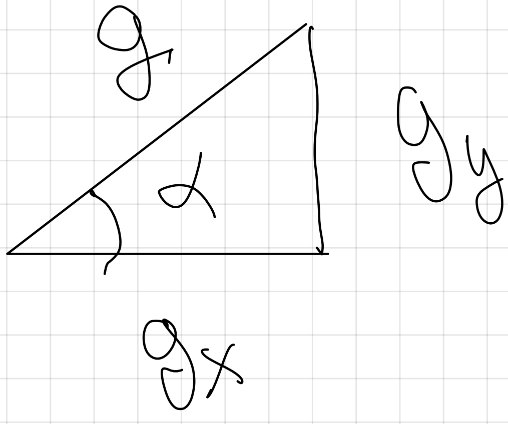
$$g = 1'33 \cdot 10^{-11} \ m/s^2$$





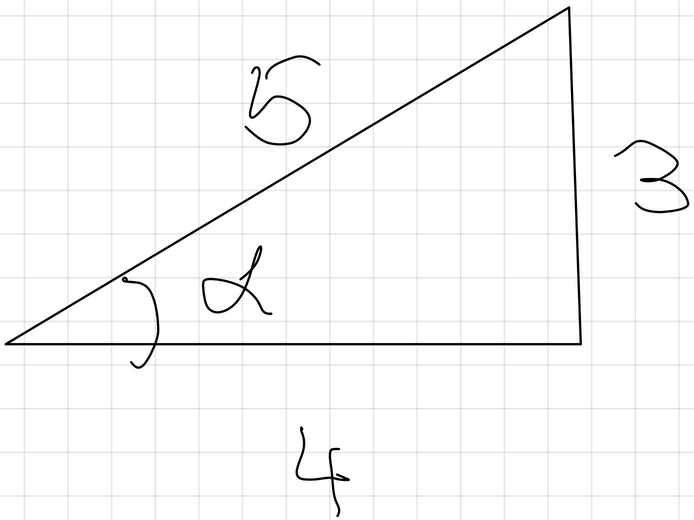
$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}}$$



$$\text{sen } \alpha = \frac{g_y}{g}$$

$$\cos \alpha = \frac{g_x}{g}$$



$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\boxed{\alpha = \operatorname{arcsen}\frac{3}{5} = 36'9^\circ}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{g_y}{g}\,? \Rightarrow g_y = g\cdot\operatorname{sen}\alpha = 1'33\cdot 10^{-11}\operatorname{sen}36'9^\circ$$

$$g_y = 7'98\cdot 10^{-12}\ m/s^2 \qquad \vec{g}_y = -7'98\cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ (m/s^2)$$

$$\cos\alpha = \frac{g_x}{g} \Rightarrow g_x = g \cdot \cos\alpha = 1'33 \cdot 10^{-11} \cdot \cos 36'9^\circ$$

$$g_x = 1'064 \cdot 10^{-11}\ N/s^2. \qquad \vec{g_x} = +1'064 \cdot 10^{-11}\ \vec{\imath}\ (N/s^2)$$

$$\vec{g} = 1'064 \cdot 10^{-11}\ \vec{\imath} + 7'98 \cdot 10^{-12}\ \vec{\jmath}\ (N/s^2)$$

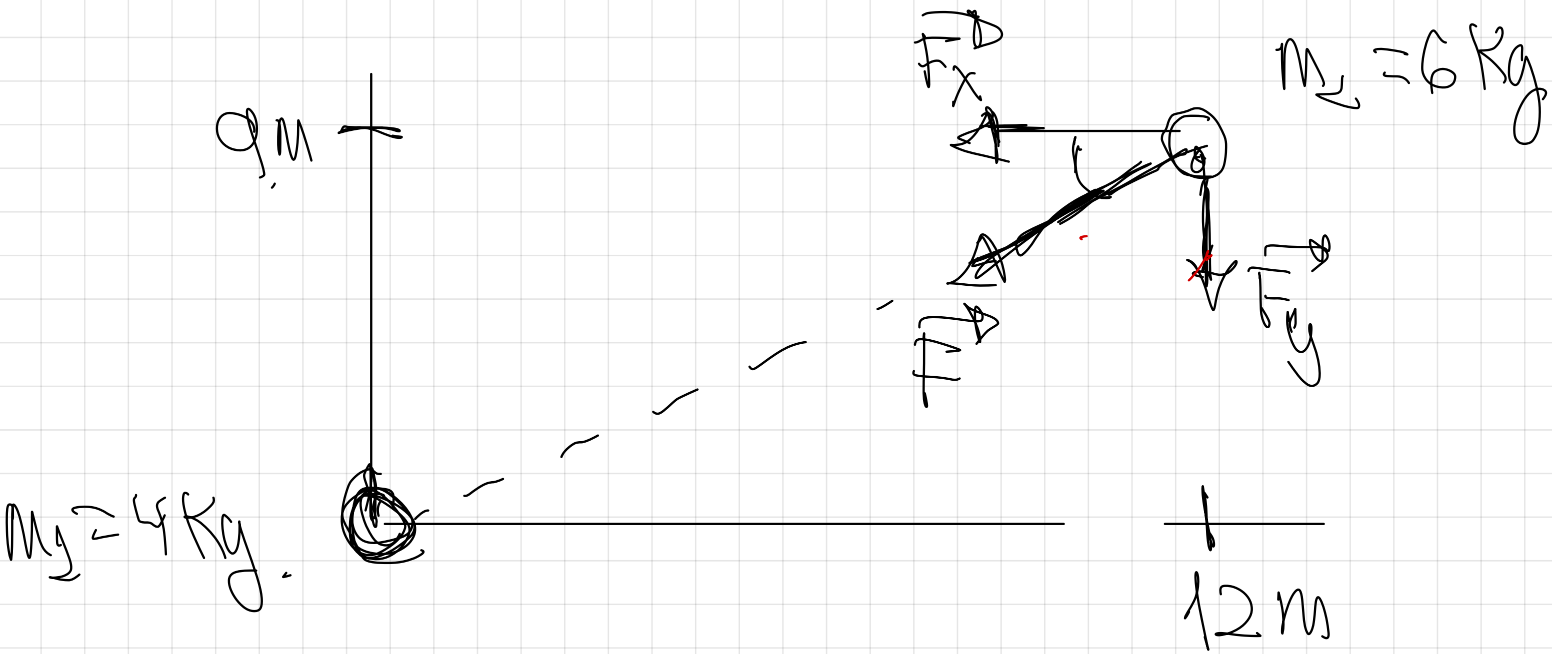
Publicarlo.

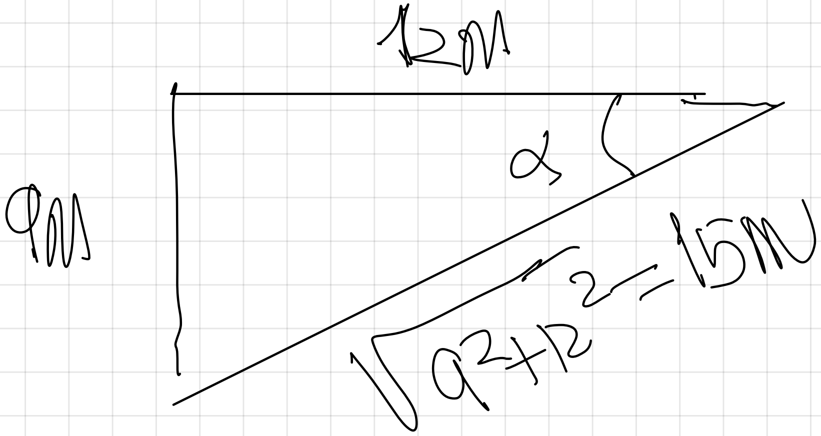
(3) Una masa puntual $m_1 = 4\,Kg$ está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6\,Kg$ está situada en el punto $(12, 9)\,m$.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y halla su módulo.

b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

$$\boxed{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N \cdot m^2\, Kg^{-2}}$$



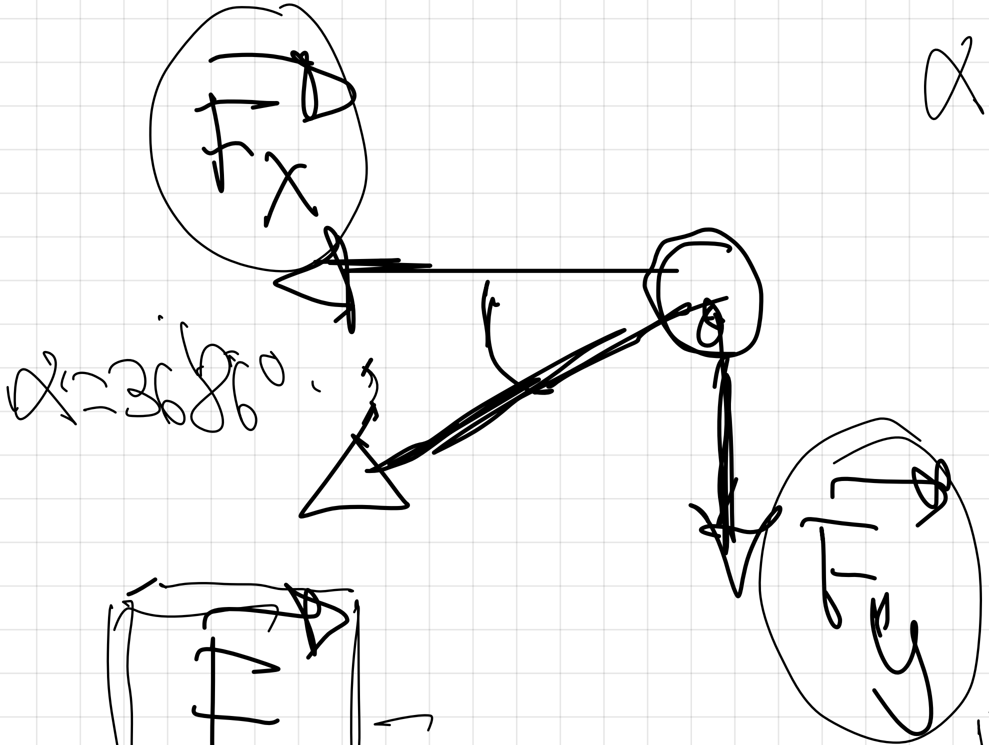


$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{cateto op}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{15}.$$

$$\cos \alpha = \frac{12}{15}.$$

$$\alpha = \arcsin \frac{9}{15} = 36'86°.$$



$$\boxed{\vec{F}} =$$

Ley de la gravitación Universal.

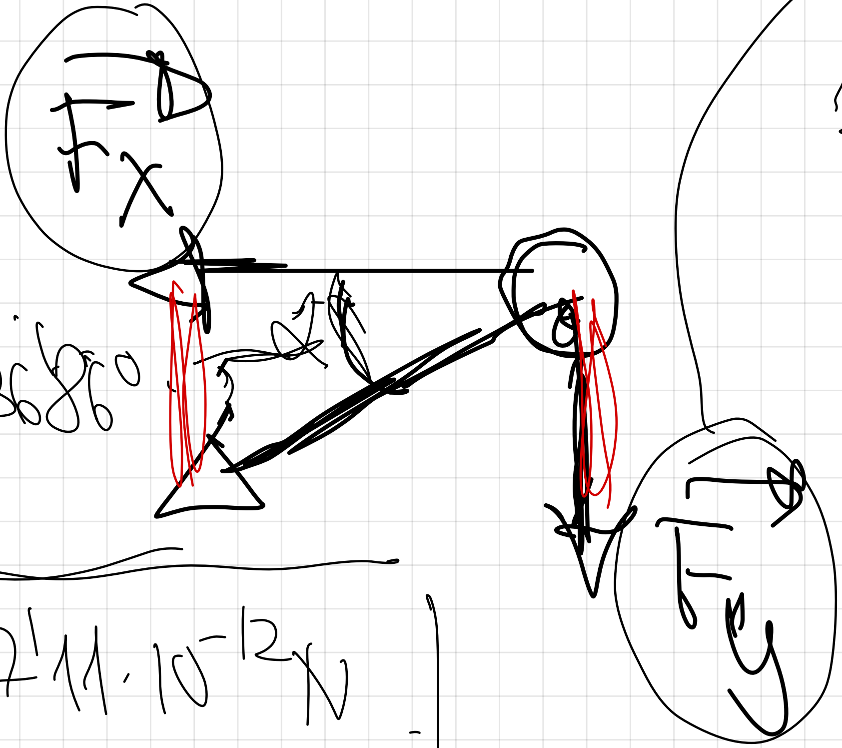
$$|\vec{F}| = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{R^2} =$$

$$|\vec{F}| = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 4}{15^2} = 7'11 \cdot 10^{-12}\ N.$$

cateto opuesto

$$\text{sen } 36'86° = \frac{F_y}{F}$$

hipotenusa



$\alpha = 36'86°$

$$\boxed{F = 7'11 \cdot 10^{-12}\ N}$$

$$F_y = F \cdot \text{sen } 36'86° = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{9}{15} = 4'26 \cdot 10^{-12}\ N$$

$$\vec{F_y} = -4'26 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (N)$$

→ cateto contiguo

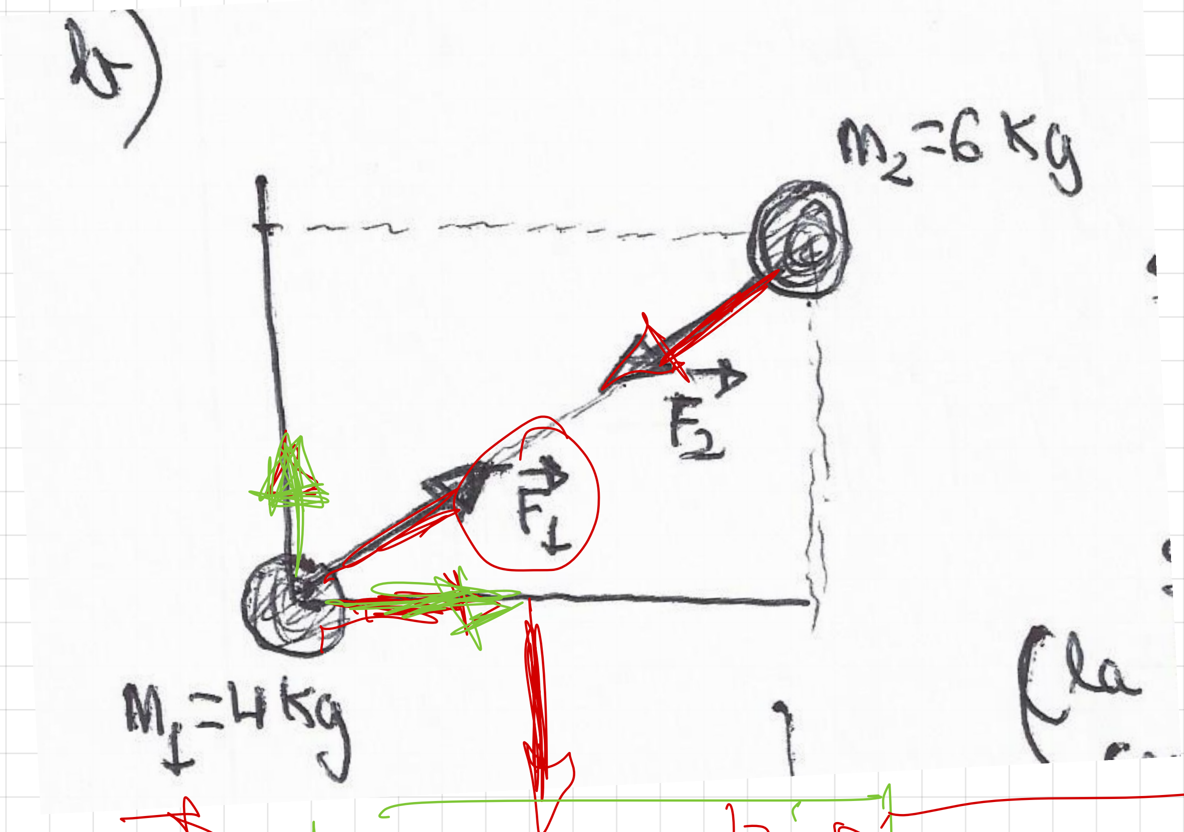
$$\cos 36'86^\circ = \frac{F_x}{F}$$

$$F_x = F \cdot \cos 36'86^\circ = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{12}{15} = 5'68 \cdot 10^{-12}\ N.$$

$$\vec{F_x} = -5'68 \cdot 10^{-12}\ \vec{i}\ (N)$$

$$\vec{F_2} = -5'68 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 4'26 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (N)$$

b)

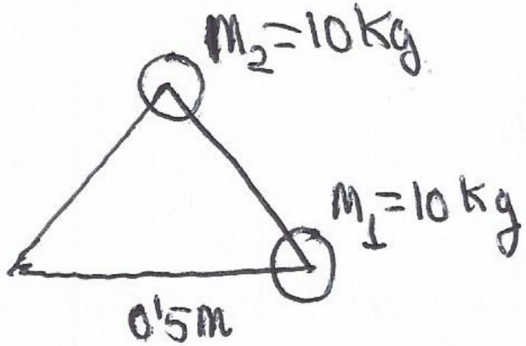


$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$\vec{F}_1 = \boxed{5'68 \cdot 10^{-12}\,\vec{i}} + 4'26 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ (N)$

$|\vec{F}_1| = 7'11 \cdot 10^{-12}\ N$

4) Dos cuerpos de 10 kg de masa se encuentran en dos de los vértices del triángulo equilátero de la figura, que posee 0'5 m de lado.

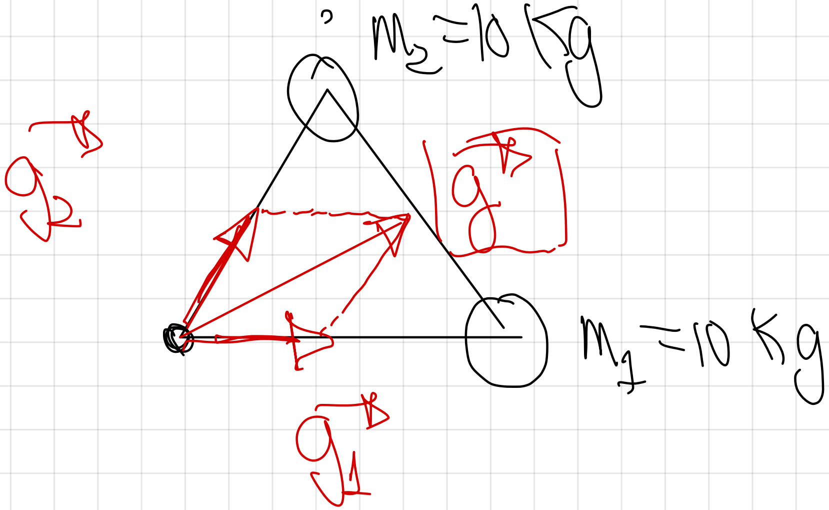


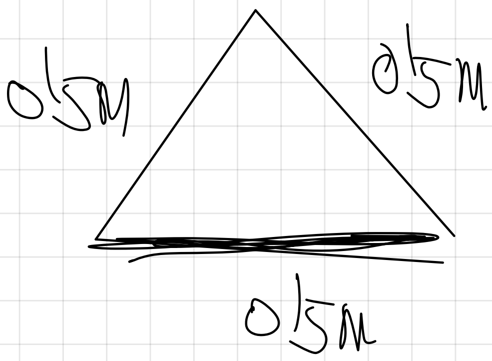
a) Calcula el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo $G=6'67\cdot10^{-11}\,N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$.

$\vec{g}$

Principio de superposición

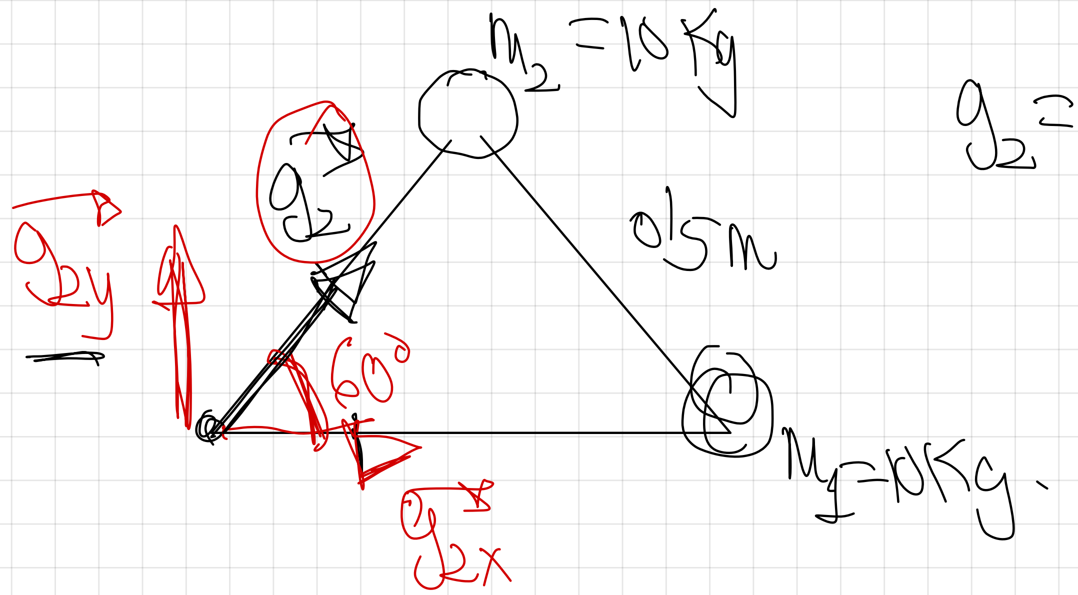
$$\boxed{\vec{g}=\vec{g_1}+\vec{g_2}}$$





$$g_1 = G\cdot\frac{M_1}{r^2} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{10}{(0'5)^2}$$

$g_1 = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m/s^2$. $\quad \vec{g_1} = +2'67 \cdot 10^{-9}\ \vec{i}\ (m/s^2)$



$$g_2 = G \cdot \frac{m_2}{r^2} = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m/s^2.$$

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{g_{2y}}{g_2} \Rightarrow |\vec{g_{2y}}| = g_2 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|\vec{g_{2y}}| = 2'31 \cdot 10^{-9}\ m/s^2. \quad \vec{g_2} = +2'31 \cdot 10^{-9}\ \vec{j}\ (m/s^2)$$

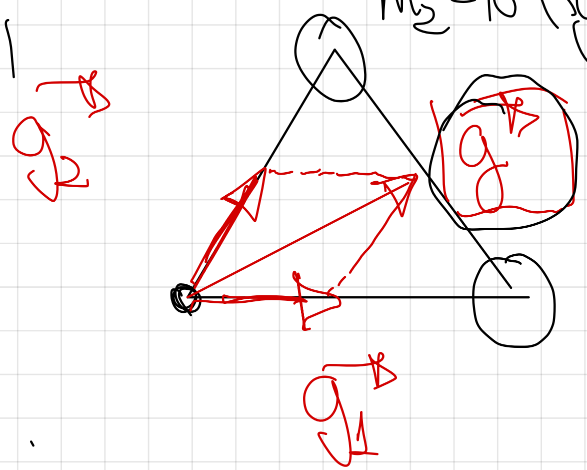
$$\cos 60^\circ = \frac{g_{2x}}{g_2} \Rightarrow |\vec{g_{2x}}| = g_2 \cdot \cos 60^\circ = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{2}.$$

$$|\vec{g}_{2x}| = 1'35 \cdot 10^{-9}\ m/s^2 \quad \vec{g}_2 = +1'35 \cdot 10^{-9}\,\vec{i}\ (m/s^2)$$

$$\vec{g}_2 = +1'35 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}$$

$$+1'35 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ (m/s^2)$$

$m_2 = 10\ kg$



$m_1 = 10\ kg$

$$\boxed{\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2}$$

$$+2'67 \cdot 10^{-9}\,\vec{i}\ m/s^2$$

$$\vec{g} = +2'67 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 1'35 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}$$

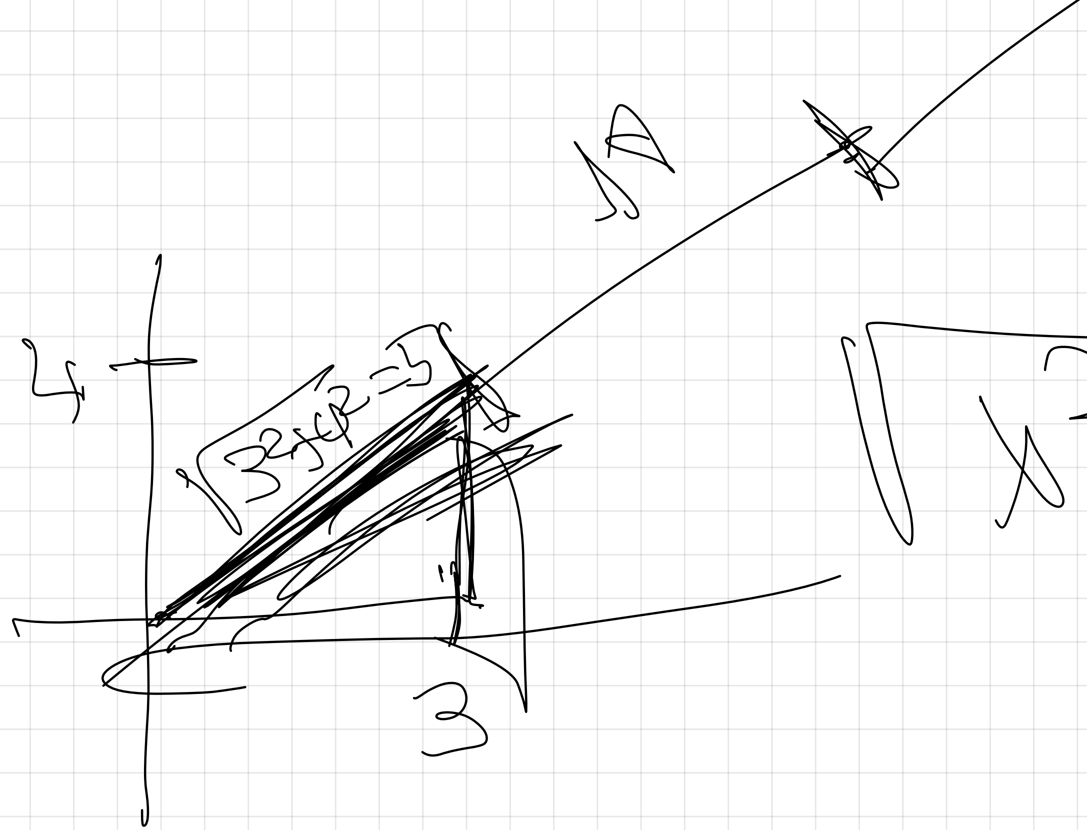
$g = g_1 + g_2 =$ [illegible]

$$\boxed{\vec{g} = 4'01\cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31\cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(\mathrm{m/s^2}\right)}$$

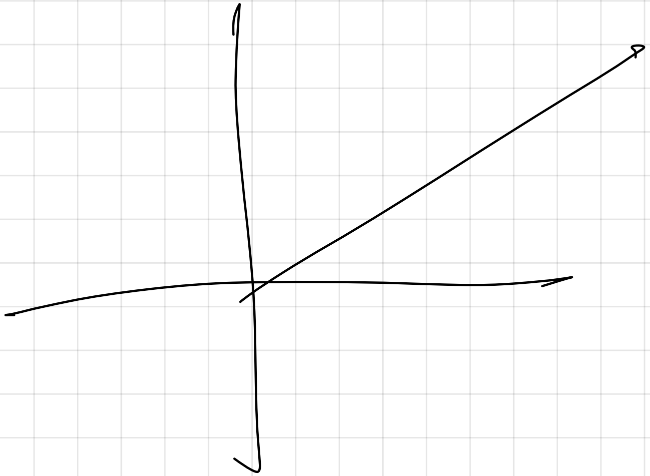
$\Downarrow$

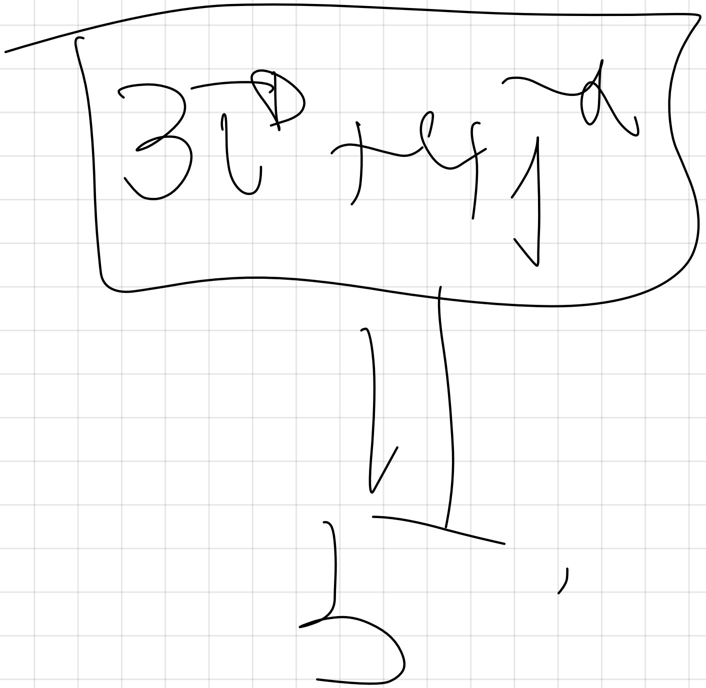
Para calular el módulo de $\vec{g}$ y saber el valor del campo gravitatorio

$$|\vec{g}| = g = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(4'01\cdot 10^{-9})^2 + (2'31\cdot 10^{-9})^2} = \boxed{4'62\cdot 10^{-9}\ \mathrm{m/s^2}}$$



$\sqrt{x^2+y^2}=$

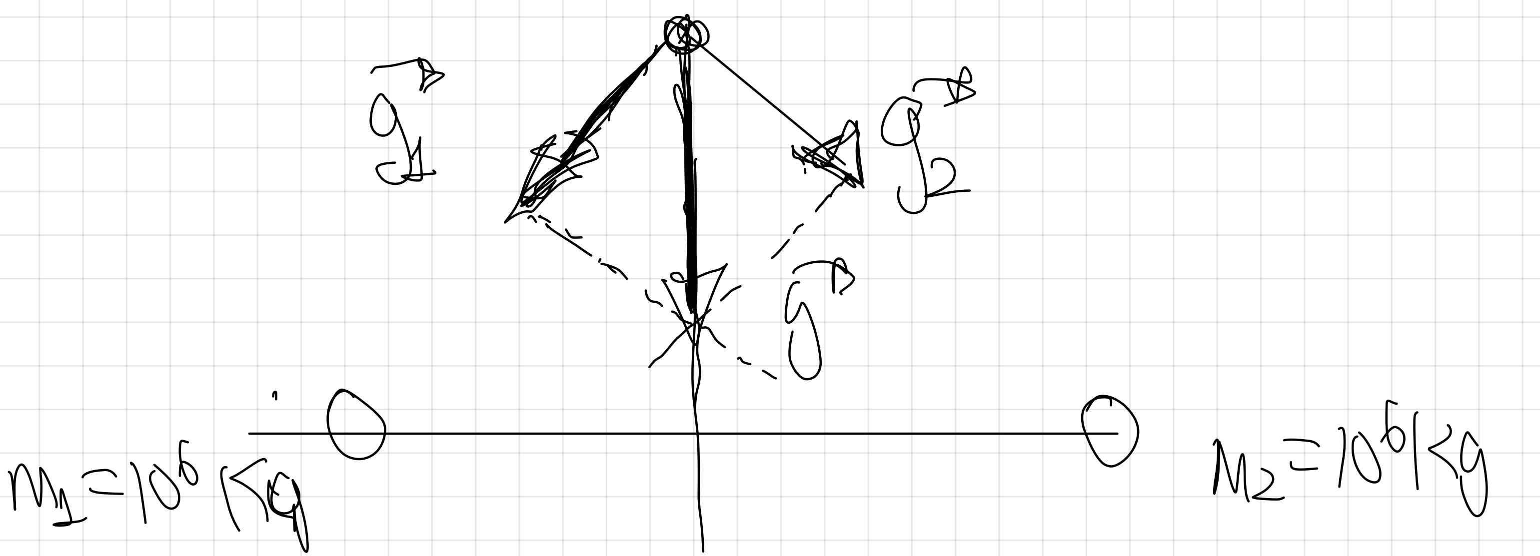




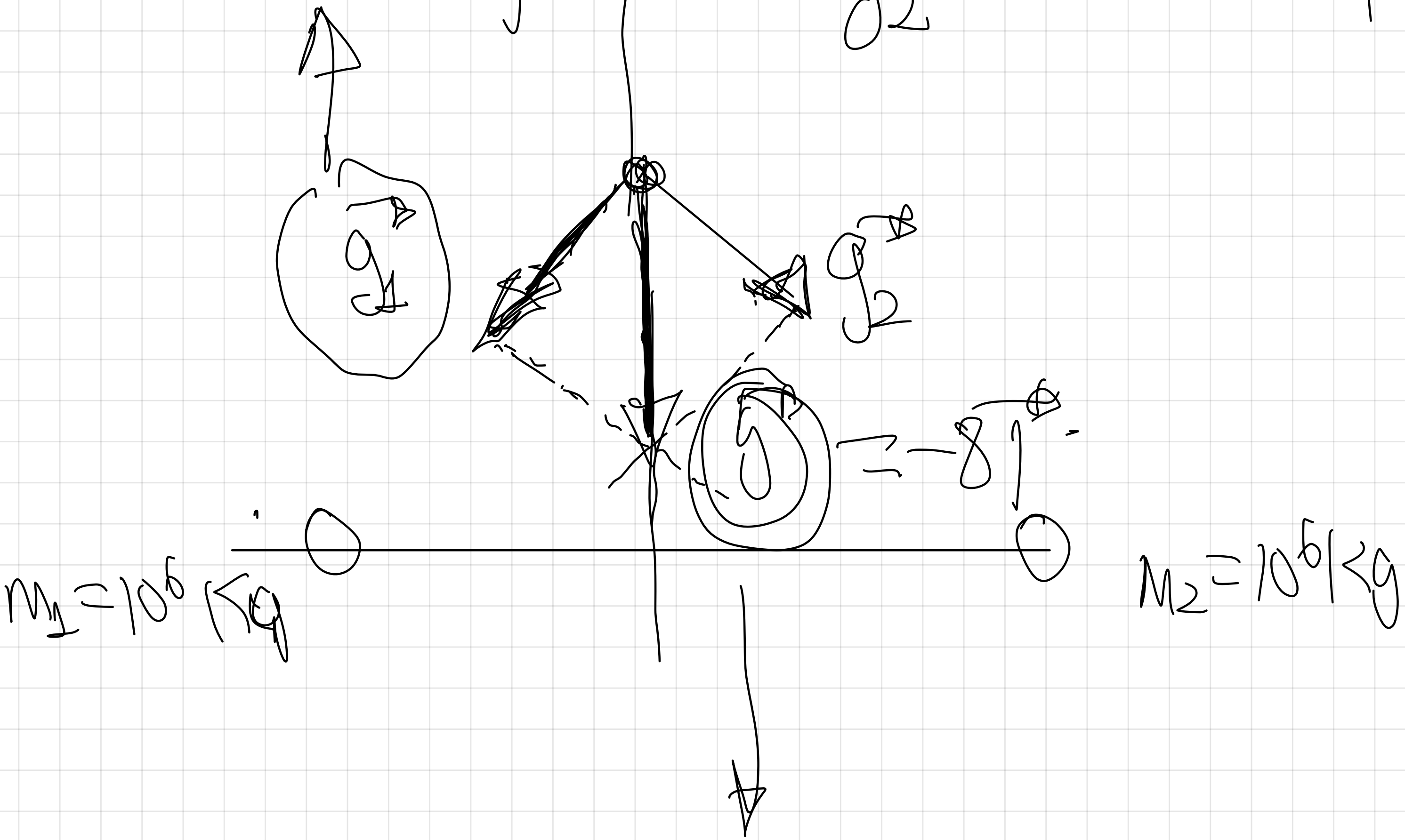
⑤ Dos masas puntuales de 10^6 kg cada una, se encuentran en los puntos $(-100,0)$ m y $(100,0)$ m respectivamente.

a) Calcula el campo gravitatorio ($\vec{g}$) en el punto $(0,100)$ m y su módulo

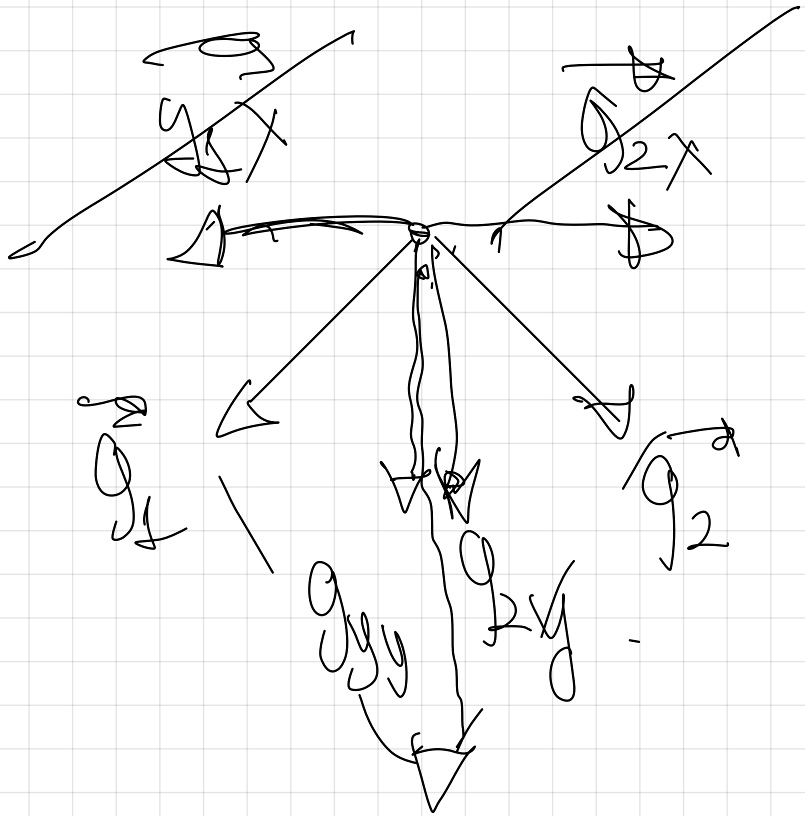
b) Si en el punto $(0,100)$ m situásemos una masa de 10 kg, hallar la fuerza (vector y módulo) que experimentaría dicha masa. $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.



$$\vec{g}_1 = -2\vec{i} - 4\vec{j} \qquad \vec{g}_2 = +2\vec{i} - 4\vec{j}$$



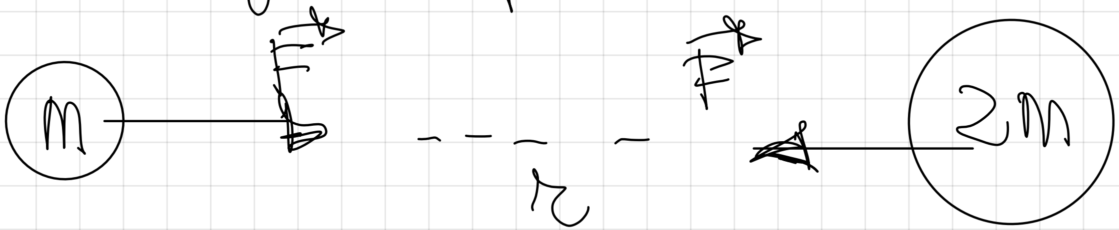
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = \cancel{-2\vec{i}} - 4\vec{j} \cancel{+2\vec{i}} - 4\vec{j} = -8\vec{j}$$


g2x
g1
g2
gyy
g2xy

→ TEORÍA (VER PREGUNTA DEL LIBRO)

55 - (a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual)
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas

<u>Ley de gravitación universal.</u>



$$F = G\cdot\frac{m\cdot 2m}{r^2} = G\cdot\frac{2m^2}{r^2}.$$

$$F' = G\cdot\frac{m\cdot 2m}{r^2} = G\cdot\frac{2m^2}{r^2}.$$

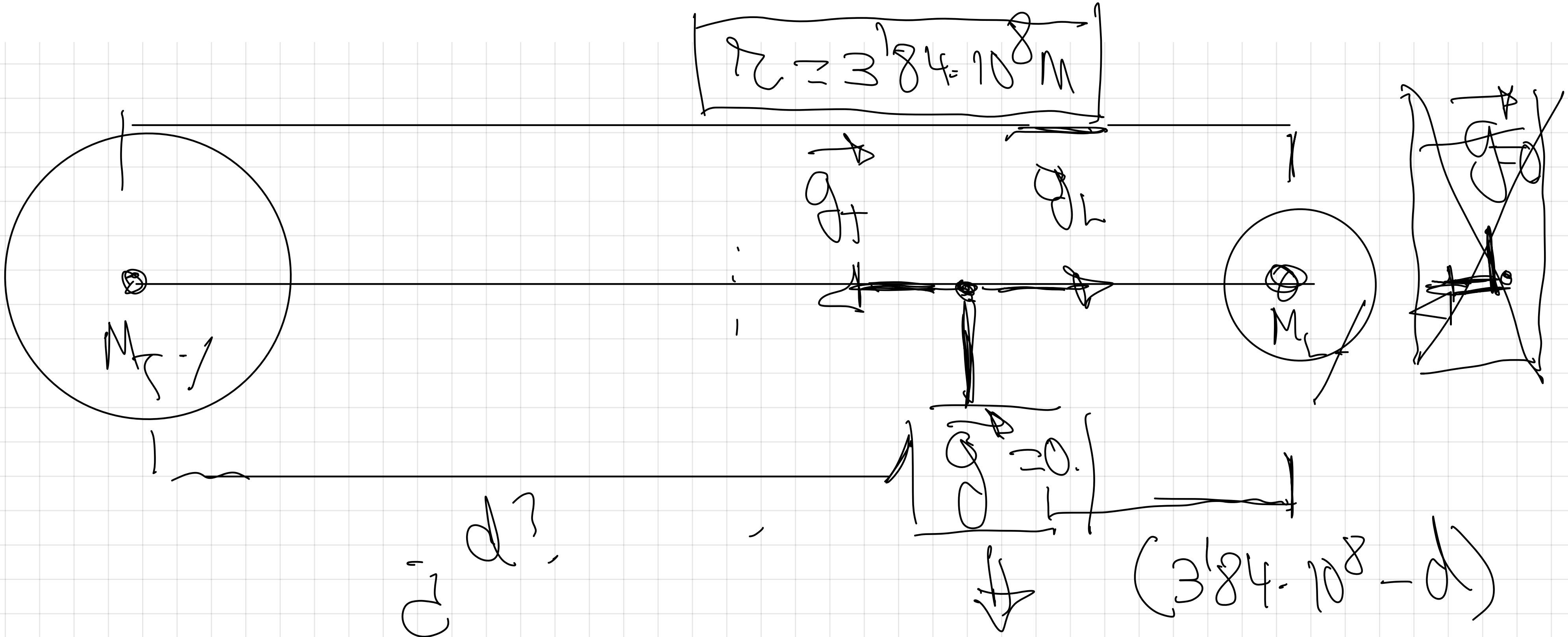
$$g = \frac{F}{m} = \frac{G\cdot\frac{2m^{\cancel{2}}}{r^2}}{\cancel{m}} = G\cdot\frac{2m}{r^2}.$$

$$g' = \frac{F}{2m} = \frac{G\cdot\frac{\cancel{2}m^{\cancel{2}}}{r^2}}{\cancel{2}\cancel{m}} = G\cdot\frac{m}{r^2}.$$

Aquí la aceleración tiene
un mayor valor.

56.- ¿A qué distancia del centro de la Tierra se compensaría el campo gravitatorio terrestre con el Lunar?

$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ Kg , $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$Kg. Distancia Tierra-Luna (centro a centro) es de $3{,}84 \cdot 10^{8}$ m



$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}.$$

$$|\vec{g}_T| = |\vec{g}_L|$$

$$\cancel{G} \cdot \frac{M_T}{d^2} = \cancel{G} \cdot \frac{M_L}{(3'84 \cdot 10^8 - d)^2}$$

$$\sqrt{\frac{M_T}{d^2}} = \sqrt{\frac{M_L}{(3'84 \cdot 10^8 - d)^2}}$$

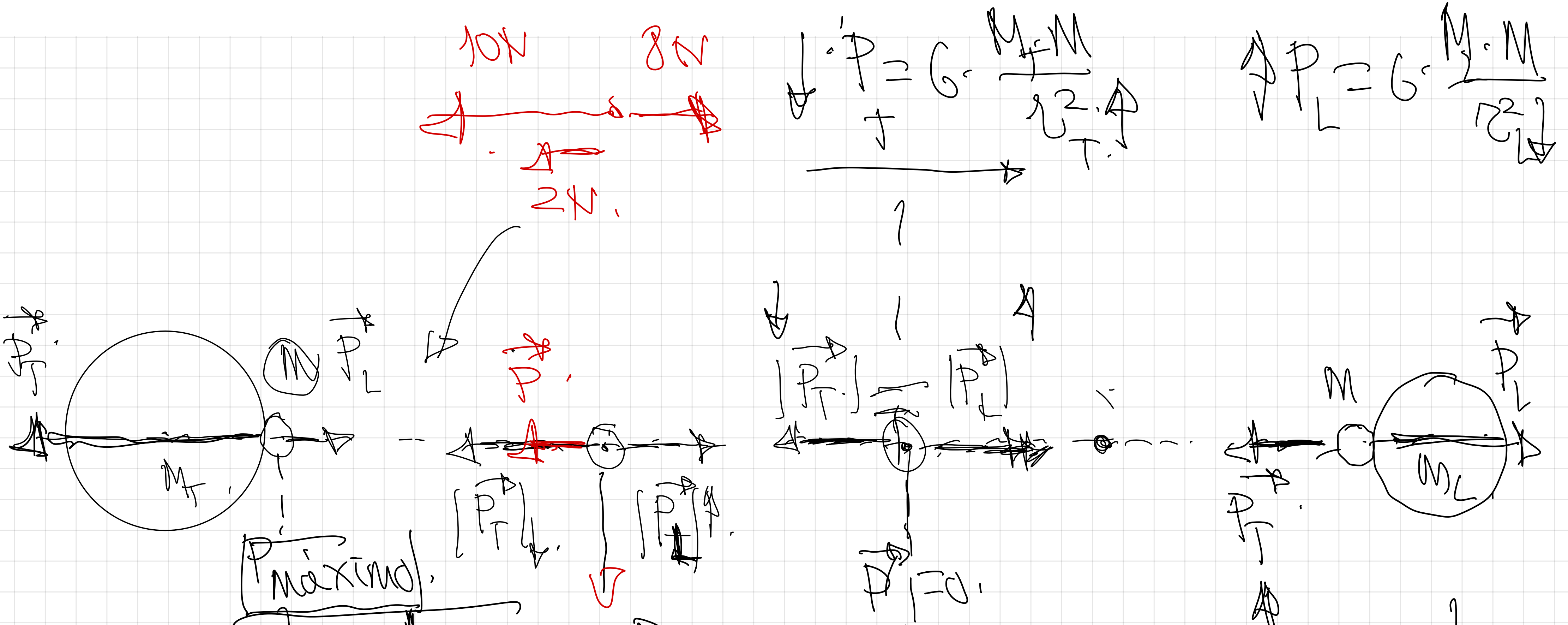
$5'97 \cdot 10^{24}$ kg

$7'35 \cdot 10^{22}$ kg

$$\frac{\sqrt{M_T}}{d} = \frac{\sqrt{M_L}}{(3'84 \cdot 10^8 - d)}$$

$$d = 3'46 \cdot 10^8 \ m.$$

23- Describir cualitativamente el cambio de peso que sufre una nave espacial de masa m en un viaje de la Tierra a la Luna. Suponer que la Tierra y la Luna se encuentran en reposo y que la nave se mueve según la dirección que une sus centros.



$|\vec{P}| = P_T - P_L$ Principio de superposición

$|\vec{P}| = |\vec{P}_L| - |\vec{P}_T|$

P disminuye hasta hacerse 0 P aumenta hasta un valor que no alcanza el valor máximo.

Ver resolución detallada en el libro

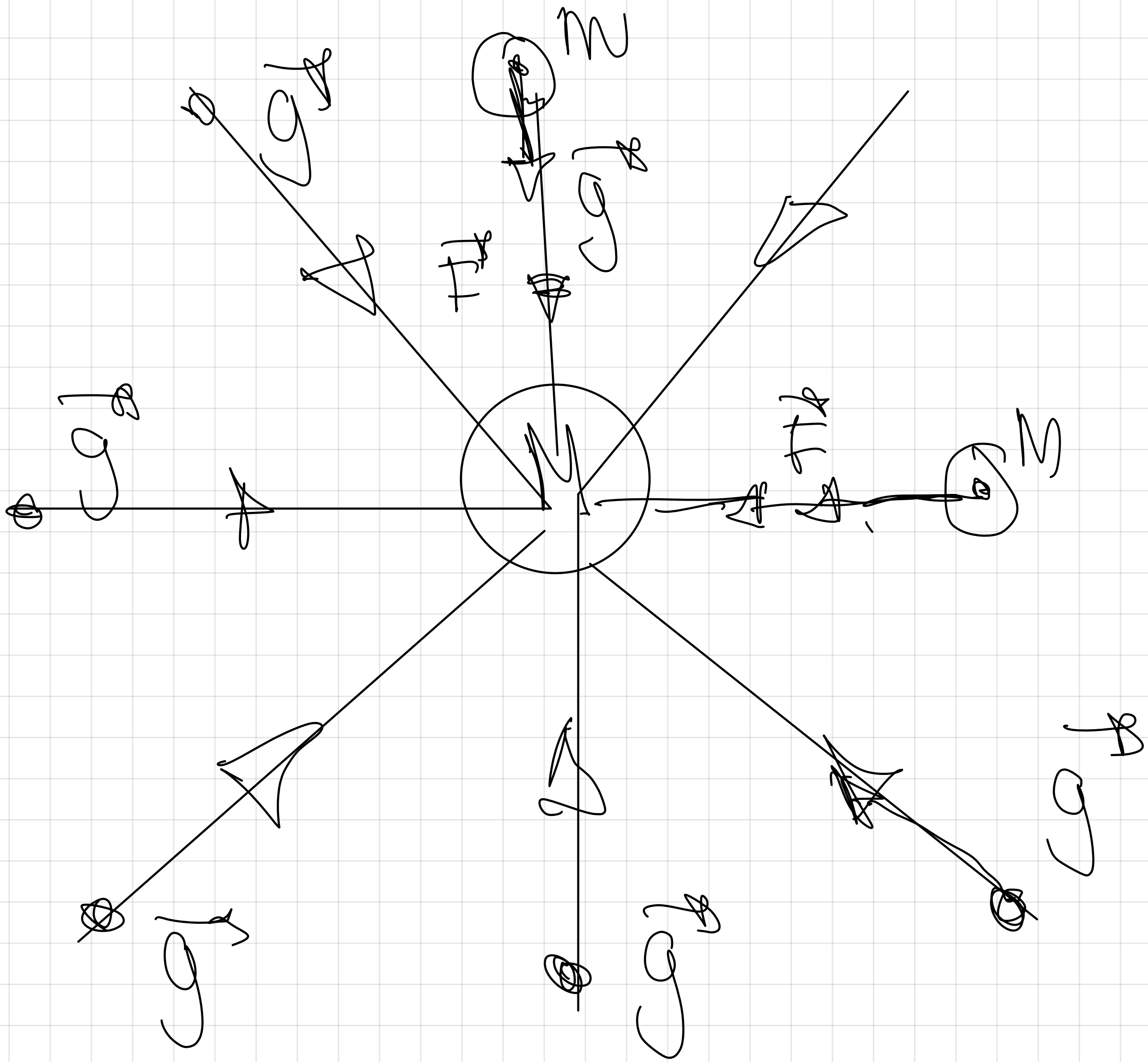
4.- CAMPO GRAVITATORIO CREADO POR UNA MASA PUNTUAL

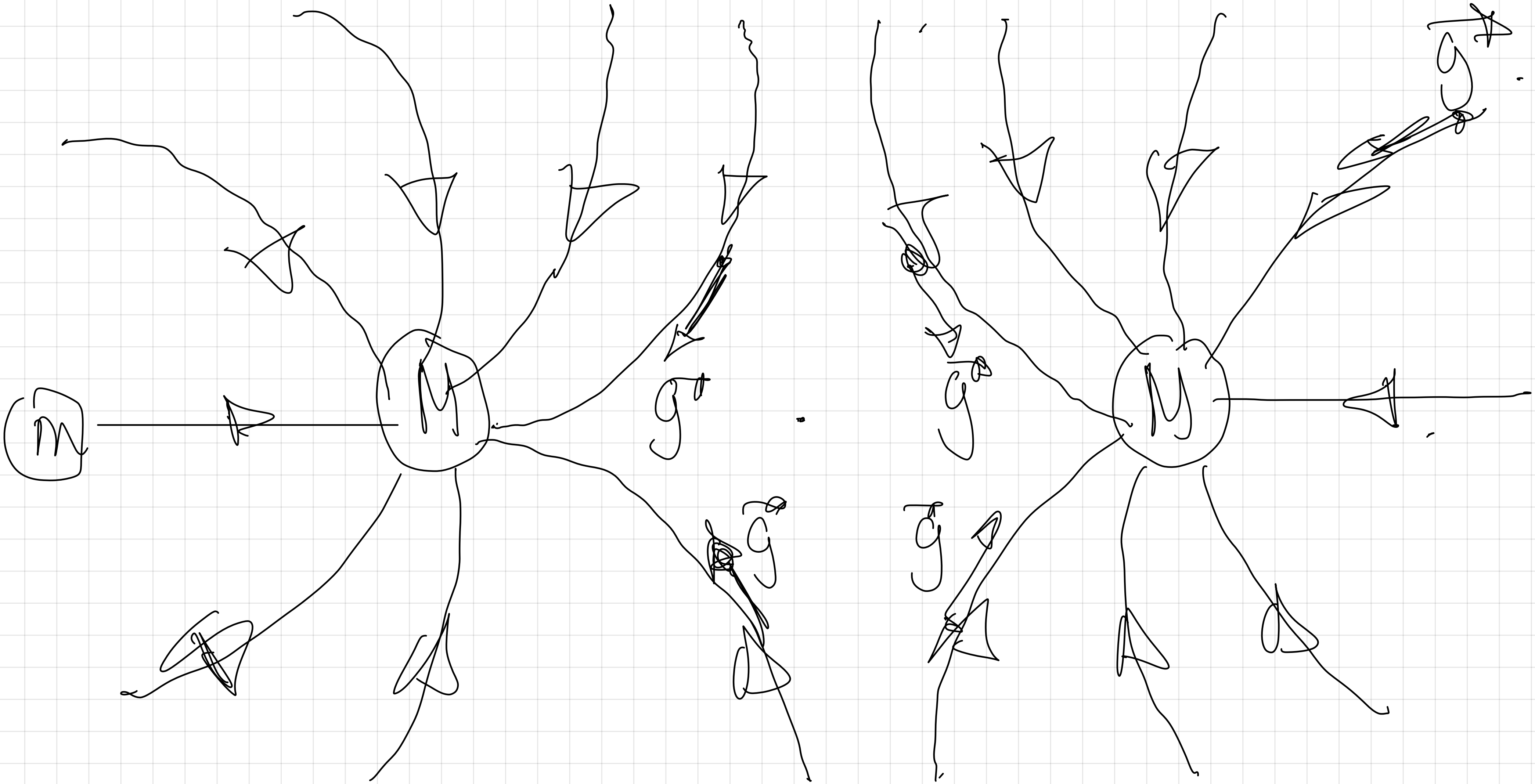
Pag 4 del libro.

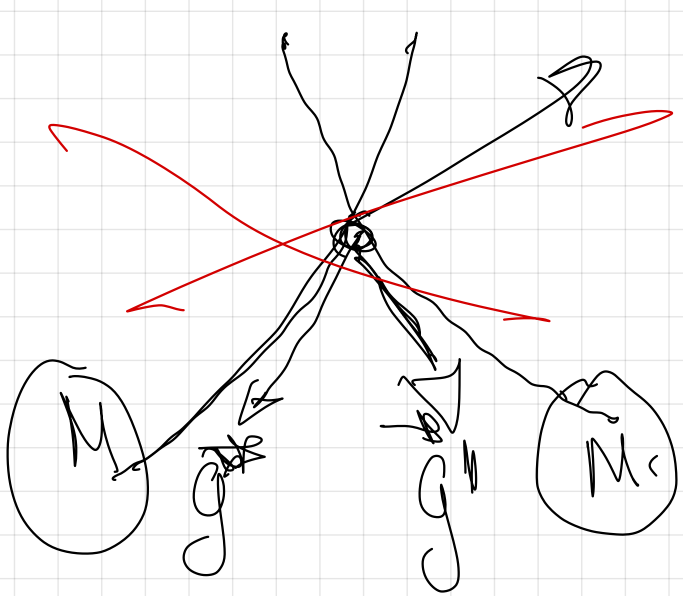
Las líneas de campo gravitatorio son las hipotéticas trayectorias que seguiría una masa m en reposo abandonada en dicho campo.

$\vec{g}$

- módulo. $|\vec{g}| = G \cdot \frac{M}{r^2}$
- dirección $\Rightarrow$ tangente en cada pto a las líneas de campo
- sentido $\Rightarrow$ atractivo hacia la masa que lo crea.


m
M
N
F
g

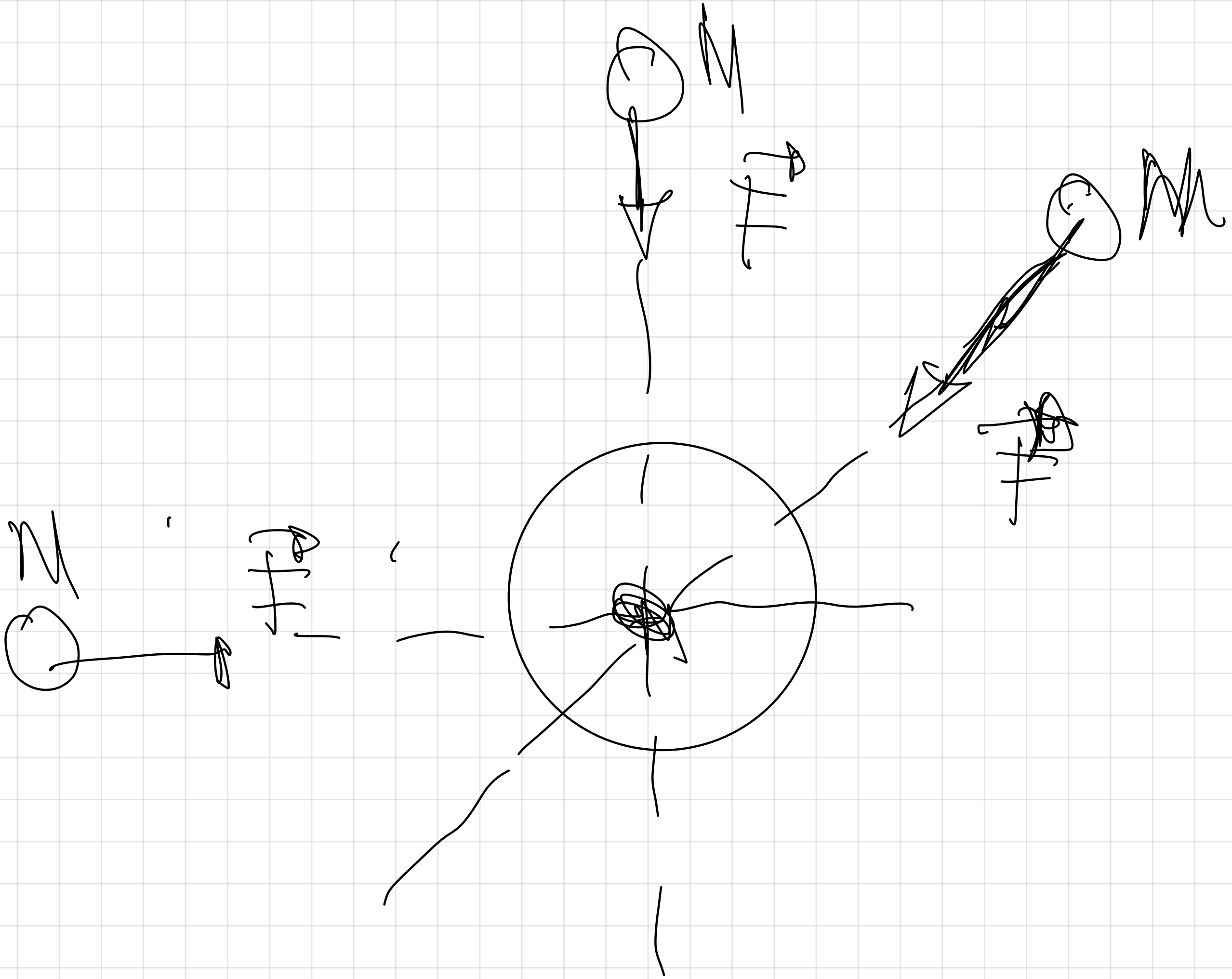




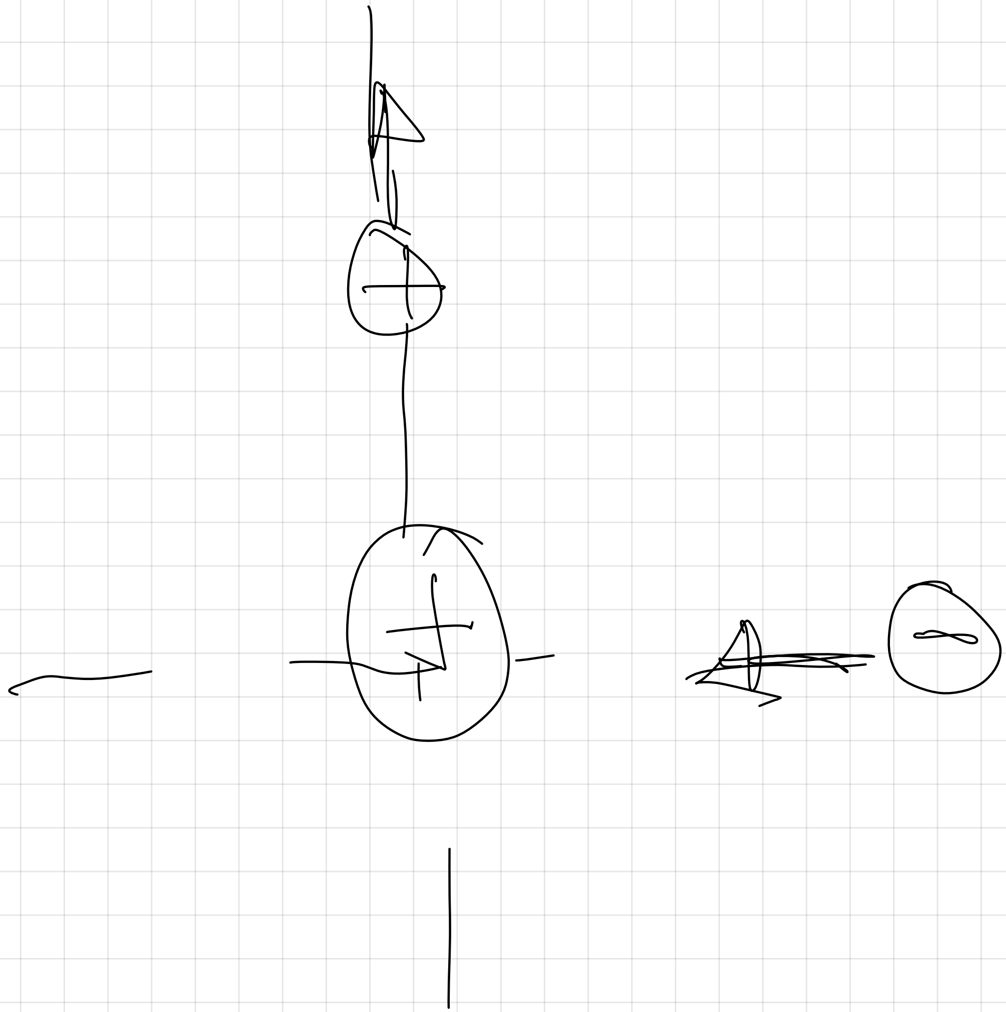
Por el propio concepto de campo no pueden existir dos valores de $\vec{g}$ en el el mismo punto

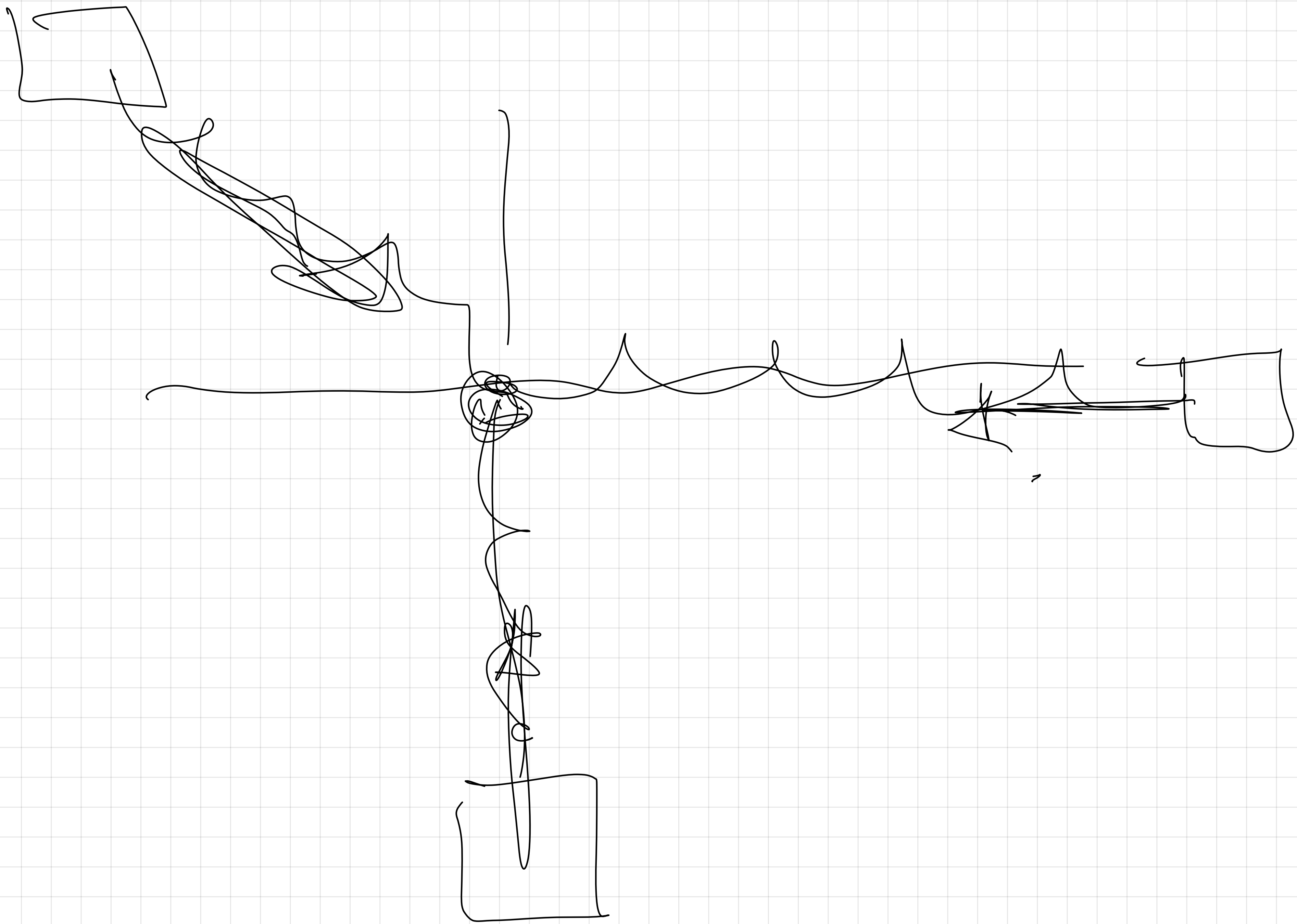
luego 2 líneas de campo <u>nunca</u> se pueden cortar.

Fuerza central.



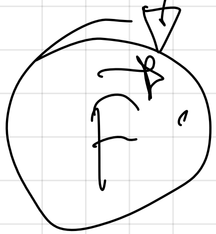
F_g es una fuerza



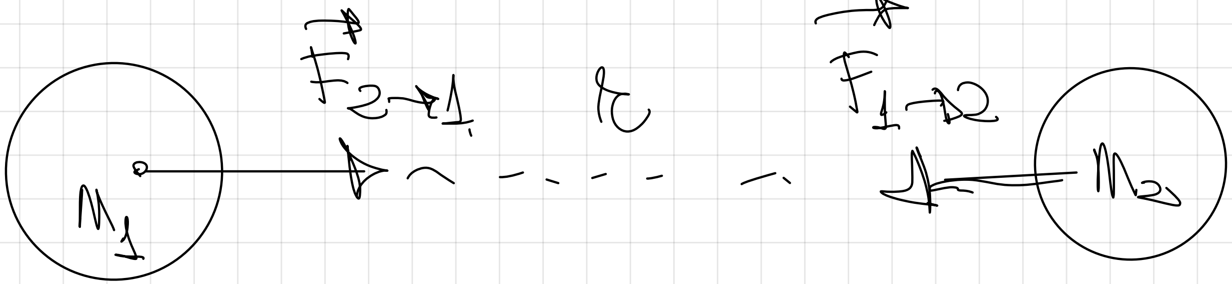


54.- a)Analice las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales
b) ¿Cómo se ve afectada la interacción gravitatoria descrita en el apartado anterior si en las proximidades de las dos masas, se coloca una tercera masa, también puntual?. Haga un esquema de las fuerzas gravitatorias que actúan sobre la tercera masa.

pag 33

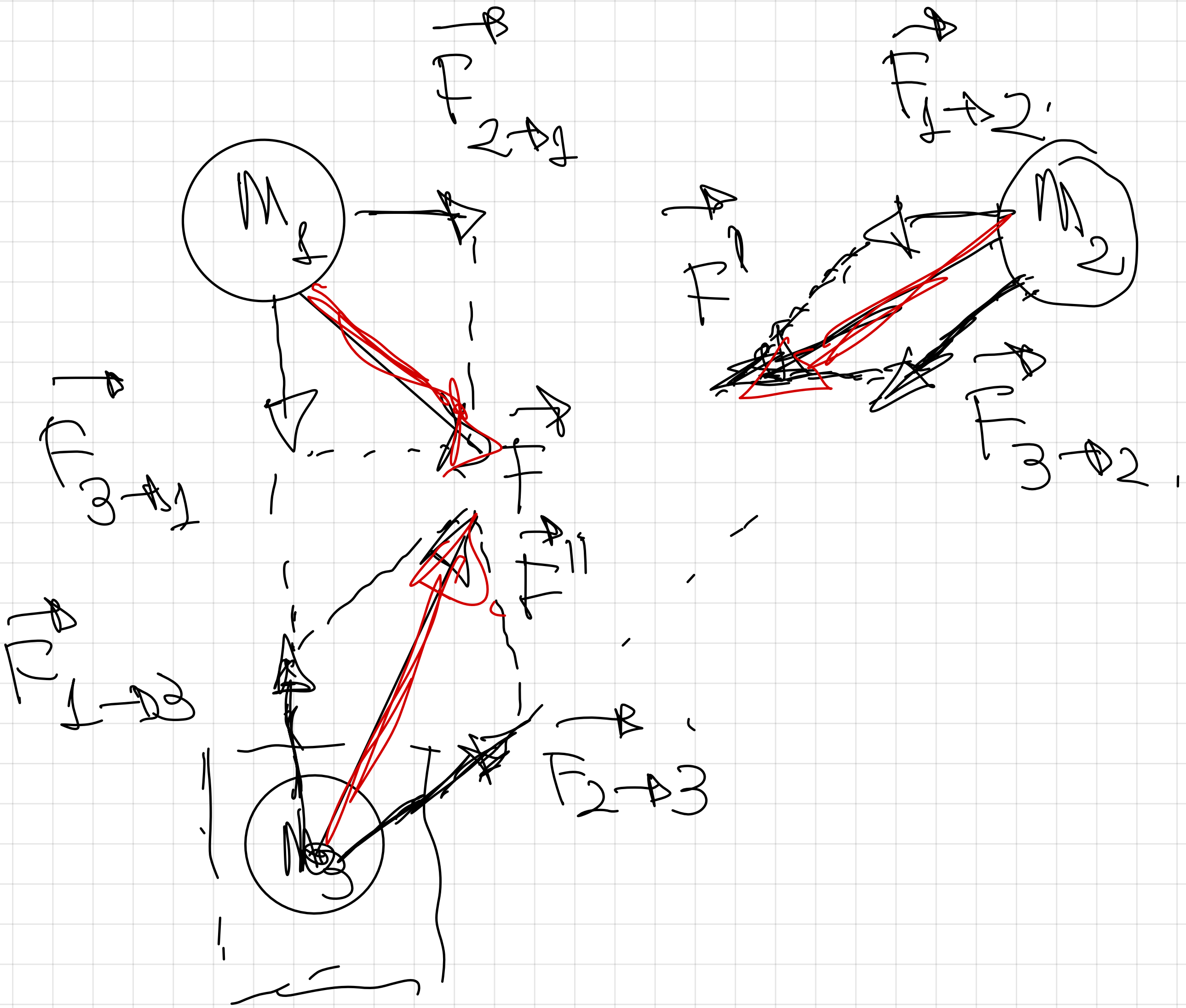


Ambas fuerzas son iguales en módulo.



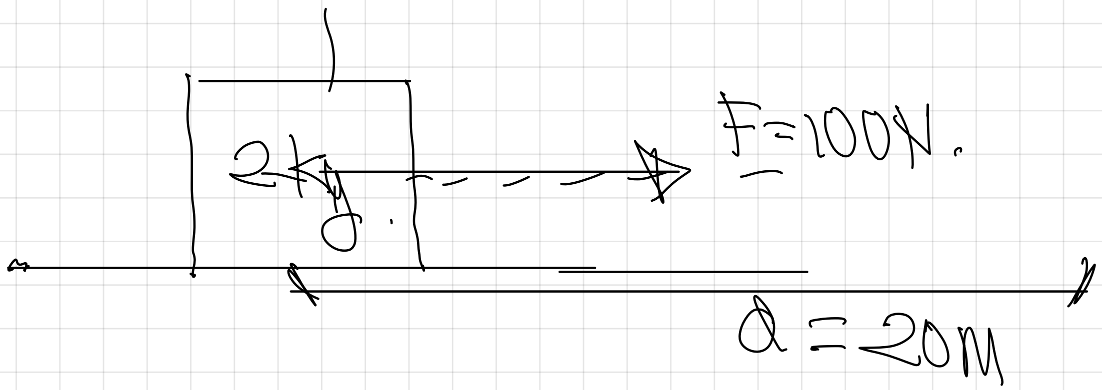
Ley de la Gravitación universal $\Rightarrow$ $F = G\,\dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ $\rightarrow$ Explicaría todas las magnitudes que aparecen.

Principio de superposición



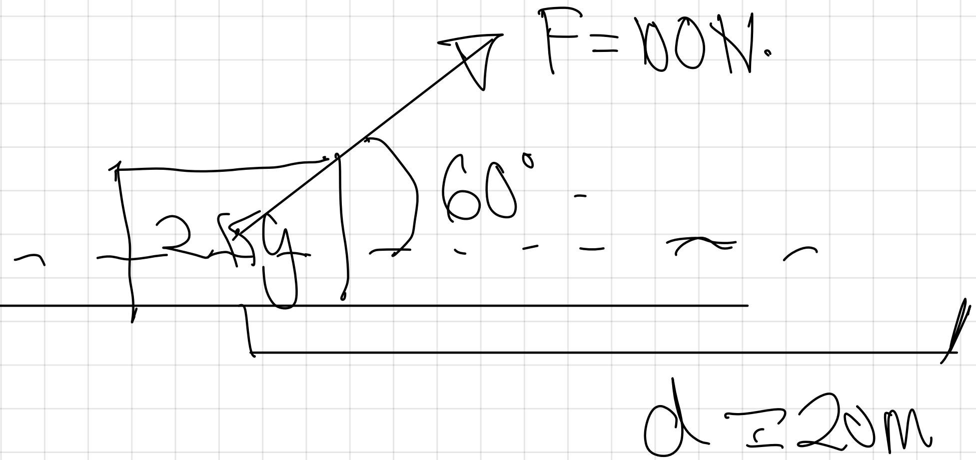
$\boxed{\text{Trabajo (W)}}$

$$W = F \cdot d \cdot \cos\alpha = N \cdot m = J$$



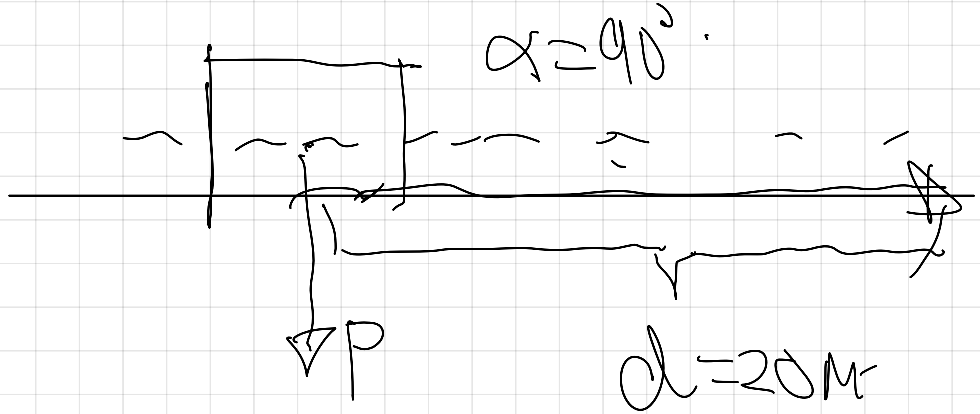
$$W = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ \quad (1)$$

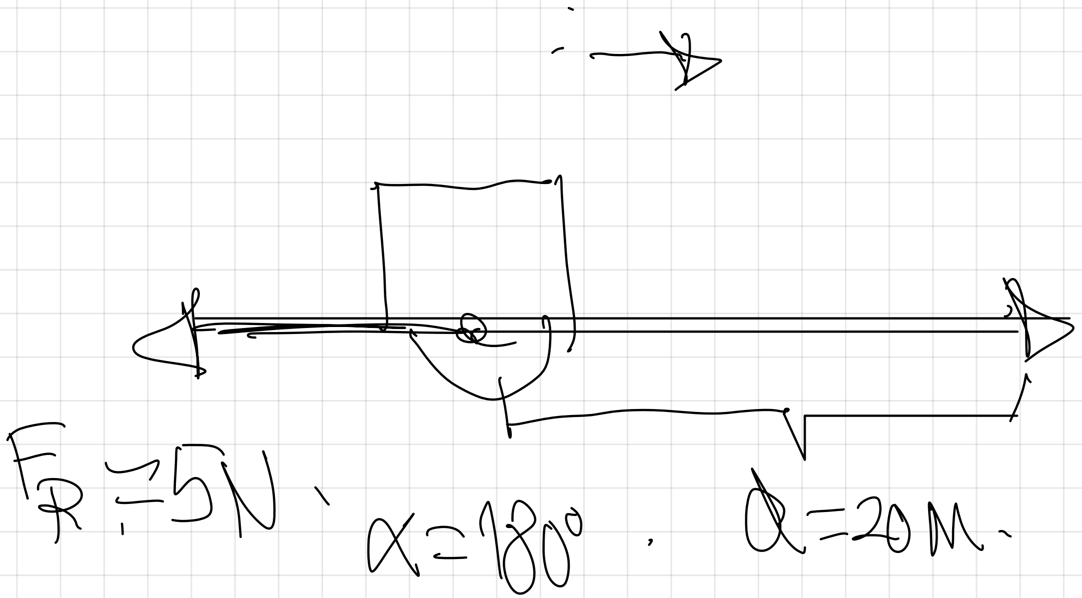
$$W_{max} = 100N \cdot 20m = \boxed{2000J}$$



$$W_{mena} = F \cdot d \cdot \cos 60^\circ \quad (0'5)$$

$$W_{mena} = 100N \cdot 20m \cdot 0'5 = \boxed{1000J}$$





$$W_P = F \cdot d \cdot \overset{0}{\cos 90^\circ}$$

$$W_P = 0 \quad \text{(nulo)}$$

$$W_{F_R} = F_R \cdot d \cdot \overset{-1}{\cos 180^\circ}$$

$$W_{F_R} = -F_R \cdot d$$

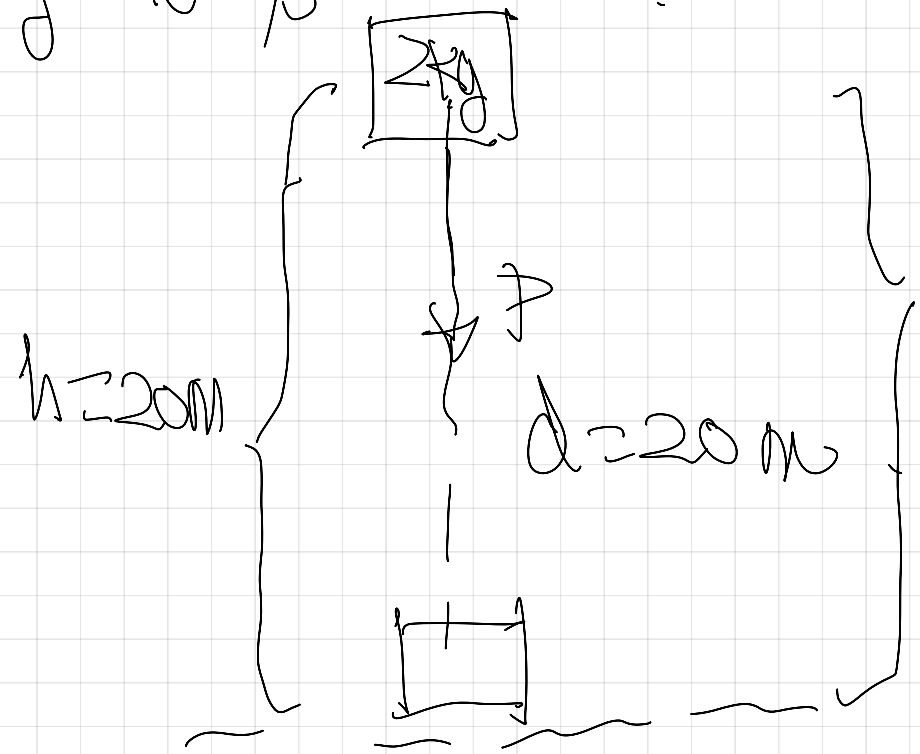
$$W_{F_R} = -5 \cdot 20 = \boxed{-100\,J}$$

Campo gravitatorio.

$W > 0$ ⇒ El desplazamiento lo produce la fuerza gravitatoria espontáneamente.

$W < 0$ ⇒ El desplazamiento se hará por parte de una fuerza externa, no lo realiza la F_g espontáneamente.

$g = 10\ m/s^2$



$E_{p_i} = m \cdot g \cdot h = 2 \cdot 10 \cdot 20 = 400\ J$

$W = F \cdot d \cdot \cos 0 \quad (\cos 0 = 1)$

$W = P \cdot h = m \cdot g \cdot h$

$W = \underbrace{2\ Kg \cdot 10\ \frac{m}{s^2}}_{N} \cdot 20\ m = \boxed{400\ J}$

$E_{p_{final}} = m \cdot g \cdot \cancel{h}_{0} = 0\ J$

$$\boxed{-\Delta E_p = \boxed{W} = \Delta E_c}$$

Todas las fuerzas centrales son <u>fuerzas conservativas</u>.

<u>Fuerza conservativa</u>.

* Son fuerzas bajo cuya exclusiva acción se conserva la E_m.

$$-\Delta E_p = W = \Delta E_c.$$

$$-\Delta E_p = \Delta E_c.$$

$$0 = \Delta E_p + \Delta E_c.$$

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \boxed{E_m = cte}$$

* Son fuerzas que llevan asociada una magnitud llamada E_p.

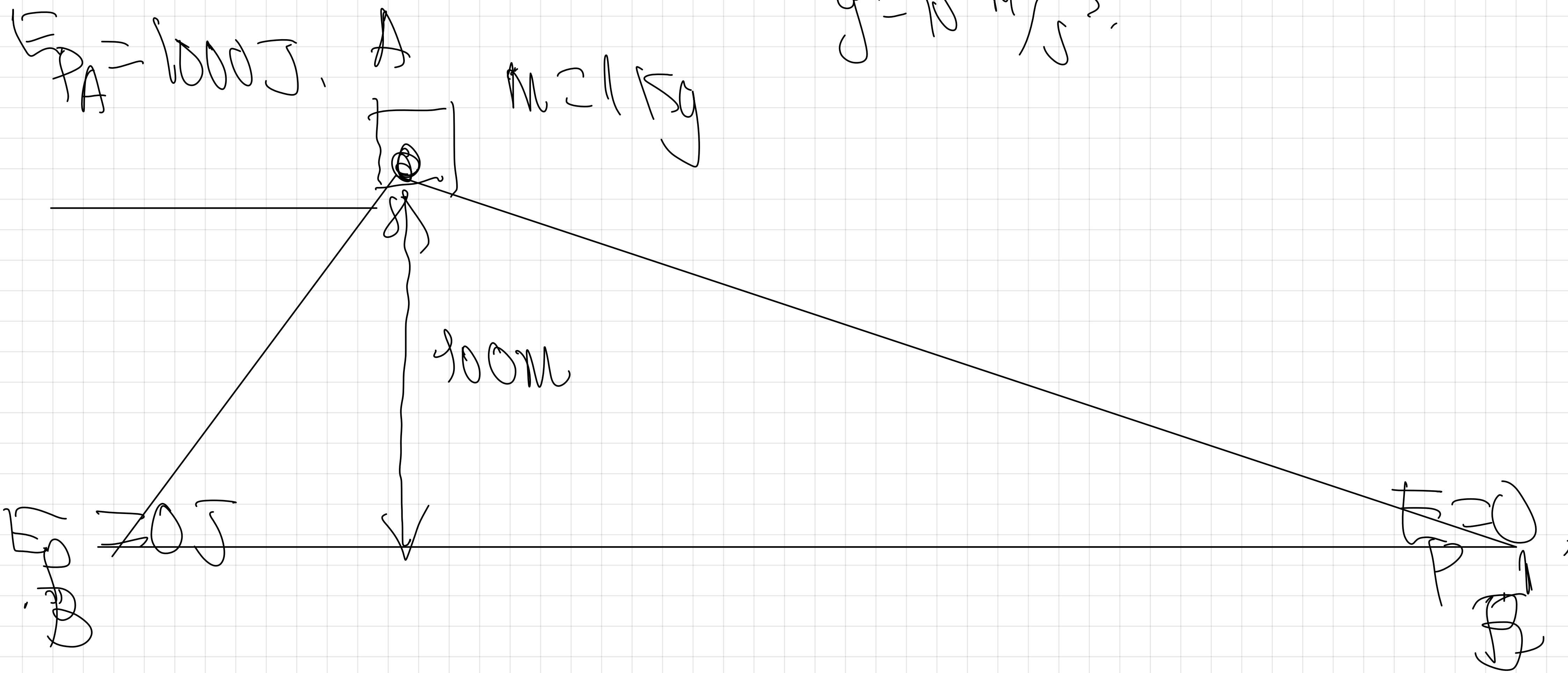
$F_{gravitatoria} \Rightarrow E_{p\,gravitatoria}$.

$F_{eléctrica} \Rightarrow E_{p\,eléctrica}$.

* Son fuerzas cuyo trabajo es independiente de la trayectoria seguida (solo depende de las posiciones inicial y final pero no del camino efectuado).

El trabajo que realizan en una trayectoria cerrada es cero

$g = 10 \, m/s^2$



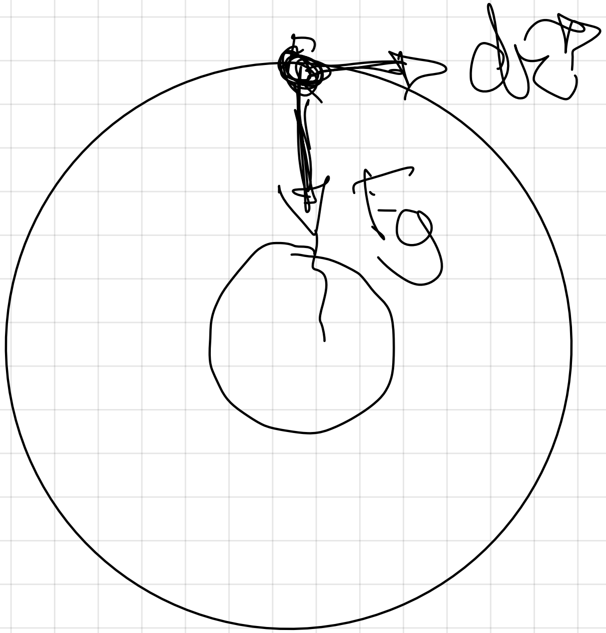
$$-\Delta E_{p_{A \to B}} = W = \Delta E_c$$

$$-(E_{PB} - E_{PA}) = W_{A\to B} = \Delta E_C$$

$$-(0 - 1000J) = W_{A\to B} = \Delta E_C$$

$$1000J = W_{A\to B} = \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 1000J$$



$$W_{A\to A} = 0.$$

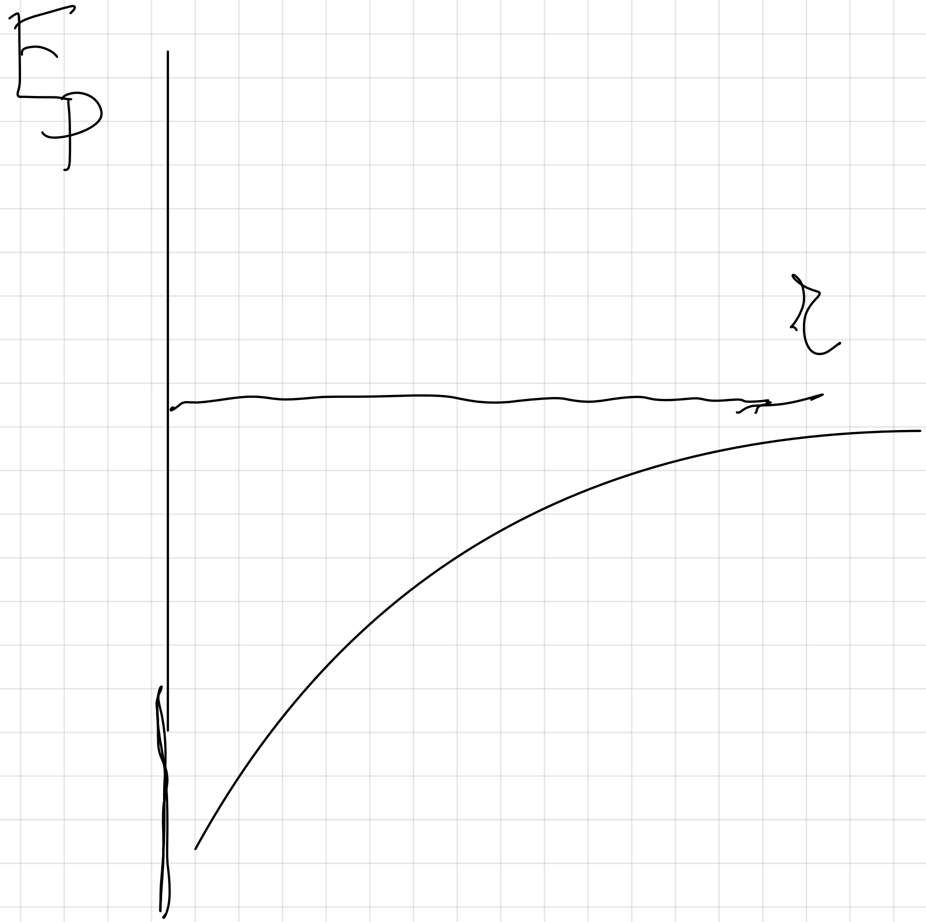
$$-\Delta E_p = W_{A\to A} = \Delta E_c.$$

$$0 = W_{A\to B} = \Delta E_c.$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

J



Magnitudes vectoriales

Fuerza $\vec{F}$

$\vec{F}$ $\quad F = G \cdot \frac{M \cdot M}{r^2}$ $\quad \boxed{N}$

Magnitudes escalares

Energía potencial

$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot M}{r}$ $\quad [J]$

Campo gravitatorio $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$.

$$\vec{g} \Rightarrow g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot \cancel{M}}{r^2}}{\cancel{M}} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

M/r^2

$\hookrightarrow \boxed{\frac{N}{Kg}}$

$\vec{F} = m \vec{g}$

Potencial gravitatorio V

$$V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G \cdot \frac{M \cdot \cancel{M}}{r}}{\cancel{M}} = \boxed{-G \frac{M}{r}}$$

$\hookrightarrow \frac{J}{Kg}$

$E_p = m \cdot V$

Trabajo W.

$$-\Delta E_{P_{A\to B}} = W_{A\to B} \int \Delta E_{C_{A\to B}}$$

$$W_{A\to B} = -\Delta E_{P_{A\to B}}$$

$$W_{A\to B} = -\left(E_{P_B} - E_{P_A}\right)$$

$$W_{A\to B} = E_{P_A} - E_{P_B}$$

$$W_{A\to B} = m \cdot V_A = m \cdot V_B$$

$$v_{A \to B} = \mu \cdot (v_A - v_B)$$

> 0 esport.

< 0 no esport.

Magnitudes vectoriales	Magnitudes escalares
$\vec{F_g}$ (N en S.I)	E_p (J en S.I)
$F = G \cdot \frac{M \cdot M}{r^2}$	$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$
$\vec{g}$ ($\frac{N}{Kg} = \frac{m}{s^2}$ en S.I)	Potencial gravitatorio V (J/Kg en S.I)
$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{M}{r^2}$	$V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r}}{\cancel{m}} = -G \frac{M}{r}$
$(\vec{F} = m \cdot \vec{g})$	$\boxed{E_p = m \cdot V}$

Trabajo W.

Fuerza conservativa.

$$W_{A\to B} = -\Delta E_{p\,A\to B}$$

$$W_{A\to B} = -(E_{p_B} - E_{p_A})$$

$$E_p = m \cdot V$$

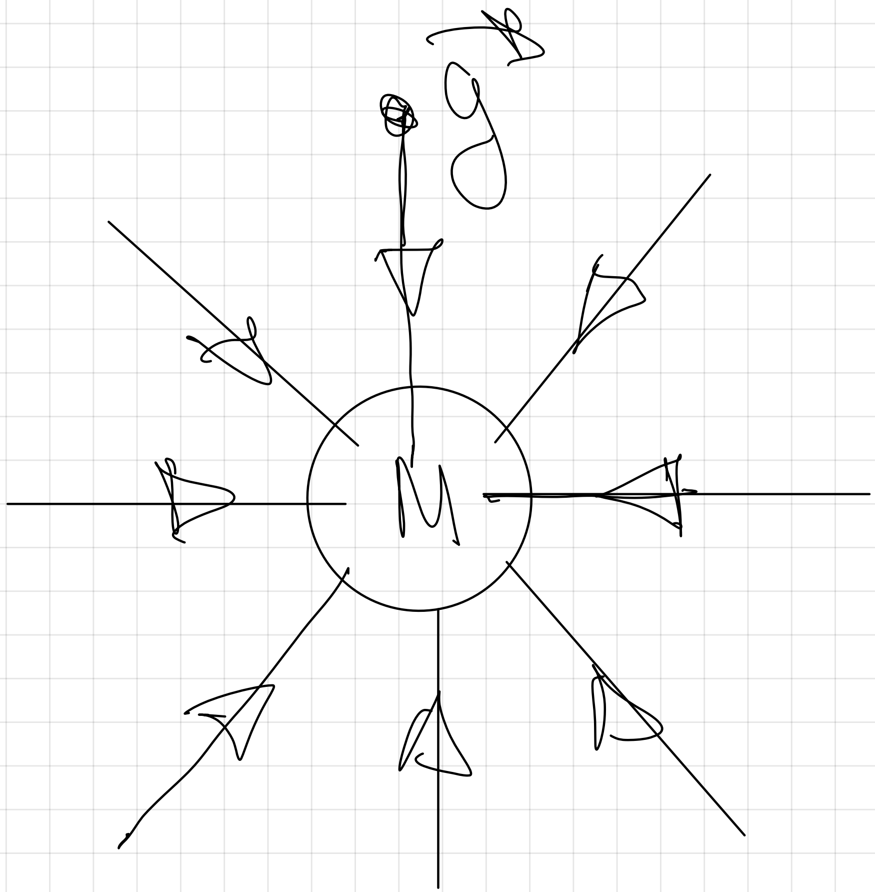
$$W_{A\to B} = E_{p_A} - E_{p_B}$$

$$W_{A\to B} = m \cdot V_A - m \cdot V_B$$

$$\boxed{W_{A\to B} = m\,(V_A - V_B)}$$

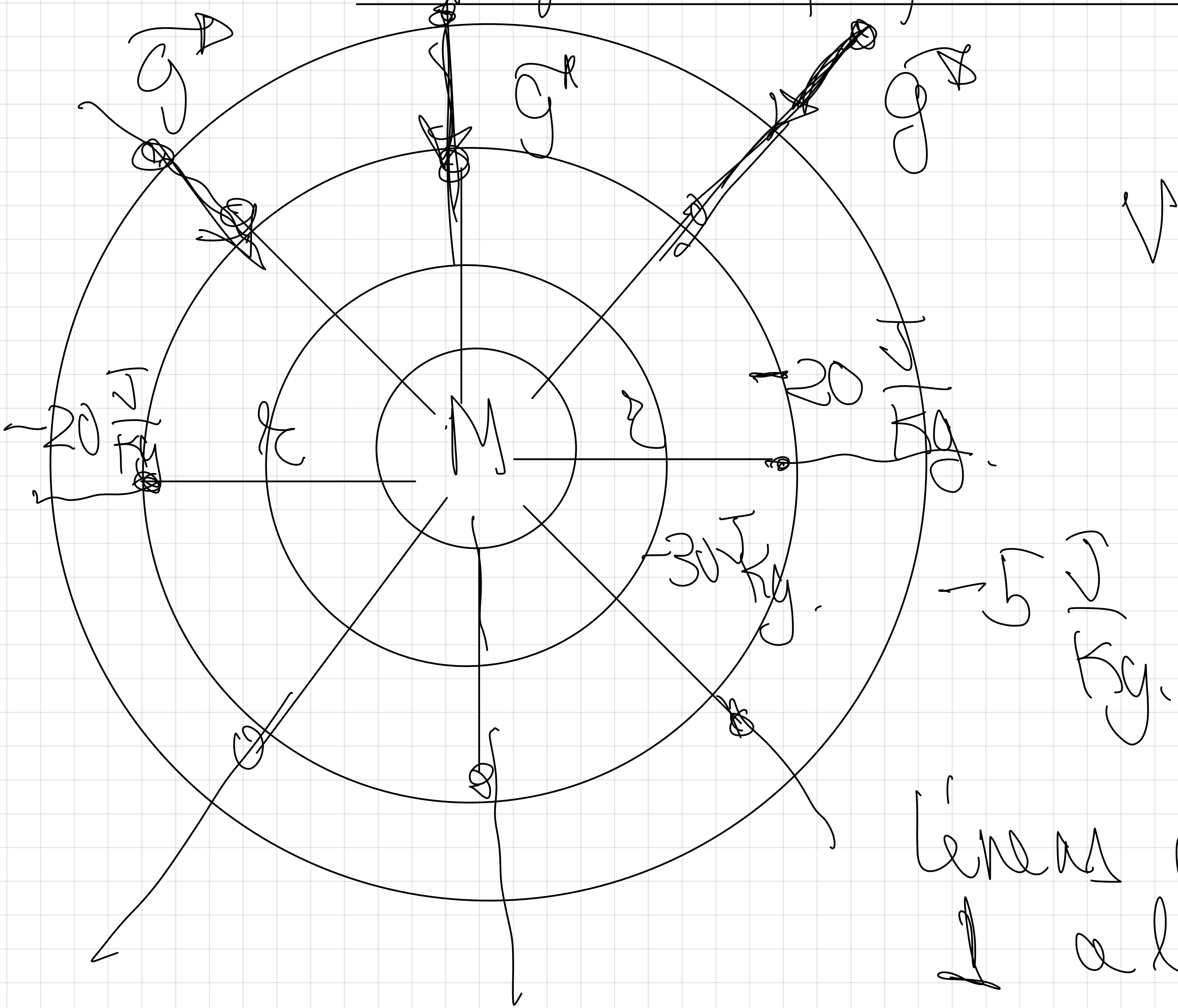
$W > 0$ espontáneo.

$W < 0$ No espontáneo.

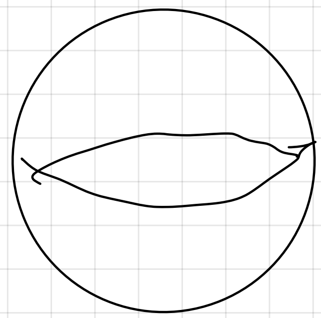


$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}.$$

Superficies equipotenciales



$$V = -G \cdot \frac{M}{r}.$$



Líneas de campo son $\perp$ a las superficies

Equipotenciales,

Principio de superposición.

$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$ $\qquad$ $E_p = \sum E_{p_i}$

$\vec{g} = \sum \vec{g}_i$ $\qquad$ $V = \sum V_i$

la Tierra?

16.- Dos masas puntuales m_1= 9 Kg y m_2= 9 Kg se sitúan en los puntos (0,0) m y (4,0) m.

a) Calcular el campo gravitatorio en los puntos (2,0)m y (9,0)m

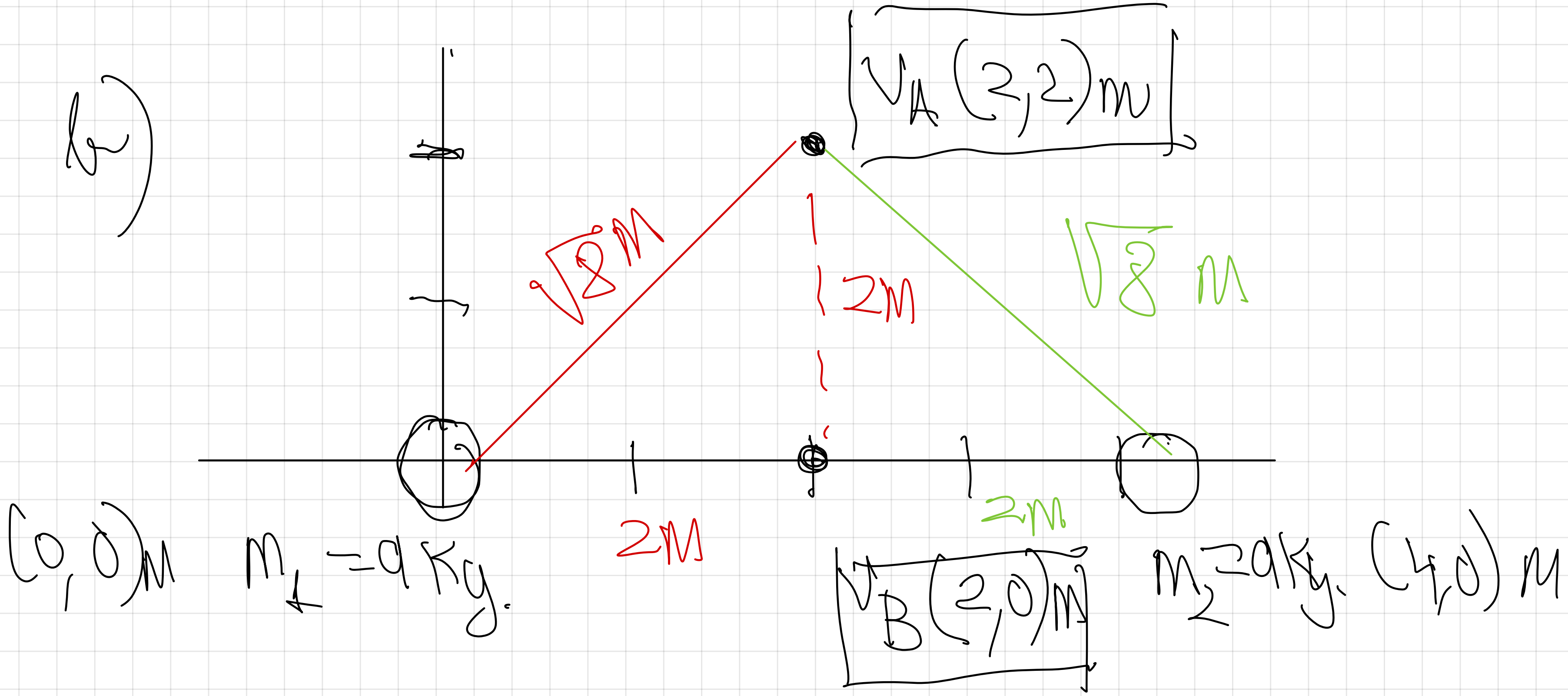
b) Calcular el potencial gravitatorio en los puntos (2,0)m y (2,2)m

c) Calcular la Energía potencial gravitatoria si situamos una masa de $2 \cdot 10^{-3}$ Kg en el punto (2,2)m

d) Calcular el trabajo realizado al desplazarse la masa m= $2 \cdot 10^{-3}$ Kg desde el punto (2,2)m hasta el punto (2,0)m.

G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m$^2 \cdot$ Kg^{-2}

b)



Principio de superposición.

$$V_A = V_1 + V_2$$

$$V_A = -G \cdot \frac{m_1}{r_1} + \left(-G \cdot \frac{m_2}{r_2}\right)$$

$$V_A = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{\sqrt{8}} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{\sqrt{8}}$$

$$\boxed{V_A = -4{,}24 \cdot 10^{-10}\ J/kg}$$

Principiul de superpoziție.

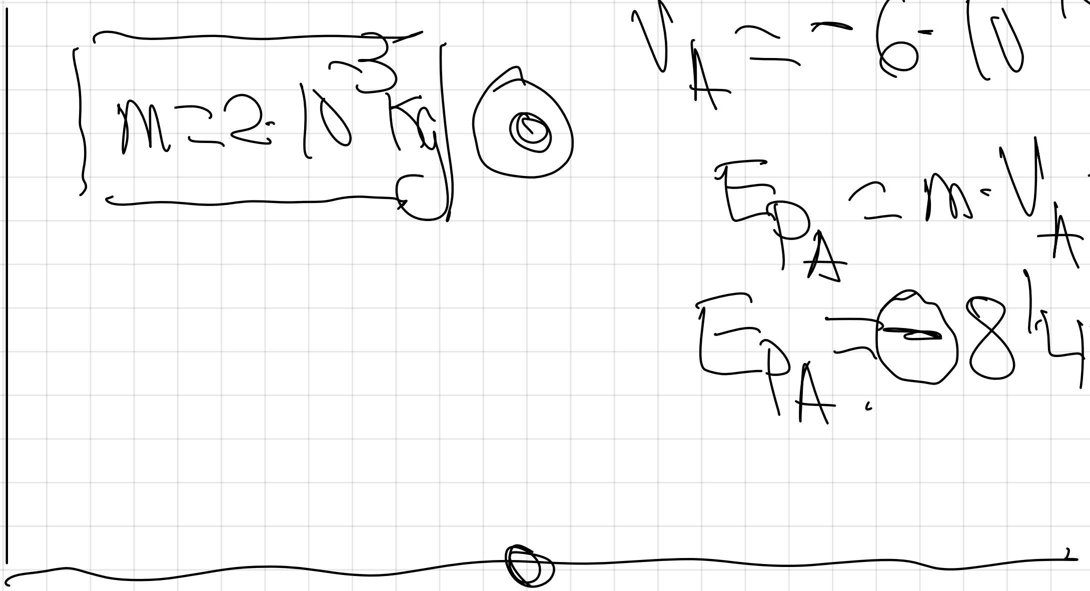
$$V_B = V_1' + V_2'$$

$$V_B = -G \cdot \frac{m_1}{r_1'} + \left(-G \cdot \frac{m_2}{r_2'}\right)$$

$$V_B = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{9}{2} - 6'67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{9}{2}$$

$$V_B = -6\cdot 10^{-10}\ J/Kg$$

c)



$$V_A = -6\cdot 10^{-10}\ J/Kg$$

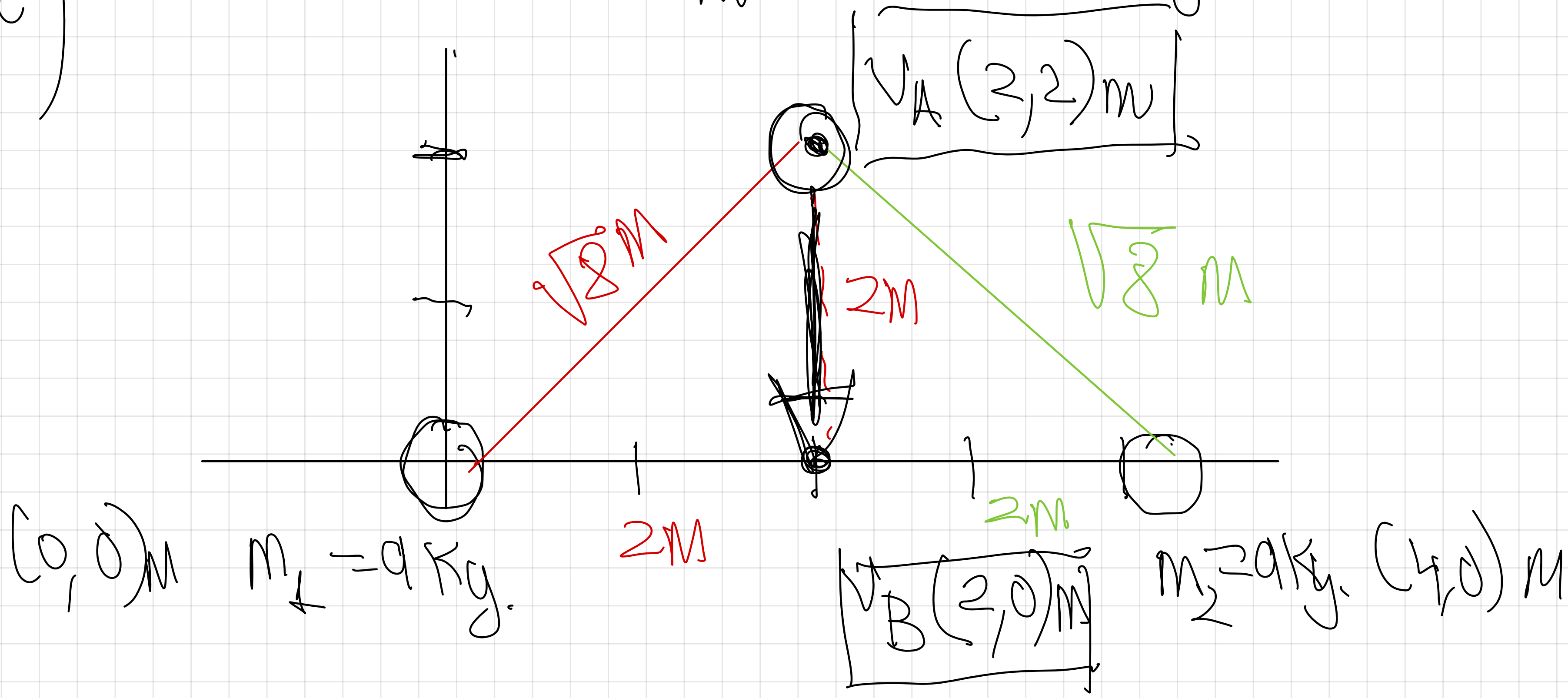
$$E_{pA} = m\cdot V_A = 2\cdot 10^{-3}\ \cancel{Kg}\cdot\left(-4'24\cdot 10^{-10}\ J/\cancel{Kg}\right)$$

$$\boxed{E_{pA} = -8'48\cdot 10^{-13}\ J}$$

$$V_B = -4'24\cdot 10^{-10}\ J/Kg$$

a)

$m = 2 \cdot 10^{-3}\ kg$



$W_{A \to B} = -\Delta E_{p\,A \to B} \longrightarrow W_{A \to B} = -(E_{pB} - E_{pA})$

$\downarrow$

$$W_{A\to B} = Ep_A - Ep_B$$

$$W_{A\to B} = m \cdot V_A - m \cdot V_B$$

$$W_{A\to B} = m \cdot (V_A - V_B)$$

$$W_{A\to B} = 2 \cdot 10^{-3}\,kg\,(-4'24 \cdot 10^{-10} - (-6 \cdot 10^{-10}))$$

$$W_{A\to B} = 3'52 \cdot 10^{-13}\,J > 0$$

Trabajo espontáneo.