$\boxed{\text{FÍSICA}}$

PROFESOR: JOSÉ MANUEL GARCÍA CUCURELLA.

1ª EVALUACIÓN		RECUPERACIÓN / SUBIDA NOTA	
- CAMPO GRAVITATORIO	6	C. GRAVIT	8
- CAMPO ELÉCTRICO	4	C. ELECT	6
	5		

OLIMPIADA FÍSICA

2ª EVALUACIÓN

~~RECUPERACIÓN~~

SUBIDA DE NOTA

- ELECTROMAGNETISMO — 3 — ELECTRO-MAGNET. — 8
- ONDAS. — 5 — ONDAS. — 10

4

3ª EVALUACIÓN.

- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.
- FÍSICA CUÁNTICA.
- FÍSICA NUCLEAR.

REC

SUBIDA

10

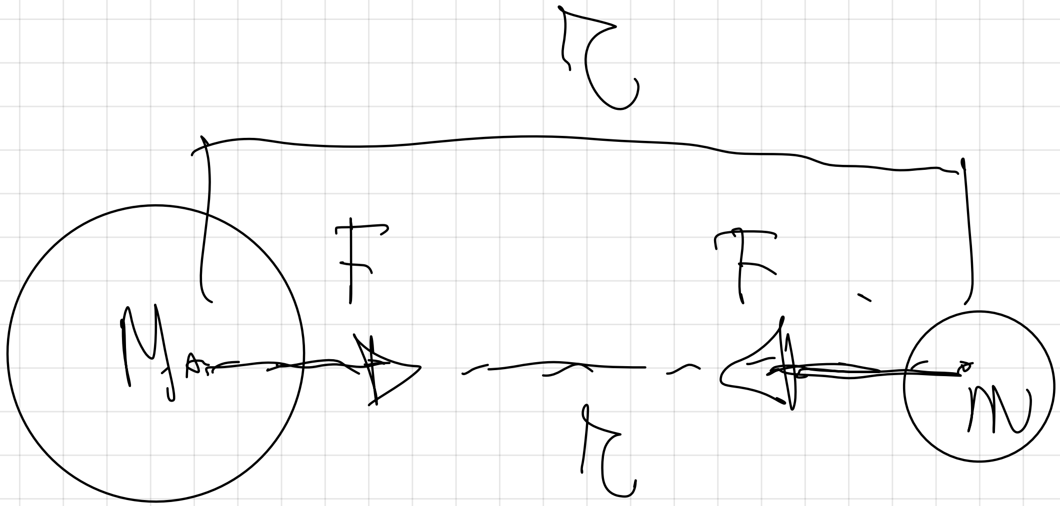
- ÓPTICA.
- MECÁNICA

16

TEMA 1

CAMPO GRAVITATORIO

Ley de la gravitación universal.



$$\boxed{F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

$F \Rightarrow N$ en S.I.

$M y m \Rightarrow kg$ en S.I

$r \Rightarrow m$ en S.I

$$\boxed{F = [G] \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

$$[G] = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m}$$

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2};$$

$$\boxed{G = 6'67 \cdot 10^{-11} \; N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}.}$$

2ª ley de Newton.

S.I.

$$F = m \cdot a$$

$$1\,N = 1\,Kg \cdot 1\,\frac{m}{s^2}$$

$0\,\frac{m}{s}$ $1\,\frac{m}{s}$. $2\,\frac{m}{s}$ $3\,\frac{m}{s}$,

0s 1s 2s 3s

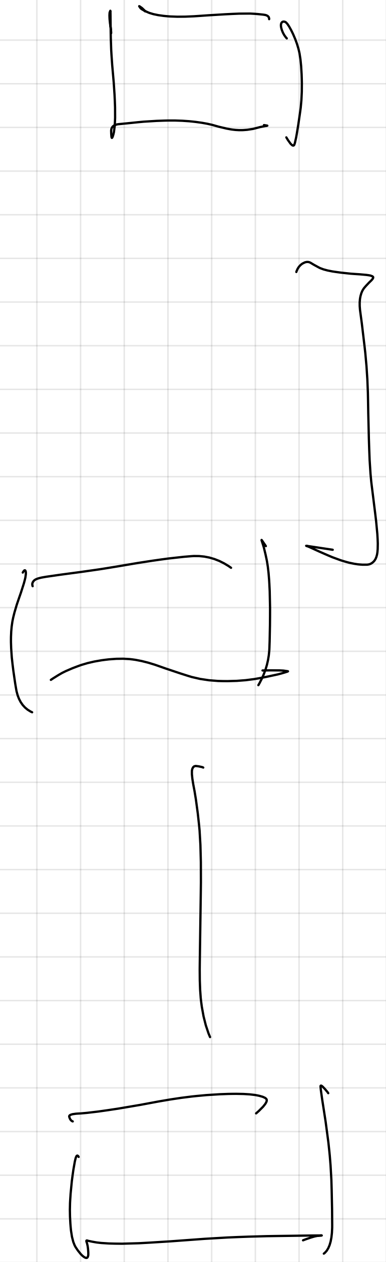
$$\boxed{a = 1\ ^{m}/_{s^2}.}$$

0 m/s 0 s

10 m/s 1 s

20 m/s 2 s

$$\boxed{g = 10\ m/s^2}.$$



$0 \, \frac{m}{s}$

$1s$

$2 \, m/s$

$4 \, m/s$

$g_L = 2 \, m/s^2$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$F = 6'67 \cdot 10^{-11} \, N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot \frac{60\,kg \cdot 2\,kg}{4\,m^2}$$

$$\boxed{F = 5'025 \cdot 10^{-10}\,N}$$

$m = 60\,kg$.

$F = m \cdot a$.

$g_T = 9{,}8\ m/s^2 \simeq$

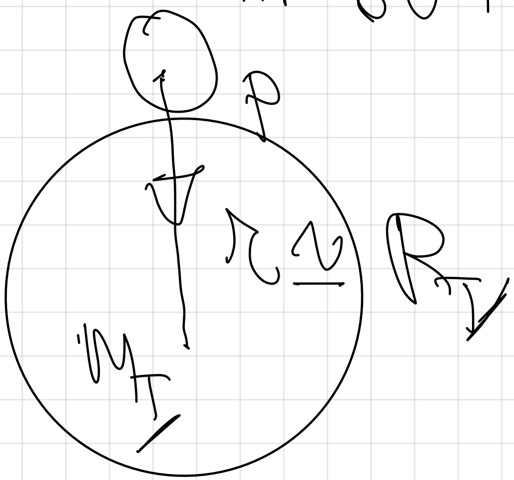
$P = m \cdot g_T$

$10\ m/s^2$.

$P = 60\,kg \cdot 10\ m/s^2 = \boxed{600\,N}$.

$$P \approx F = G \cdot \frac{M_T \cdot m_{adam}}{R_T^{2}}$$

$m = 60$ Kg.

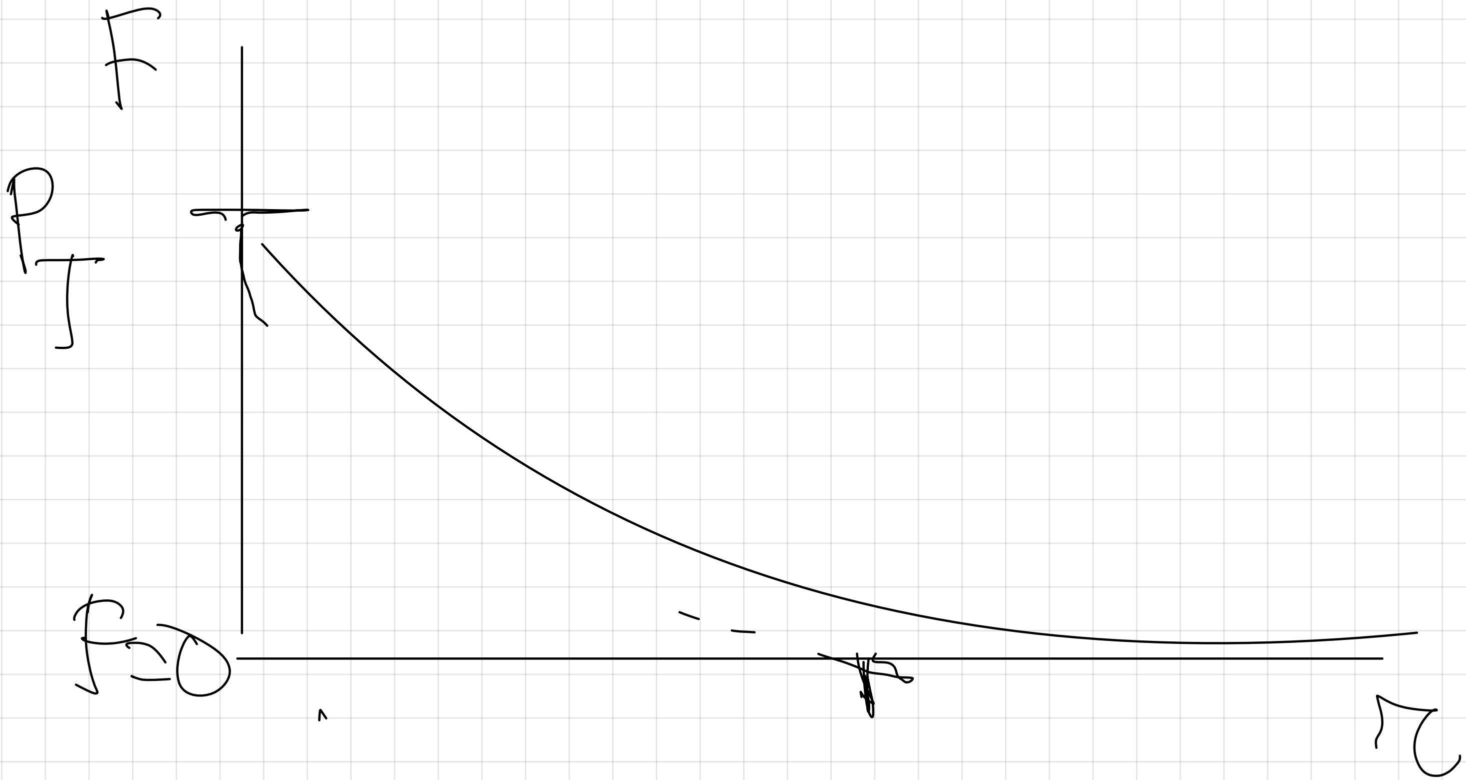


$$F = \boxed{6'67 \cdot 10^{-11}} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 60}{(6'4 \cdot 10^{6})^{2}}$$

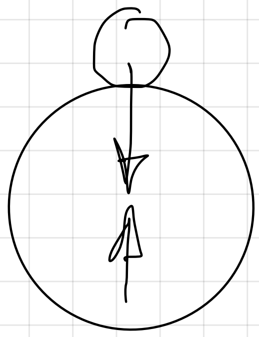
$$\boxed{P = 586'23\,N}$$

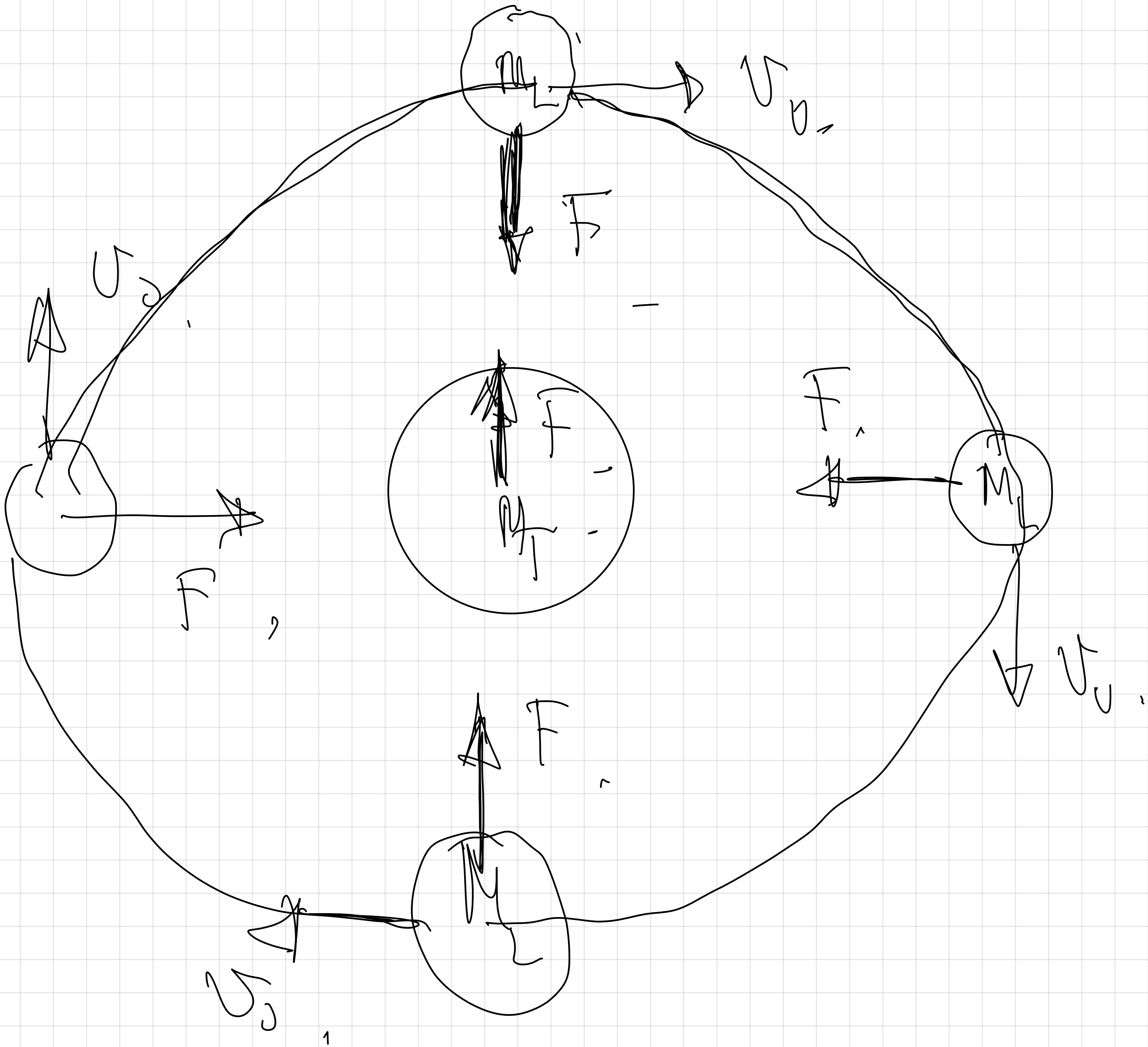
$R_T = 6400\,km = 6'4 \cdot 10^{3}\,km = 6'4 \cdot 10^{6}\,m$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad \Downarrow \Downarrow \Downarrow \quad F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$



∞



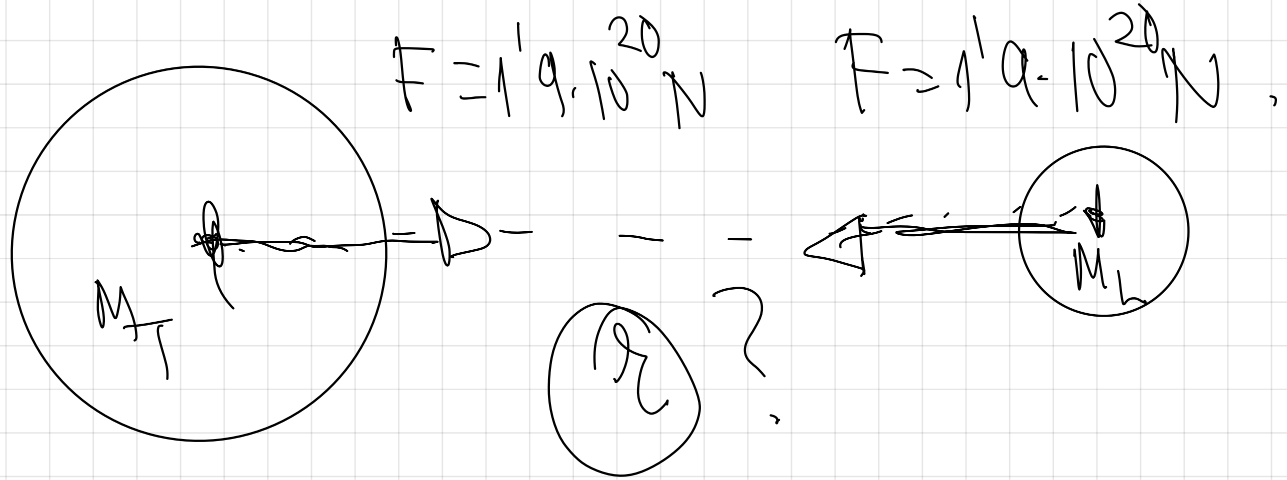


m
M
F
v

Pag 25.

1.- La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa de la Luna es de $7{,}2 \cdot 10^{22}$ Kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es de $1{,}9 \cdot 10^{20}$ N, ¿Cuál será la distancia entre sus centros? .$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m^{2} · Kg^{-2}

1º ⟹ Hacer un dibujo o esquema de la situación física.



$$\boxed{\text{Ley de la gravitación Universal.}}$$

r?

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2}$$

$M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg,

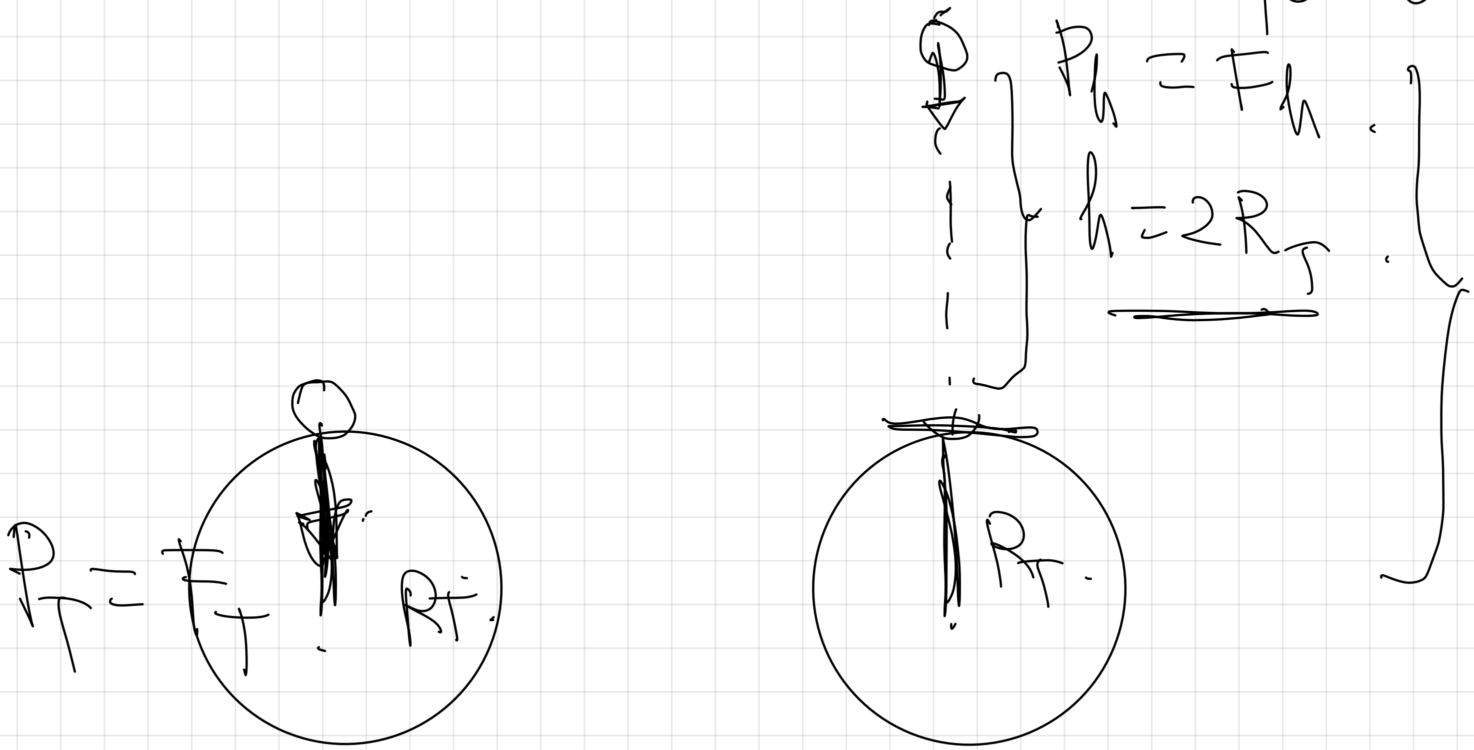
$$F \cdot r^2 = G \cdot M_T \cdot M_L$$

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 7'2 \cdot 10^{22}}{1'9 \cdot 10^{20}}}$$

$$r = 3'9 \cdot 10^{8}\ m$$

2.- ¿A cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se eleva desde el nivel del mar a una altura igual al doble del radio terrestre?

1º realizo el dibujo de la situación



r → distancia centro-centro

$r = R_T + h$

$r = R_T + 2R_T$

$r = 3R_T$.

Escribo ambas expresiones del peso,

ley de la gravitación universal

$$F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(3R_T)^2}$$

$$F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9R_T^2}$$

Dividimos ambas expresiones para relacionarlas.

$$\frac{F_h}{F_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{9 \cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}}$$

$$\frac{F_h}{F_T} = \frac{1}{9}$$

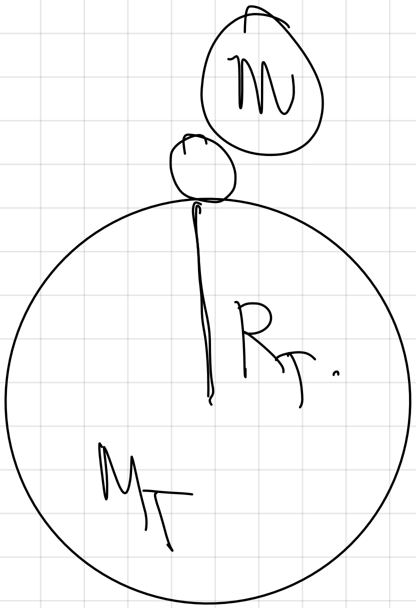
$$\boxed{F_h = \frac{1}{9} F_T}$$

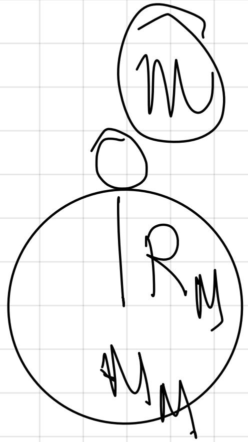
→ El peso a esa altura es la novena parte que en la superficie terrestre.

$$\frac{F_T}{F_h} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{9 \cancel{R_T^2}}} .$$

$$\frac{F_T}{F_h} = \frac{1}{1/9} \Rightarrow \boxed{F_T = 9 F_h .}$$

4.- El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 Km, mientras que el de Marte viene a ser de unos 3440 Km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿Cuál sería su peso en Marte?. Dato: Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.





$M_M = 0{,}11\, M_T$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_M = G \cdot \frac{\boxed{M_M} \cdot m}{R_M^2}$$

? $P_M = G \cdot \frac{0'11\, M_T \cdot m}{R_M^2}$,

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{0'11\, \cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{R_M^2}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{R_T^2}};$$

?

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{0'11 \cdot R_T^2}{R_M^2} \Rightarrow P_M = \frac{0'11 \cdot R_T^2}{R_M^2} \cdot P_T .$$

$$P_M = \frac{0'11 \cdot (6'37 \cdot 10^6\,m)^2}{(3'44 \cdot 10^6\,m)^2} \cdot 200\,N$$

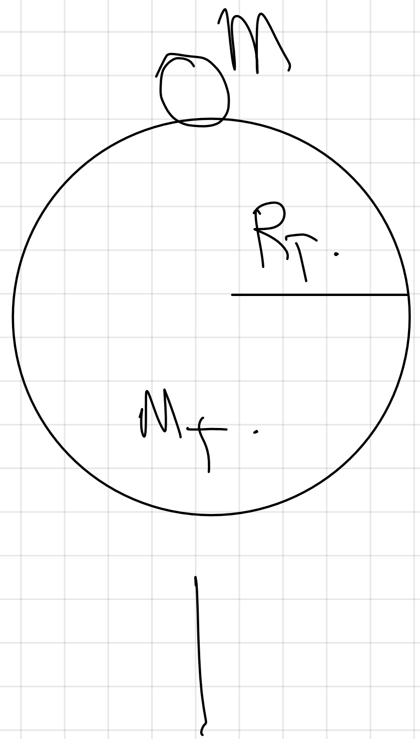
$$\boxed{P_M = 75'43\,N}$$

5.- Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 735 N, aterriza en el planeta Venus y al medir su peso observa que éste es de 600 N. Teniendo en cuenta que el diámetro de Venus es el mismo que el de la Tierra:

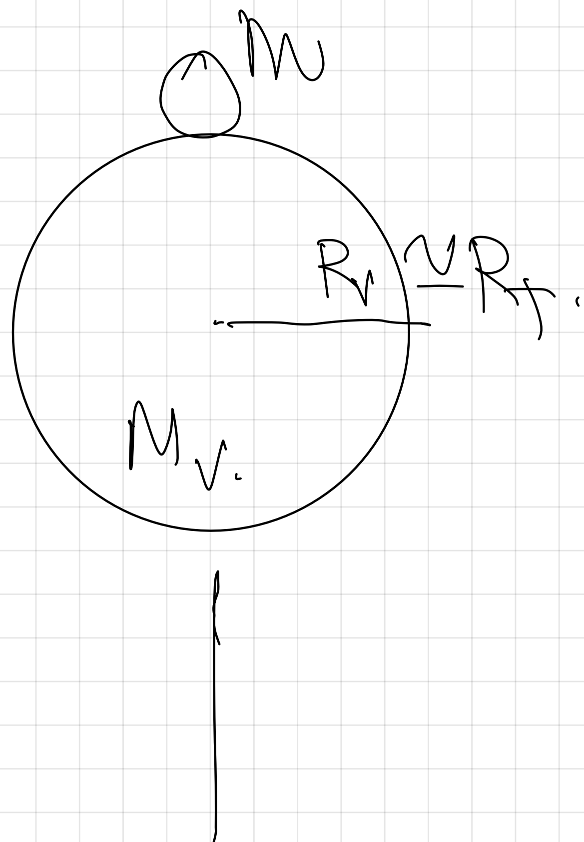
a) Halla la relación que existe entre las masas de la Tierra y Venus

b) Calcula la masa de Venus, sabiendo que la masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg

$P_T = 735 N$.



$P_V = 600 N$



$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \qquad P_V = G \cdot \frac{M_V \cdot m}{R_T^2} \qquad (R_V = R_T)$$

$$\frac{P_T}{P_V} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{M_V \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}} \qquad \frac{P_T}{P_V} = \boxed{\frac{M_T}{M_V}}$$

$$\frac{M_T}{M_V} = \frac{735 \cancel{N}}{600 \cancel{N}} \Rightarrow \frac{M_T}{M_V} = 1{,}225$$

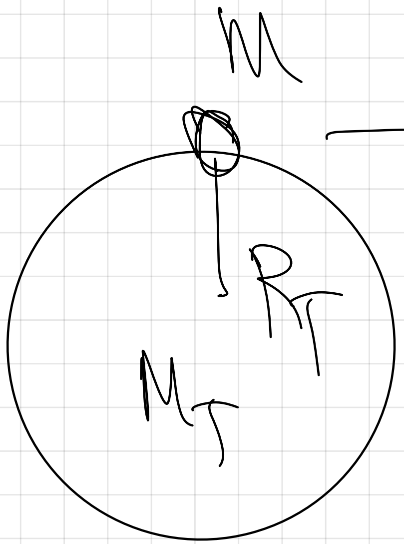
$$\boxed{M_T = 1'225\, M_V}$$

$$M_V = \frac{1}{1'225} M_T$$

$$\boxed{M_T = 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}$$

$$\boxed{M_V = 0'82\, M_T} \Rightarrow M_V = 0'82 \cdot 6 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$$

$$\boxed{M_V = 4'92 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}$$



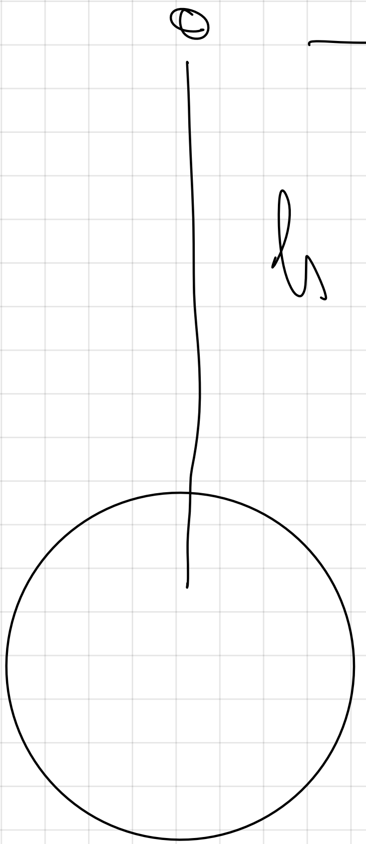
F_T .

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

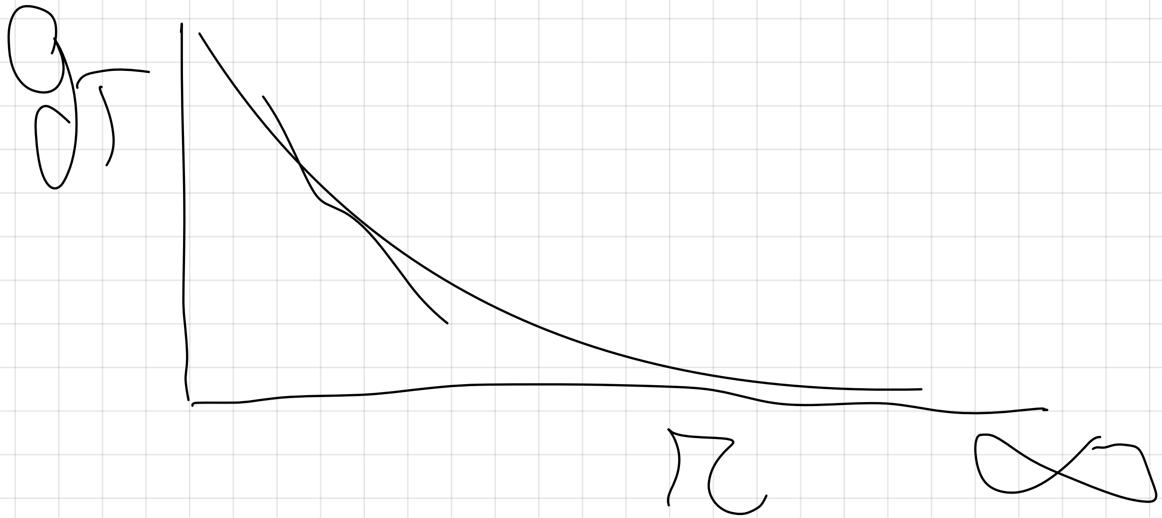
$$P_T = m \cdot g_T$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6'4 \cdot 10^{6})^2} \simeq 9'8 \, \frac{m}{s^2}$$

3

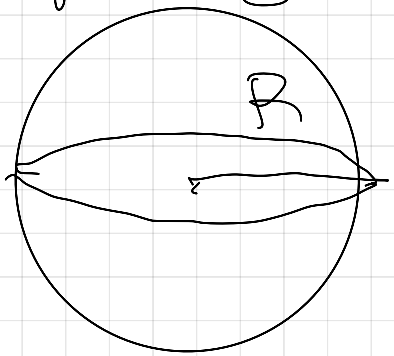


$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)^2} < 9{,}8\ m/s^2$$



g solo es nula en el ∞

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3$ densidad $\Rightarrow$ d ?

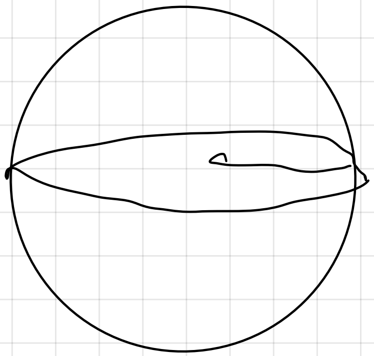


$\boxed{\rho}$

$$\rho = \frac{M}{V_{esfera}} \Rightarrow \frac{Kg}{m^3} \text{ en S.I}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

6.- Calcular la densidad media de la Tierra a partir de los siguientes datos: $g = 9{,}8\ m/s^2$, $R_T = 6370\ Km$, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

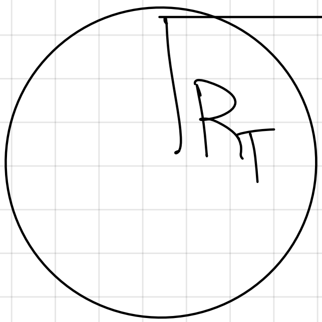


R_T -

Debo poner la M_T en función de los datos conocidos

$$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{\frac{g_T \cdot R_T^2}{G}}{\frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

$$\rho_T = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{g_T}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T}}$$



$$\begin{cases} g_T = G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2} \rightarrow \text{La despejo} \\[2ex] M_T = \dfrac{g_T \cdot R_T^2}{G} \end{cases}$$

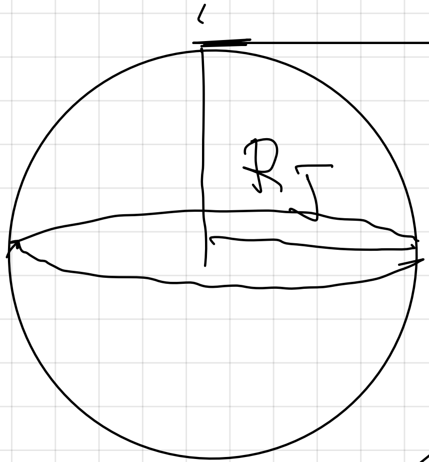
$$\rho = \frac{g_T}{G \, \frac{4}{3} \pi R_T} = \frac{9{'}8}{6{'}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 6{'}37 \cdot 10^{6}}$$

$$\rho = 5{'}5 \cdot 10^{3} \ \frac{kg}{m^3}$$

7.- Júpiter tiene una densidad media de $\rho = 1{,}34 \cdot 10^3$ Kg/m^3 y un radio medio R= 0,718·10^5 Km. Sabiendo que G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}.

a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter?

b) ¿Pesará un cuerpo lo mismo en Júpiter que en la Tierra?. Razónese



?

$$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = G \cdot \frac{\rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi R_J^3}{R_J^2}$$

$$\rho_J = \frac{M_J}{\frac{4}{3}\pi \cdot R_J^3} \Rightarrow M_J = \rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi R_J^3$$

$$g_J = G \cdot \rho_J \, \frac{4}{3}\pi R_J \qquad \left| \begin{array}{l} R_J = 0'718 \cdot 10^5 \, km \\ R_J = 0'718 \cdot 10^8 \, m \end{array} \right.$$

$$g_J = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 1'34 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 0'718 \cdot 10^8 \, m$$

$$\boxed{g_J = 26'86 \, m/s^2}$$

b)

$$g_J > g_T$$

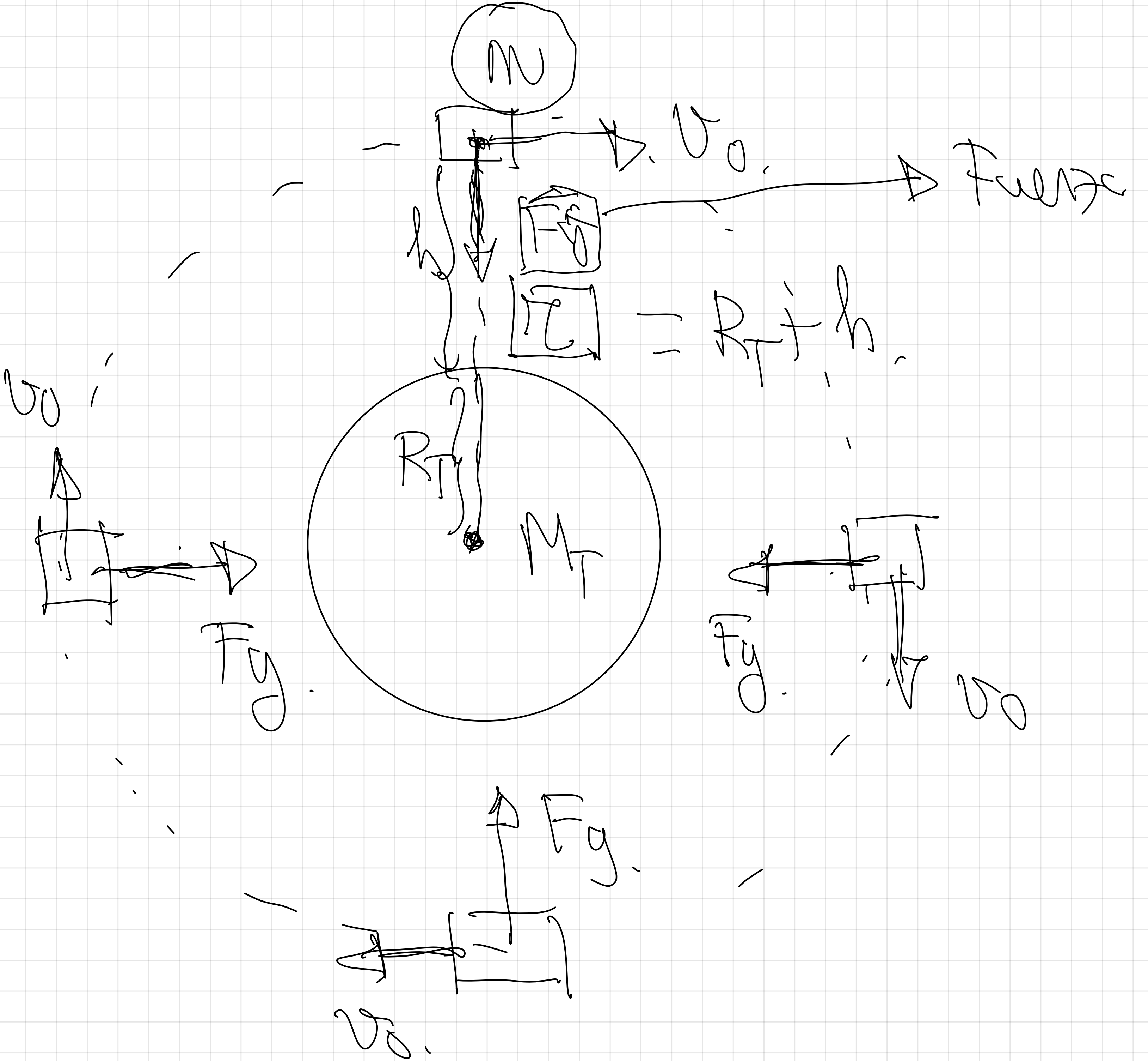
$$\Downarrow$$

$$P_J = m \cdot g_J \longrightarrow P_J > P_T$$

TEMA 2

APLICACIONES DE LA GRAVITACIÓN AL MOVIMIENTO DE SATÉLITES, PLANETAS Y GALAXIAS

1.- VELOCIDAD ORBITAL DE UN SATÉLITE



$\boxed{MCU}$

v_0 cte en módulo pero no en dirección.

Ley de la gravitación universal.

2ª ley de Newton.

$$F_g = m \cdot \boxed{a_n}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \boxed{\frac{v_o^2}{r}}$$

Despejo el valor de la velocidad orbital.

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{\cancel{r^2}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_o^2}{\cancel{r}}$$

$$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} \Rightarrow v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)}}$$

18.- Un satélite describe una órbita circular de radio $2R_T$ en torno a la Tierra.

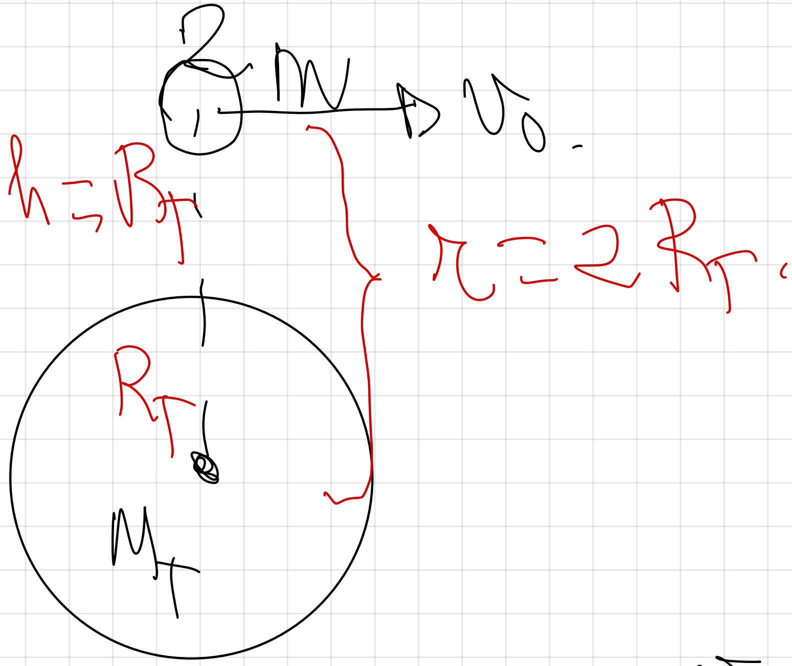
a) Determinar su velocidad orbital

b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita?.

c) Explicar la fuerza que actúa sobre el satélite.

d) Si otro satélite de masa doble al anterior se encontrase orbitando a la misma altura, ¿Con qué velocidad lo haría?.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg



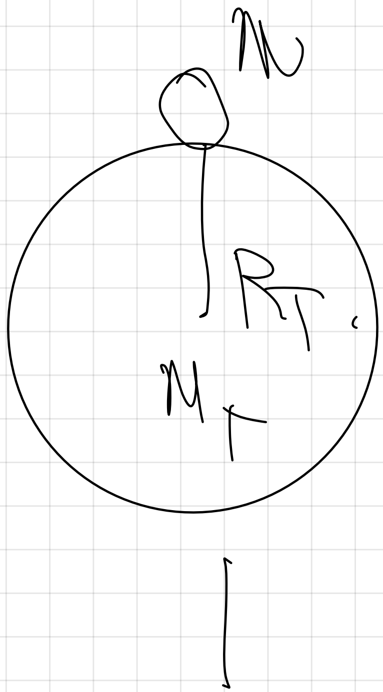
$$F_g = F_n$$

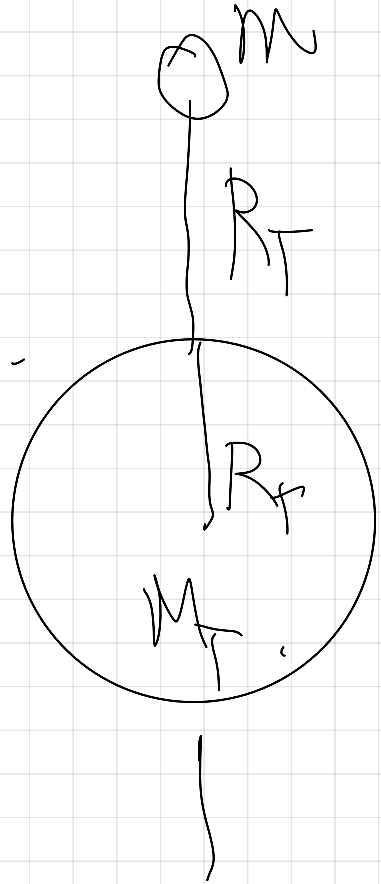
$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{2R_T}}$$

$$v_0 = \sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{6\cdot 10^{24}}{2\cdot 0'64\cdot 10^{6}}} = \boxed{5591'57\ \frac{m}{s}}$$

b)





$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}.$$

$$P_{\acute{o}rbita} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(2R_T)^2}$$

$$P_{\acute{o}rbita} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{4R_T^2}.$$

$$\frac{P_{\acute{o}rbita}}{P_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{4\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}}.$$

$$\frac{P_{\acute{o}rbita}}{P_T} = \frac{1}{4}.$$

$$P_{\acute{o}rbita} = \frac{1}{4} P_T.$$

$P_{órbita} = \frac{1}{4} 5000 N$

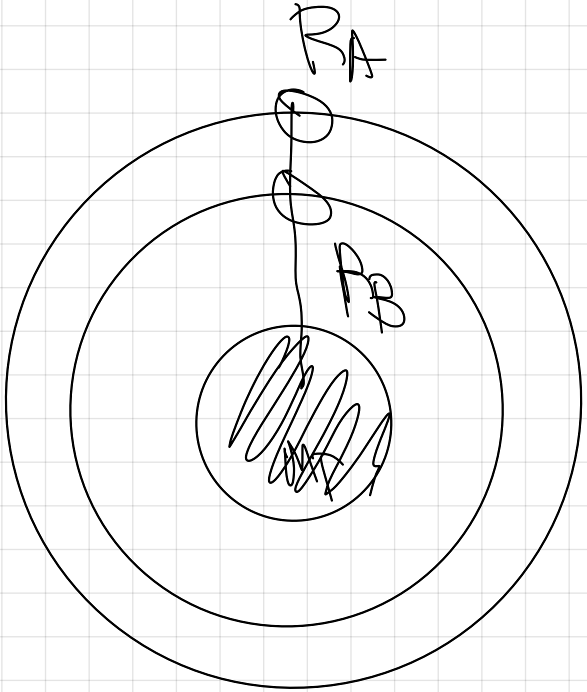
$P_{órbita} = 1250 N$

c) Teoría.

19.- Dos satélites idénticos A y B están orbitando en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra, siendo $R_A > R_B$.

a) Indicar cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad orbital.

b) Si la Tierra aumentase su masa al cuádruple manteniendo su radio, ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital de ambos satélites?.



$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}} \rightarrow r_A > r_B$$

$$\rightarrow v_A < v_B$$

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

$$v' = \sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}} \Rightarrow v' = 2\sqrt{G \frac{M_T}{r}}.$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\cancel{G} \cdot \frac{4\cancel{M_T}}{\cancel{r}}}}{\sqrt{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T}}{\cancel{r}}}} = \frac{v'}{v} = \sqrt{4}$$

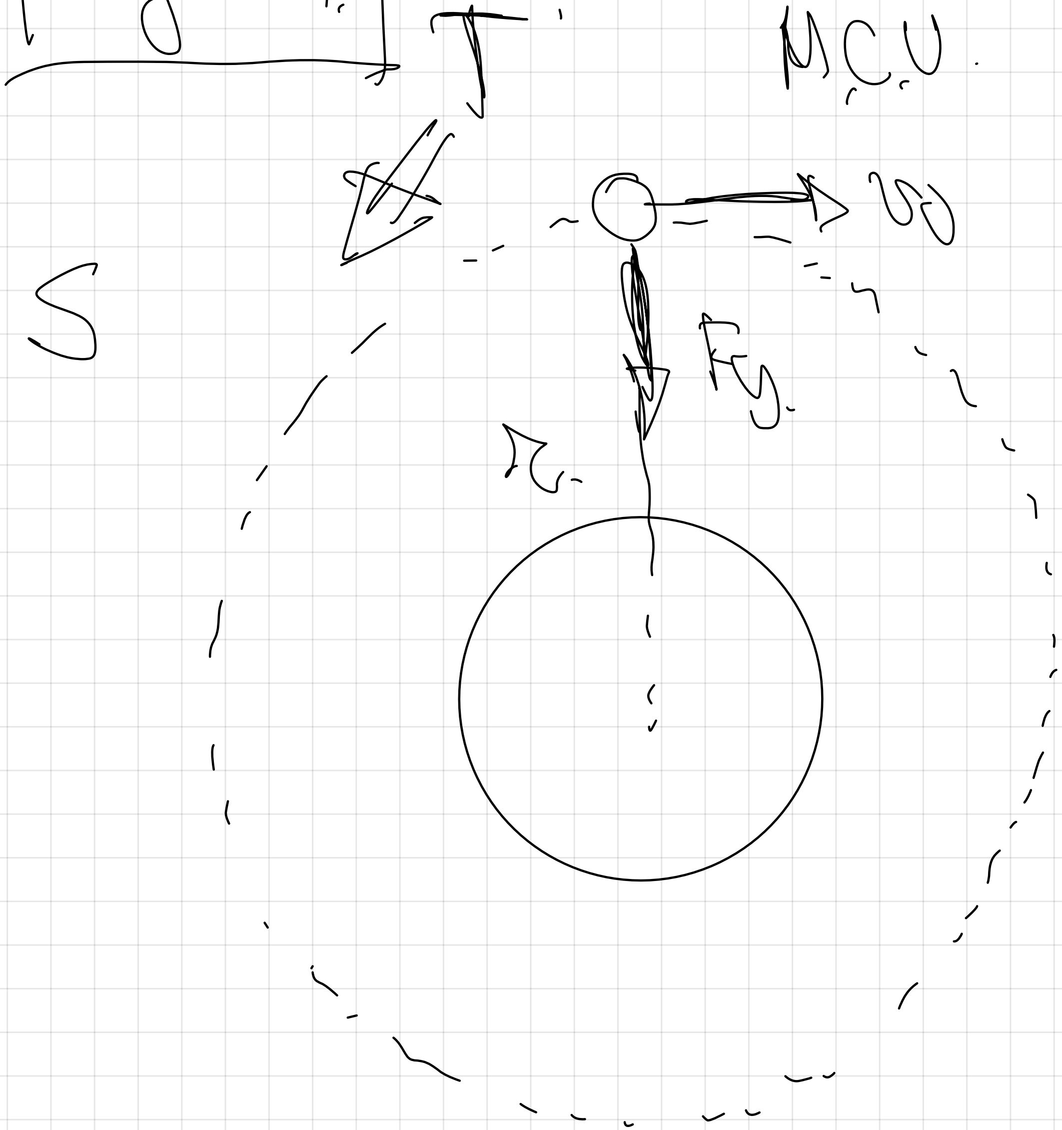
$$\boxed{v' = 2v}$$

$$\downarrow$$

La velocidad se duplica.

$\boxed{\text{Pag 14.}}$

M.C.U.



$$\boxed{v} = \frac{S}{t} = \boxed{\frac{2\pi r}{T}} \qquad \frac{m}{s}$$

$$\boxed{\omega} = \frac{\varphi}{t} = \boxed{\frac{2\pi}{T}} \qquad \frac{rad}{s}$$

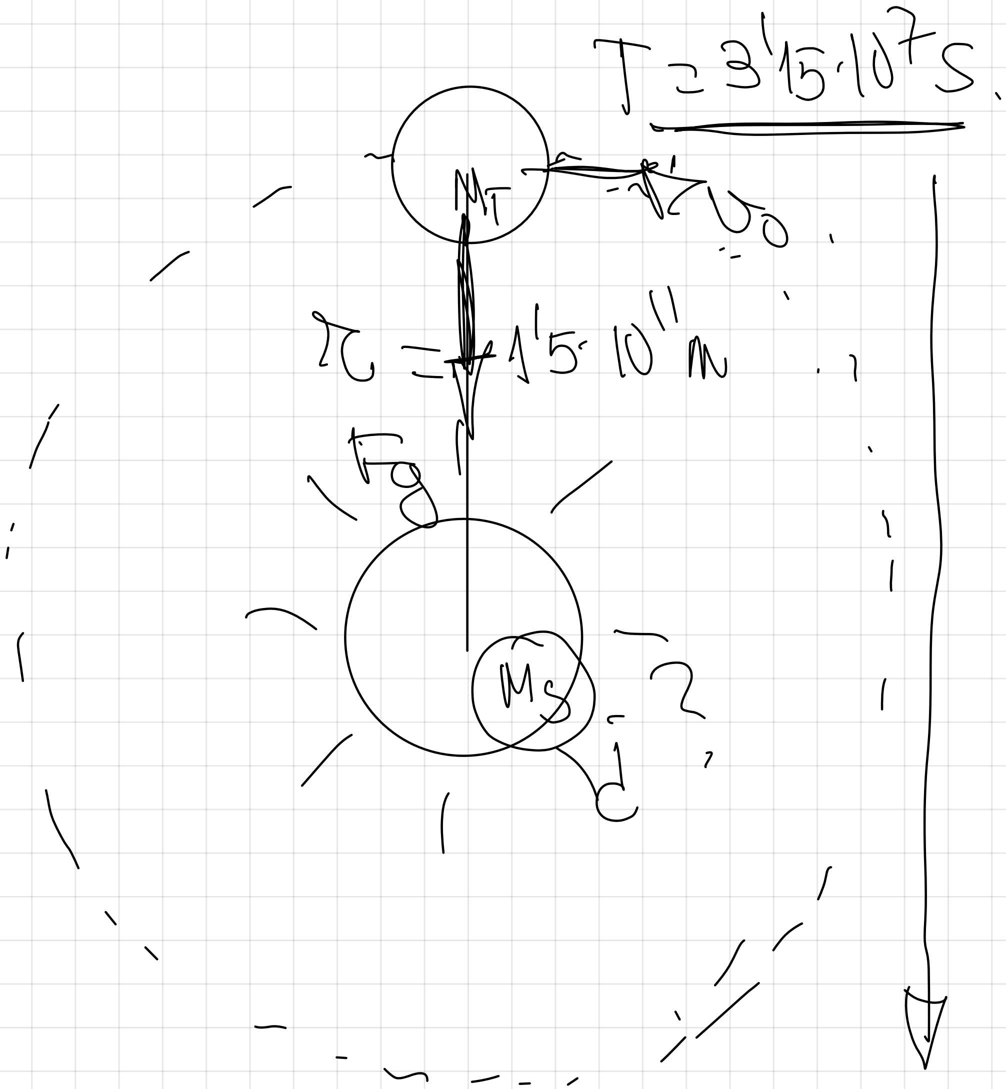
$$\boxed{v = \omega \cdot r}$$

21.- Suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m y que la Tierra tarda $3{,}15 \cdot 10^{7}$ s en completar dicha órbita:

a) Calcular la masa del Sol.

b) Calcular el potencial gravitatorio debido al Sol en el punto en el que se halla la Tierra.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot M_S}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T} \cdot \frac{\boxed{v_0^2}}{\cancel{r}}$$

$$\boxed{v_0} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

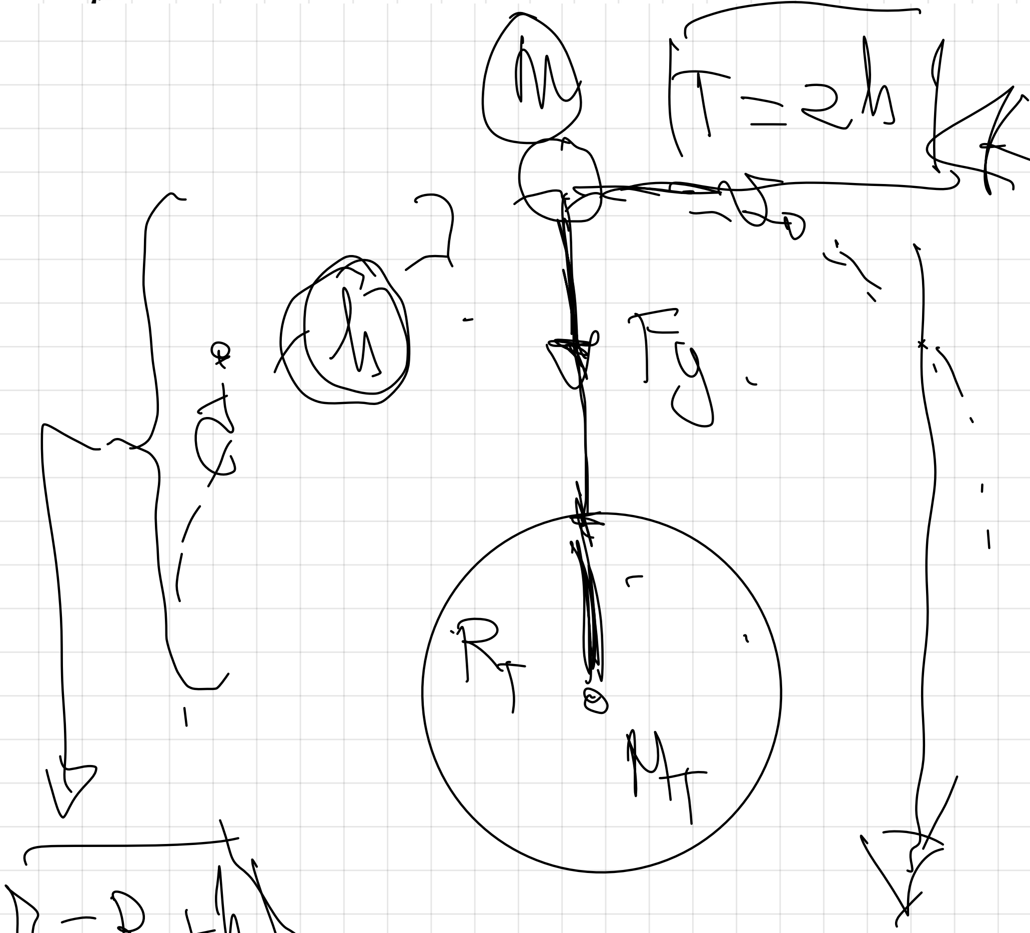
$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G\, M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 \cdot r^3$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G\, T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (1'5 \cdot 10^{11})^3}{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot (3'15 \cdot 10^7)^2} = \boxed{2'01 \cdot 10^{30}\ \mathrm{Kg}}$$

20.- ¿A qué altura de la superficie terrestre deberá estar situado un satélite si queremos que describa una órbita circular con un período de 2 horas?

$\boxed{g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}}$; $\boxed{R_T = 6400\ Km}$



$\boxed{r = R_T + h}$

Condición de orbitación.

$F_g = F_n$.

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_o^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

¿ h ?

$$v = \frac{2\pi(R_T+h)}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2(R_T+h)^3$$

$$(R_T+h)^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}.$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\boxed{G M_T} T^2}{4\pi^2}} - R_T.$$

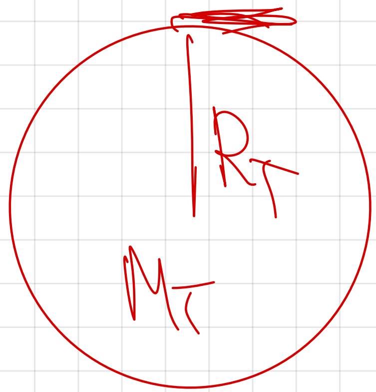
Lo pongo en función de los datos conocidos.

$9{,}8\ m/s^2$

$$g_T = \boxed{G \frac{M_T}{R_T^2}}$$

Lo despejo

$$\boxed{G \cdot M_T} = g_T \cdot R_T^2.$$



$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T.$$

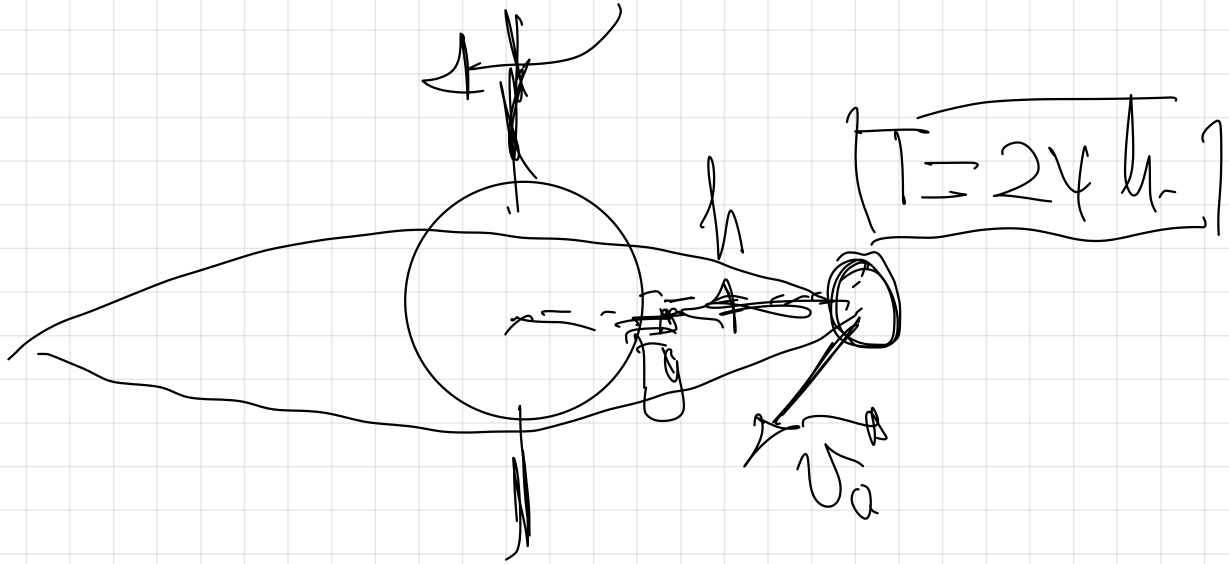
$$h = \sqrt[3]{\frac{9'8\,(6'4\cdot 10^6)^2\cdot(7200)^2}{4\pi^2}} - 6'4\cdot 10^6 = 1'68\cdot 10^6\ m$$

de altura sobre la superficie terrestre.

Satélite geoestacionario.

$T = 24h.$

Satélite geoestacionario



geosíncrono

$\boxed{T = 24\,h}$

25.- Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

c) Calcular su aceleración normal

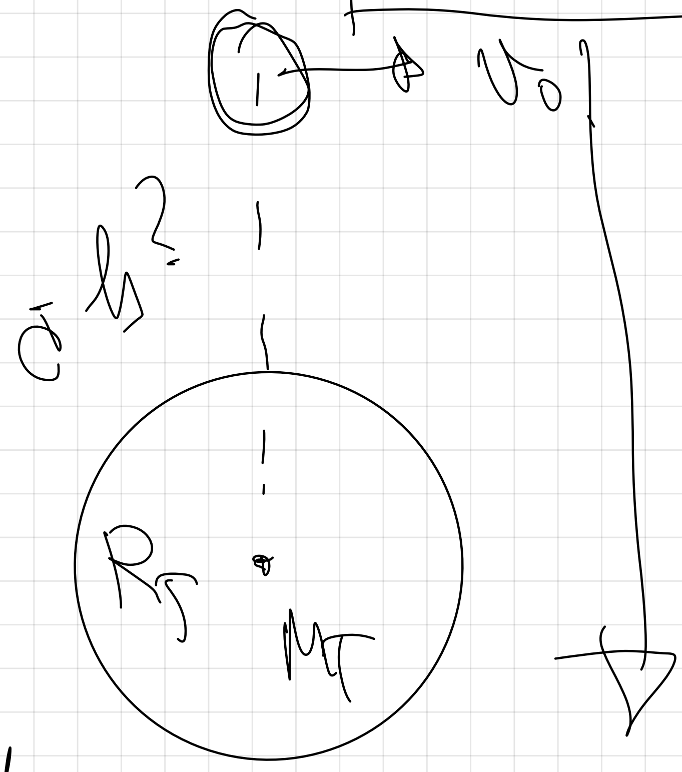
d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$\boxed{g=9{,}8\ m\cdot s^{-2},\ R_T= 6400\ Km}$

a) $\omega = \dfrac{\varphi}{t} = \dfrac{2\pi\ rad}{24\cdot 3600 s} = 7{,}27\cdot 10^{-5}\ rad/s$

b)

$\boxed{T = 24\ h}$



Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\cdot\frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$r = R_T + h$$

$$v_0 = \frac{2\pi(R_T+h)}{T}$$

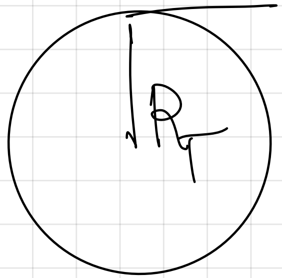
$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2(R_T+h)^3$$

$$(R_T+h)^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$



$$g_T = \frac{\boxed{G \cdot M_T}}{R_T^2}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\boxed{G \cdot M_T} \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T \,,$$

$$\boxed{G \cdot M_T} = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T \,.$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9{,}8 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2 (24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}} - 6{,}4 \cdot 10^6$$

$$\boxed{h = 3{,}6 \cdot 10^7 \ m} \rightarrow \text{altura sobre la superficie terrestre.}$$

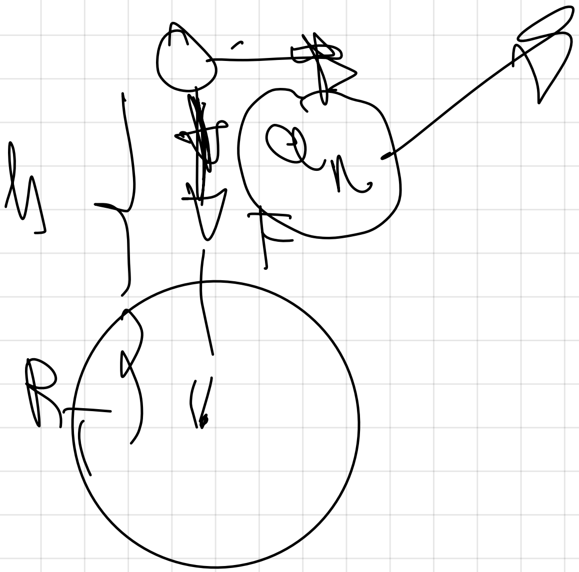
c) $$a_n = \frac{v_0^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi (R_T + h)}{T}\right)^2}{(R_T + h)} = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^{\cancel{2}}}{T^2 \cdot \cancel{(R_T + h)}}$$

$$a_n = \frac{4\pi^2 (R_T + h)}{T^2} = 0{,}22 \ m/s^2.$$

$$a_n = \frac{v_0^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot r^{\cancel{2}}}{\cancel{r}} =$$

$$= \omega^2 (R_T + h) = (7'27 \cdot 10^{-5})^2 (6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)$$

$$= \boxed{0'22 \ m/s^2}$$



Coincidiría con la aceleración de la gravedad a esa altura.

$$g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)^2} =$$

$$= 0'22 \ m/s^2 .$$

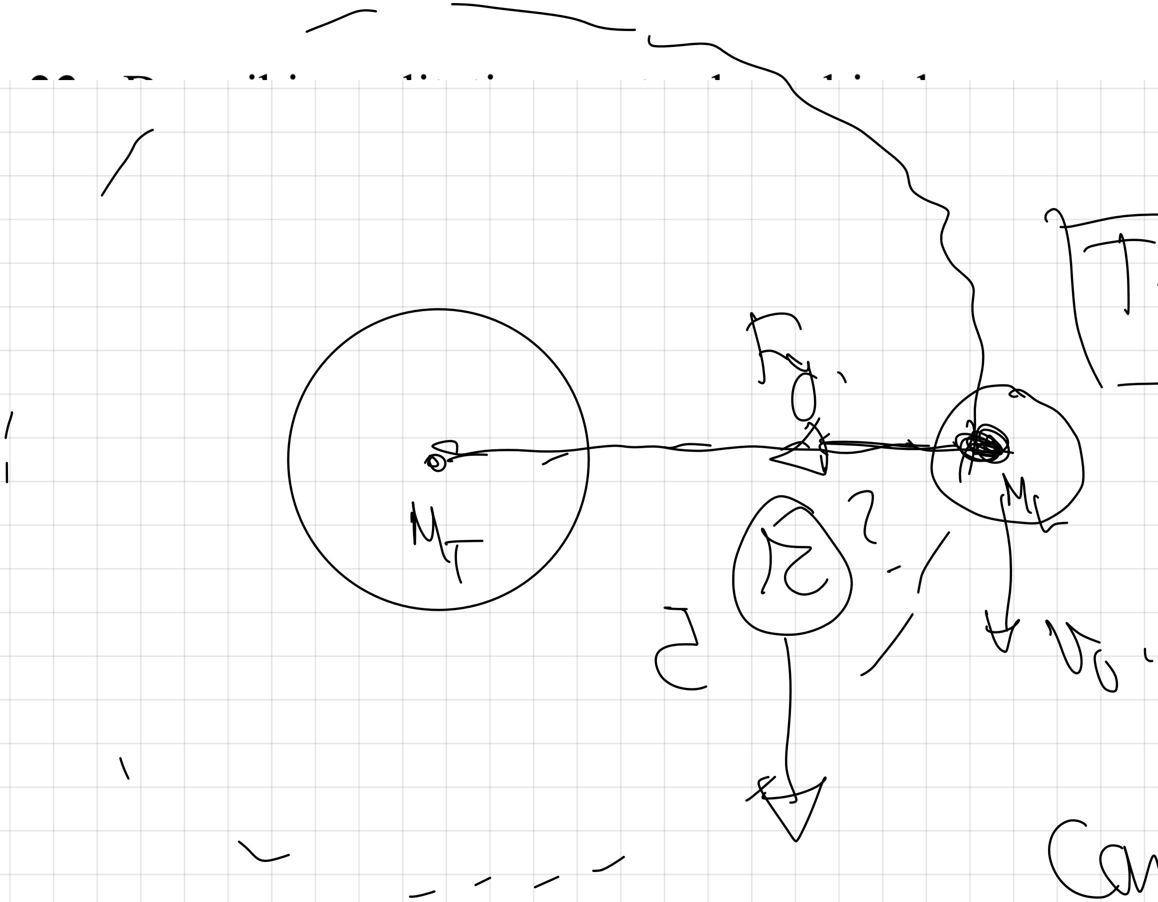
pag 28

22.- La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

a) Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

b) Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa m podría estar en equilibrio en un punto alineado con los centros de la Tierra y de la Luna, a una distancia del ecntro de la Tierra de $3,4 \cdot 10^8$ m.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg



$\boxed{T = 28 \text{ días}}$

Condición de orbitación.

$$F_g = F_n \, ,$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m_L}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m_L} \cdot \frac{\boxed{v_0^2}}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T} \, .$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \, .$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3 \, .$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (28 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$= 3'9 \cdot 10^8 m$$

$$T = 28 \cancel{\text{días}} \cdot \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{1 \cancel{\text{día}}}$$

REPASO 1º BACH.

Energía potencial.

Es la energía que tiene un cuerpo en función de su posición. (en un campo de fuerzas conservativo)

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad \Rightarrow \quad J \text{ en S.I.}$$

$$\downarrow$$

$$Kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$$N \cdot m = J.$$

Energía cinética.

Energía que tienen los cuerpos en función de su velocidad.

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow J \text{ en SI.}$$

$$kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2.$$

$$kg \frac{m^2}{s^2}.$$

$$\underbrace{kg \cdot \frac{m}{s^2}}_{N} \cdot m$$

$$N \cdot m = J.$$

<u>Energía mecánica</u>.

$E_m = E_p + E_c$ J en SI.

Principio de conservación de la E_M.

La E_M se conserva si no existen pérdidas energéticas por rozamiento.

$m = 1\,kg$

$v_0 = 0$

$E_{p_h} = m \cdot g \cdot h$ $\quad E_{c_h} = \frac{1}{2} m v_0^2$ $\quad \boxed{g = 10\, m/s^2}$

$E_{p_h} = 1 \cdot 10 \cdot 5 = \boxed{50\,J}$ $\quad E_{c_h} = 0$

$\boxed{h = 5\,m}$

$m = 1\,kg$

v^2

$E_{p\,suelo} = m \cdot g \cdot \cancel{h}$

$E_{p\,suelo} = \boxed{0\,J}$

$E_{c\,suelo} = \frac{1}{2} m v^2 = \boxed{50\,J}$

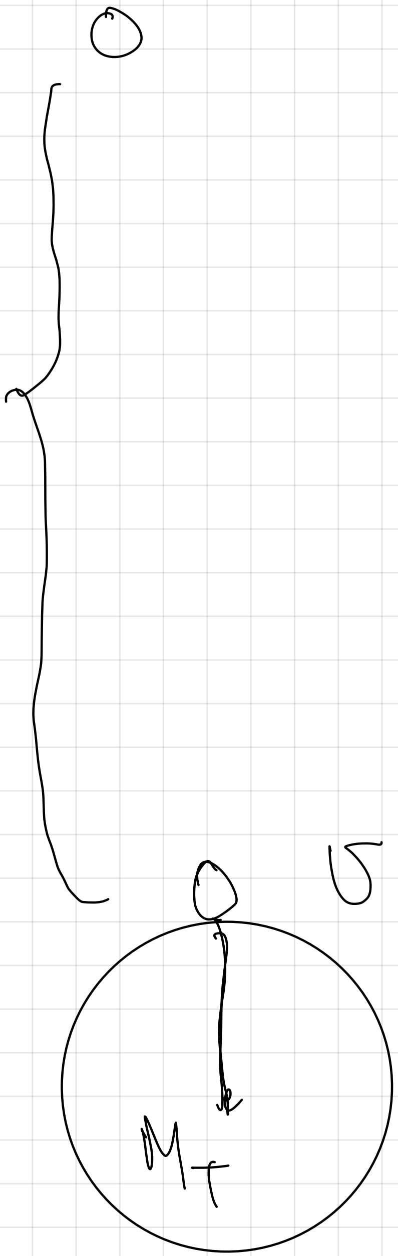
$$\boxed{E_{m_h} = E_{m_{suelo}}}$$

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_{suelo}} + E_{c_{suelo}}$$

$$50J + 0 = 0 + 50J$$

1º BACH.

2º BACH.



$\cancel{E_p = m \cdot g \cdot h}$

$\cancel{g = 10\ m/s^2}$

g no es cte

Km 500 BILBAO

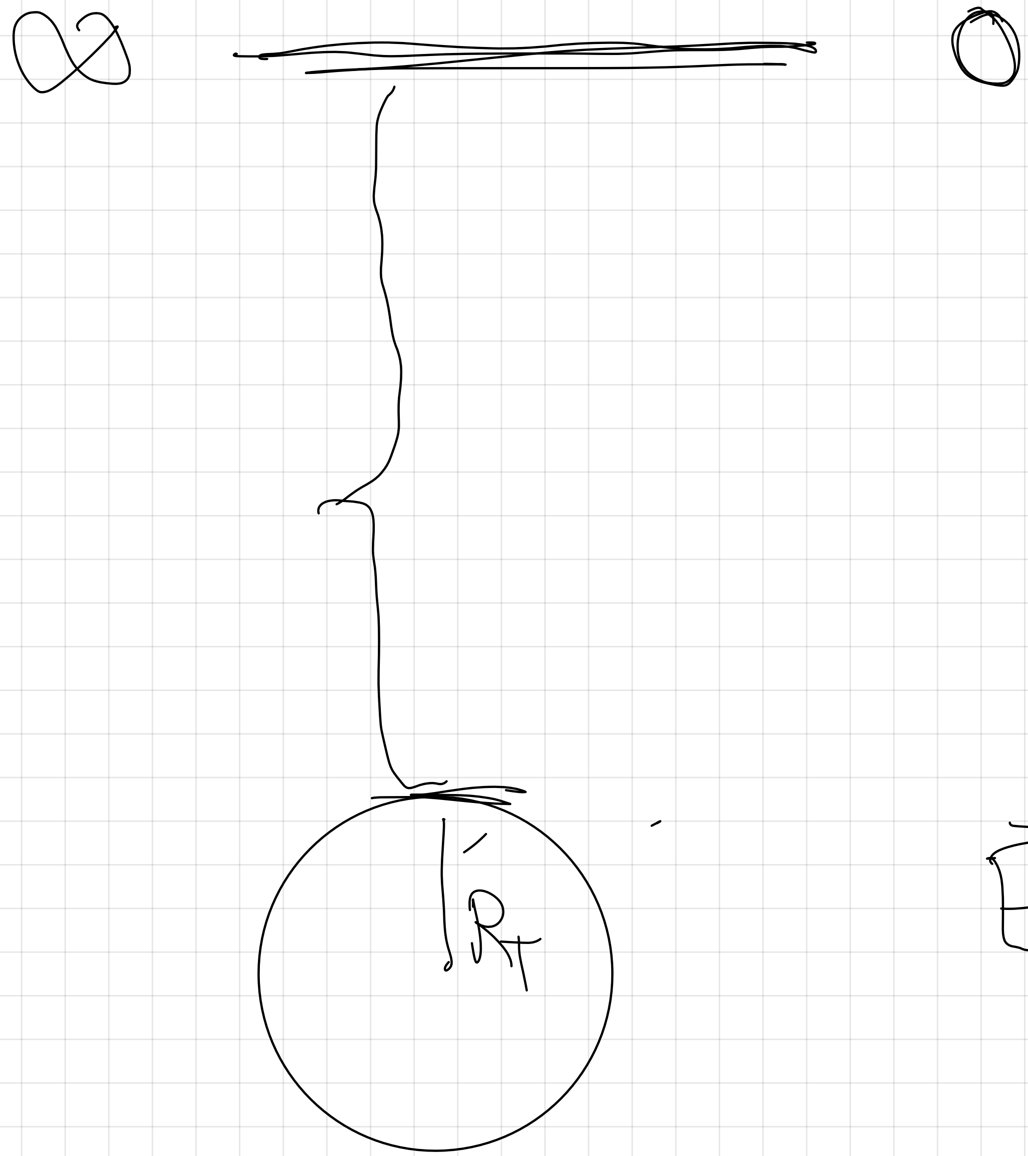
Km 0 MADRID

Km -500 MÁLAGA

BILBAO. Km 0

MADRID Km -500

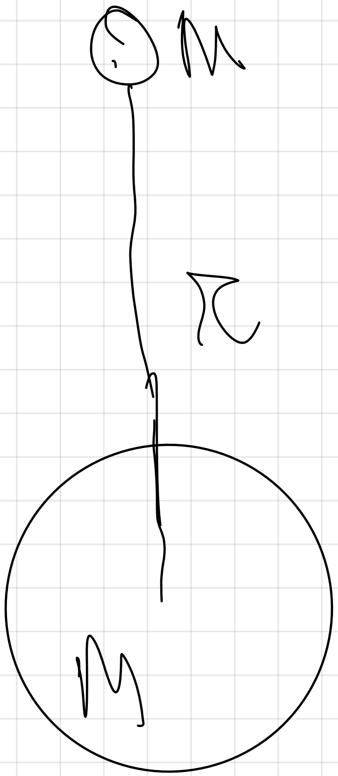
MÁLAGA Km -1000



E_p

$$\boxed{E_{p_h} \quad -}$$

$$\cancel{E_p = mgh}$$



$$\boxed{E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}$$

distancia centro centro.

29.- Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

a)¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

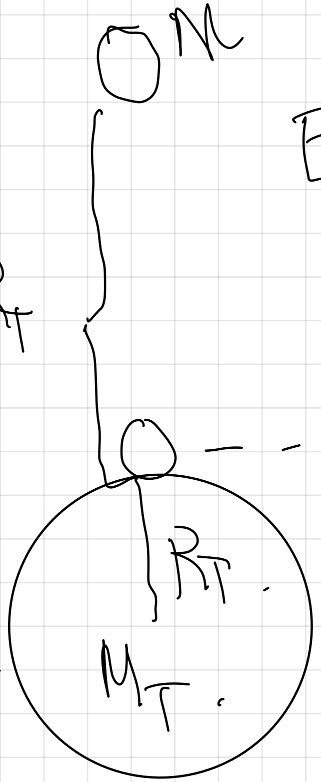
b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c)¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

b)

$h = 6R_T$



$E_{p_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T}$ / $E_{c_h} = 0$. ¿?

$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$ / $E_{c_T} = \frac{1}{2} m v_T^2$

$r = R_T + 6R_T$

$\boxed{r = 7R_T}$

~~Condición de [illegible]~~ ¿v?

Principio de conservación de la energía mecánica

$$E_{m_h} = E_{m_T}$$

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_T} + E_{c_T}$$

¿v_i?

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{7R_T} + 0 = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} + \frac{1}{2}m\cdot v_T^2$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot \cancel{m}}{R_T} - G\cdot\frac{M_T\cdot \cancel{m}}{7R_T} = \frac{1}{2}\cancel{m}\,v_T^2$$

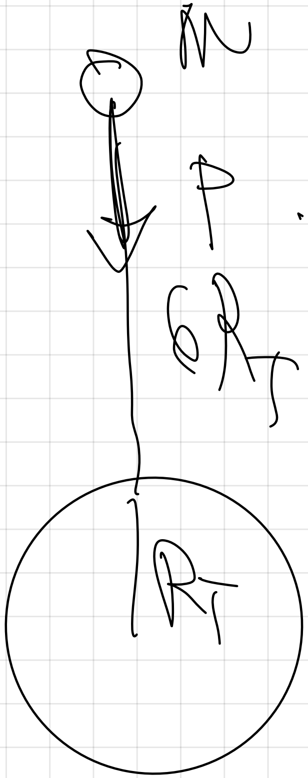
$$-G\frac{M_T}{R_T} - \left[-G\frac{M_T}{7R_T}\right] = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$G M_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{7R_T}\right) = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$G \cdot M_T \left(\frac{6}{7R_T}\right) = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$v_T = \sqrt{\frac{12\,G M_T}{7R_T}} \simeq 1'035 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s}$$

a)



$$P = F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(7R_T)^2}$$

$$P = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{49 \cdot (6'4 \cdot 10^6)^2} = 200 \text{ N.}$$

Pag 15.

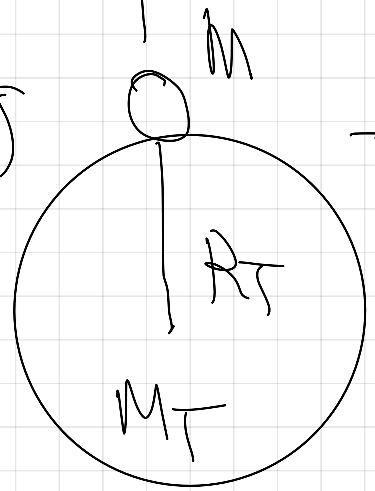
3 – Velocidad de escape de un cuerpo

∞

$0\ J.$

$E_{p_\infty} = 0$ / $E_{c_\infty} = 0$

$-1000\ J$



$E_{p_T} = -G\dfrac{M_T \cdot m}{R_T}$ / $E_{c_T} = \dfrac{1}{2} m \boxed{v_e^2}$

Conservación de la Em

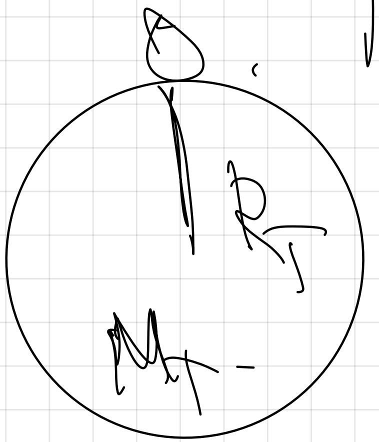
$$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p_\infty} + E_{c_\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = 0 + 0.$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v_e^2 = G \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T}.$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6'4 \cdot 10^{6}}} \simeq$$

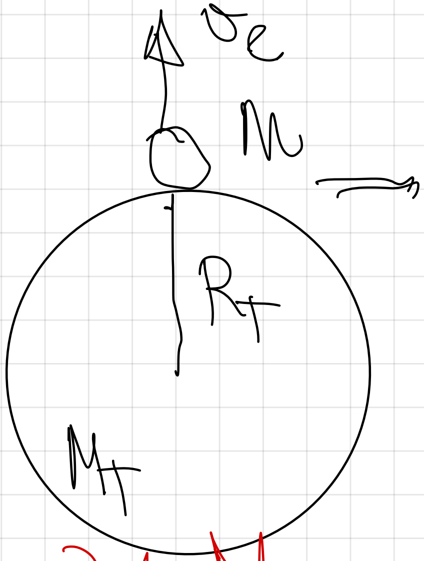
$$11.200 \ m/s \simeq 11'2 \ km/s.$$



$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$\boxed{v_e = 300.000 \ km/s}$$

31.- Calcular la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie terrestre $\boxed{g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}}$, $R_T = 6400$ Km



$\infty \longrightarrow E_{p\infty} = 0\ J \quad / \quad E_{c\infty} = 0\ J$

$\longrightarrow E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} \quad / \quad E_{c_T} = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2$

Conservación de la energía.

$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$

$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = 0 + 0$

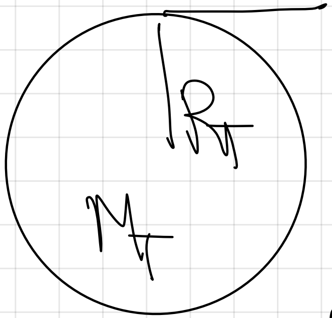
$g = \frac{G M}{r^2}$

$\boxed{G = \frac{g M}{r^2}}$

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_e^2 = G\cdot\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2\,\boxed{G\cdot M_T}}{R_T}} = \sqrt{\frac{2\cdot g_T\cdot R_T^{\cancel{2}}}{\cancel{R_T}}} = \sqrt{2 g_T\cdot R_T}$$



$$g_T = \frac{\boxed{G\cdot M_T}}{R_T^2}$$

$$\boxed{G\cdot M_T = g_T\cdot R_T^2}$$

$R_T = 6400\ km$

$R_T = 6'4\cdot 10^6\ m$

$$v_e = \sqrt{2 g_T\cdot R_T} = \sqrt{2\cdot 9'8\cdot 6'4\cdot 10^6} = 11200\ m/s$$

11'2 Km/s

32.- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de 2,2 g·cm^{-3}.

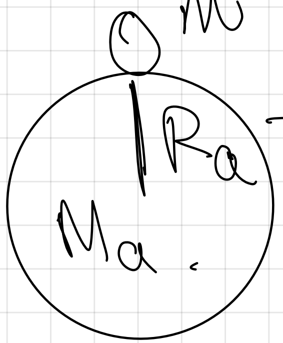
a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?

b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad? → Velocidad de escape.

c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^{2} · Kg^{-2}

∞ ○ —— $E_{p\infty} = 0$ / $E_{c\infty} = 0$.



○ m —— $E_{pa} = -G\,\dfrac{M_a \cdot m}{R_a}$ / $E_{ca} = \dfrac{1}{2}\, m \cdot v_e^2$

M_a.

$R_a = 2{,}4/2 = \boxed{1{,}2\ Km} = 1200\ m$

$\rho_a = 2{,}2\ \dfrac{g}{cm^3} = 2{,}2\ \dfrac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot \dfrac{1\ Kg}{10^3\ \cancel{g}} \cdot \dfrac{10^6\ \cancel{cm^3}}{1\ m^3}$

$\boxed{\rho_a = 2{,}2 \cdot 10^3\ Kg/m^3}$

Conservació de la E.

$E_{pa} + E_{ca} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$.

$$-G\cdot\frac{M_a\cdot m}{R_a}+\frac{1}{2}m\cdot v_e^2=0+0.$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_e^2=G\cdot\frac{M_a\cdot\cancel{m}}{R_a}.$$

$$v_e=\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_a}{R_a}}=\sqrt{\frac{2G\cdot\rho_a\cdot\frac{4}{3}\pi R_a^3}{R_a}}$$

$$v_e=\sqrt{2G\cdot\rho_a\,\frac{4}{3}\pi R_a^2}$$

$\boxed{\text{La masa del asteroide la pongo en función de los datos conocidos.}}$

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a} \rightarrow M_a = \rho_a \cdot V_a$$

$$\boxed{M_a = \rho_a \cdot \frac{4}{3} \pi R_a^3}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{2 G \cdot \rho_a \frac{4}{3} \pi R_a^2}} = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2'2 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot (1200)^2}$$

$$\boxed{v_e = 1'33 \, m/s}$$

b) Velocidad de escape.

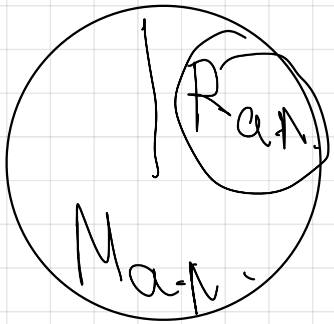
c) No influye la masa del astronauta en v_e, no será ni más fácil

ni más difícil salir
del asteroide.

49.- La masa de una estrella es de $2\cdot 10^{31}$ Kg. Si en un momento dado, la estrella se contrae debido a la presión gravitatoria, determinar el radio por el que la estrella se convierte en un agujero negro y la densidad del mismo.

$G= 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m^2 · Kg^{-2}, velocidad de la luz en el vacío $\boxed{c= 3\cdot 10^8\ m\cdot s^{-1}}$ → $3\cdot 10^8$ m/s.

$\rho =$



→ velocidad de escape → $3\cdot 10^8$ m/s.

↳ Deducción.

$$-G\cdot\frac{M_{a.n}\cdot m}{R_{a.n}}+\frac{1}{2}m\cdot v_e^2=0+0.$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_e^2=G\cdot\frac{M_{an}\cdot\cancel{m}}{R_{an}}$$

$$v_e=\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_{a.n}}{R_{an}}}$$

$$\|$$

$$c=\sqrt{\frac{2G\cdot M_{an}}{R_{an}}}$$

$$c^2=\frac{2GM_{an}}{R_{an}}.$$

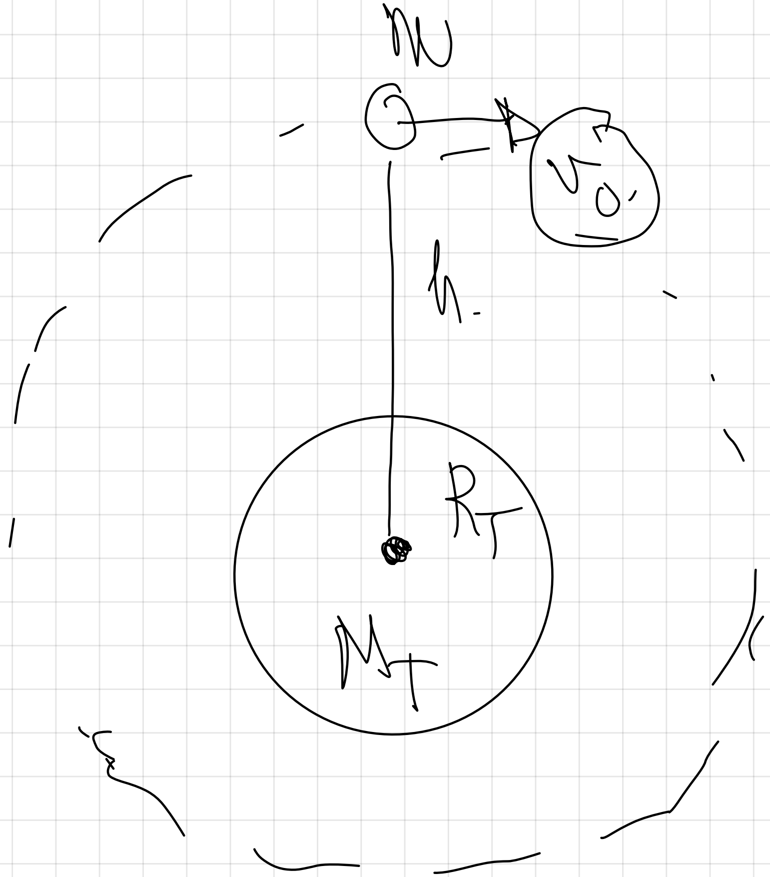
$$R_{an}=\frac{2GM_{an}}{c^2}=$$

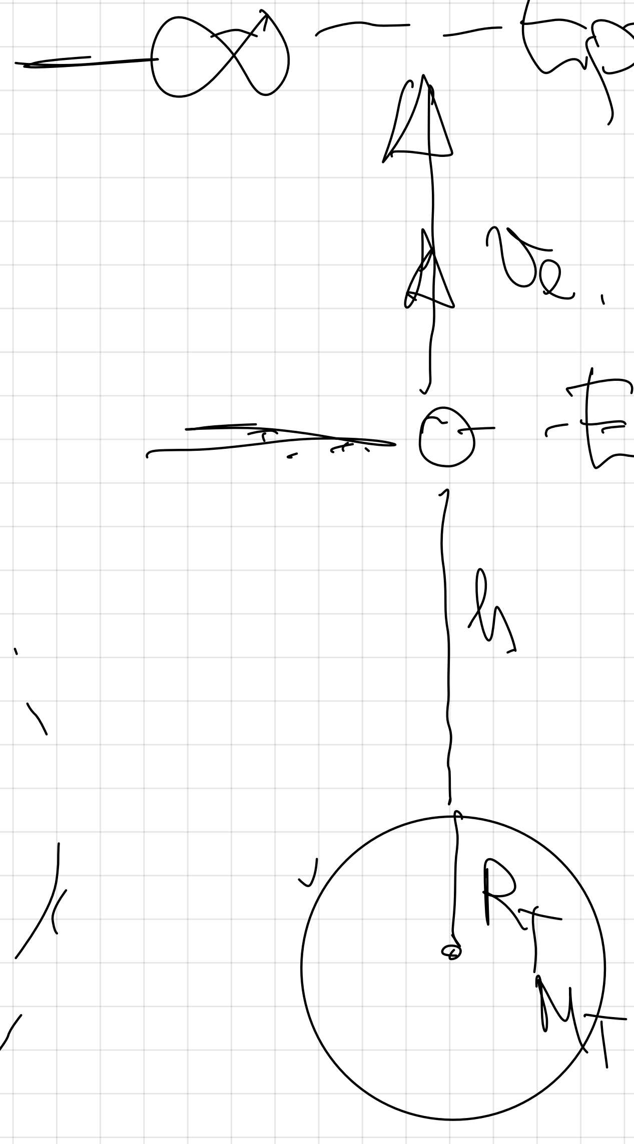
$$R_{an} = \frac{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^{8})^{2}} = \boxed{2'97 \cdot 10^{4}\, m}$$

$$\rho_{an} = \frac{M_{an}}{V_{an}} = \frac{M_{en}}{\frac{4}{3}\pi R_{an}^{3}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{31}}{\frac{4}{3}\pi (2'97 \cdot 10^{4})^{3}} = \boxed{1'82 \cdot 10^{17}\ kg/m^{3}}$$

35.- Un satélite se encuentra orbitando en torno a la Tierra. Determine una relación entre su velocidad de escape desde ese punto y su velocidad de orbitación en torno a la Tierra.





$E_{p\infty}=0$, $E_{c\infty}=0$

$E_{p_h} = G\dfrac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}$; $E_{c_h} = \dfrac{1}{2} m v_e^2$

Condición de orbitación.

$$F_g = F_n.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_{orbital}^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$\boxed{v_{orbital} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)}}}$$

Conservación de la energía.

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_\infty} + E_{c_\infty}$$

$$-G \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_e^2 = G \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_T}{(R_T+h)}}}$$

Dividiendo ambas expresiones las relacionamos

$$\frac{v_e}{v_o} = \frac{\sqrt{\frac{2\cancel{G}\cancel{M_T}}{\cancel{(R_T+h)}}}}{\sqrt{\frac{\cancel{G}\cdot \cancel{M_T}}{\cancel{(R_T+h)}}}}$$

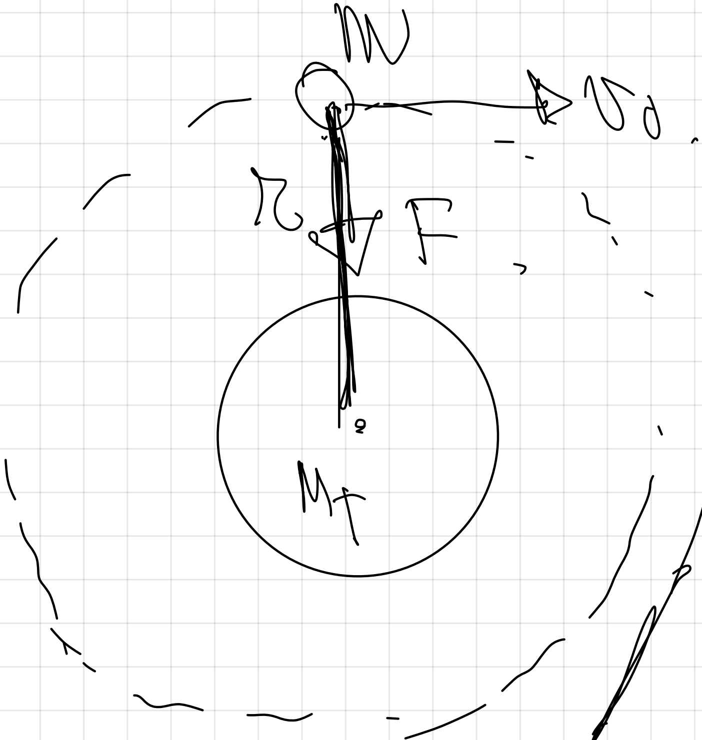
$$\frac{v_e}{v_o} = \sqrt{2}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{2}\, v_o}$$

Pag 14

2.- ENERGÍA ORBITAL DE UN SATÉLITE

E_m de un satélite cuando está en la órbita



$$E_m = E_p + E_c$$

$$E_m = -G\frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \cdot \boxed{v_0^2}$$

v_0

Condición de orbitación

$$F_g = F_n.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a_n.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}.$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}}$$

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{r}}\right)^2$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} + G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

$$E_m = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r} - G \frac{M_T \cdot m}{r}.$$

$$E_m = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r} - \frac{2 G M_T \cdot m}{2r}.$$

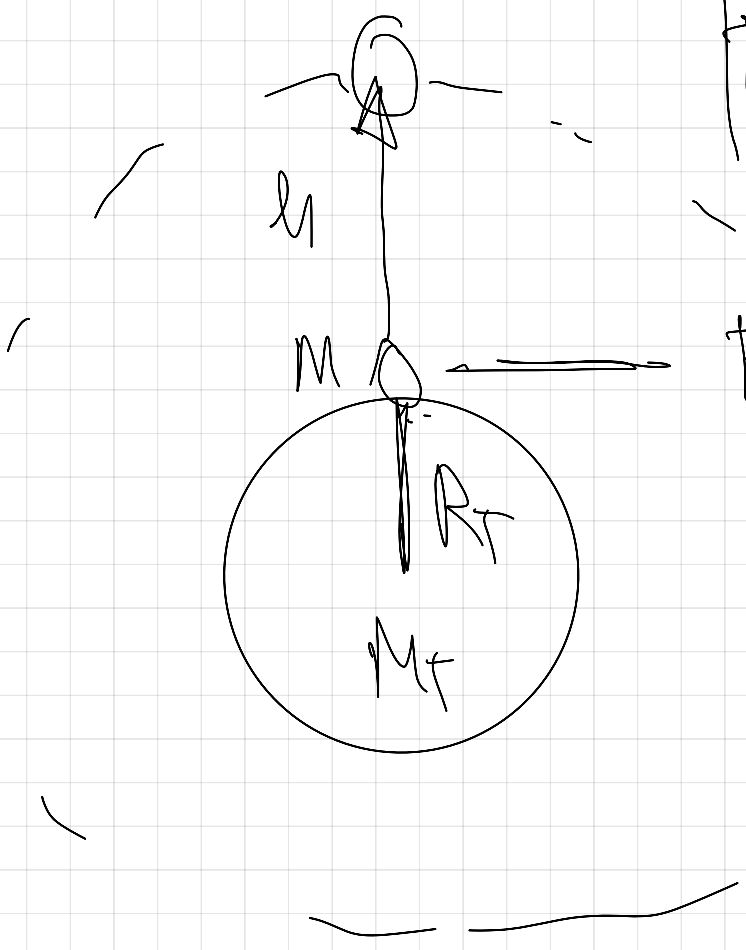
$$\boxed{E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}.}$$

E_m orbital de un satélite.

$$\boxed{E_m = - G \frac{M_T \cdot m}{2r}}$$

el signo negativo en la E_m orbital de un satélite significa que permanece ligado al campo gravitatorio terrestre, (significado físico)

E_m.



$$E_{ph} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \; ; \; E_{c_h} = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2$$

$$E_{pf} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} \; ; \; ¿E_c?$$

E necesaria para poner un satélite en

Órbita (Energía de satelización)

**38.- ** Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario ~~o~~ energía cinética que habrá que suministrarle.

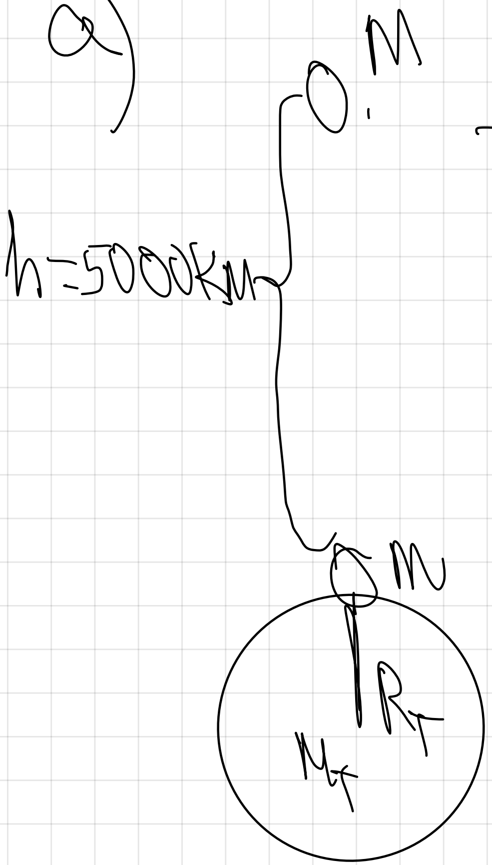
b) Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?

c) Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando

d) ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

a)



→ ¡OJO! SOLO ELEVAR, NO ORBITAR.

$$E_{p_h} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} \quad , \quad E_{c_h} = 0$$

aumenta.

→ $E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$. / E_{c_T} ¿?

Conservación de la E_m:

$$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p_h} + \cancel{E_{c_h}}^{0}.$$

$$-G\frac{M_T\cdot m}{R_T}+E_{CT}=-G\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)},$$

v_d ?

$$E_{CT}=G\frac{M_T\cdot m}{R_T}-G\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)}$$

$$E_{CT}=G\cdot M_T\cdot m\left(\frac{1}{R_T}-\frac{1}{(R_T+h)}\right)$$

$$E_{CT} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot 6\cdot10^{24}\cdot 200\left(\frac{1}{6'4\cdot10^{6}} - \frac{1}{6'4\cdot10^{6}+5\cdot10^{6}}\right)$$

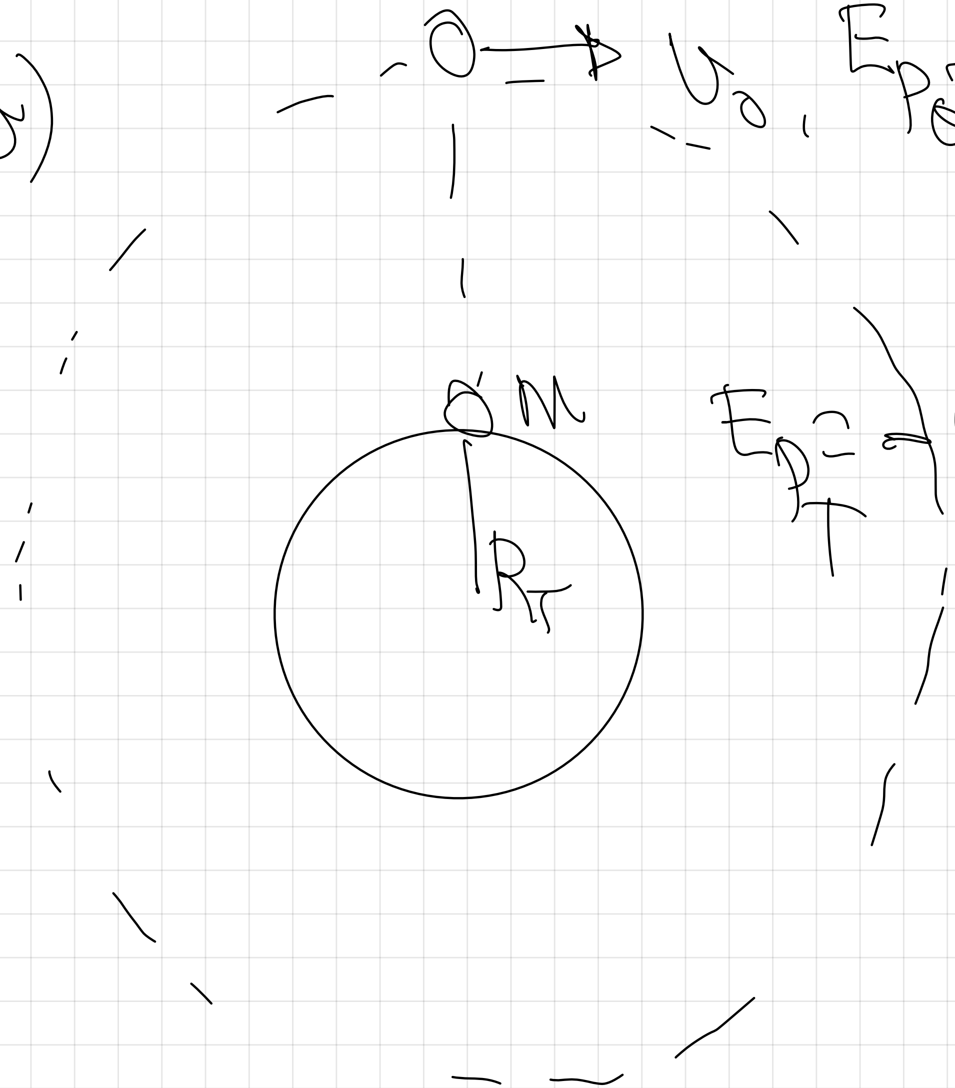
$$\boxed{E_{CT} = 5'52\cdot10^{9}\,J}$$

$$\uparrow E_p = -G\cdot\frac{M_T\cdot M}{r}$$

En el ascenso gana Ep y toda la Ec que se le suministró la pierde, coincidiendo su valor con la ganancia de Ep.

(La suma de las dos permanece cte conservándose la E_M)

b)



v_0, $E_{p\,\text{órbita}} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}$ / $E_{c_0} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$.

$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$ / $\boxed{E_C\ ?}$

Em orbital

$$E_{P_T} + E_{C_T} = E_{P\,\text{órbita}} + E_{C\,\text{órbita}}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{C_T} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$-G \frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{C_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h)}$$

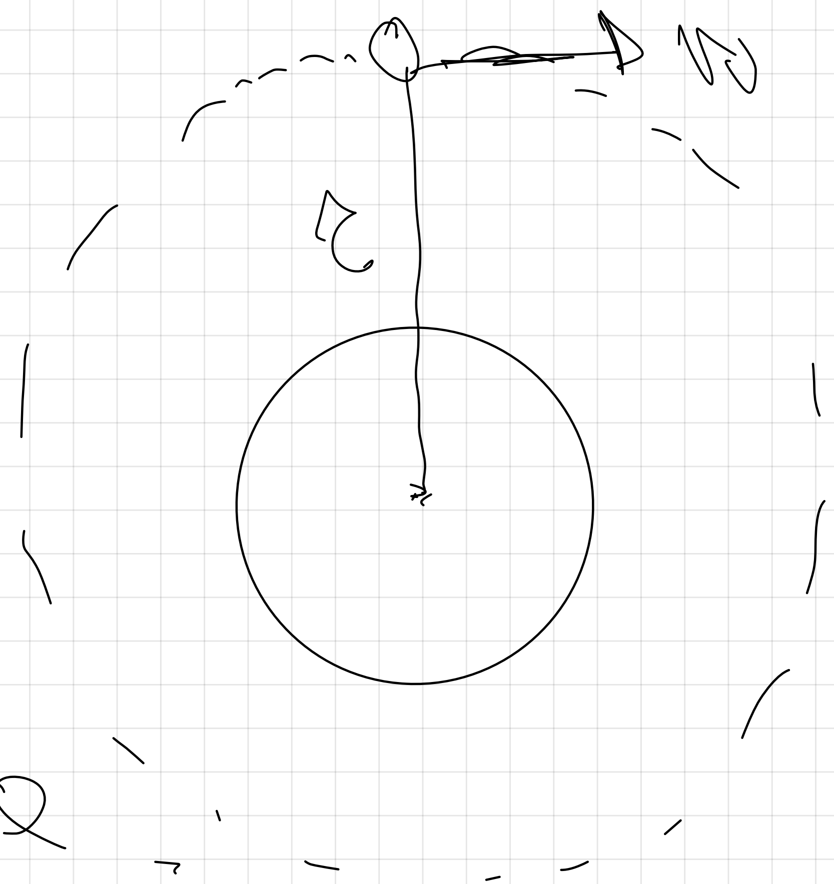
$$E_{C_T} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T + h)}$$

$$E_{c_T} = G\, M_T \cdot m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2(R_T+h)} \right)$$

$$\boxed{E_{c_T}' = 9'04 \cdot 10^{9}\, J}$$

La E_c suministrada ha de ser mayor que en el caso anterior. (debe orbitar) c)

Mientras orbita.



$$\boxed{E_m} = \underbrace{\boxed{E_p}}_{cte} + \underbrace{\boxed{E_c}}_{cte}$$

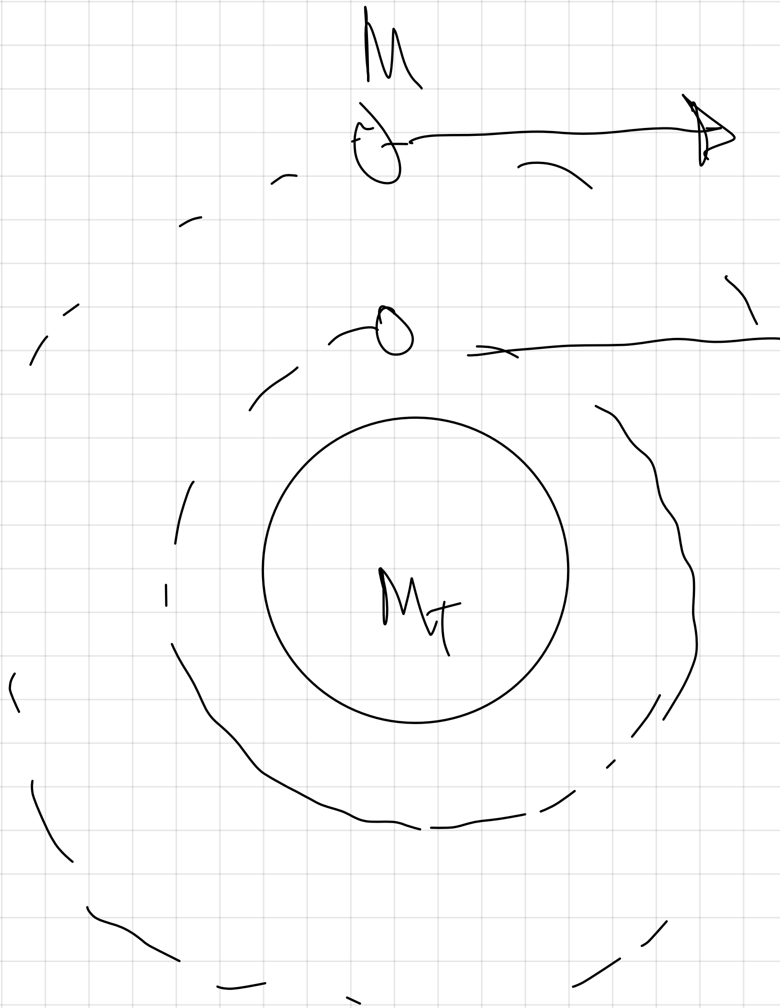
E_m → cte

$$\underbrace{E_c}_{cte} = \frac{1}{2} m \underbrace{\boxed{v_0^2}}_{\text{cte en módulo}}$$

$$\underbrace{\boxed{E_p}}_{cte} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{\underbrace{\boxed{r}}_{cte}}$$

Cambio de órbita.

Se realiza mediante una fuerza externa.
(no la gravitatoria)



$$E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r_1}$$

$$E_M' = -G \frac{M_T \cdot m}{2r \downarrow}$$

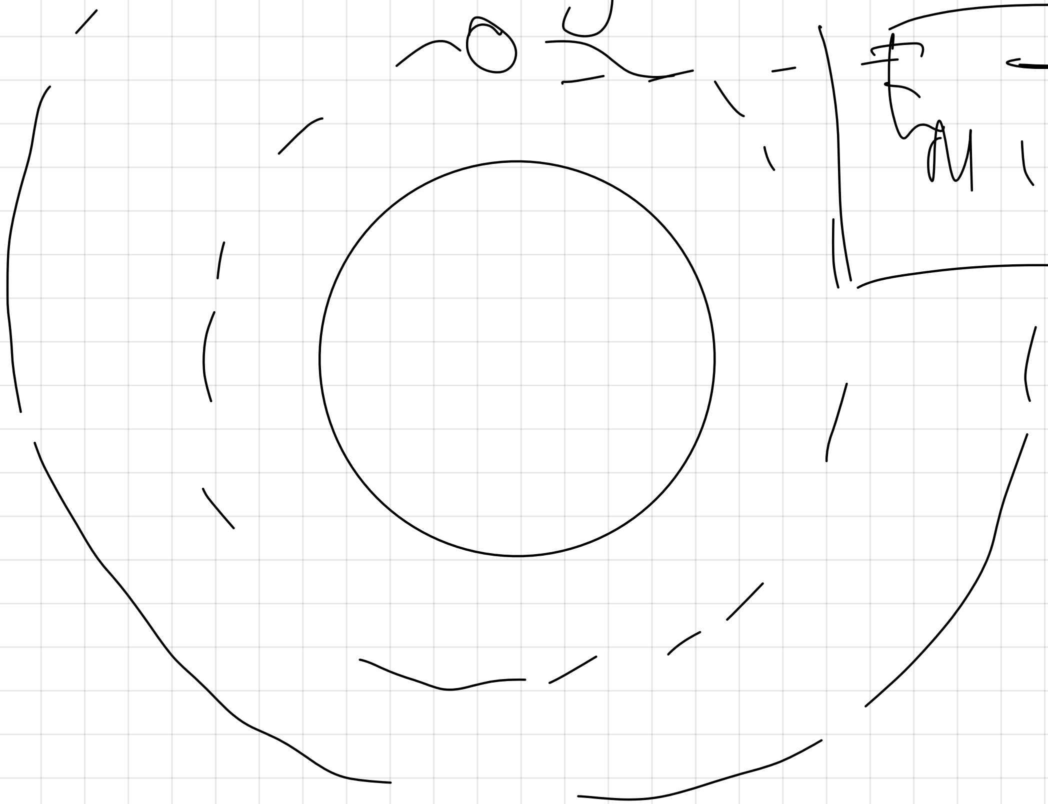
perde E_M.

aumenta - y

$$\boxed{\Delta E_m' = -G\frac{M_T \cdot m}{2r_1}}$$

Aporto energia.

$$\boxed{E_m = -G\frac{M_T \cdot m}{2r_2}}$$



41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar.

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m$^2 \cdot$ Kg^{-2}, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg

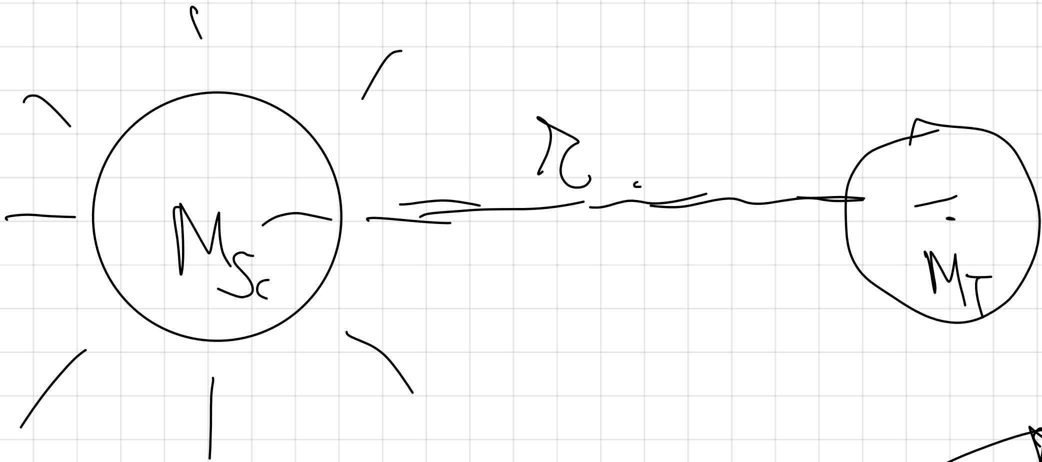
180 (09-E) Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1{,}5\cdot10^{11}$ m.

a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.

b) Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

$$G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}$$

$$G \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot M_S}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T} \cdot \frac{v_o^2}{\cancel{r}}$$



$$v_o = \sqrt{G \frac{M_S}{r}}$$

$$v_o^2 = G \frac{M_S}{r}$$

$$v_o = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{\quad} =$$

$T \Rightarrow 365$ días $\Rightarrow$ s.

$$M_S = \frac{v_o^2 \cdot r}{G}.$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_S}{r}}$$

$$v_0' = \sqrt{G \cdot \frac{M_S}{0'8r}}$$

$$T = \frac{2\pi \boxed{r}}{\boxed{v_0}}$$

$$\frac{G \cdot M_S \cdot \cancel{M_T}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 :$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} ,$$

$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_S}}$$

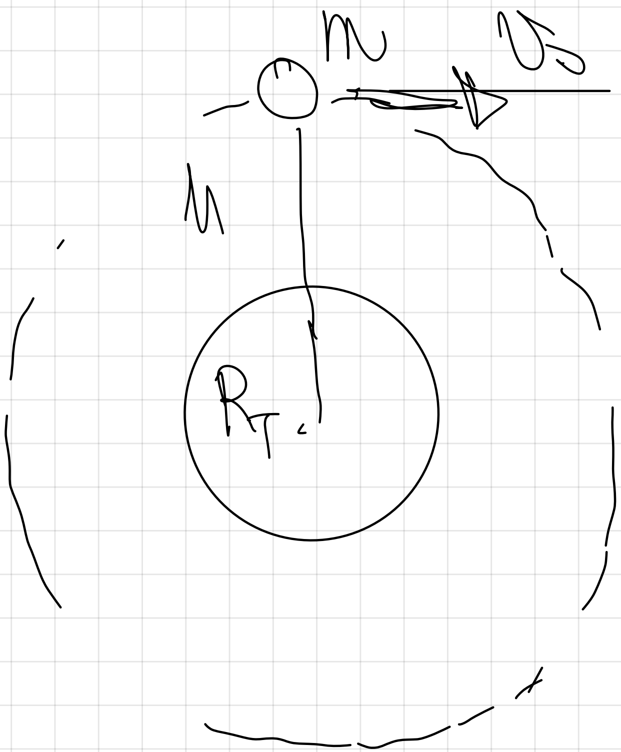
41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita. calcular la energía aportada.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar. → E aportada

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}, R_T= 6370 Km, M_T = 5,98 · 10^{24} Kg



$$E_p = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} =$$

$$E_p = -6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}\cdot 100}{(6'37\cdot 10^{6}+5\cdot 10^{5})} = \boxed{-5'8\cdot 10^{9}\,J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} \right)^2 = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$|E_p| = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \underbrace{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r}}$$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} |E_p|}$$

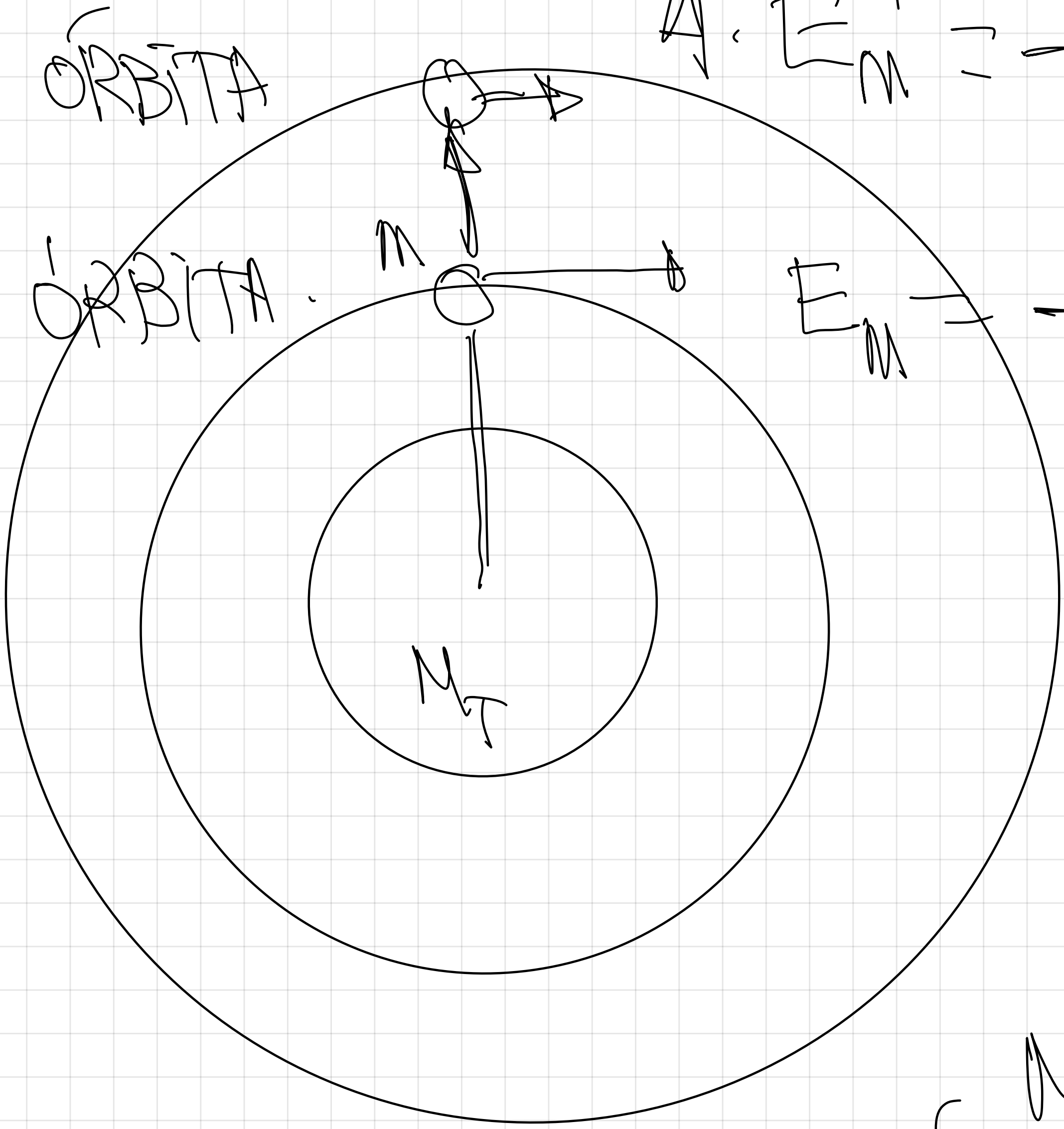
ÓRBITA CIRCULAR

$$E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2}\, 6'67\cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98\cdot 10^{24}\cdot 200}{(6'37\cdot 10^{6} + 5\cdot 10^{5})} = \boxed{2'9\cdot 10^{9}\ J}$$

$$\boxed{E_p = -5'8\cdot 10^{9}\ J}$$

ÓRBITA CIRCULAR $\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}|E_p| = \frac{1}{2}\, 5'8\cdot 10^{9}\ J = \boxed{2'9\cdot 10^{9}\ J}$



$$E_m' = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2r'} \quad \Uparrow \quad (\text{MAYOR})$$

E APORTADA

$$E_m = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2r} \quad (\text{MENOR})$$

¿?

$$E_m + E = E_m'$$

$$\Downarrow$$

¿?

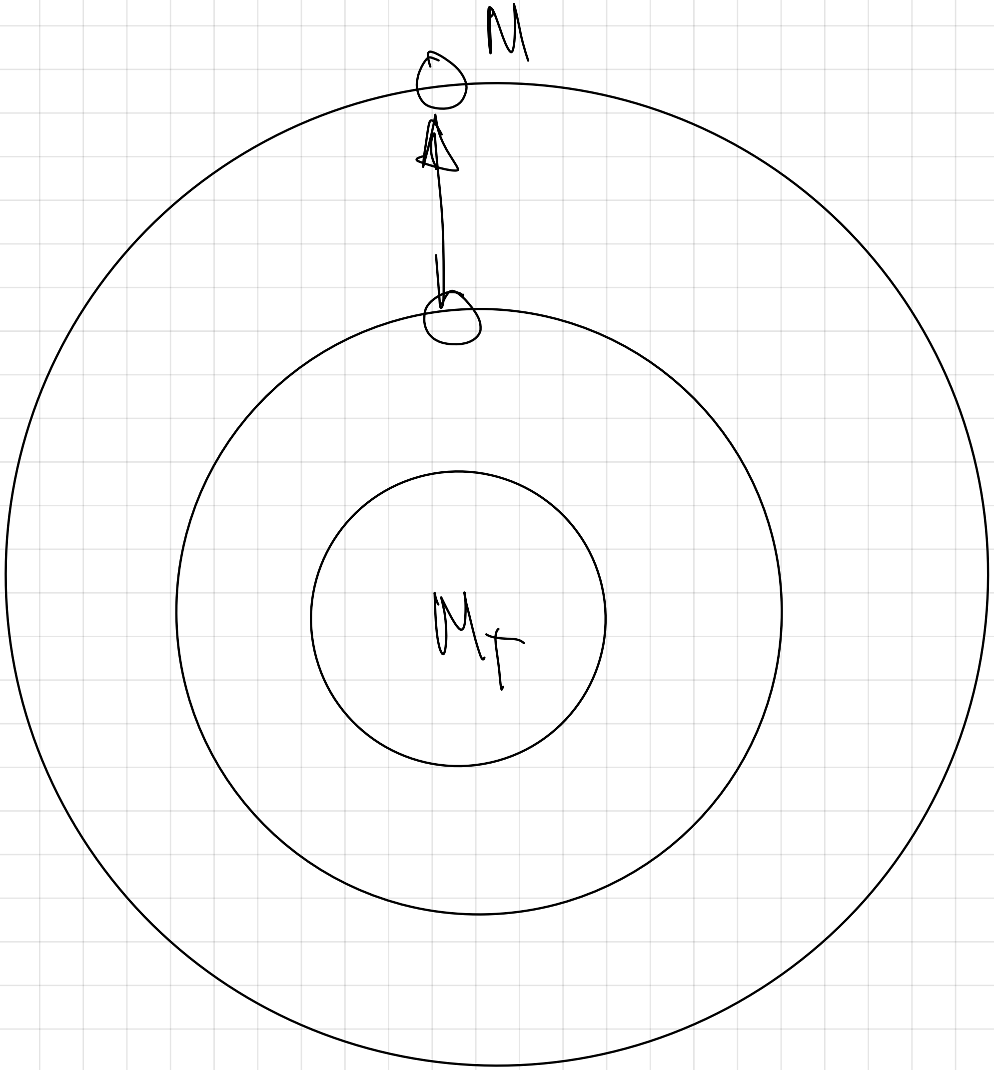
$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)} + E = -G\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h')}$$

$$E = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h)} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h')}$$

$$E = \frac{G M_T \cdot m}{2} \left(\frac{1}{(R_T+h)} - \frac{1}{(R_T+h')} \right)$$

$$\boxed{E_{ext} = 4'3 \cdot 10^8 \text{ J}}$$

E apartado.



$$\uparrow \; E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h)} \; \uparrow$$

orbital.

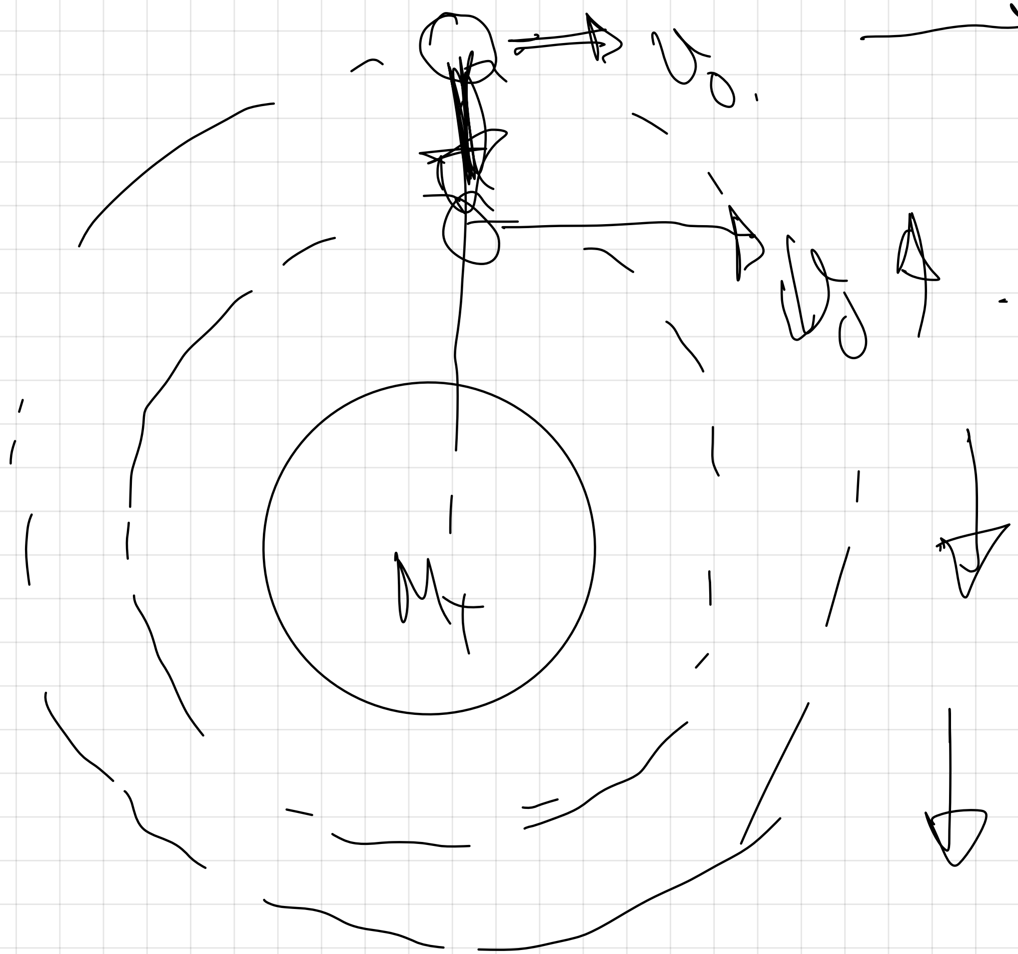
$$\uparrow \; E_p = -G \, \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \; \uparrow$$

$$\downarrow \; E_c = \frac{1}{2} m \cdot \boxed{v_0^2} \; \downarrow$$

$$\downarrow \; v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T+h)}} \; \uparrow$$

$g=10\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400$ Km

40.- Un satélite se encuentra orbitando a una altura determinada sobre la superficie terrestre. Si quisiésemos que este satélite pasase a estar orbitando a otra altura con una velocidad orbital mayor, explique si el satélite estará más cerca o más lejos de la Tierra, e indicar las variaciones que experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.



$$\uparrow v_o = \sqrt{G\frac{M_T}{r}} \downarrow$$

$$\downarrow E_p = -G\cdot\frac{M_T\cdot M}{2r}\downarrow$$

$$\downarrow E_M = -G\frac{M_T\cdot M}{2r}\downarrow$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Pag 18.

6.- RELACIÓN ENTRE ENERGÍA Y MOVIMIENTO ORBITAL.

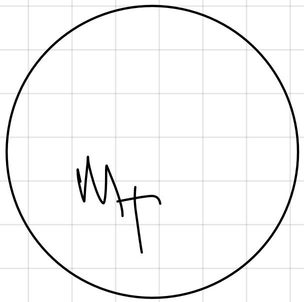
ESCAPA. $E_m > 0$ ABIERTA. $E_c > |E_p|$ HIPÉRBOLA.

ESCAPA. $E_m = 0$ ABIERTA $E_c = |E_p|$ PARÁBOLA

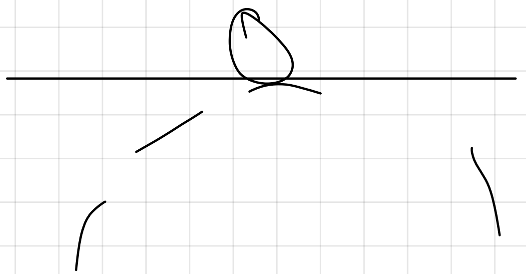
NO ESCAPA $E_m < 0$. CERRADA $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$ ELIPSE

NO ESCAPA. $E_m < 0$ | CERRADA $\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}|E_p|$ CIRCULAR.

NO ESCAPA. $E_m < 0$. $0 < E_c < \frac{1}{2}|E_p|$ COLAPSA.



∞ — $E_p = 0$. —— $E_c = 50J$,



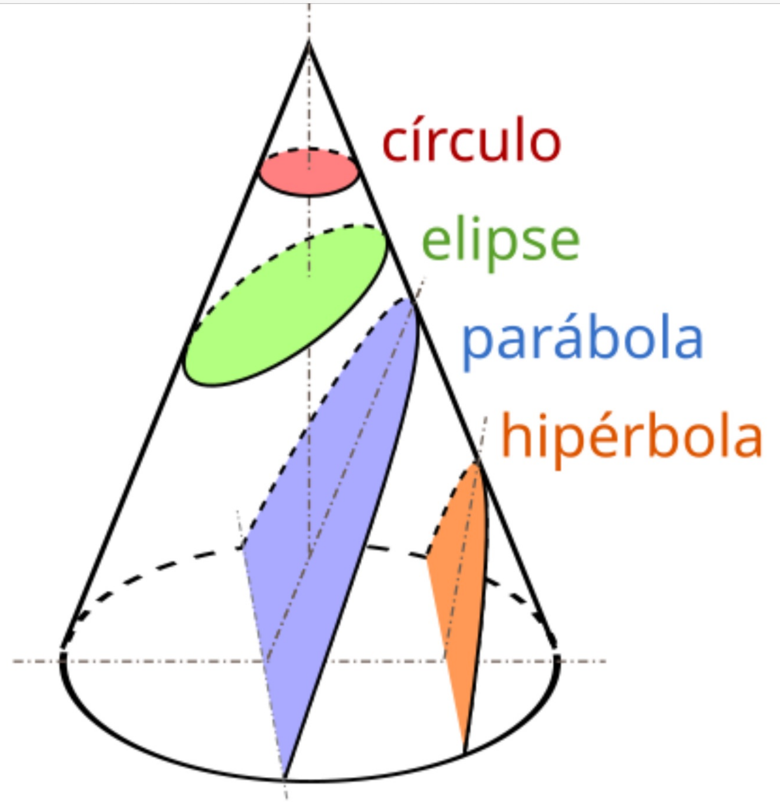
$\boxed{|E_p = -100J|}$, $\boxed{|E_c = 150J|}$

$E_c > |E_p|$

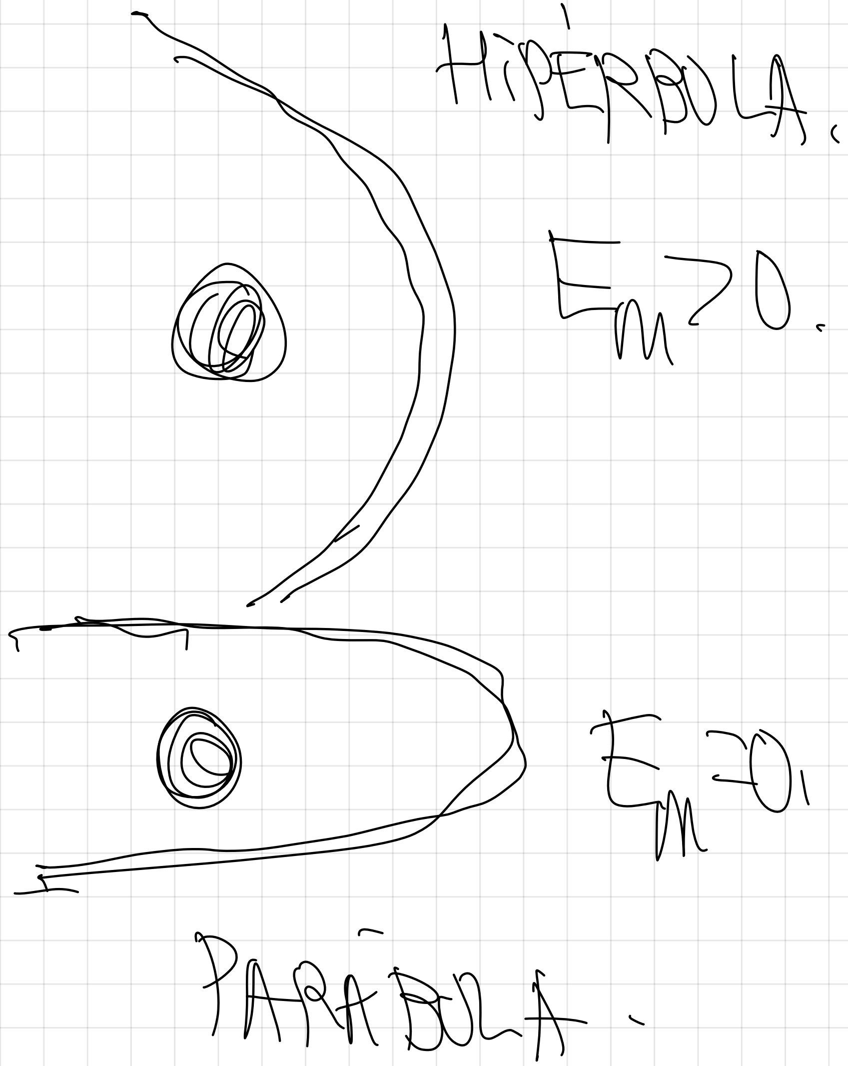
$\underline{E_c = |E_p|}$

7:27 Viernes 20 de septiembre ••• VPN 100 %

es.m.wikipedia.org



Perspectiva de las secciones cónicas



130 (99-R) Un satélite se encuentra a una altura de 600 Km sobre la superficie de la Tierra, describiendo una órbita circular.

a) Calcule el tiempo que tarda en dar una vuelta completa, razonando la estrategia seguida para dicho cálculo.

SI ESTUVIESE ORBITANDO CON VELOCIDAD ORBITAL MENOR

b) Si la velocidad orbital disminuyera, explique si el satélite se acercaría o se alejaría de la Tierra, e indique que variaciones experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.

$$G = 6{,}67\times10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2} \quad M_T = 6 \times 10^{24}\ \text{kg.} \quad R_T = 6400\ \text{km.}$$

Relación entre la Energía y el movimiento orbital

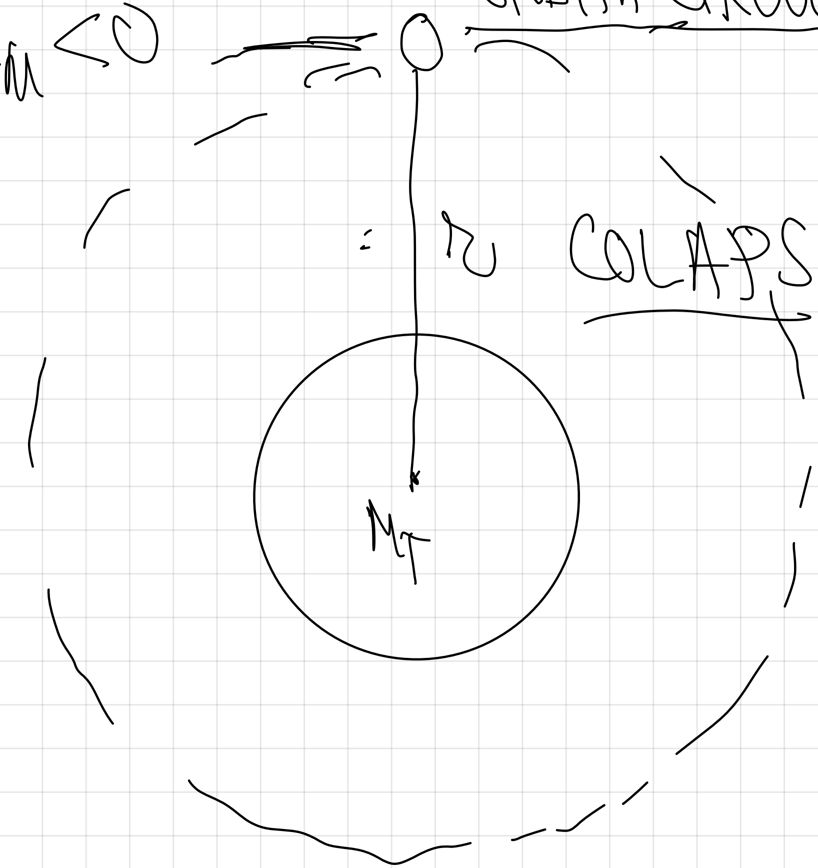
ESCAPA: $E_m > 0$. HIPÉRBOLA $E_c > |E_p|$

ESCAPA $E_m = 0$. O PARÁBOLA. $E_c = |E_p|$

NO ESCAPA. ÓRBITA ELÍPTICA. $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$

NO ESCAPA $E_m < 0$ ÓRBITA CIRCULAR. $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

NO ESCAPA. COLAPSA $E_c < \frac{1}{2}|E_p|$

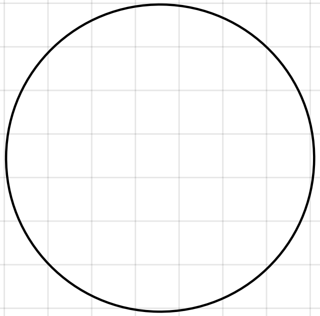


α — $E_{p\alpha} = 0$, $E_{c\alpha} = 50J$.

$E_m = E_p + E_c$

$= -100J + 150J$.

$E_c \geq |E_p|$.



46.- Un satélite artificial de masa 100 Kg orbita en torno a un planeta describiendo una $\boxed{\text{órbita circular}}$, teniendo una energía potencial gravitatoria de valor $-5 \cdot 10^8$ J.

a) Calcula la velocidad lineal a la que se desplaza v orbital.

b) Si mediante un propulsor se duplica, sin cambiar la dirección, la velocidad lineal del satélite, ¿Qué tipo de órbita seguirá?

a) Órbita circular $\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

$$\cancel{\frac{1}{2}} m \cdot v_0^2 = \cancel{\frac{1}{2}} |E_p|$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{|E_p|}{m}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^8}{100}} = 2236 \text{ m/s}$$

b) $E_c = \frac{1}{2} m v_0^2$.

$$E_c' = \frac{1}{2} m (2 v_0)^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot (2 \cdot 2236)^2 = \boxed{9'9 \cdot 10^8 J}$$

$$E_p = -5 \cdot 10^8 J$$

$$\boxed{E_c' = 9'9 \cdot 10^8 J}$$

$$E_c > |E_p|$$

$$\Downarrow$$

escapa $E_m > 0$

hipérbola.

47.- La Luna es un satélite natural de la Tierra con una $\boxed{\text{órbita prácticamente circular}}$. Razone si las siguientes afirmaciones acerca de ella son verdaderas o falsas

a) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, a su energía cinética

b) La energía mecánica de la Luna es positiva

c) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, al doble de su energía cinética

d) La energía cinética de la Luna no está relacionada con su energía potencial gravitatoria

a) $E_p = |E_c|$ Falsa $E_m = 0 \Rightarrow$ en ese caso escaparía siguiendo una parábola.

b) $E_m > 0$ Falsa, escaparía siguiendo una hipérbola.

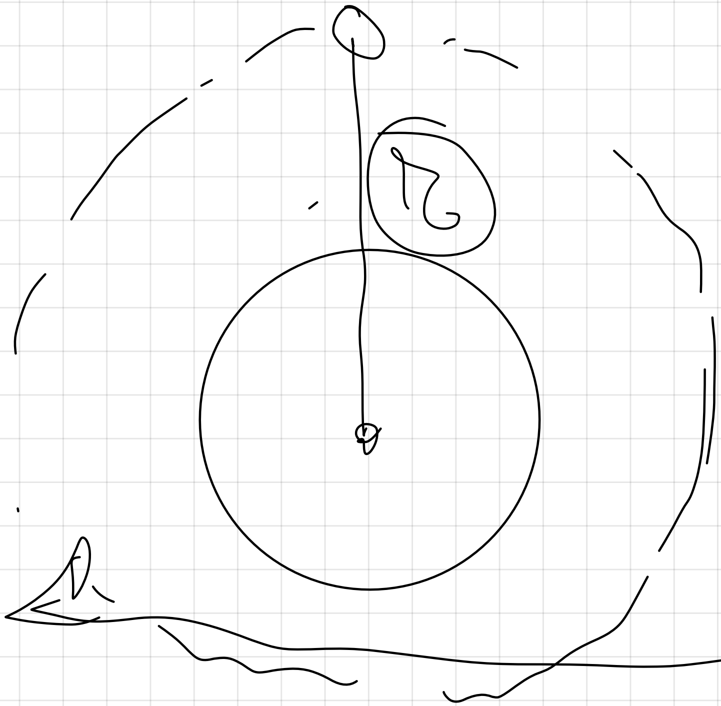
c) ¿ $|E_p| = 2E_c$?

$\Downarrow$

$E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

Verdadero (demostrar).

d)



Falsa

$E_c = \frac{1}{2} m \boxed{v^2}$

Condició de rotació

$v = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$

$$E_p = -G\cdot\frac{M_T\cdot m_L}{r}$$

Tienen que estar relacionados para tener esa órbita circular.

48.- Un satélite orbita en torno a un planeta con una órbita circular. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones

a) Su energía mecánica es cero

b) Su energía mecánica es igual a menos su energía cinética

c) Su energía potencial es igual a menos su energía cinética partido dos

a) Falsa, entonces escaparía siguiendo una parábola.

b) $\boxed{E_M = -E_C}$ órbita circular.

$$E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

$$E_C = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(\cancel{\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}}\right)^{\cancel{2}} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

$$\frac{E_M}{E_C} = \frac{-\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T \cdot m}}{\cancel{2r}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T \cdot m}}{\cancel{2r}}} \Rightarrow \frac{E_M}{E_C} = -1.$$

Verdadera $\left[\ \boxed{E_m = -E_c}\ \right]$

¿ $E_p = -\dfrac{E_c}{2}$?

$$\boxed{E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{G M_T}{r}}\right)^2$$

$E_c = -2E_p$

$$\boxed{E_c = 2|E_p|}$$

$E_m > 0 \rightarrow$ Escapa hipérbola.

$E > |E_p|$

¿ Falsa ?

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r}.}$$

$$\frac{E_p}{E_c} = \frac{-\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T \cdot M}}{\cancel{r}}}{\frac{1}{2} \cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T \cdot M}}{\cancel{r}}}$$

$$\frac{E_p}{E_c} = -2$$

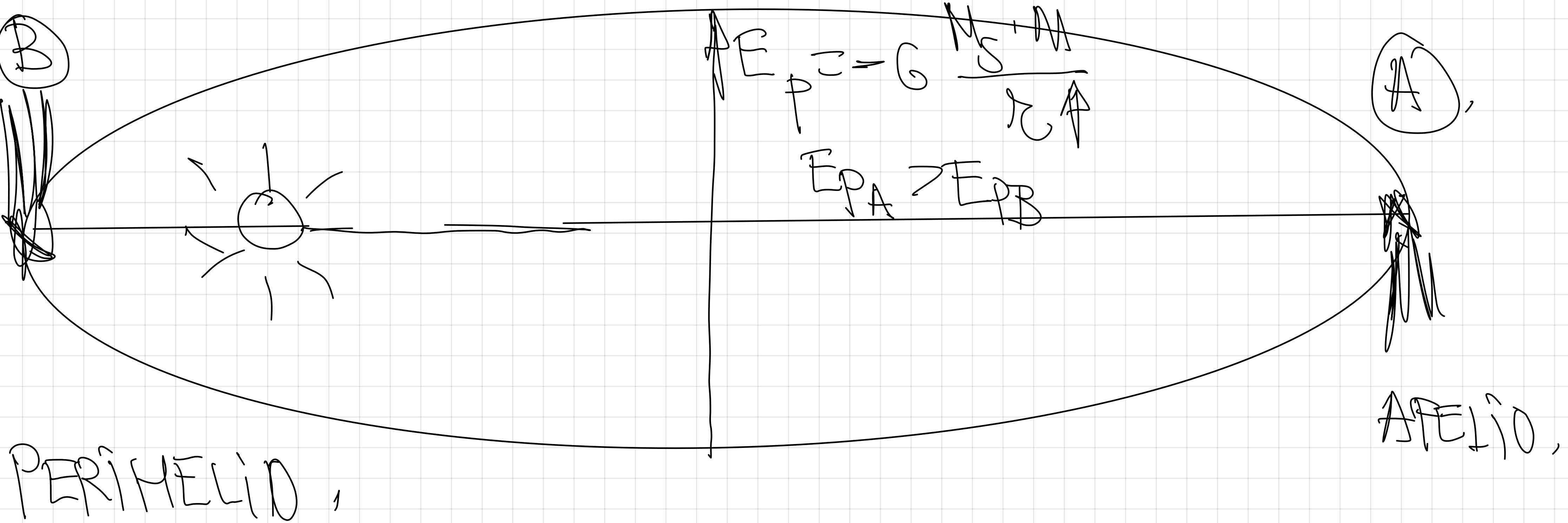
Fulla. $\Leftarrow$ $\boxed{E_p = -2E_c.}$

$$* \quad E_c = -\frac{1}{2} E_p \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}|E_p|$$

44.- Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B.

a) ¿En cuál de los dos puntos es mayor el módulo de la velocidad?, ¿y el de la aceleración?

b) Comparar los valores de energía cinética y potencial en A y en B



$$\begin{cases} F_g \text{ es la única que actúa.} \\ E_m = \text{cte.} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$E_{mA} = E_{mB}.$$

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}.$$

$$\uparrow + \downarrow = \downarrow + \uparrow$$

$E_{c_A} < \boxed{E_{c_B}}$. $\uparrow E_c = \frac{1}{2} m v^2 \uparrow$

$v_B > v_A$.

aceleración de la gravedad .

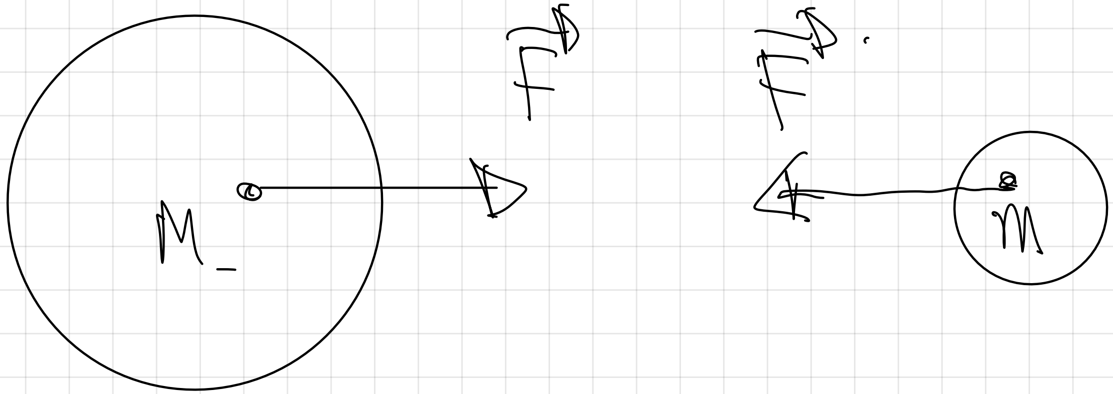
$\downarrow g = G \cdot \frac{M_s}{r^2} \uparrow$

$g_A < \boxed{g_B}$

La aceleración en B (perihelio es mayor) .

2.- INTERACCIONES A DISTANCIA: CONCEPTO DE CAMPO

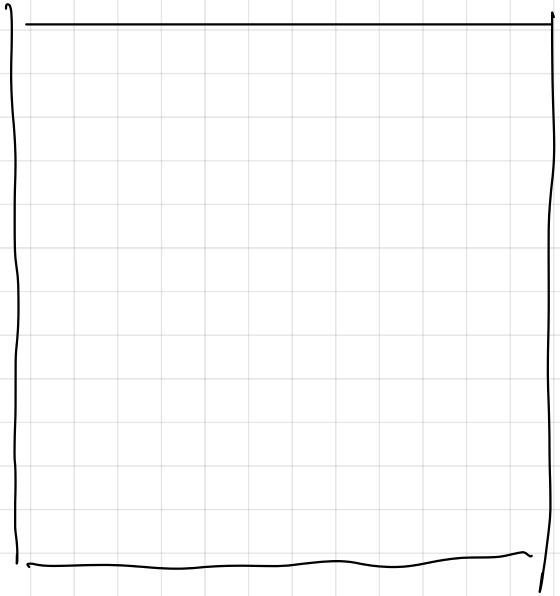
$\boxed{\text{Pag 2.}}$

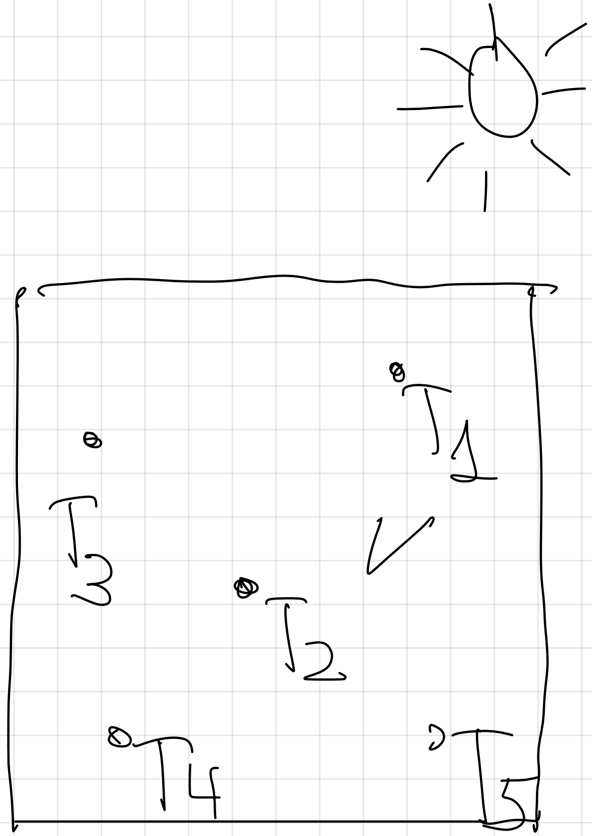


$$\boxed{F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

*

$\boxed{\text{Campo}}$

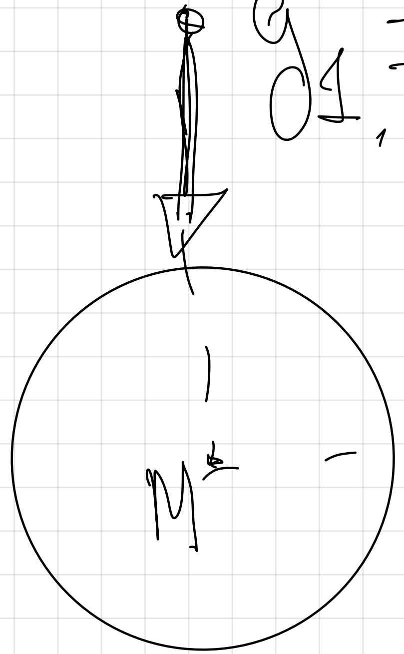




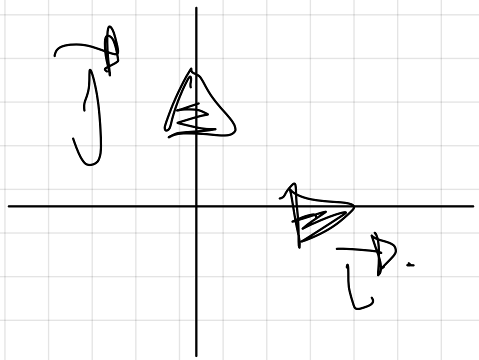
CAMPO ESCALAR.

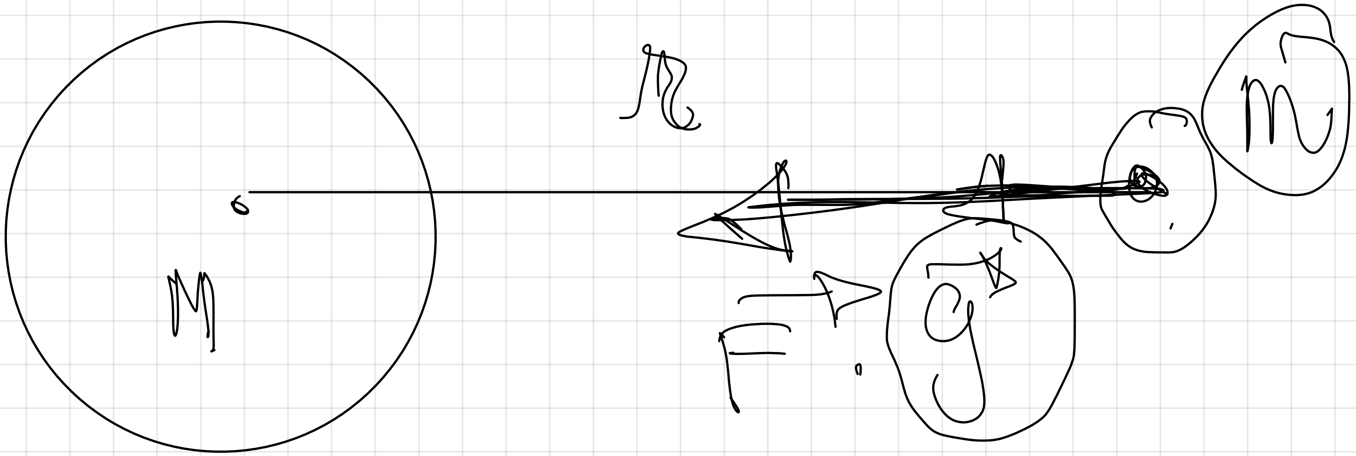
$$\vec{g} = G \cdot \frac{M}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{g}_1 = -4\vec{j} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$



$$\vec{g}_2 = -2\vec{i} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$





$\vec{g}$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G\cdot\frac{M\cdot\cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G\cdot\frac{M}{r^2}$$

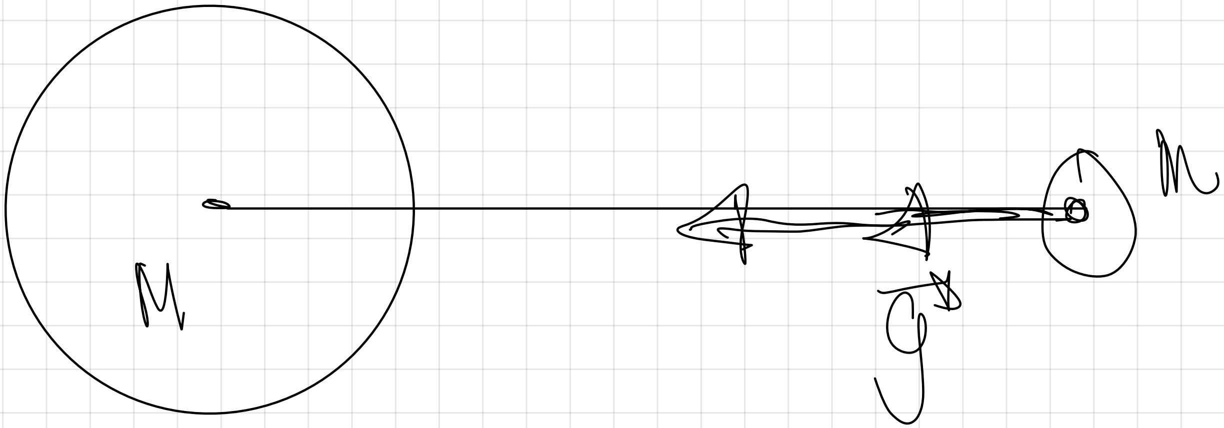
$g = 2\, m/s^2$

$$\boxed{g = 2\,\frac{N}{Kg}}$$

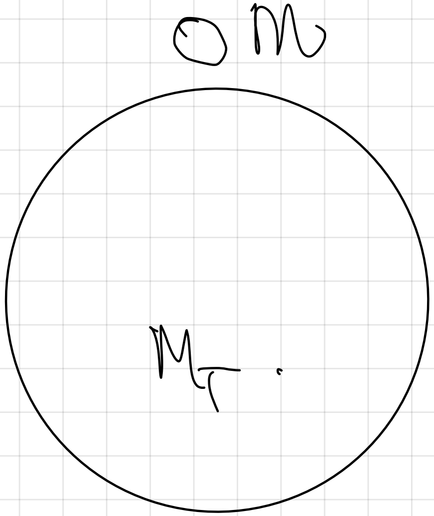
$(2\, m/s^2)$

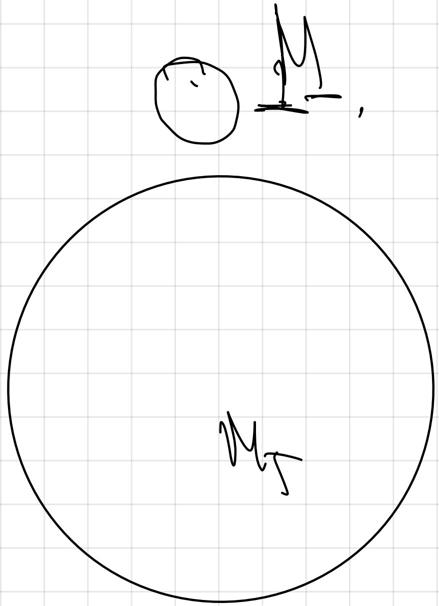
$$g = \frac{F}{m}$$

$$g = \frac{N}{kg}$$



10.- Según la Ley de la gravitación, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste. Si es así, ¿ Porqué no caen más deprisa los cuerpos con mayor masa?





$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

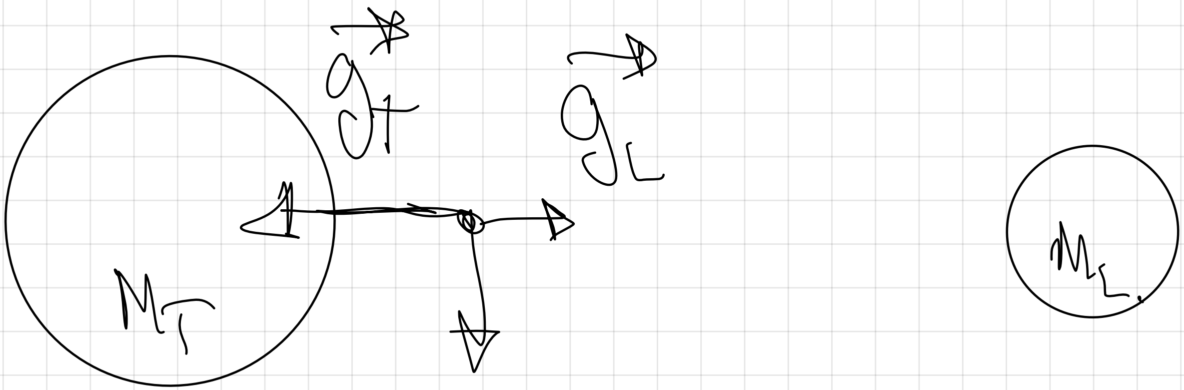
$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$\boxed{9{,}8 \ \frac{m}{s^2}}$$

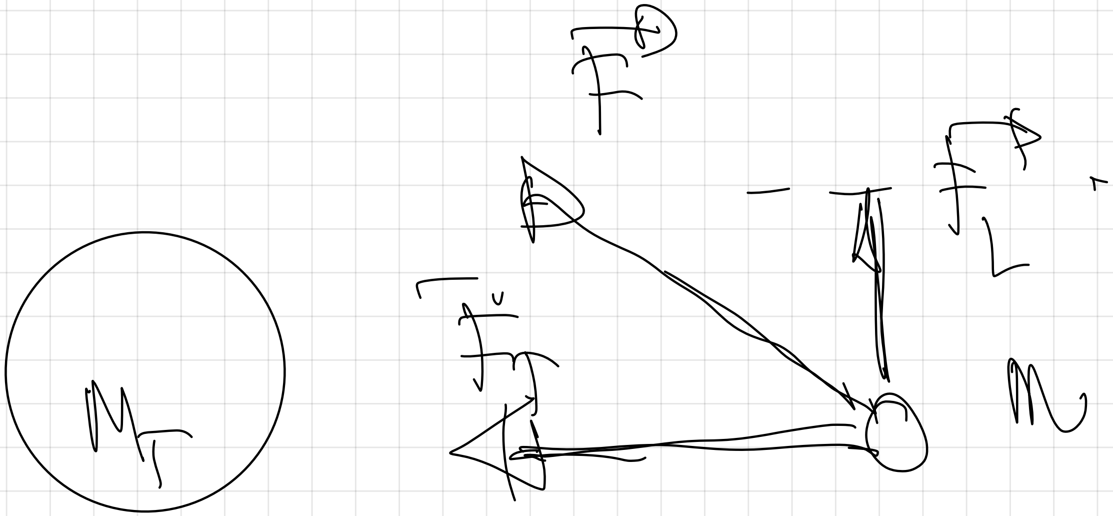
$$g = \frac{F}{M} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{R_T^2}}{\cancel{M}} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$\boxed{9{,}8 \ \frac{m}{s^2}}$$

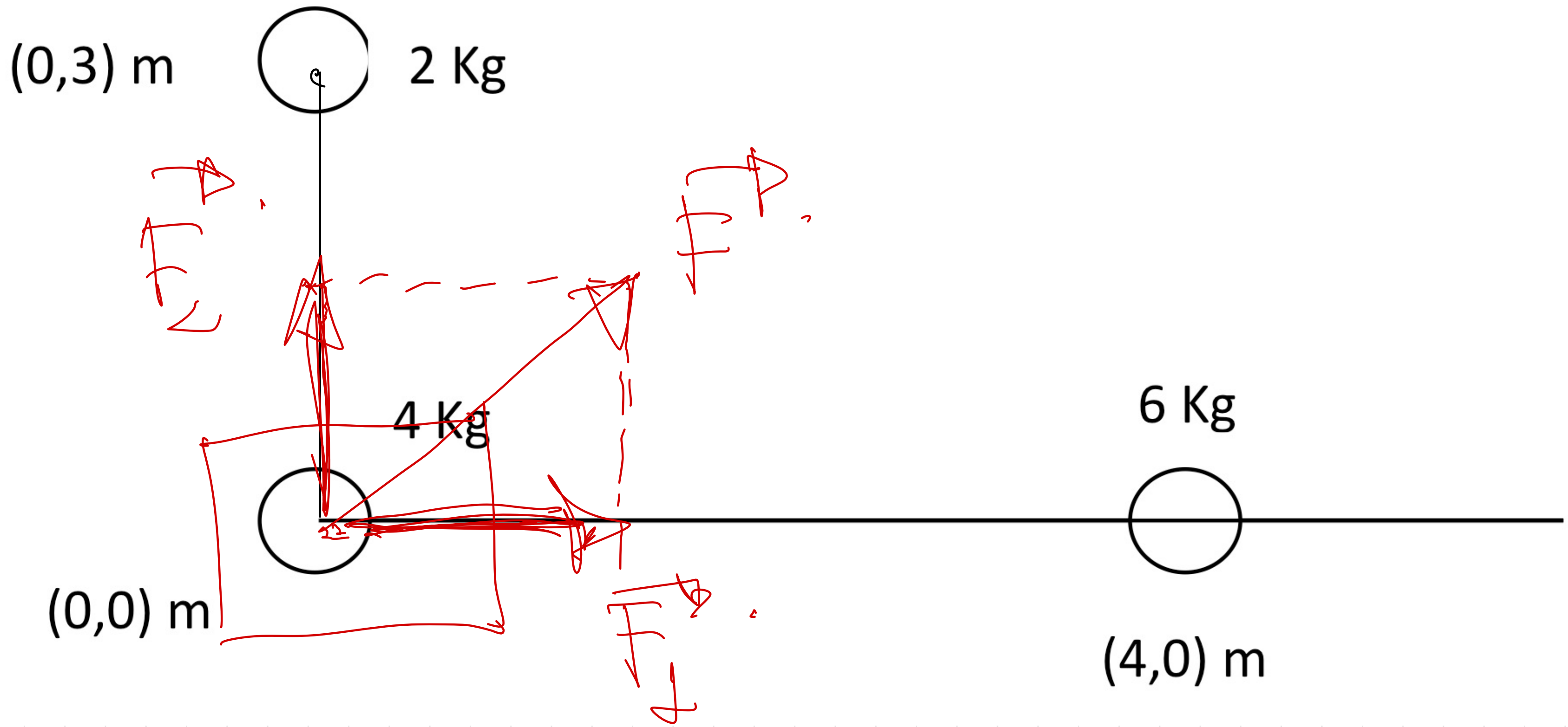


Principio de superposición.

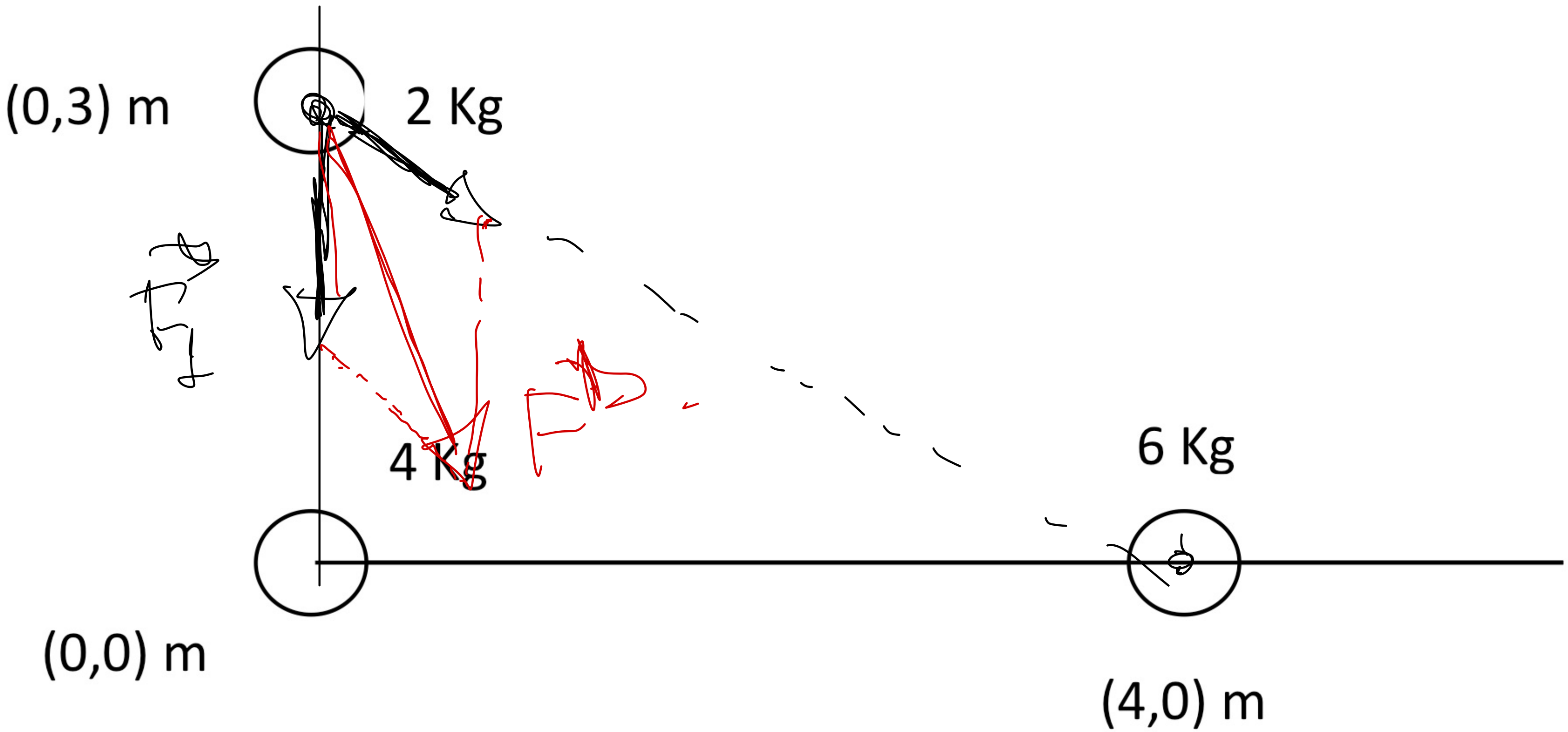
$$\vec{g} = \vec{g}_T + \vec{g}_L$$

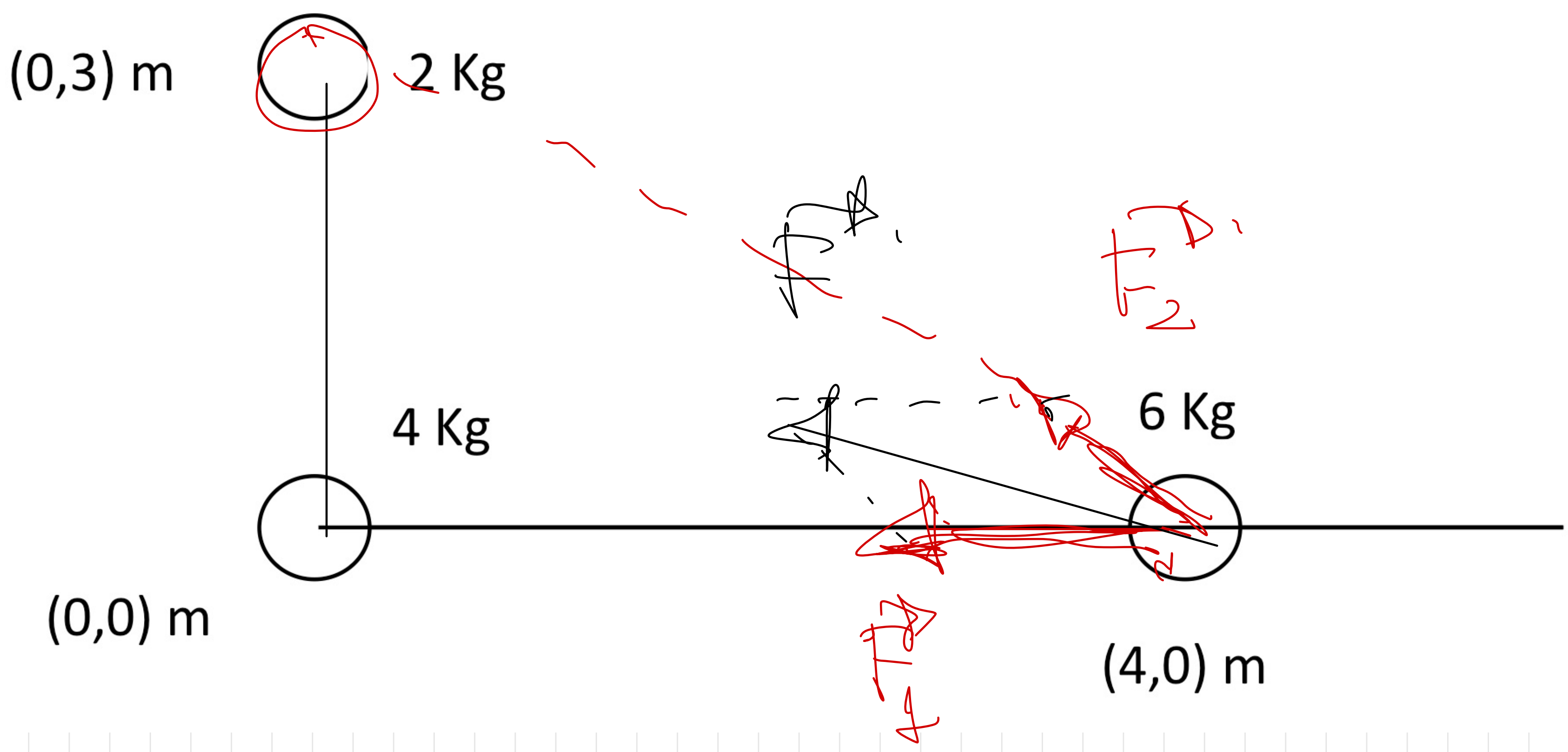


$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



(0,3) m
2 Kg
4 Kg
6 Kg
(0,0) m
(4,0) m


(0,3) m
2 Kg
4 Kg
6 Kg
(0,0) m
(4,0) m



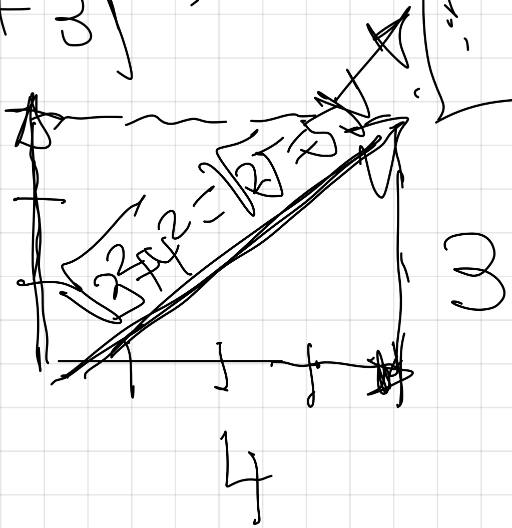
(0,3) m
2 Kg
4 Kg
6 Kg
(0,0) m
(4,0) m

L

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5N$$

$$\boxed{\vec{F} = 4\vec{i} + 3\vec{j}\ (N)}$$

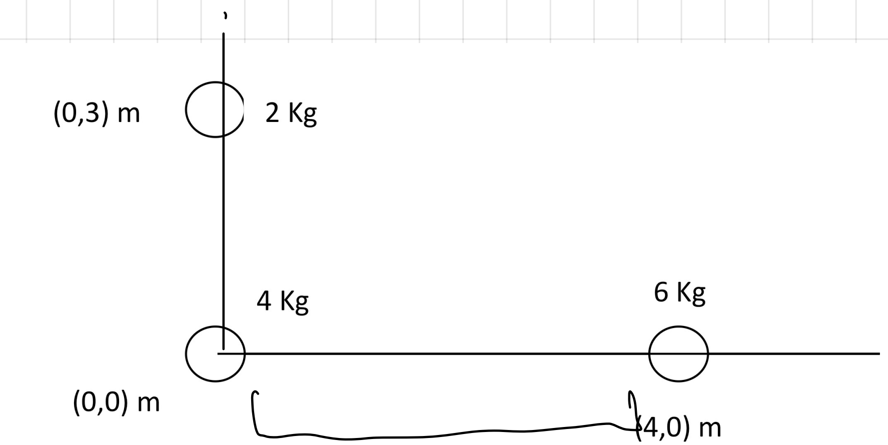
$$\vec{F_2} = +3\vec{j}$$

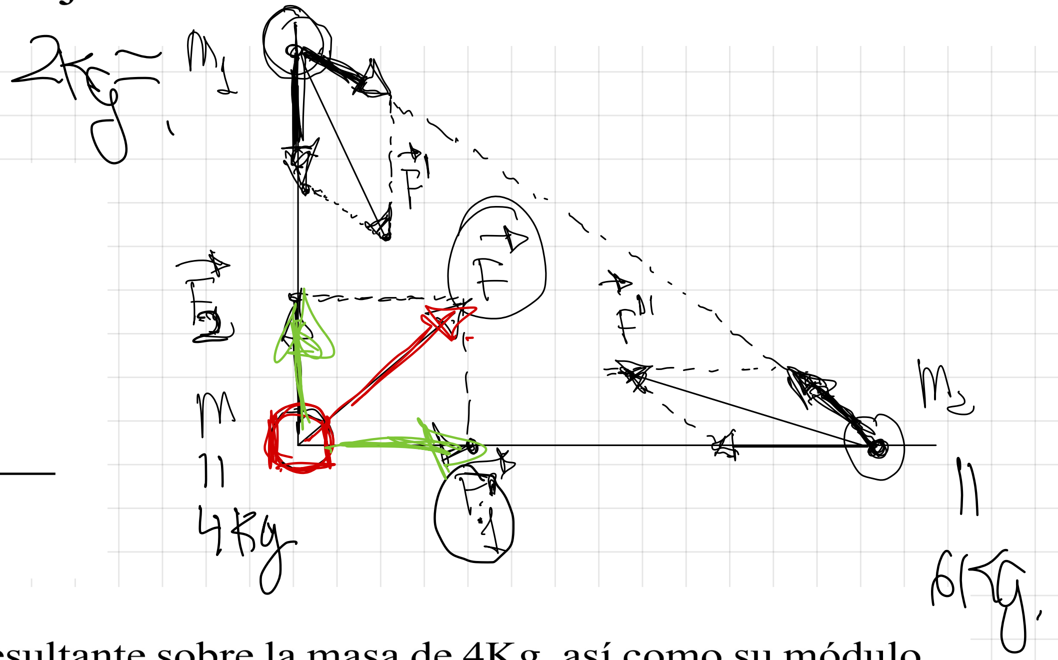


$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = 4\vec{i} + 3\vec{j}\ (N)$$

$$\vec{F_1} = +4\vec{i}\ (N)$$

11.- Tres esferas uniformes de masas 2 Kg, 4 Kg y 6 Kg se sitúan en los vértices de un triángulo como se indica en la figura adjunta

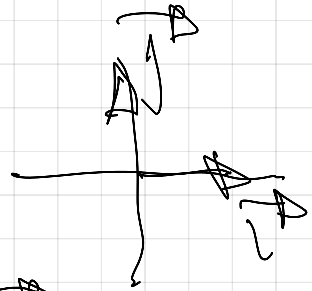




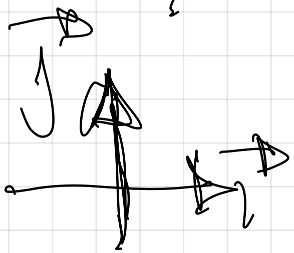
Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}

$|\vec{F_1}| \Rightarrow$ ley de la gravitación universal. Calculo primero el módulo.



$$|F_2| = G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{4 \cdot 6}{4^2} = 10^{-10}\,N.$$



$$\vec{F_1} = +10^{-10}\,\vec{i}\ (N)$$

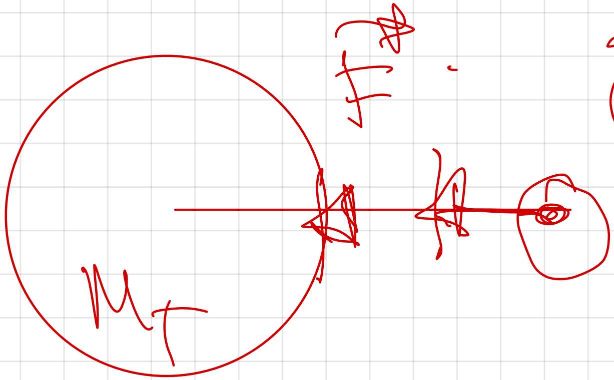
$$|F_2| = G\cdot\frac{m\cdot m_1}{r'^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{4\cdot 2}{3^2} = 5'93\cdot 10^{-11}\,N.$$

$$\vec{F_2} = +5'93\cdot 10^{-11}\,\vec{j}\ (N)$$

Principio de superposición.

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = +10^{-10}\,\vec{i} + 5'93\cdot 10^{-11}\,\vec{j}\ (N).$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(10^{-10})^2+(5'93\cdot 10^{-11})^2} \simeq 1'16\cdot 10^{-10}\,N.$$



$$\vec g = -10\,\vec i\ \frac{N}{kg} = -10\,\vec i \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\vec g = -10\,\vec i \left(\frac{N}{kg}\right) - 10\ \frac{N}{kg}$$

$$m = 2\,kg$$

$1\,kg \sim 10\,N$

$2\,kg \sim 20\,N$

$$\vec F = m \cdot \vec g = 2\,\cancel{kg} \cdot \left(-10\,\vec i\ \frac{N}{\cancel{kg}}\right) = -20\,\vec i\,(N)$$

1

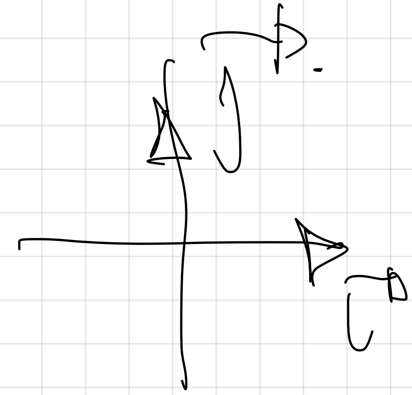
En dos puntos A y B de coordenadas $(20,0)$ m y $(0,20)$ m se sitúan dos masas puntuales de 10 kg cada una.

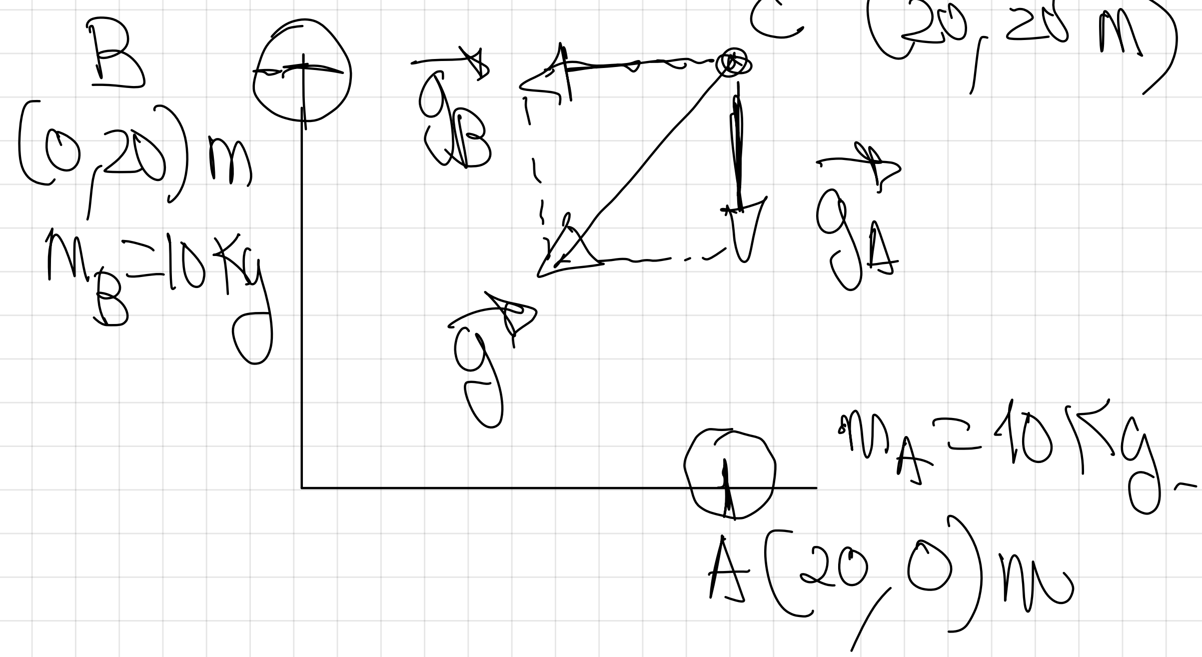
a) Dibuja y calcula el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el punto $\boxed{C\ (20,20)\,m}$

b) Halla la Fuerza sobre una masa puntual de 5 kg situada en el punto C.

$G = 6'7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

$\vec{g}$





→ Primero calculo módulo

$$|\vec{g}_A| = G \cdot \frac{m_A}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2}$$

$$|\vec{g}_A| = 1'7 \cdot 10^{-12}\ m/s^2.$$

$$\vec{g}_A = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (m/s^2)$$

$$|\vec{g}_B| = G \cdot \frac{m_B}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2}$$

$$|\vec{g}_B| = 1'7 \cdot 10^{-12}\ m/s^2.$$

$$\vec{g}_B = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{i}\ (m/s^2)$$

Principio de superposición

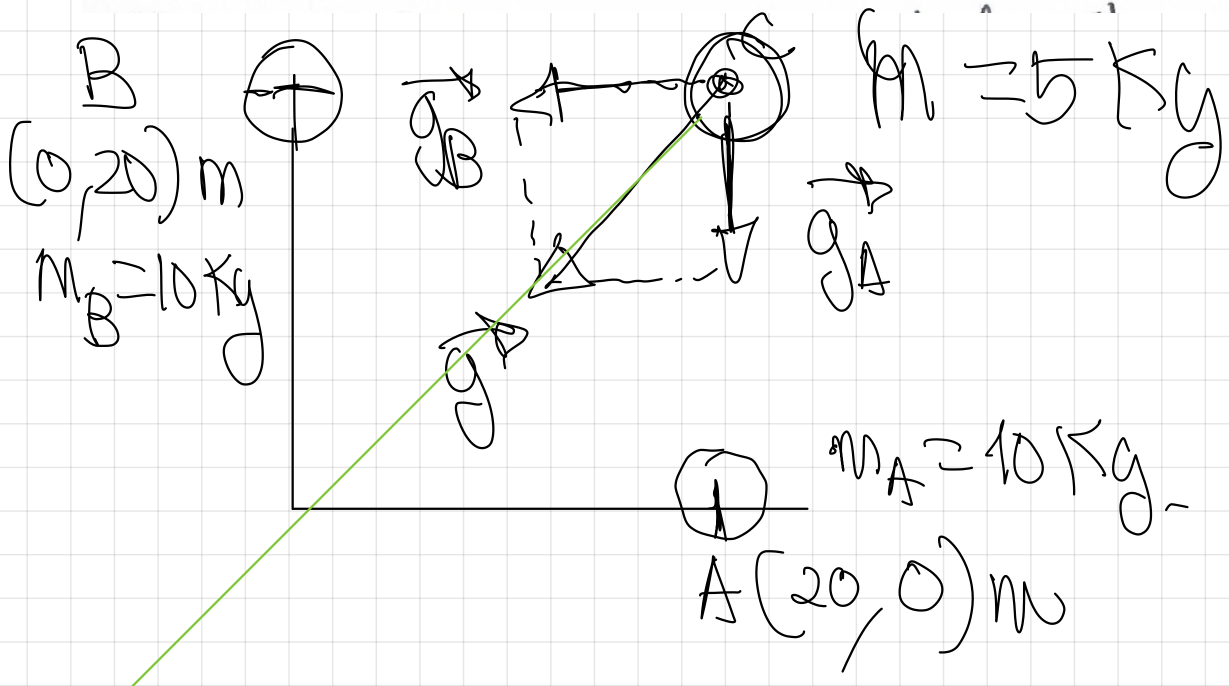
$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B.$$

$$\vec{g} = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}$$

$$\left(\frac{N}{kg}\ o\ \frac{m}{s^2}\right)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(-1'7 \cdot 10^{-12})^2 + (-1'7 \cdot 10^{-12})^2} = 2'4 \cdot 10^{-12}\ m/s^2$$

(b)



$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = 5\,\cancel{kg}\left(-1'7 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\right)\ \frac{N}{\cancel{kg}}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{F} = 5 \cdot \left(-1'7 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\right)\ (N)$$

$$\vec{F} = -8'5 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 8'5 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ (N)$$

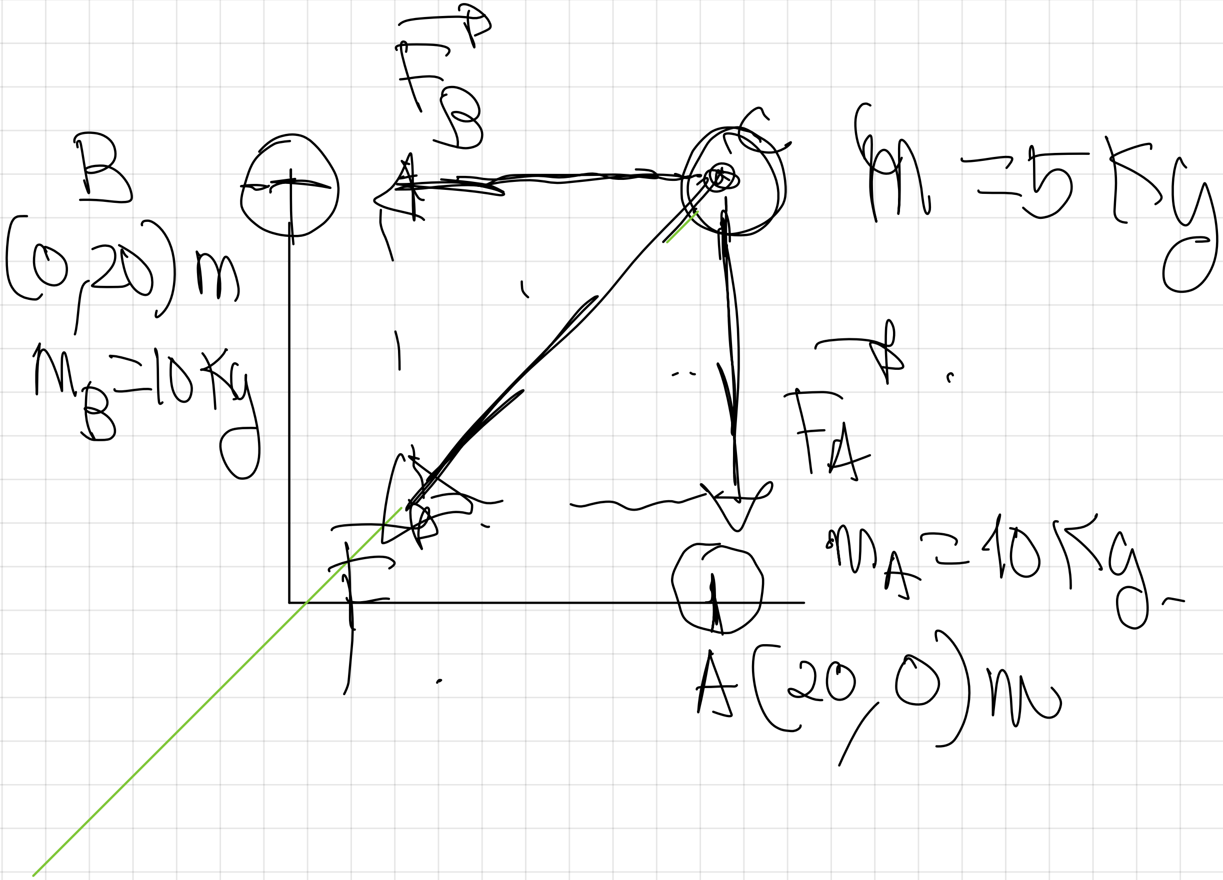
$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-8'5\ 10^{-12})^2 + (-8'5 \cdot 10^{-12})^2}$$

$$|\vec{F}| = 1'2 \cdot 10^{-11}\ N.$$

$$|\vec{g}| = 2'4 \cdot 10^{-12}\ \frac{N}{kg}$$

$$m = 5\ kg$$

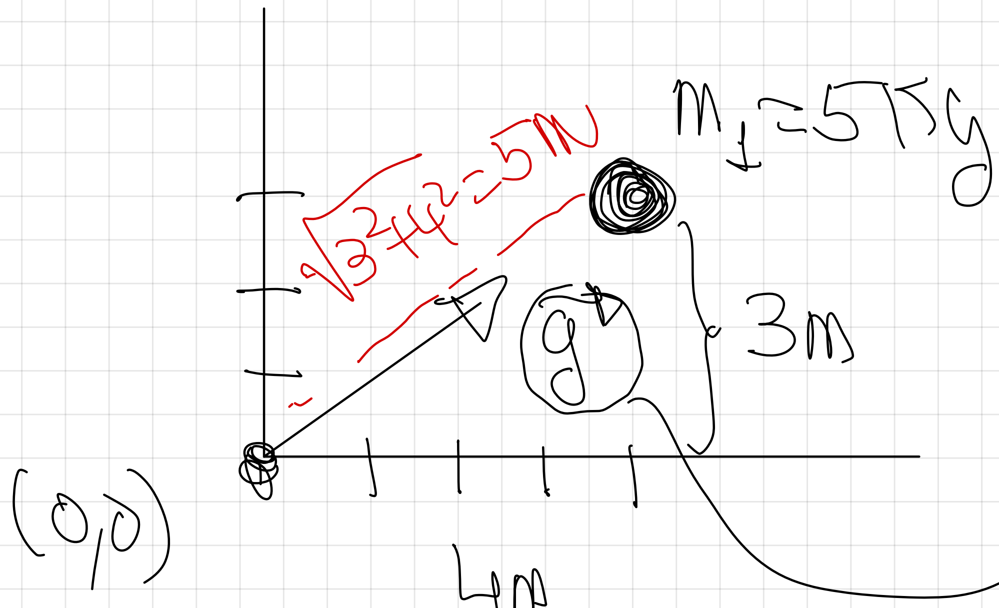
$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}| = 5 \cdot (2'4 \cdot 10^{-12}) = 1'2 \cdot 10^{-11}\ N.$$



B
(0,20) m
$m_B = 10$ Kg
$\vec{F}_B$
C
m = 5 Kg
$\vec{F}_A$
$m_A = 10$ Kg
F
A (20,0) m

(2)

Una masa puntual $m_1 = 5\ kg$ está en el punto $(4,3)\ m$. Determina el valor del <u>campo gravitatorio</u> $\vec{g}$ creado por la masa m_1 en el origen de coordenadas. $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

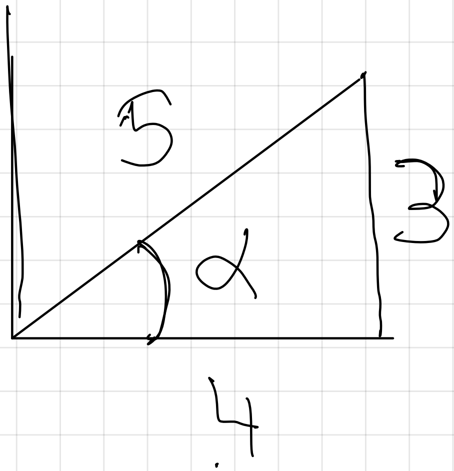


$$|\vec{g}| = G \cdot \frac{m_1}{r^2} =$$

$$= 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{5^2} =$$

$$|\vec{g}| = 1'33 \cdot 10^{-11}\ m/s^2$$

Para calcular el vector necesito una descomposición usando razones trigonométricas

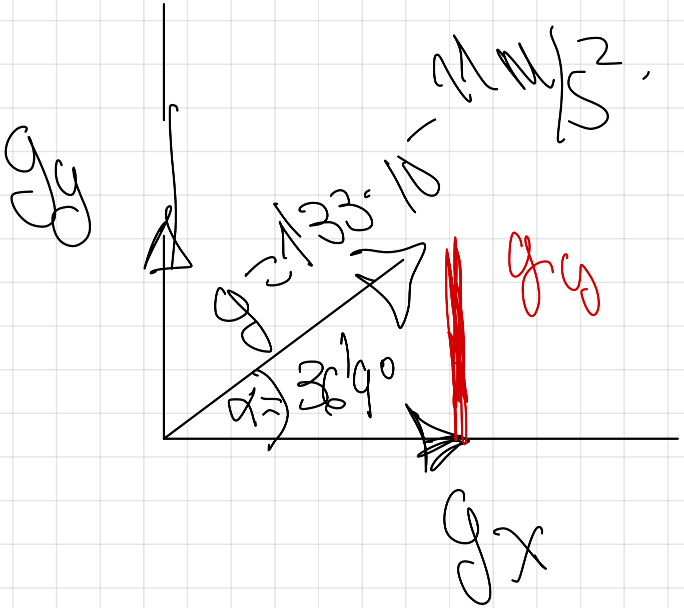


$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{Cat. op}}{\text{hipotenusa}}.$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arcsen} \frac{3}{5} = 36'9^{\circ}.$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cat. cont.}}{\text{hipotenusa}}.$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{4}{5} = 36'9^{\circ}.$$



$$\operatorname{sen} 36'9^\circ = \frac{g_y}{g}\ ?$$

$$g_y = g \cdot \operatorname{sen} 36'9^\circ = 1'33 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{5}$$

$$g_y = 7'98 \cdot 10^{-12}\ m/s^2$$

$$\vec{g_y} = +7'98 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (m/s^2)$$

$$\cos 36'9^\circ = \frac{g_x}{g}\ ?$$

$$\vec{g} = \vec{g_x} + \vec{g_y}$$

$$\vec{g} = 1'064 \cdot 10^{-11}\ \vec{i} + 7'98 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (m/s^2)$$

$$g_x = g \cdot \cos 36'9^\circ = 1'33 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{5}$$

$$\vec{g_x} = +1'064 \cdot 10^{-11}\ \vec{i}\ (m/s^2)$$

$$g_x = 1'064 \cdot 10^{-11}\ m/s^2$$

$$\vec{g} = 1'064 \cdot 10^{-11}\,\vec{i} + 7'98 \cdot 10^{-12}\,\vec{j} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1'064 \cdot 10^{-11})^2 + (7'98 \cdot 10^{-12})^2} =$$

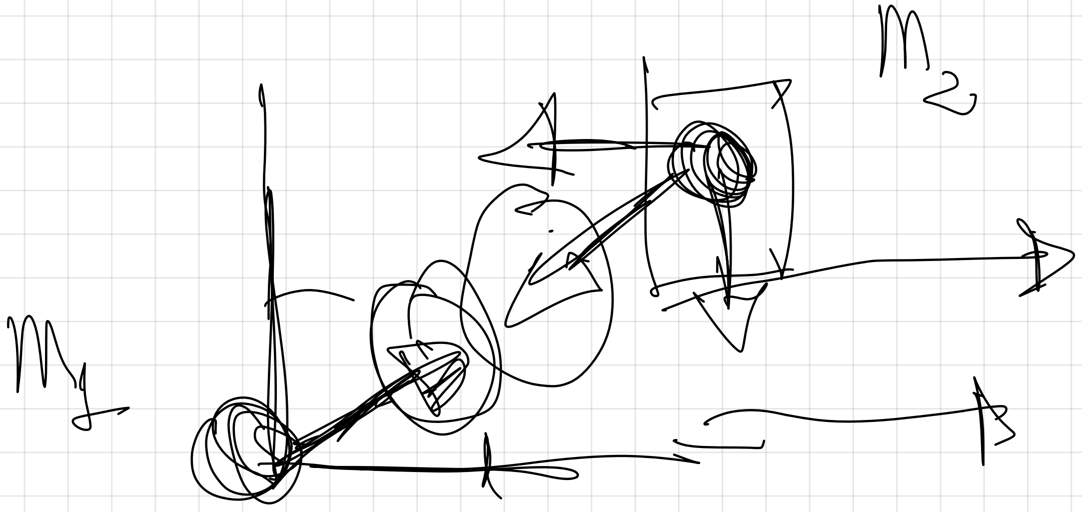
$$|\vec{g}| = 1'33 \cdot 10^{-11}\ m/s^2.$$

③ Una masa puntual $m_1 = 4\,kg$ está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6\,kg$ está situada en el punto $(12, 9)\,m$.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y halla su módulo.

b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

$$\boxed{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2\, kg^{-2}}$$



$\vec{F} = -3\vec{i} - 2\vec{j}$

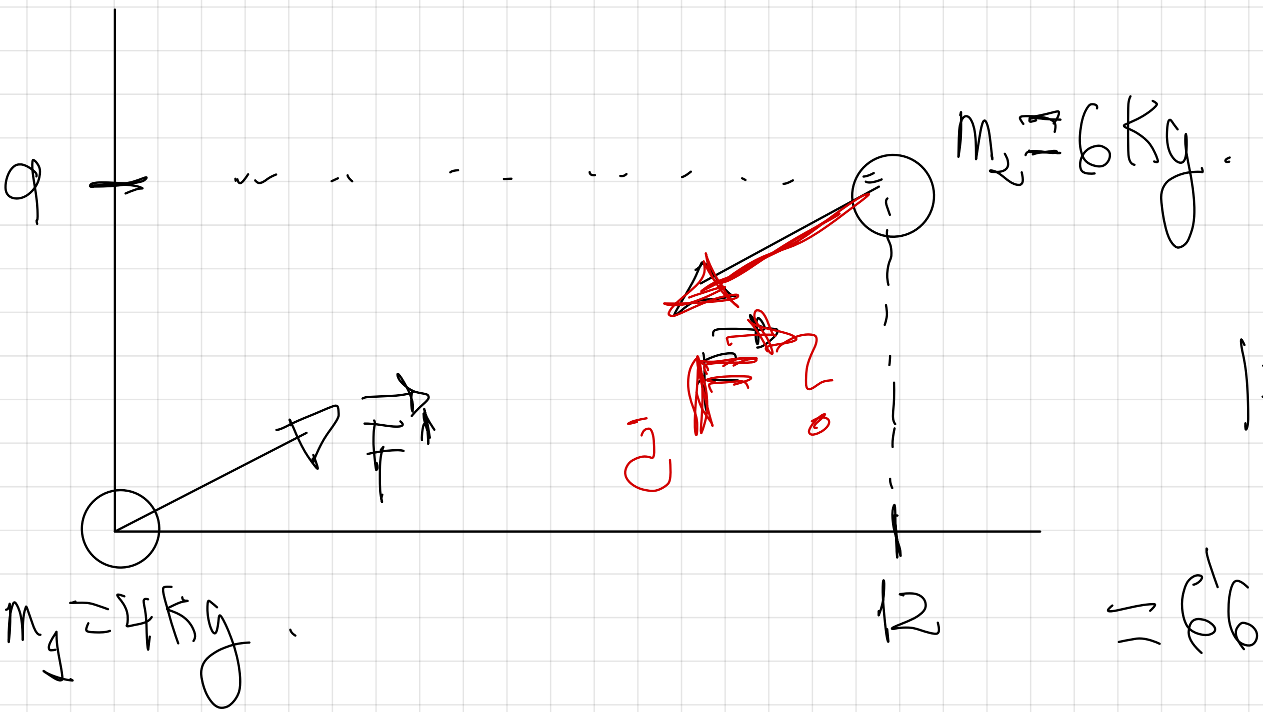
$\vec{F} = +3\vec{i} + 2\vec{j}$

③ Una masa puntual $m_1 = 4\,Kg$ está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6\,Kg$ está situada en el punto $(12, 9)\,m$.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y halla su módulo.

b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

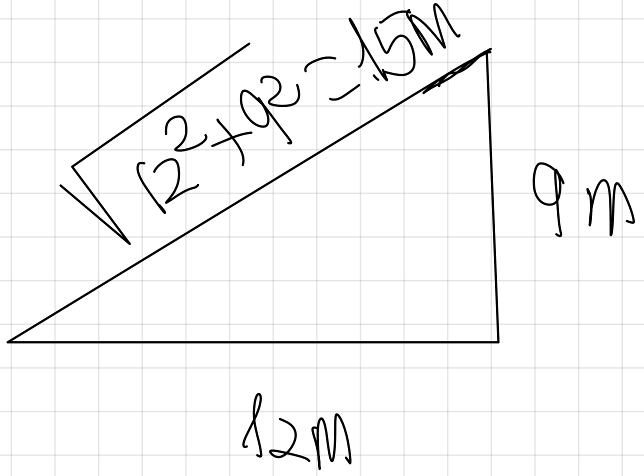
$\boxed{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\,N \cdot m^2\,Kg^{-2}}$

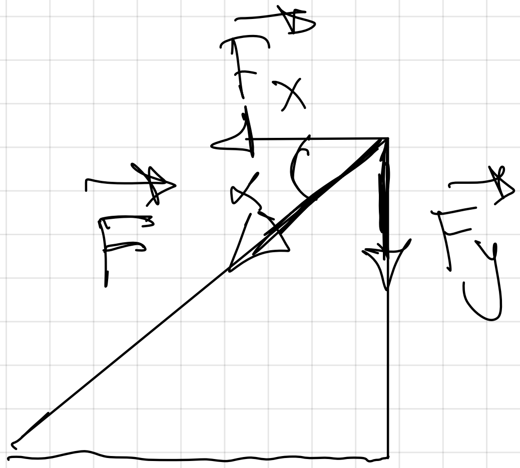


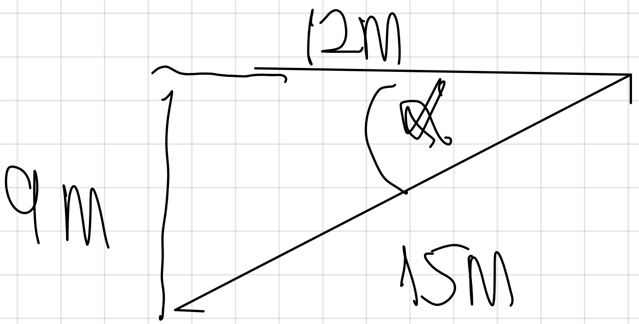
Ley de la gravitación universal.

$$|\vec{F}| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} =$$

$$= 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 6}{15^2} = 7'11 \cdot 10^{-12}\,N$$

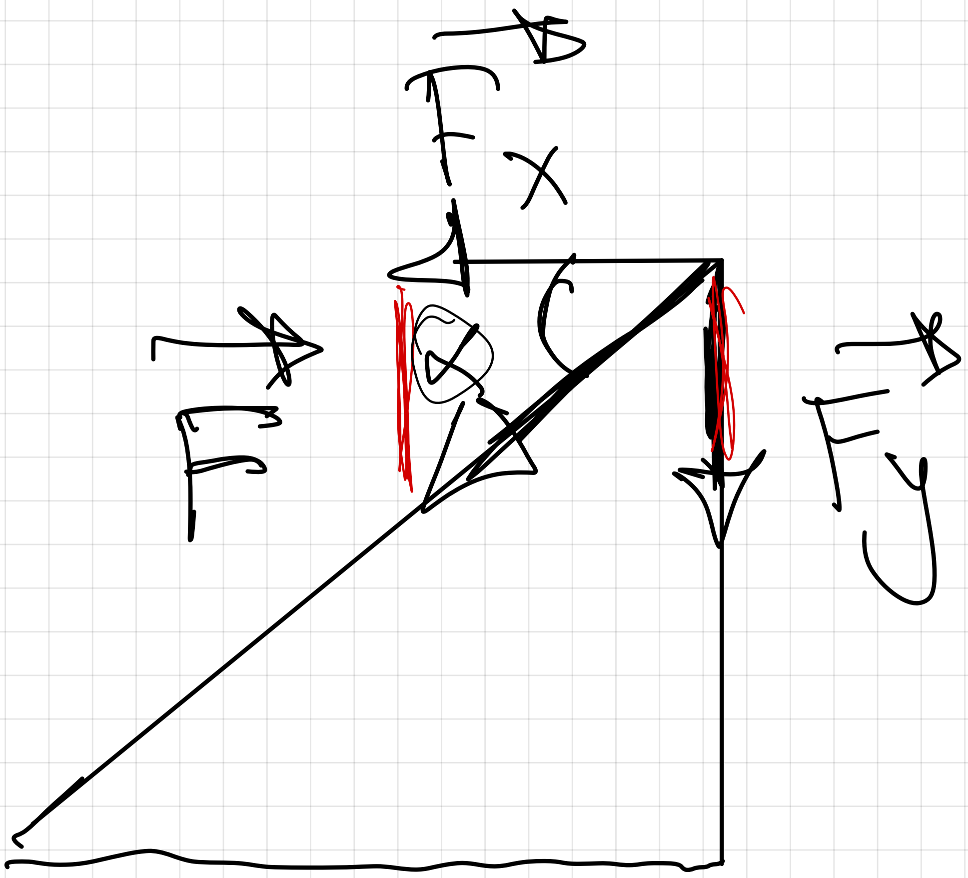




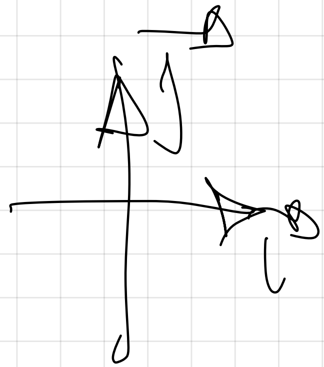


$\to \operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{15} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arcsen} \frac{9}{15} = 36'87^\circ$

$\to \cos \alpha = \frac{12}{15} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{12}{15} = 36'87^\circ$



$\alpha = 36'87°$.



$$\text{sen}\,\alpha = \frac{F_y}{F}$$

$F_y = F \cdot \text{sen}\,36'87° =$

$F_y = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{9}{15} = 4'26 \cdot 10^{-12}\,N$.

$\vec{F_y} = -4'26 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ (N)$.

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}$$

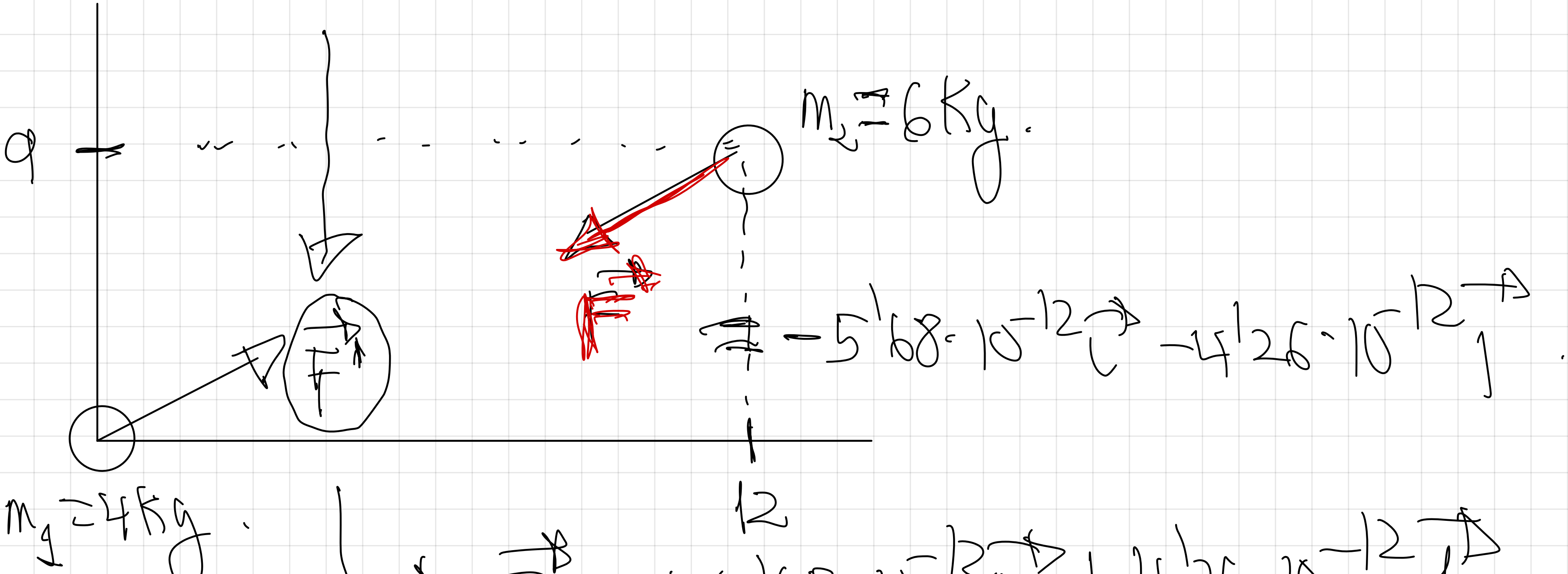
$F_x = F \cdot \cos 36'87°$

$F_x = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{12}{15} \simeq 5'68 \cdot 10^{-12}$.

$\vec{F}_x = -5'68 \cdot 10^{-12}\,\vec{i}$ (N)

$\vec{F} = -5'68 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 4'26 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}$ (N)

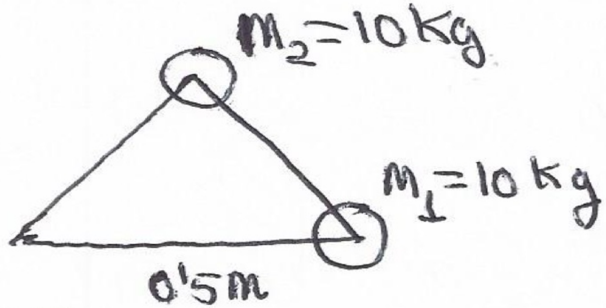
$|\vec{F}| = 7'11 \cdot 10^{-12}$ N.



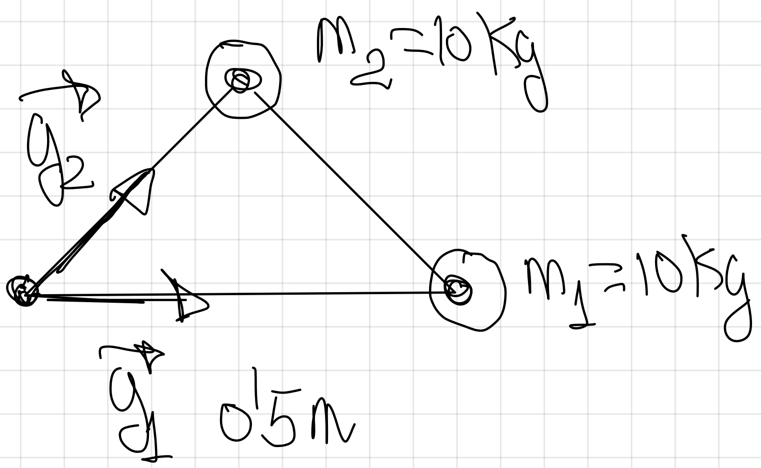
$\hookrightarrow \vec{F} = +5'68 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} + 4'26 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}$.

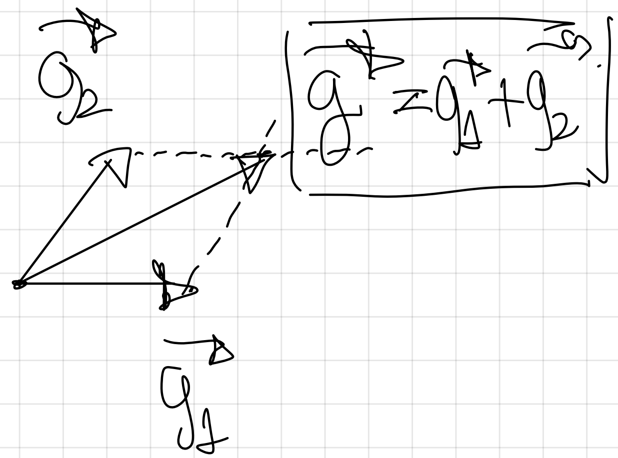
(4) Dos cuerpos de 10 Kg de masa se encuentran en dos de los vértices del triángulo equilátero de la figura, que posee 0'5 m de lado.

$\vec{g}$

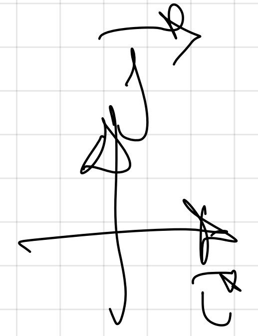


a) Calcula el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$.



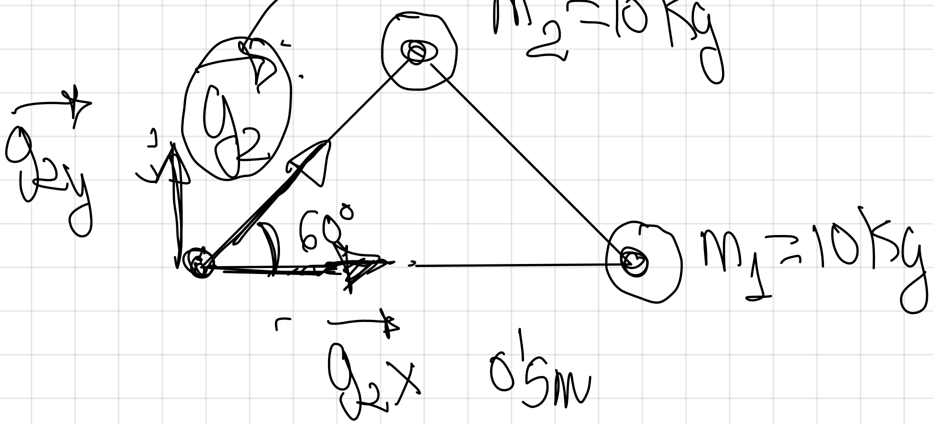


Principio de Superposición $\boxed{\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2}}$



$$|\vec{g_1}| = G \cdot \frac{m_1}{r_1^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{0'5^2} = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m/s^2$$

$$\vec{g_1} = \cancel{+}2'67 \cdot 10^{-9}\ \vec{\imath}\ (m/s^2)$$

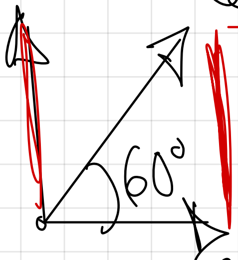


Primero calculo módulo.

$$g_2 = G \cdot \frac{m_2}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{(0'5)^2}$$

$$g_2 = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m/s^2$$

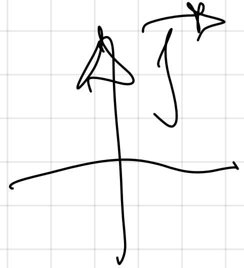
g_{2y}?



$g_2 = 2'67 \cdot 10^{-9}$ m/s^2

g_{2x}?

$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{g_{2y}}{g_2}$?



$g_{2y} = g_2 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$g_{2y} = 2'31 \cdot 10^{-9}$ m/s^2

$\boxed{\vec{g}_{2y} = +2'31 \cdot 10^{-9} \vec{j} \ (\text{m/s}^2)}$

$\cos 60^\circ = \frac{g_{2x}}{g_2}$

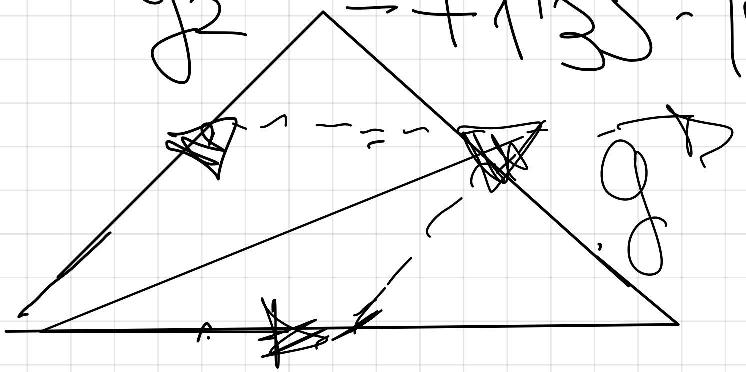
$g_{2x} = g_2 \cdot \cos 60^\circ = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{2}$

$g_{2x} = 1'35 \cdot 10^{-9}$ m/s^2

$\boxed{\vec{g}_{2x} = +1'35 \cdot 10^{-9} \vec{i} \ (\text{m/s}^2)}$

$$\vec{g_2} = +1'35 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} \ (m/s^2)$$

$$\vec{g_2} = +1'35 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} \ (m/s^2)$$



$$\vec{g_1} = 2'67 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} \ (m/s^2)$$

Principio de superposición.

$$\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2} = 2'67 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 1'35 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} \ (m/s^2)$$

$$\boxed{\vec{g} = 4'01 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(\frac{m}{s^2}\right)}$$

$\Downarrow$

Para calcular el módulo de $\vec{g}$ y saber el valor del campo gravitatorio

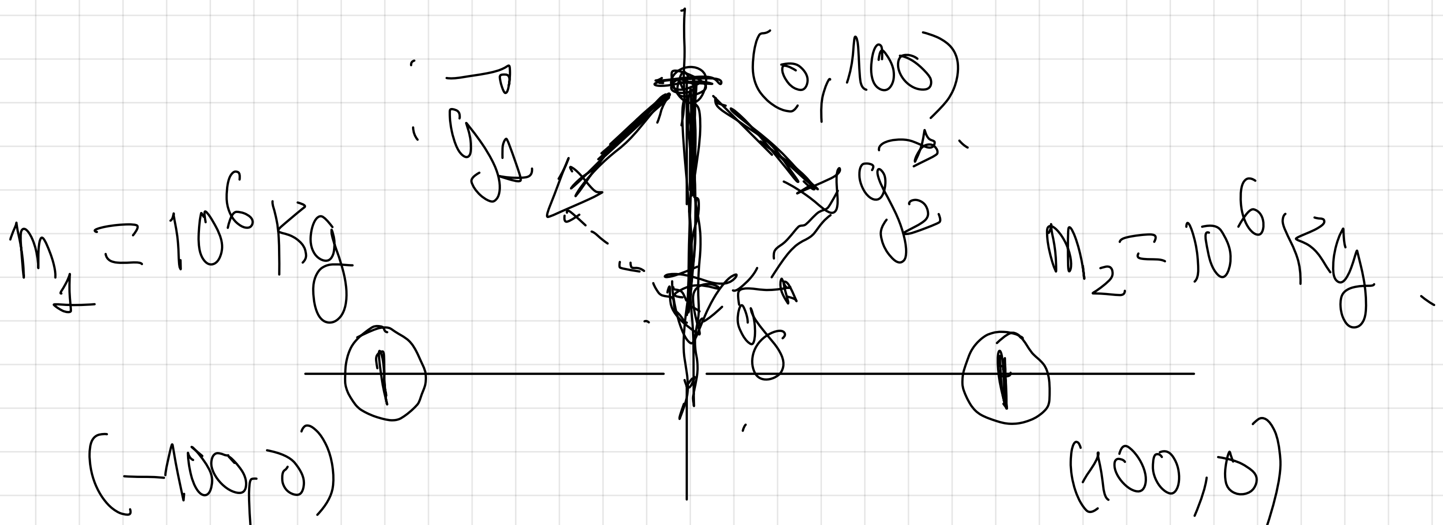
$$\boxed{|\vec{g}| = g = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(4'01 \cdot 10^{-9})^2 + (2'31 \cdot 10^{-9})^2} = 4'62 \cdot 10^{-9}\ m/s^2}$$

---

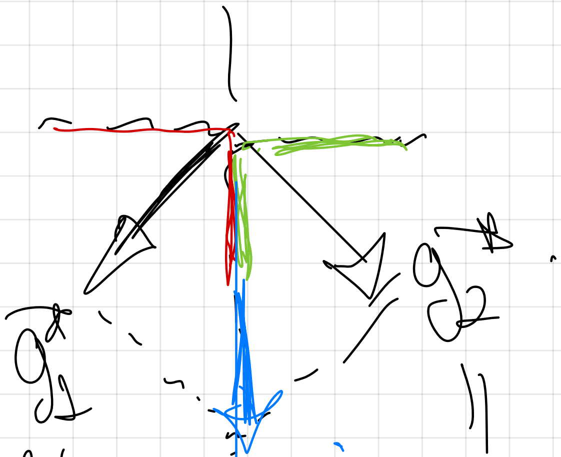
⑤ Dos masas puntuales de 10^6 kg cada una, se encuentran en los puntos $(-100, 0)$ m y $(100, 0)$ m respectivamente.

a) Calcula el campo gravitatorio $(\vec{g})$ en el punto $(0, 100)$ m y su módulo

b) Si en el punto $(0, 100)$ m situásemos una masa de 10 kg, hallar la fuerza (vector y módulo) que experimentaría dicha masa. $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.



$$\vec{g}_c = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$



$\vec{g}_1 = -3\vec{i} - 2\vec{j}$

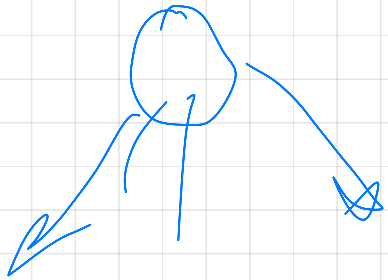
$\vec{g}_2 = +3\vec{i} - 2\vec{j}$.

$$\vec{g} = \cancel{-3\vec{i}} - 2\vec{j} + \cancel{3\vec{i}} - 2\vec{j}$$

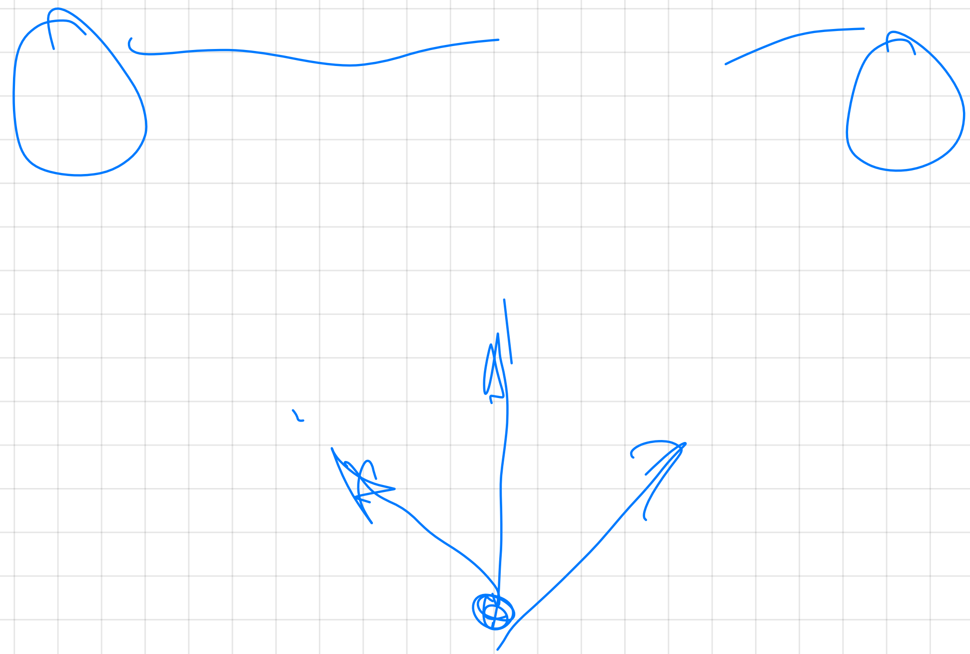
$$\vec{g} = -4\vec{j}.$$

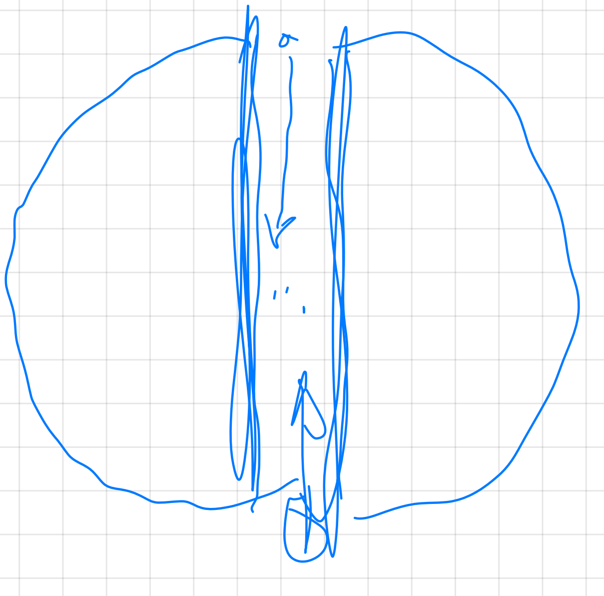
$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2+y^2}.$$

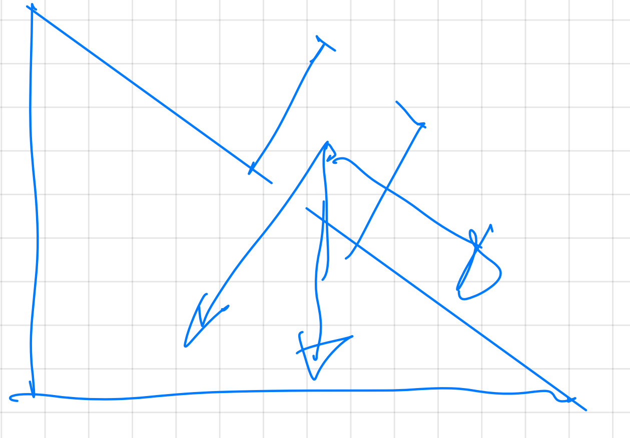
$$|\vec{g}| = \sqrt{(-4)^2+0^2}$$



$(9^{\beta}) = \sqrt{16} = 4$





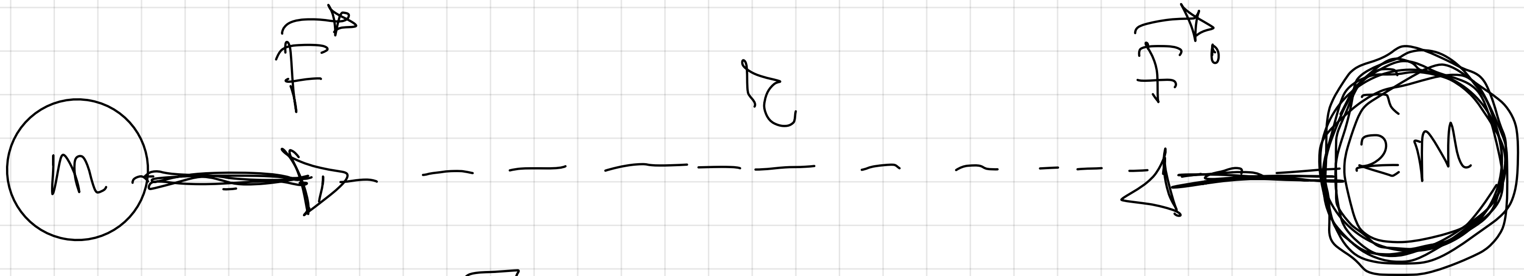


Pag 33

Se ve después en Teoría.

55- a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas

b)



$$F = G \cdot \frac{m \cdot 2M}{r^2} = G \cdot \frac{2m^2}{r^2}$$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{2m^{\cancel{2}}}{r^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{2m}{r^2}$$

$$F' = G \cdot \frac{2m \cdot M}{r^2} = G \cdot \frac{2m^2}{r^2}$$

$$g' = \frac{F}{2m} = \frac{G \cdot \frac{\cancel{2}m^{\cancel{2}}}{r^2}}{\cancel{2m}} = G \cdot \frac{m}{r^2}$$

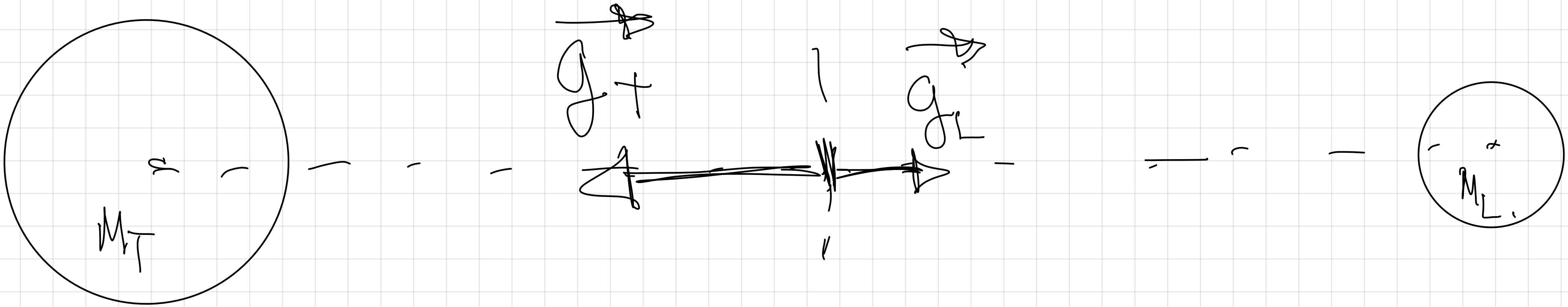
$$|\vec{F}| = |\vec{F}'|$$

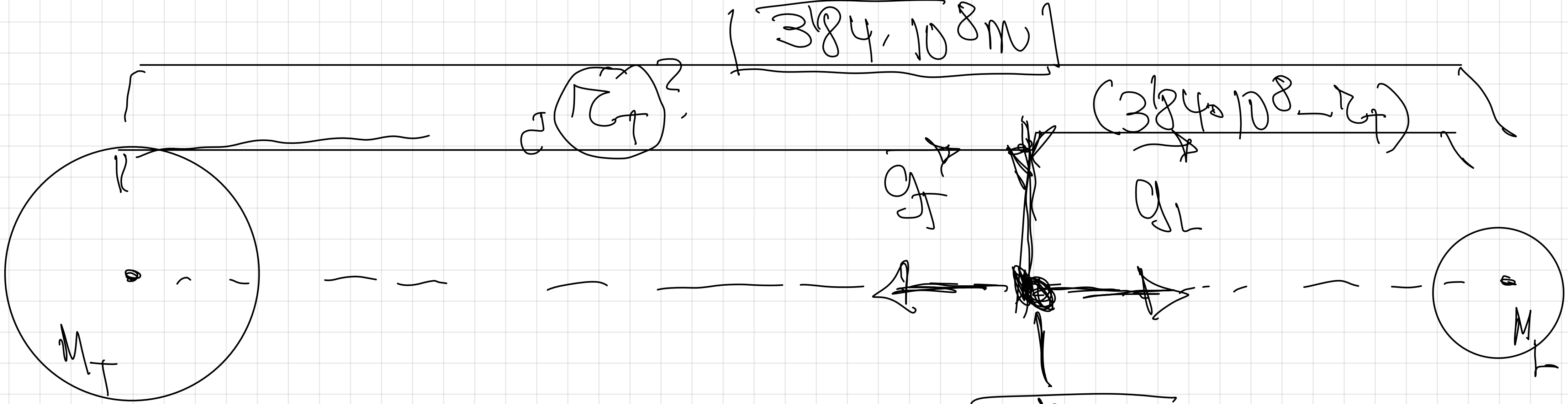
$$|\vec{g}| = |\vec{g}'|$$

$$\vec{g} = G\frac{M}{r^2}$$

56.- ¿A qué distancia del centro de la Tierra se compensaría el campo gravitatorio terrestre con el Lunar?

$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ Kg , $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$Kg. Distancia Tierra-Luna (centro a centro) es de $3{,}84 \cdot 10^{8}$ m





$$\boxed{\vec{g} = 0.}$$

A partir de esa condición calculo r.

$$|\vec{g_T}| = |\vec{g_L}|$$

Dos vectores para cancelarse tienen que tener el mismo módulo, la misma dirección, sentido contrario.

$$\cancel{G} \cdot \frac{M_T}{r_T^2} = \cancel{G} \cdot \frac{M_L}{(3'84 \cdot 10^8 - r_T)^2}$$

$$\sqrt{\frac{M_T}{r_T^2}} = \sqrt{\frac{M_L}{(3'84 \cdot 10^8 - r_T)^2}}$$

$5'97 \cdot 10^{24}\ Kg$

$$\frac{\sqrt{M_T}}{r_T} = \frac{\sqrt{M_L}}{(3'84 \cdot 10^8 - r_T)}$$

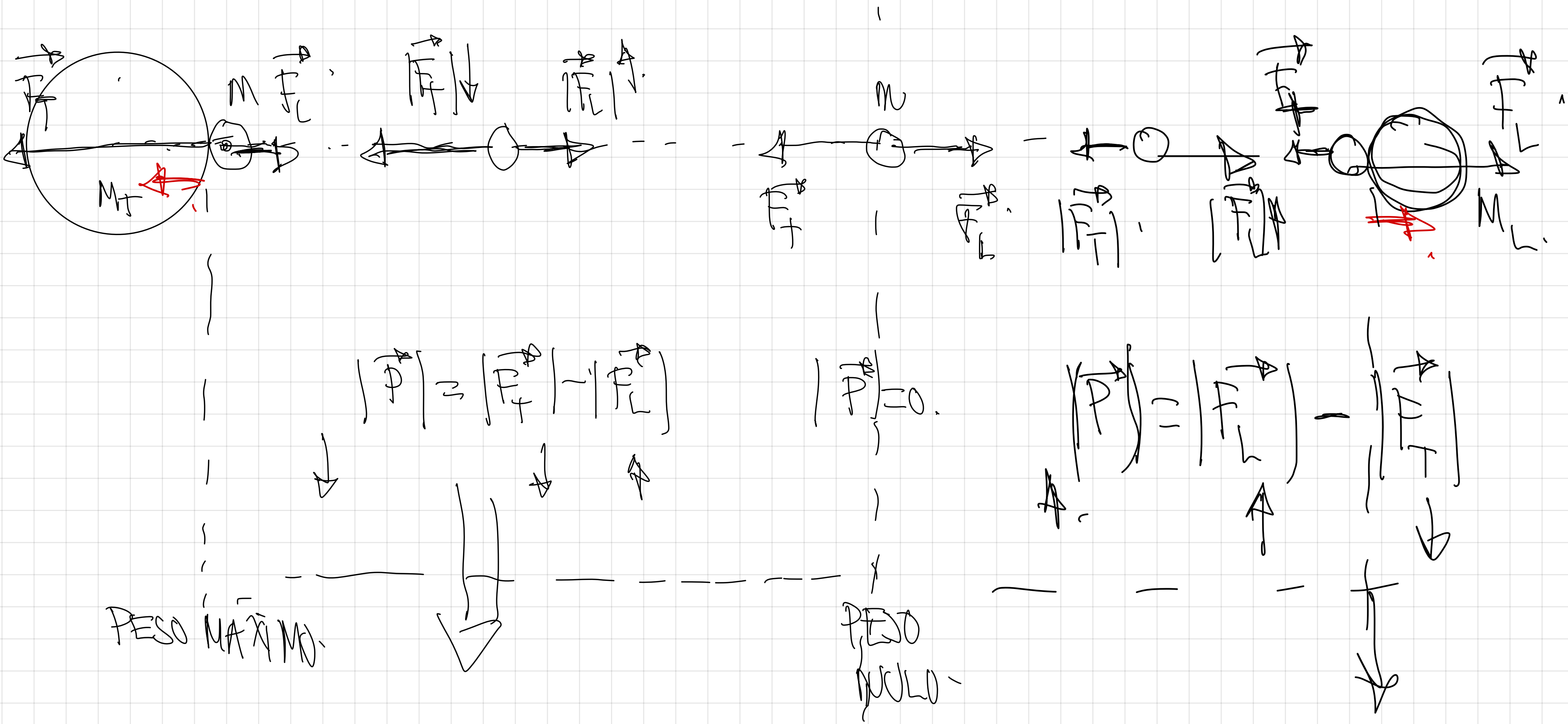
$7'35 \cdot 10^{22}\ Kg$

$$\boxed{r_T = 3'46 \cdot 10^8\ m}$$

23- Describir cualitativamente el cambio de peso que sufre una nave espacial de masa m en un viaje de la Tierra a la Luna. Suponer que la Tierra y la Luna se encuentran en reposo y que la nave se mueve según la dirección que une sus centros.

$$F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r_T^2}$$

$$|\vec{F}_L| = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{r_L^2} \downarrow$$



El peso disminuye hasta hacerse cero. | El peso vuelve a aumentar pero ahora

VER RESOLUCIÓN EN EL LIBRO

Concepto de líneas de campo

Las líneas de campo son las hipotéticas trayectorias que seguiría una masa m abandonada en reposo dentro de ese campo gravitatorio.

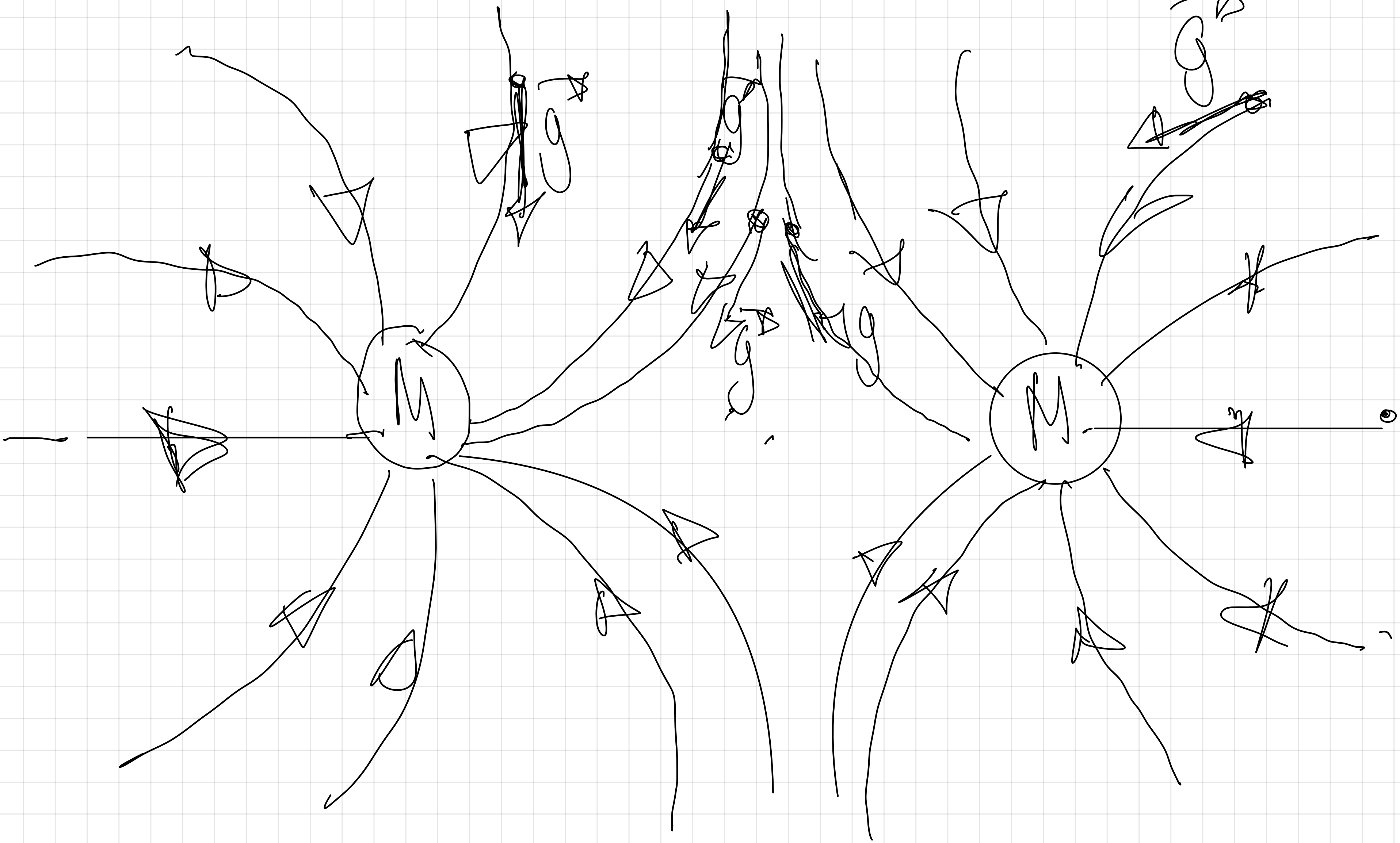
4.- CAMPO GRAVITATORIO CREADO POR UNA MASA PUNTUAL

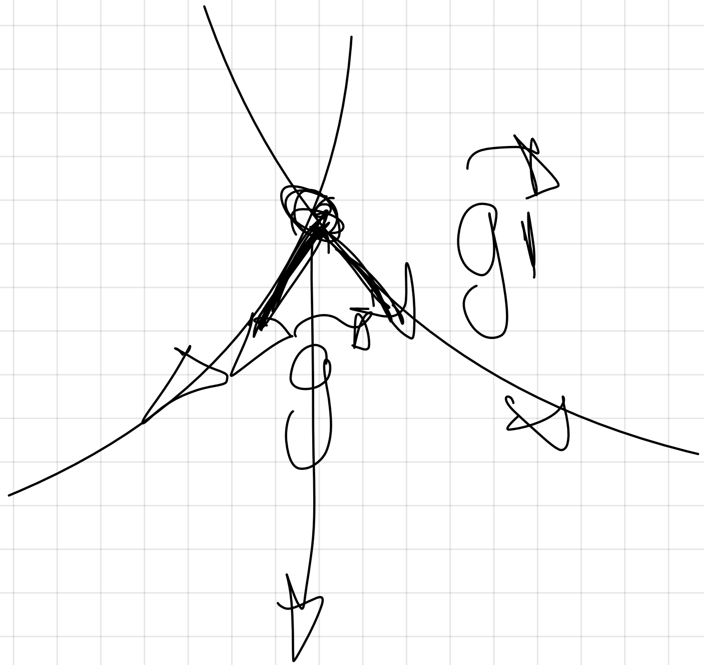
Pag 4 del libro.

$\vec{g}$ → módulo $g = G \cdot \frac{M}{r^2}$,

→ dirección → tangente en cada punto a las líneas de campo

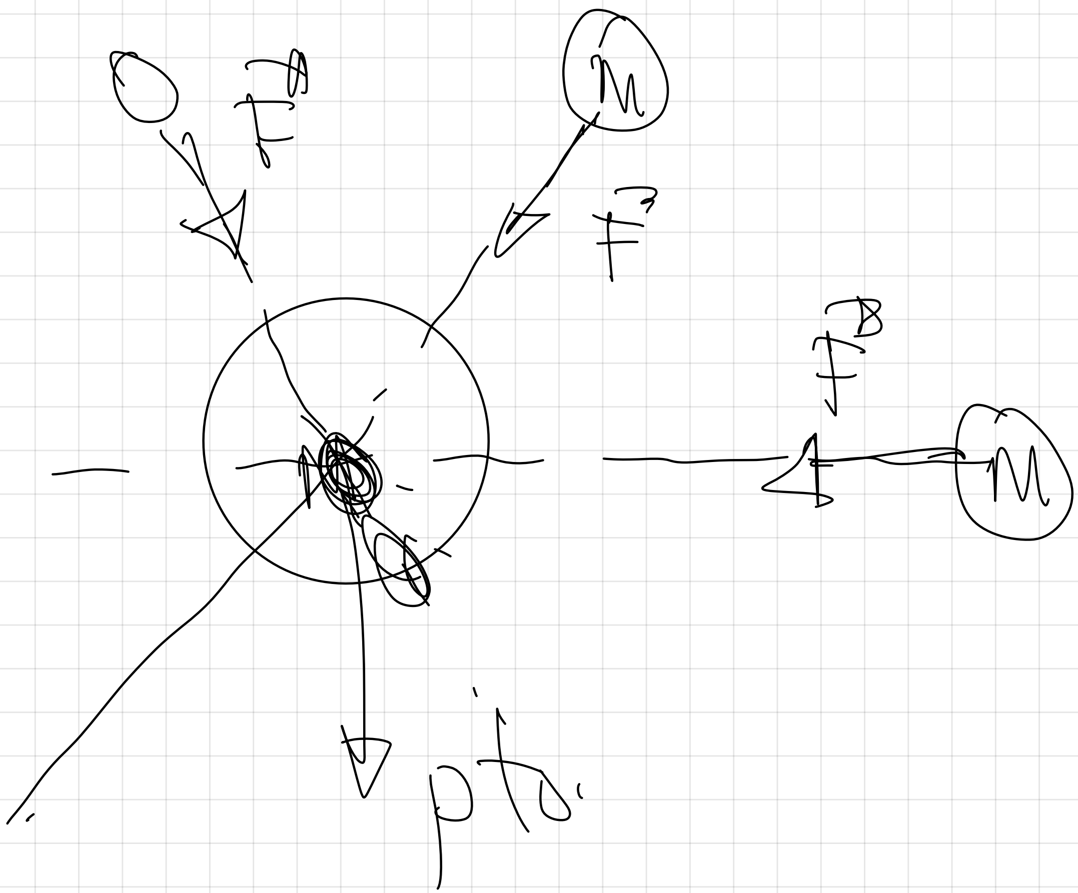
→ sentido → atractivo hacia la masa M creadora del campo.

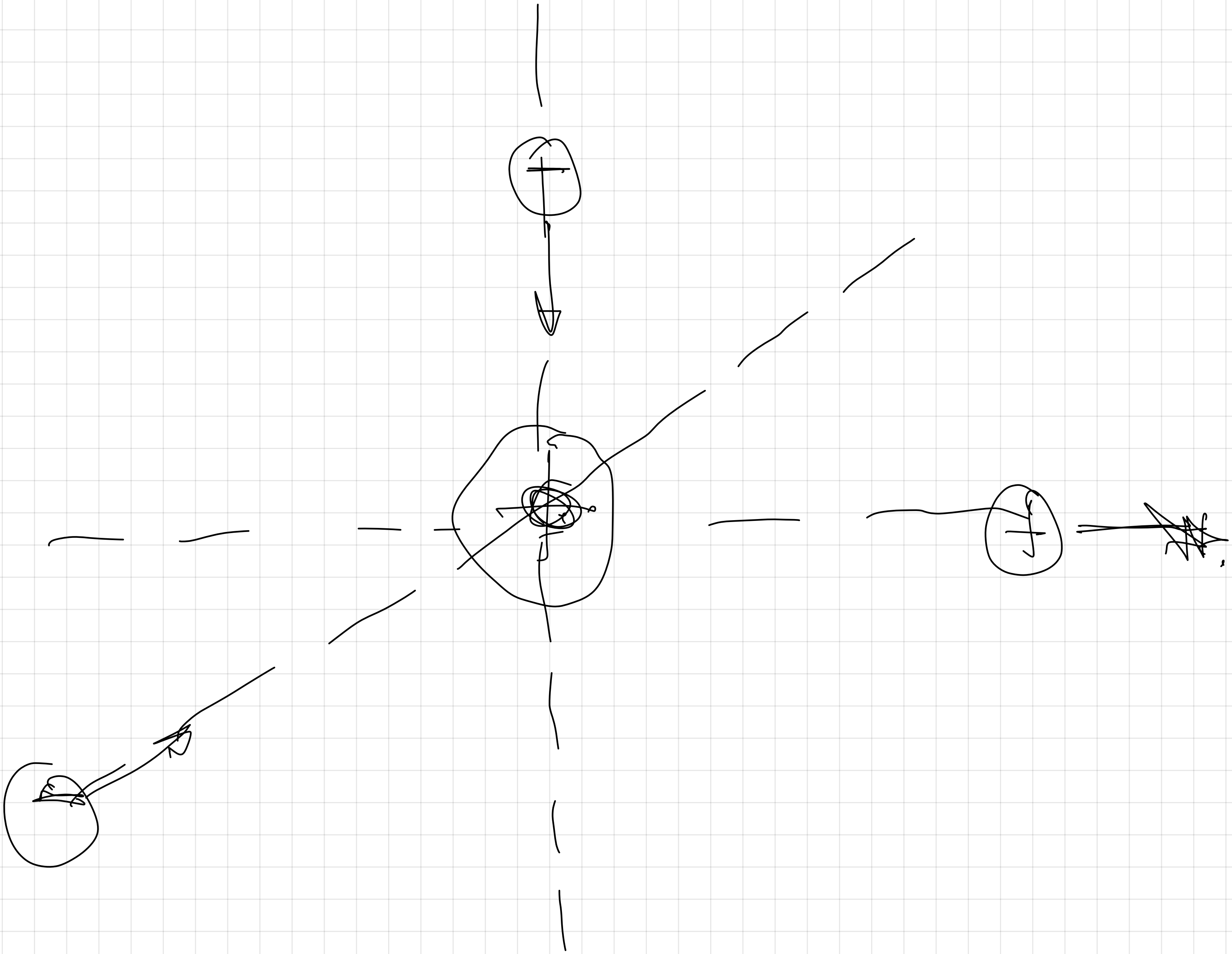


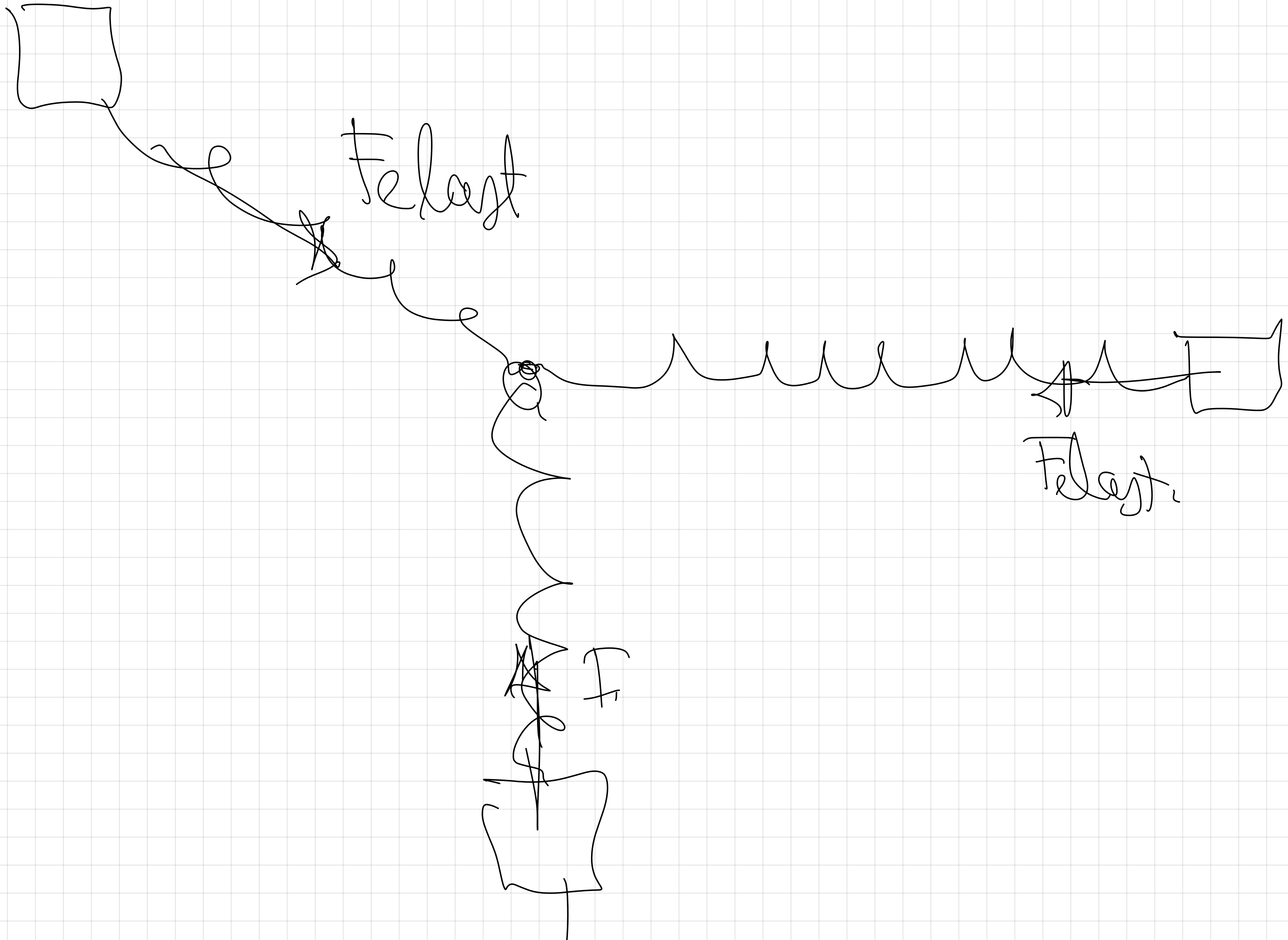


Dos líneas de campo nunca
podrían cortarse.

Fuerza central.






Felagt
Felagt.
F

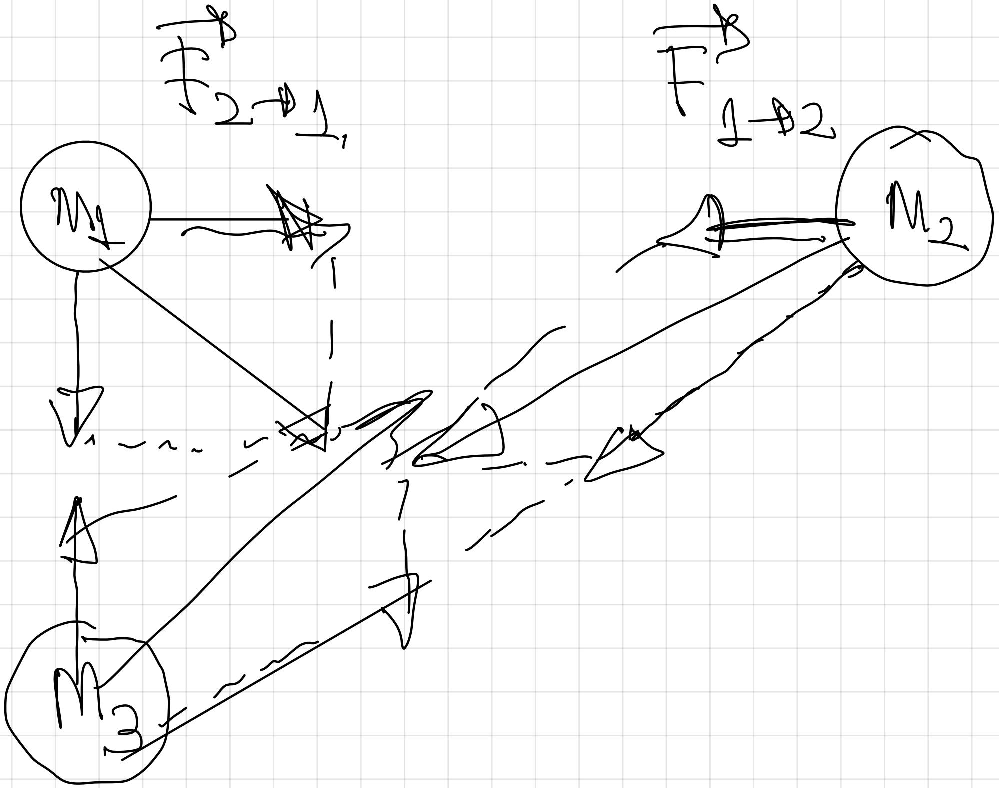
Fuerzas entre sí,

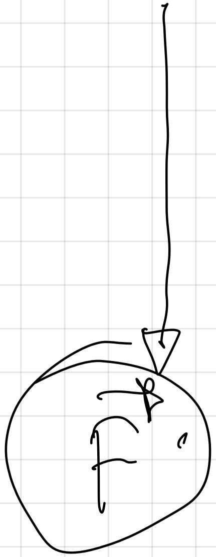
54.- a)Analice las características de la $\boxed{\text{interacción gravitatoria}}$ entre dos masas puntuales

b) ¿Cómo se ve afectada la interacción gravitatoria descrita en el apartado anterior si en las proximidades de las dos masas, se coloca una tercera masa, también puntual?. Haga un esquema de las fuerzas gravitatorias que actúan sobre la tercera masa.

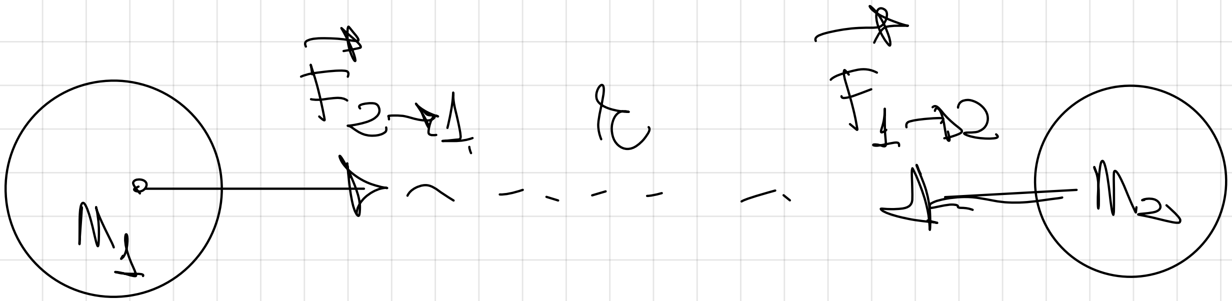
Pag 33

Principio de superposición.



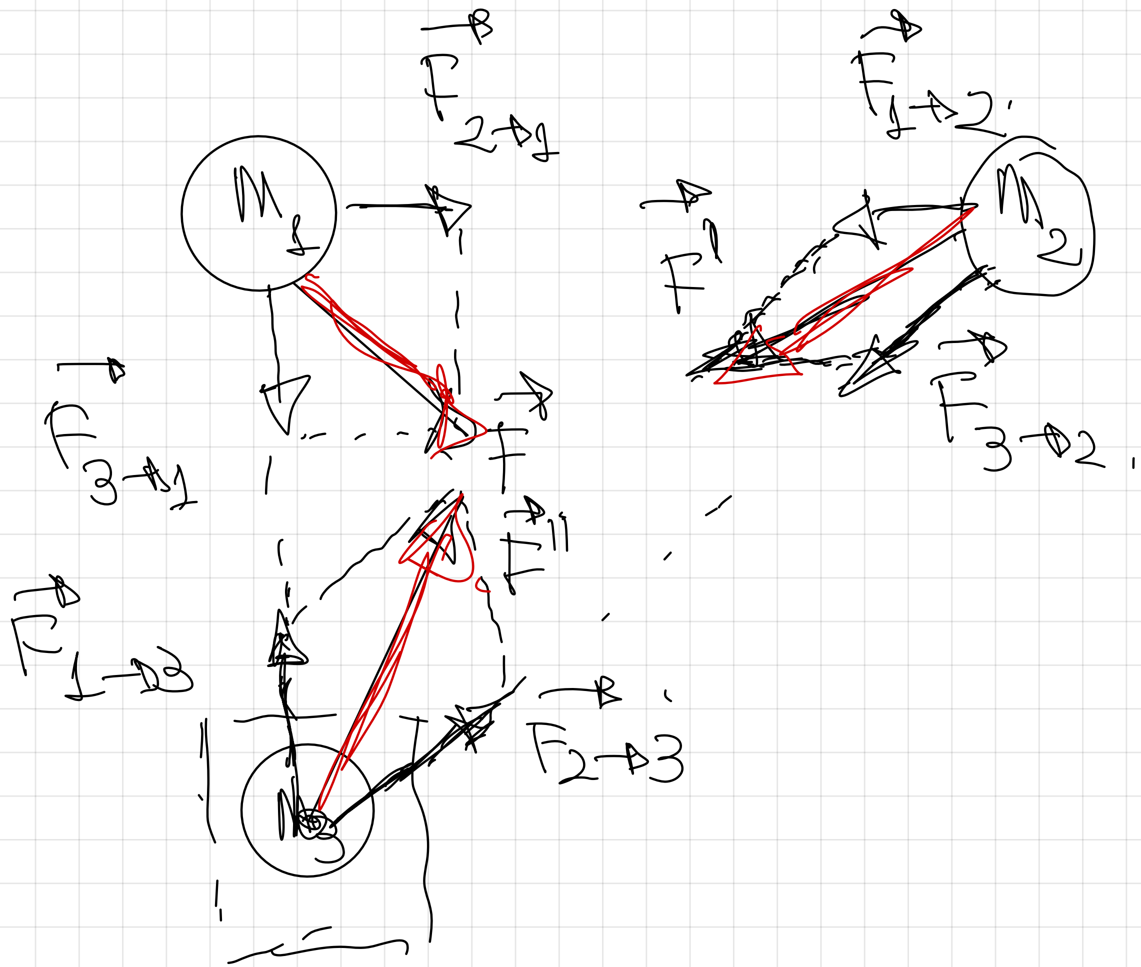


Ambas fuerzas son iguales en módulo.



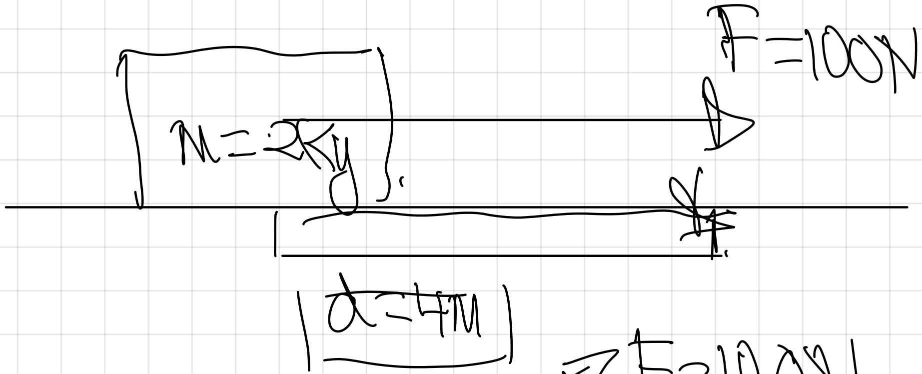
Ley de la Gravitación universal $\Rightarrow$ $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ $\rightarrow$ Explicaría todas las magnitudes que aparecen

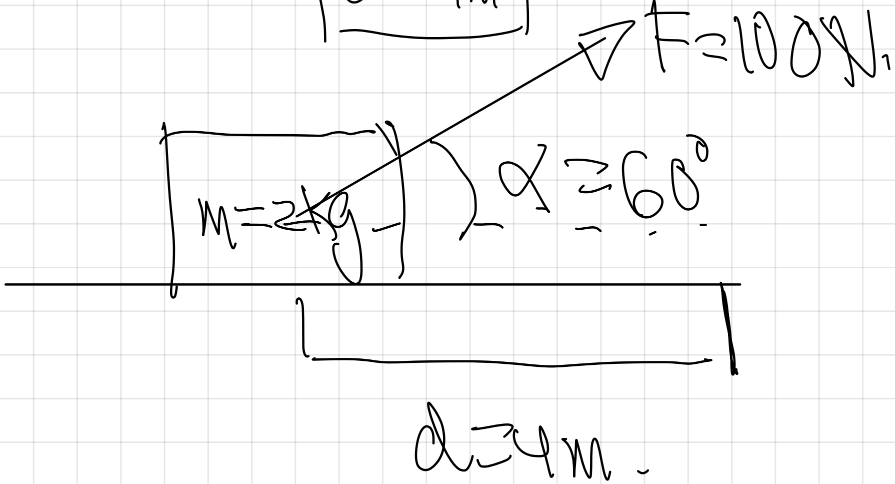
Princípio de superposición



Trabajo (W)

$$\boxed{W = F \cdot d \cdot \cos\alpha}$$





$$W_{máximo} = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 1$$

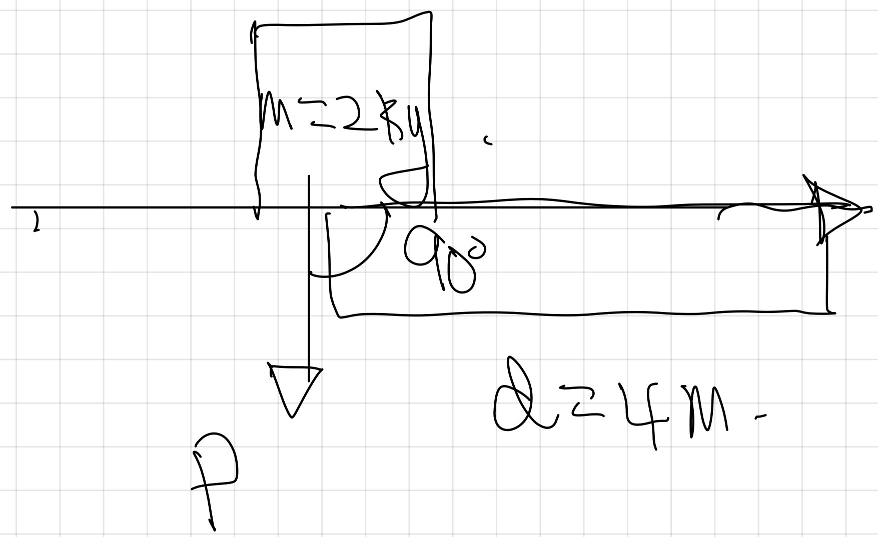
$$W_{máximo} = F \cdot d = N \cdot m \Rightarrow J$$

$$W_{max} = 100N \cdot 4m = 400J$$

$$W_{menor} = F \cdot d \cdot \cos 60^\circ$$

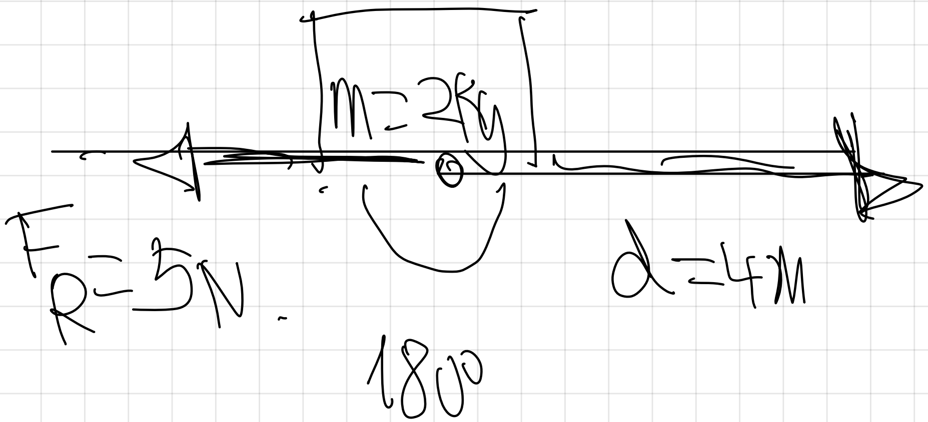
$$W_{menor} = 100N \cdot 4m \cdot 0{,}5$$

$$W_{menor} = 200J$$



$W = F^{\,//P} \cdot d \cdot \cos 90° = 0\,J$

W_{nulo} si la F y d desplazamiento son perpendiculares.



$W = F_R \cdot d \cdot \cos 180° = -1.$

$W = 5N \cdot 4m \cdot (-1)$.

$W = -20J.$

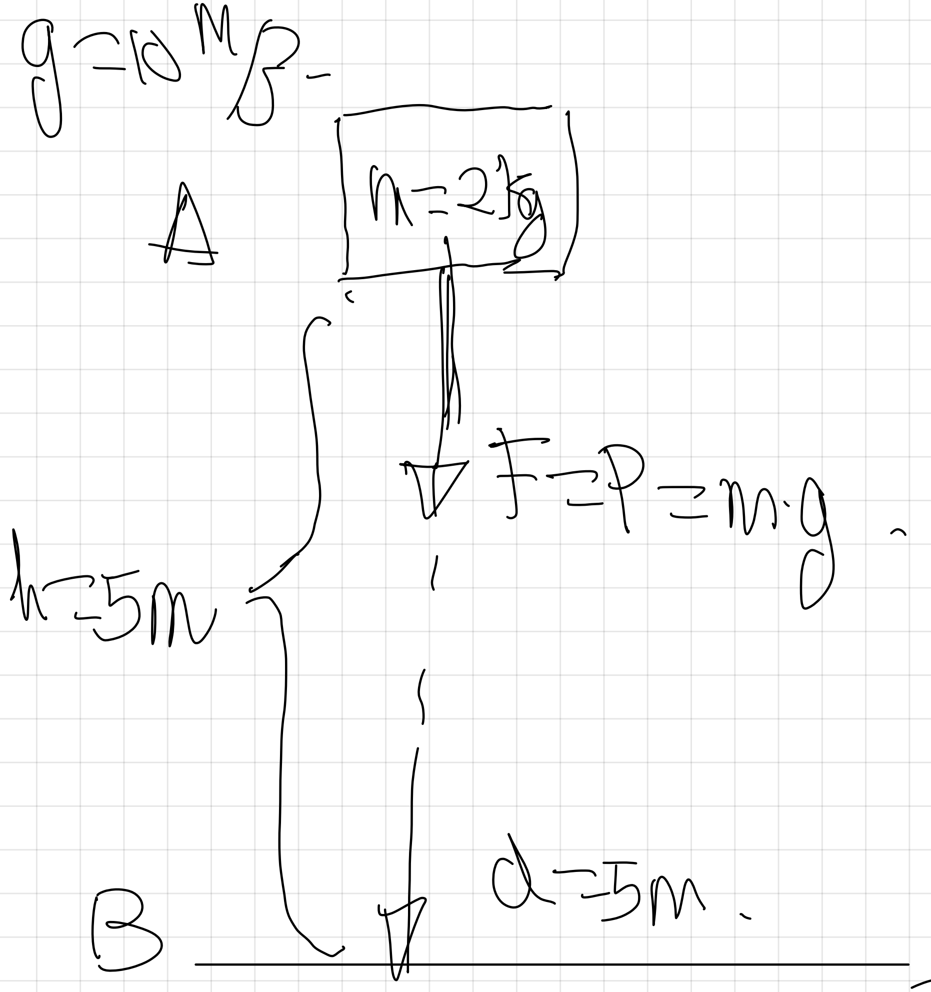
La F_p no sería la responsable del movimiento y proporciona un trabajo resistente.

Campo gravitatorio

$W > 0 \Rightarrow$ el desplazamiento lo realiza la fuerza del campo (F_{gravit}) espontáneamente.

$W < 0 \Rightarrow$ el desplazamiento necesita una fuerza externa al campo

para poder realizarse.
(no es espontáneo por parte de la F gravitat.)



$$\boxed{E_{p_A} = m\cdot g\cdot h = 2\cdot 10\cdot 5 = 100\,J}$$

$$W = F\cdot d\cdot \cos\alpha$$

$$W_{A\to B} = P\cdot h\cdot \cancel{\cos 0^\circ}^{\,1}$$

$$W_{A\to B} = m\cdot g\cdot h = 2\cdot 10\cdot 5 = 100\,J > 0$$

lo realiza el peso.

$$\boxed{E_{p_B} = m\cdot g\cdot \cancel{h}^{\,0} = 0\,J}$$

$$-\Delta E_{p_{A\to B}} = W_{A\to B} = \Delta E_{c_{A\to B}}.$$

$$-\Delta E_{p_{A\to B}} = W_{A\to B} = \Delta E_{c_{A\to B}}.$$

$$-\Delta E_{p_{A\to B}} = \Delta E_{c_{A\to B}}.$$

$$0 = \Delta E_{p_{A\to B}} + \Delta E_{c_{A\to B}}$$

$$0 = \Delta E_m.$$

$$\Delta E_m = 0$$

No varía.

$$\boxed{E_m = cte}$$

Todas las fuerzas centrales son conservativas

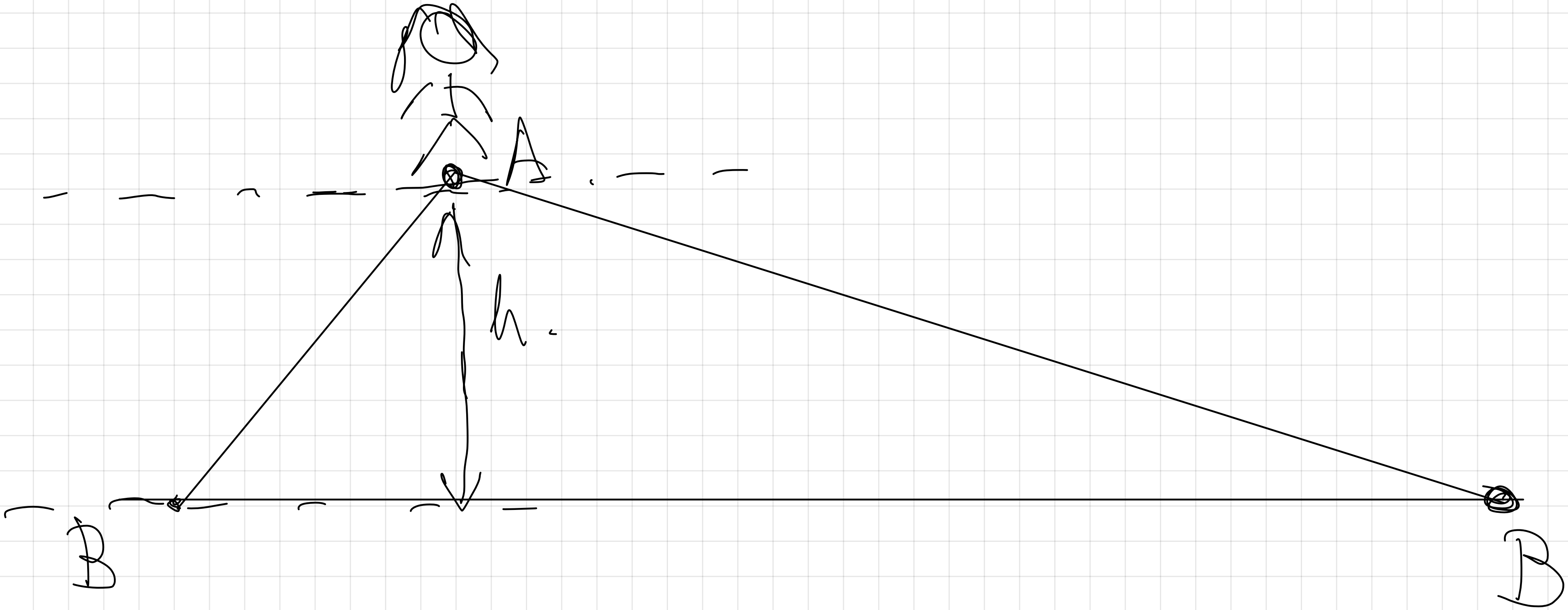
Fuerzas conservativas

- Fuerzas bajo cuya exclusiva acción se conserva la E_m.
- Fuerzas que llevan asociada una magnitud llamada E_p

$F_{gravitatoria} \Rightarrow E_{p\,gravitatoria}$.

$F_{eléctrica} \Rightarrow E_{p\,eléctrica}$.

* Fuerzas que realizan un trabajo que es independiente de la trayectoria seguida (sólo dependen de las posiciones inicial y final, pero no del camino seguido)

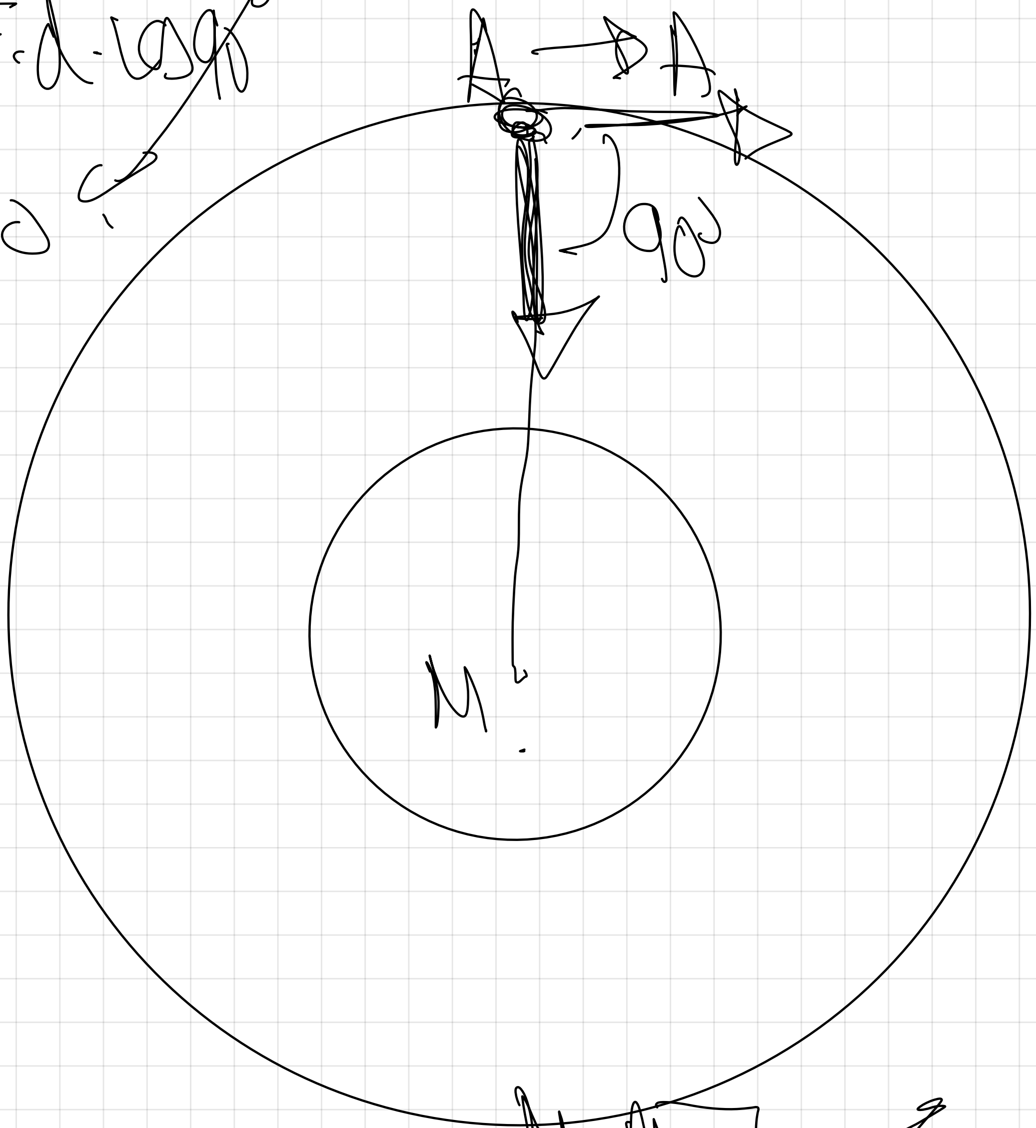


$$\boxed{-\Delta E_{p_{A\to B}}} = W_{A\to B} = \boxed{\Delta E_{c_{A\to B}}}$$

$\Downarrow$

se llega con igual v.

$W = F \cdot d \cdot \cos 90° = 0$



$-\Delta E_{p\,A\to A} = W_{A\to A} = \Delta E_{c\,A\to A} = 0$

$0 = W_{A\to A}$

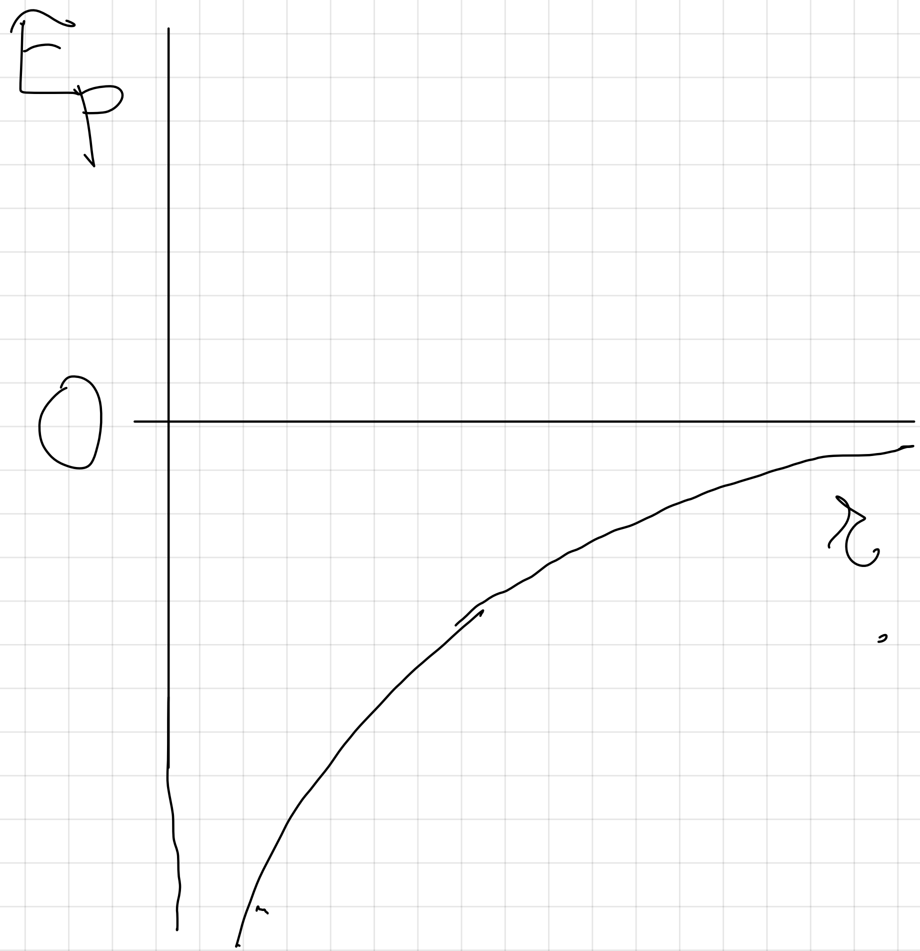
$E_p = -G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2}$

Pag 8.

$E_p = m \cdot g \cdot h$.

$E_p = - G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r}$.

(J)



Magnitudes vectoriales

Fuerza $\vec{F}$

$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ (N en S.I.)

Campo gravitatorio $\vec{g}$

$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow g = \frac{G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{M}{r^2}$

$\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2}$ $\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{g}}$

Magnitudes escalares

E_p

$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ (J en S.I.)

Potencial gravitatorio (V)

$V = \frac{E_p}{m} \Rightarrow V = \frac{-G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r}}{\cancel{m}} = -G \frac{M}{r}$

$\frac{J}{kg}$ $\boxed{E_p = m \cdot V}$

$$g = 10\,\frac{N}{kg}$$

$$F = m \cdot g = 600\,N$$

$$60\,\cancel{kg} \cdot 10\,\frac{N}{\cancel{kg}}$$

$$V = 1000\,\frac{J}{kg}$$

$$E_p = m \cdot V =$$

$$E_p = 60\,\cancel{kg} \cdot \frac{J}{\cancel{kg}}$$

$$E_p = 60000\,J$$

Magnitudes vectoriales	Magnitudes escalares.
$\vec{F}$ (N en S.I)	E_p (J en S.I)
$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$.	$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$.
$\vec{g}$ $\left(\frac{N}{Kg} = \frac{m}{s^2}\right.$ en S.I$\left.\right)$	Potencial gravitatorio V.
$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{M}{r^2}$.	$\left(\frac{J}{Kg}\right.$ en S.I$\left.\right)$
$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$.	$V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r}}{\cancel{m}} \rightarrow -G \frac{M}{r}$
	$E_p = m \cdot V$.

Trabajo.

Fuerza conservativa.

$$W_{A\to B} = -\Delta E_{p_{A\to B}}$$

$$W_{A\to B} = -\left(E_{p_B} - E_{p_A}\right)$$

$$W_{A\to B} = E_{p_A} - E_{p_B}$$

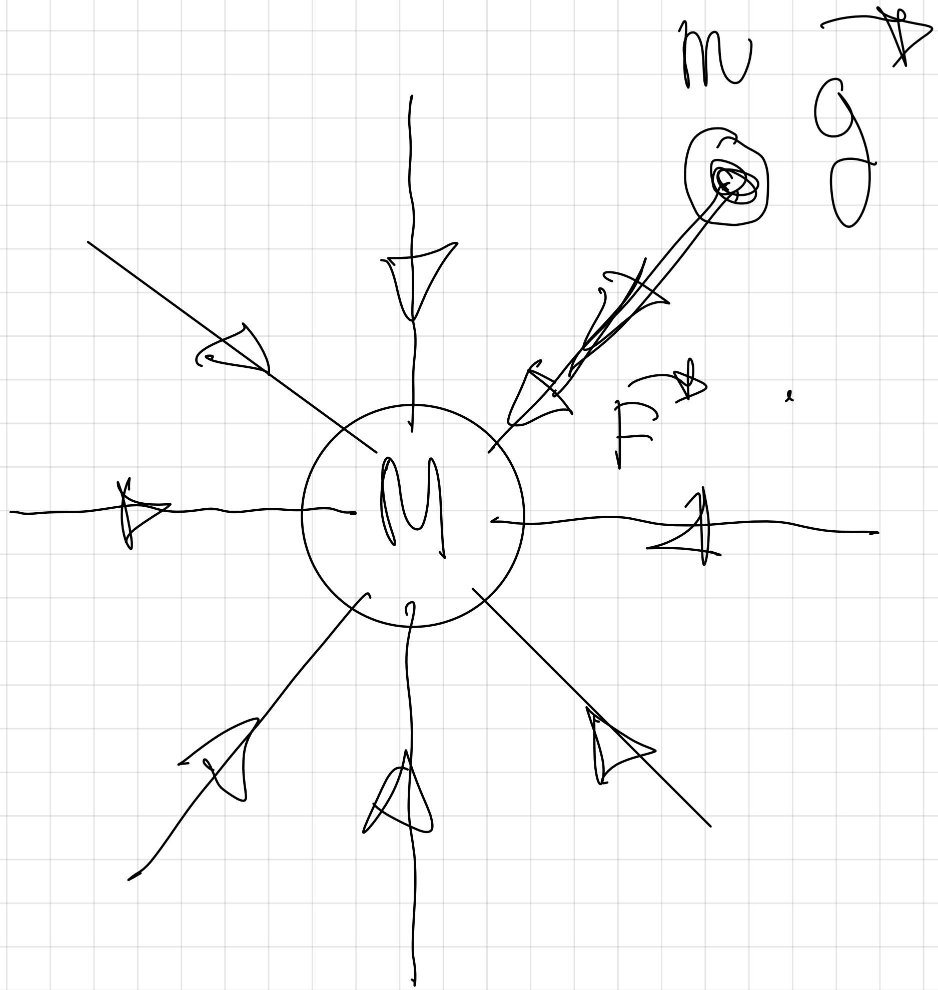
$$W_{A\to B} = m \cdot V_A - m \cdot V_B$$

$$\boxed{W_{A\to B} = m \cdot (V_A - V_B)}$$

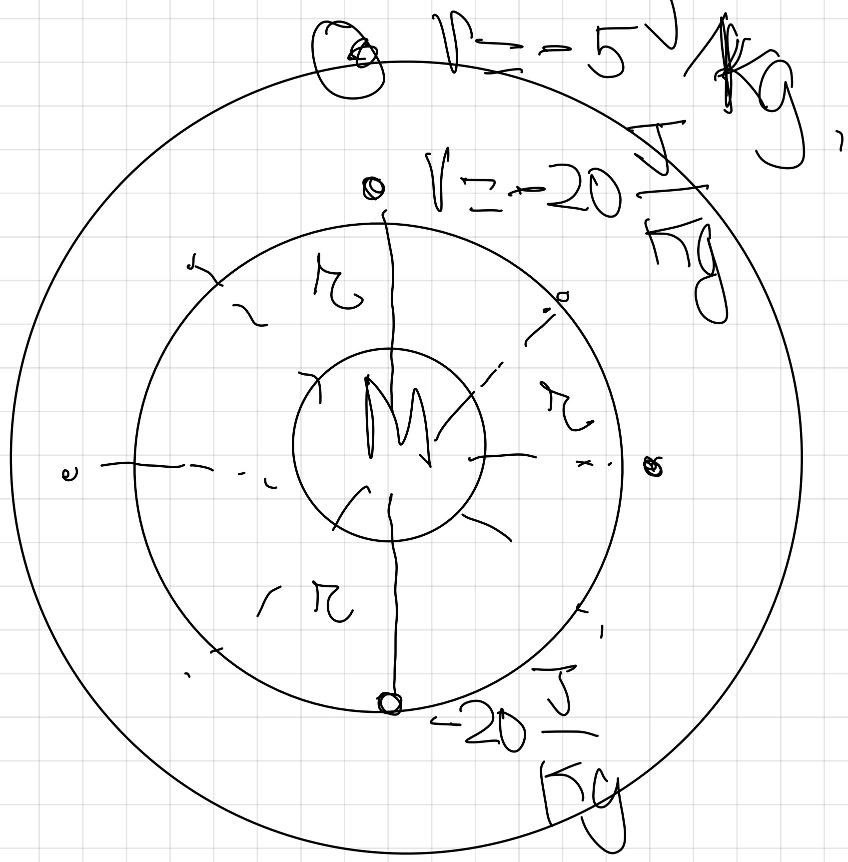
$W > 0$ Espontáneo.

$W < 0$ No espontáneo.

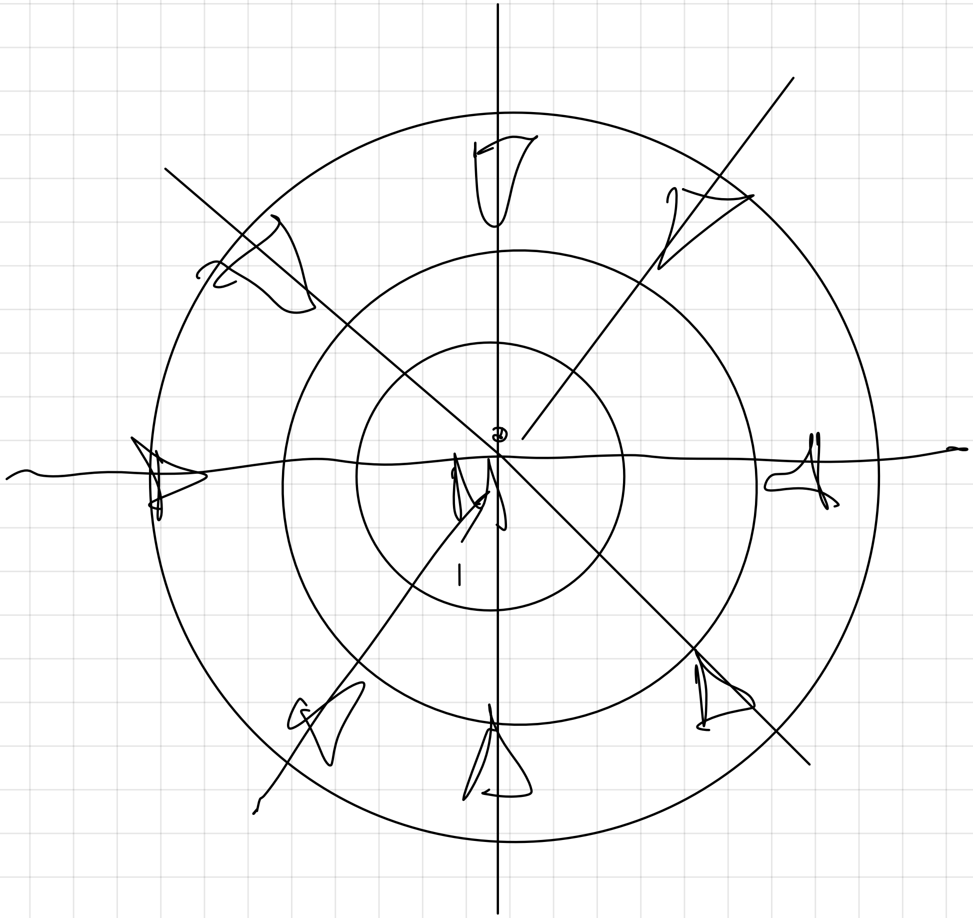
$$E_p = m \cdot V$$



M $E_p = m \cdot V$



$$\boxed{V = -G \cdot \frac{M}{r}}$$



Líneas de campo $\perp$ a las superficies equipotenciales

Principio da superposición.

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i .$$

$$E_p = \sum E_{p_i}$$

$$\vec{g} = \sum \vec{g}_i .$$

$$V = \sum V_i$$

16.- Dos masas puntuales m_1= 9 Kg y m_2= 9 Kg se sitúan en los puntos (0,0) m y (4,0) m.

~~a) Calcular el campo gravitatorio en los puntos (2,0)m y (9,0)m~~

b) Calcular el potencial gravitatorio en los puntos (2,0)m y (2,2)m

c) Calcular la Energía potencial gravitatoria si situamos una masa de $\boxed{2 \cdot 10^{-3}\ Kg}$ en el punto (2,2)m

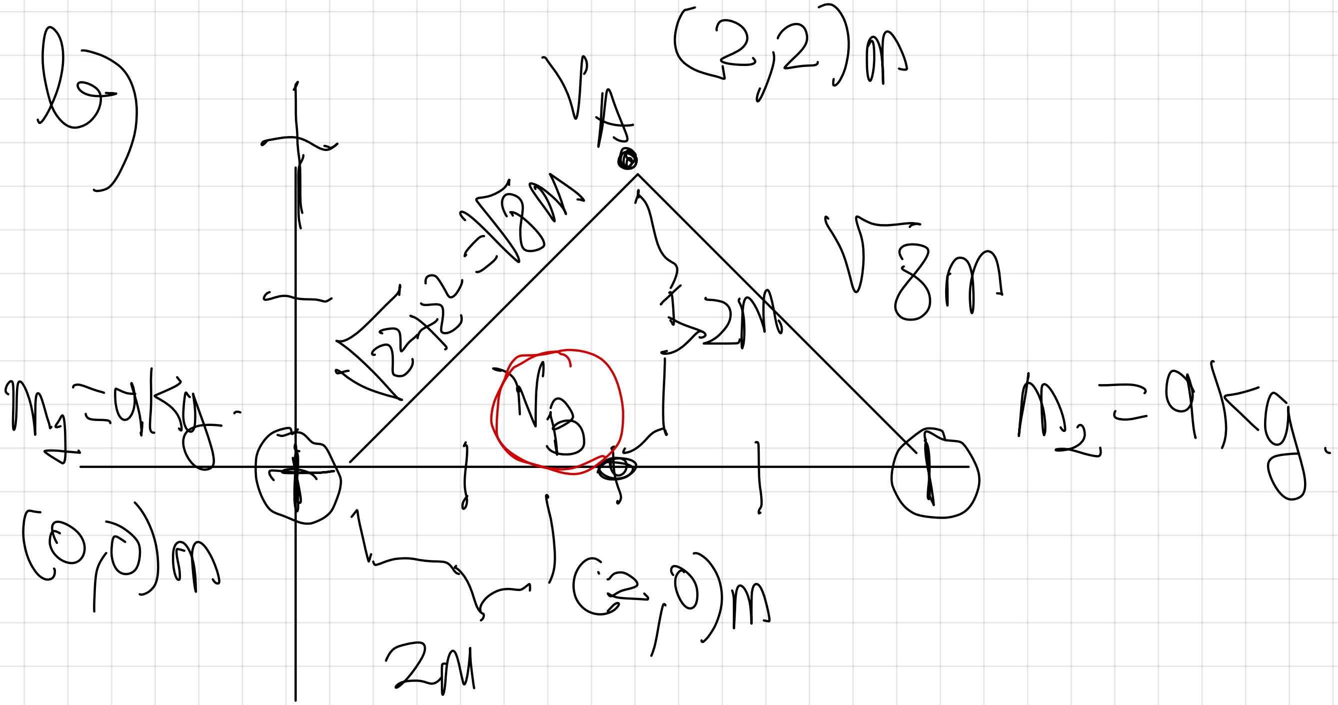
d) Calcular el trabajo realizado al desplazarse la masa $\boxed{m = 2 \cdot 10^{-3}\ Kg}$ desde el punto (2,2)m hasta el punto (2,0)m.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

Pag 27-

17.- Dadas tres masas puntuales de valores m_1=1Kg, m_2=2Kg, m_3=3Kg situadas en los

b)



Principio de superposición-

$V_A = V_1 + V_2$

$\Downarrow$

$$V_A = -G\cdot\frac{m_1}{r_1} + \left(-G\cdot\frac{m_2}{r_2}\right)$$

$$V_A = -6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{9}{\sqrt{8}} - 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{9}{\sqrt{8}}$$

$$\boxed{V_A = -4'24\cdot10^{-10}\ J/kg}$$

Principio de superposición. V_B

$$V_B = V_1 + V_2$$

$$V_B = -G\cdot\frac{m_1}{r_1} + \left(-G\cdot\frac{m_2}{r_2}\right)$$

$$V_B = -G\cdot\frac{M_1}{r_1} - G\cdot\frac{M_2}{r_2}$$

$$V_B = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{9}{2} - 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{9}{2}$$

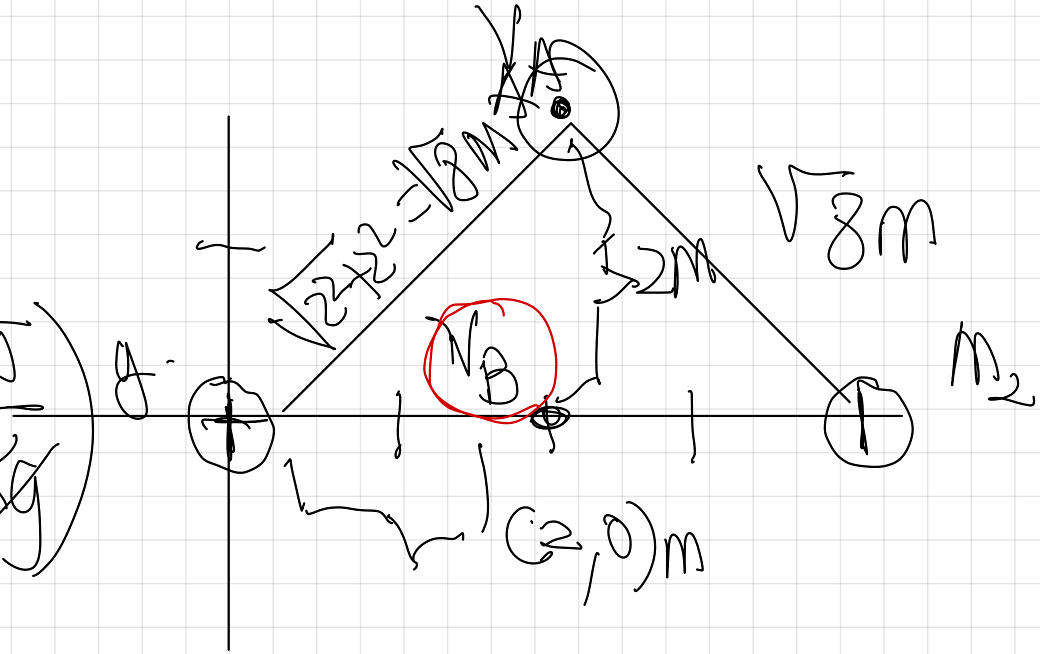
$$V_B = -6\cdot 10^{-10}\ J/kg$$

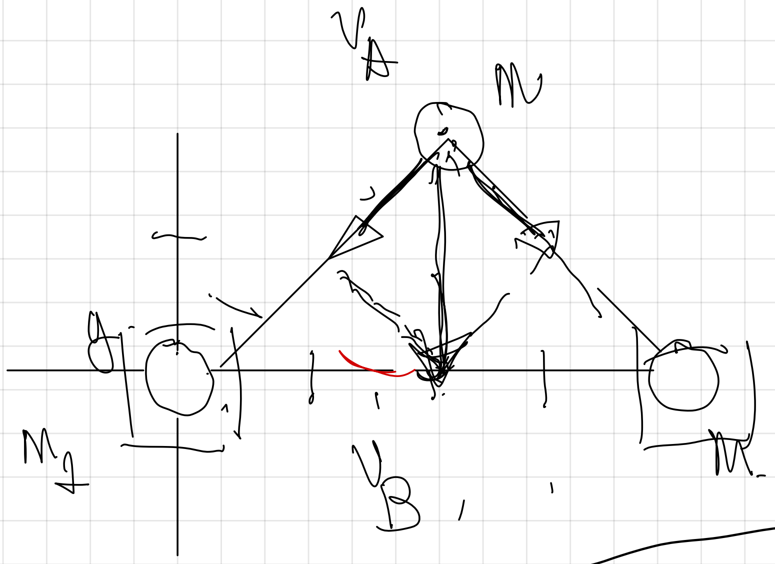
$m = 2\cdot 10^{-3}\ kg$

c) $E_{p_A} = m\cdot V_A$

$E_{p_A} = 2\cdot 10^{-3}\ \cancel{kg}\cdot\left(-4'24\cdot 10^{-10}\ \frac{J}{\cancel{kg}}\right)$

$$E_{PA} = -8'48\cdot 10^{-13}\ J$$





$W_{A\to B} > 0$

$\Downarrow$

Saldrá espontáneo.

$W_{A\to B} = -\Delta E_{p_{A\to B}}$

$W_{A\to B} = -(E_{p_B} - E_{p_A})$

$W_{A\to B} = E_{p_A} - E_{p_B}$

$\boxed{E_p = m \cdot V}$

$W_{A\to B} = m \cdot V_A - m \cdot V_B$

$W_{A\to B} = m \cdot (V_A - V_B)$

$$W_{A\to B} = 2 \cdot 10^{-3}\,Kg \left(-4'24 \cdot 10^{-10}\,\frac{J}{Kg} - \left(-6 \cdot 10^{-10}\,\frac{J}{Kg} \right) \right)$$

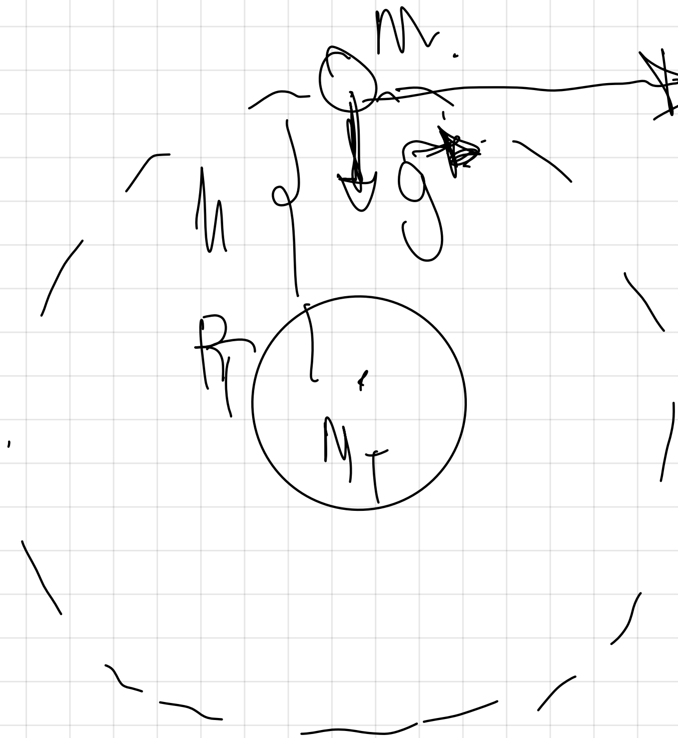
$W_{A\to B} = 3'52 \cdot 10^{-13}\,J > 0$ (espontáneo)

Dudas selectividad gravitatorio (III)

214 (14-R) a) La Estación Espacial Internacional orbita en torno a la Tierra a una distancia de 415 km de su superficie. Calcule el valor del campo gravitatorio que experimenta un astronauta a bordo de la estación.

b) Calcule el periodo orbital de la Estación Espacial Internacional.

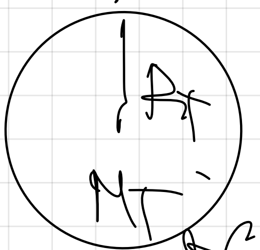
$g = 9{,}8\ m\,s^{-2}$; $R_T = 6370$ km



$$g_h = \frac{G\cdot M_T}{(R_T+h)^2}$$

$g = 9{,}8\ m/s^2$,

$$g_T = \frac{G\cdot M_T}{R_T^2}$$



$$G\cdot M_T = g_T\cdot R_T^2$$

$$g_h = \frac{g_T \cdot R_T^2}{(R_T+h)^2} \Rightarrow g_h = g_T \left(\frac{R_T}{R_T+h}\right)^2$$

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$v_0 = \frac{2\pi (R_T+h)}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_T + h)^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R_T+h)^3}{\boxed{G \cdot M_T}}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R_T+h)^3}{g_T \cdot R_T^2}}$$

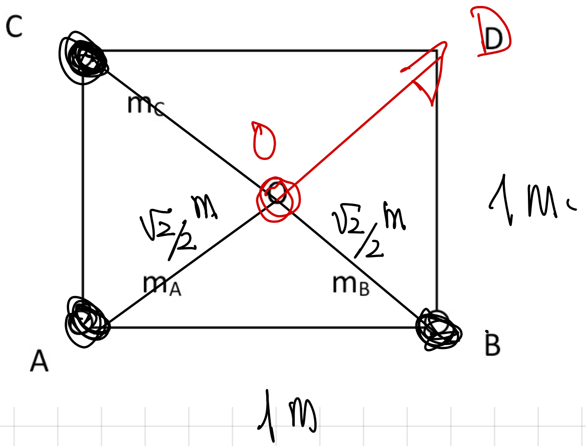
17.- Dadas tres masas puntuales de valores m_a=1Kg , m_b=2Kg, m_c=3Kg situadas en los tres vértices A,B y C de un cuadrado de lado l=1m.

a) Calcular el potencial gravitatorio en el centro del cuadrado O y en el cuarto vértice D.

b) Calcular la Energía potencial gravitatoria de una hipotética masa m= 10^{-4} Kg en caso de que estuviese situada en el punto O y en caso de que estuviese situada en el punto D.

c) Calcular el trabajo necesario para desplazar la masa m= 10^{-4} Kg desde el punto O hasta el punto D.

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}



$V = \frac{E_p}{m} \Rightarrow E_p = m \cdot V$

$V = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ ~~$V =$~~

$\boxed{V = -G \cdot \frac{M}{r}}$

a) Principio de superposición.

$V_O = V_{AO} + V_{BO} + V_{CO}$

$V_O = -G \cdot \frac{m_A}{r_{AO}} + \left(-G \cdot \frac{m_B}{r_{BO}}\right) + \left(-G \cdot \frac{m_C}{r_{CO}}\right)$

$V_O = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}/2} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}/2} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}/2}$

$$V_0 = -5'66 \cdot 10^{-10}\ J/kg.$$

$$V_D = V_{AD} + V_{BD} + V_{CD}.$$

$$V_D = -G\frac{M_A}{r_{AD}} + \left(-G\frac{M_B}{r_{BD}}\right) + \left(-G \cdot \frac{M_C}{r_{CD}}\right)$$

$$V_D = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{1} - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{1}$$

$$V_D = -3'81 \cdot 10^{-10}\ J/kg.$$

b)

$$E_{p_0} = m \cdot V_0 = 10^{-4} \cancel{Kg} \cdot \left(-5'66 \cdot 10^{-10} \frac{J}{\cancel{Kg}}\right) = -5'66 \cdot 10^{-14} J$$

$$E_{p_D} = m \cdot V_D = 10^{-4} \cancel{Kg} \cdot \left(-3'81 \cdot 10^{-10} \frac{J}{\cancel{Kg}}\right) = -3'81 \cdot 10^{-14} J$$

c) $W_{1 \to 2} = m \cdot (V_1 - V_2)$

$$W_{0 \to D} = m \cdot (V_0 - V_D)$$

$$W_{0 \to D} = 10^{-4} Kg \left(-5'66 \cdot 10^{-10} \frac{J}{Kg} - \left(-3'81 \cdot 10^{-10} \frac{J}{Kg}\right)\right)$$

$W_{O \to D} = \ominus 1'85 \cdot 10^{14}$ J

$W_{O \to D} < 0$.

Ese desplazamiento no lo hace espontáneamente la F gravitatoria (no aleja esa masa m de las otras tres).

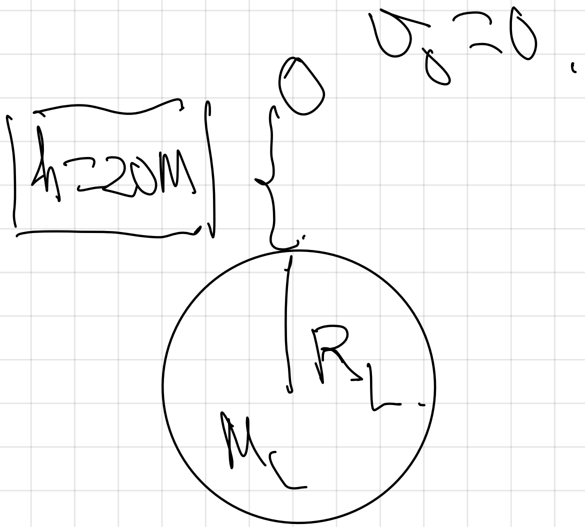
53.- Se deja caer desde 20 m de altura sobre la superficie lunar un cuerpo.

a) Calcular el tiempo que tardará en tocar el suelo

b) Si desde el suelo volvemos a lanzar el cuerpo con una velocidad de 5 m/s, calcular la altura máxima que alcanzará, así como el tiempo que tardará en alcanzar dicha altura máxima.

$M_L = 7,36 \cdot 10^{22}$ Kg $R_L = 1740$ Km $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m$^2 \cdot$ Kg^{-2}

a) El tiempo solo podemos calcularlo por cinemática



MRUA

$v = v_0 + a t \Rightarrow$

$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow$

$v^2 = v_0^2 + 2aS \Rightarrow$

CAÍDA LIBRE.

$v = v_0 + g \cdot t$

$\boxed{h = v_0 t + \frac{1}{2} g_L t^2}$

$v^2 = v_0^2 + 2 g_L \cdot h$

$g_L = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$

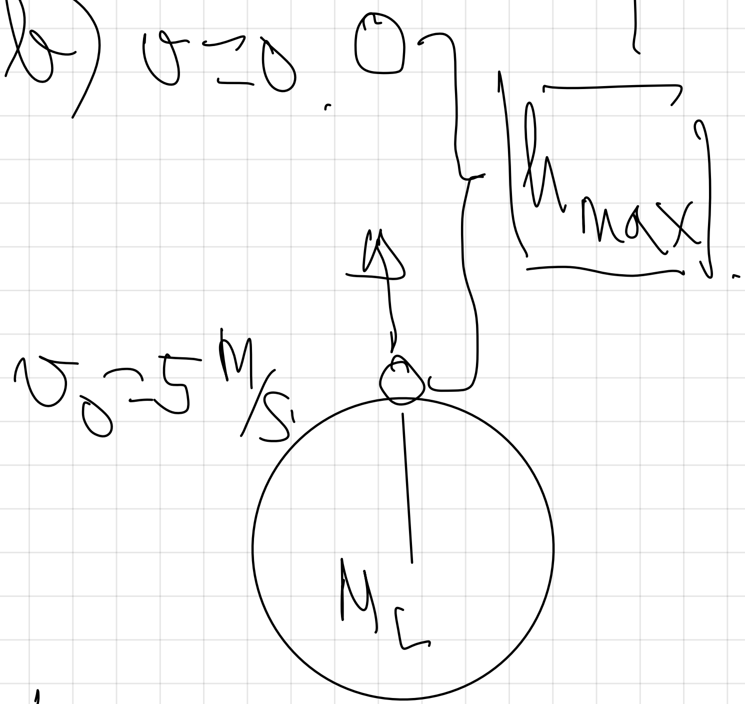
$\boxed{g_L = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7'36 \cdot 10^{22}}{(1'74 \cdot 10^6)^2} = 1'62 \, m/s^2}$

$h = \cancel{v_0} \cdot t + \frac{1}{2} g_L t^2$

$2h = g_L \cdot t^2$

$t = \sqrt{\frac{2h}{g_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{1'62}} = 4'97 s$

b)



La h_{max} se puede calcular por cinemática o por energía (preferentemente esta última)

$$v^2 = v_0^2 - 2g_L \cdot h_{max}$$

$$0^2 = v_0^2 - 2g_L \cdot h_{max}$$

$$2g_L \cdot h_{max} = v_0^2$$

ASCENSO

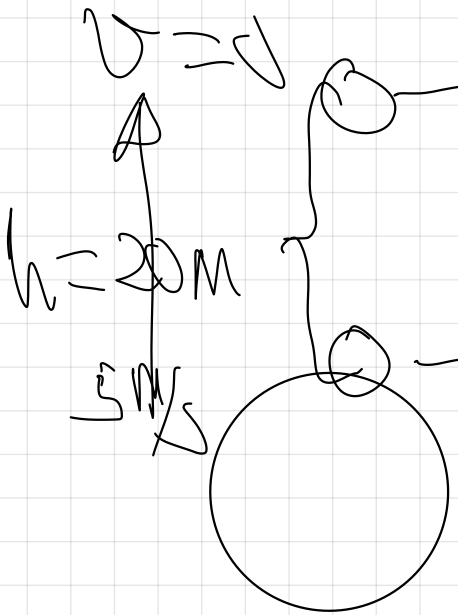
$$v = v_0 - g_L \cdot t$$

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g_L \cdot t^2$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 - 2g_L \cdot h}$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2 g_L} = \frac{5^2}{2\cdot 1'62} = 7'71 \text{ m}$$

Por conservación de la energía.



$$E_{p_h} = m\cdot g_L \cdot h_{max} \qquad E_{c_h} = \frac{1}{2} m \cancel{v^2}^{\,0}$$

$$E_{p_L} = m\cdot g_L \cdot \cancel{h}^{\,0} \ , \quad E_{c_L} = \frac{1}{2} m\cdot v_0^2$$

$$\cancel{E_{p_L}}^{\,0} + E_{c_L} = E_{p_h} + \cancel{E_{c_h}}^{\,0}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_0^2 = \cancel{m}\cdot g_L \cdot h_{max}$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g_L} = \frac{5^2}{2\cdot 1'62} = 7'71\ m$$

El tiempo en alcanzar h_{max} sale por cinemática.

$$\cancel{v}^{0} = v_0 - g_L\cdot t$$

$$g_L\cdot t = v_0$$

$$t = \frac{v_0}{g_L} = \frac{5}{1'62} = 3'08\ s$$

71.- Un astronauta aterriza sobre un planeta de radio $0{,}71R_T$ y mide la gravedad, que resulta ser de 6,32 m/s^2

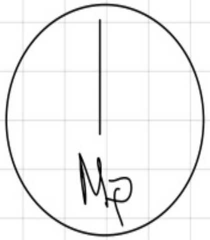
a) Expresa la relación entre la masa del planeta y la masa de la Tierra

b) Si en la Tierra, y cargando con el mismo equipo que en el planeta, el astronauta alcanzaba una altura de 20 cm al saltar verticalmente hacia arriba, ¿Qué altura alcanzará en dicho planeta?

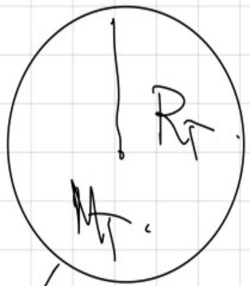
$g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$

$\boxed{g_P = 6'32\ m/s^2}$ $\boxed{g_T = 9'8\ \frac{m}{s^2}}$

a)



$R = 0'71 R_T$



$$g_P = G \cdot \frac{M_P}{(0'71R_T)^2} \qquad g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

b)

0 $E_{c_{h_T}} = 0$, $E_{p_{h_T}}$, h_P. 0 $E_{p_{h_P}}$. $E_{c_{h_P}} = 0$,

$h_T = 20\,m$

$g_T = 9'8\ \frac{m}{s^2}$ 0 E_{p_T} / E_c

$g_P = 6'32\ m/s^2$, E_{p_P} / E_c.

Conservación de la E.

$$E_{p_T} + E_c = E_{p_{h_T}} + E_{c_{h_T}}$$

$$0 + E_c = m \cdot g_T \cdot h_T + 0$$

$$E_{p_P} + E_c = E_{p_{h_P}} + E_{c_{h_P}}$$

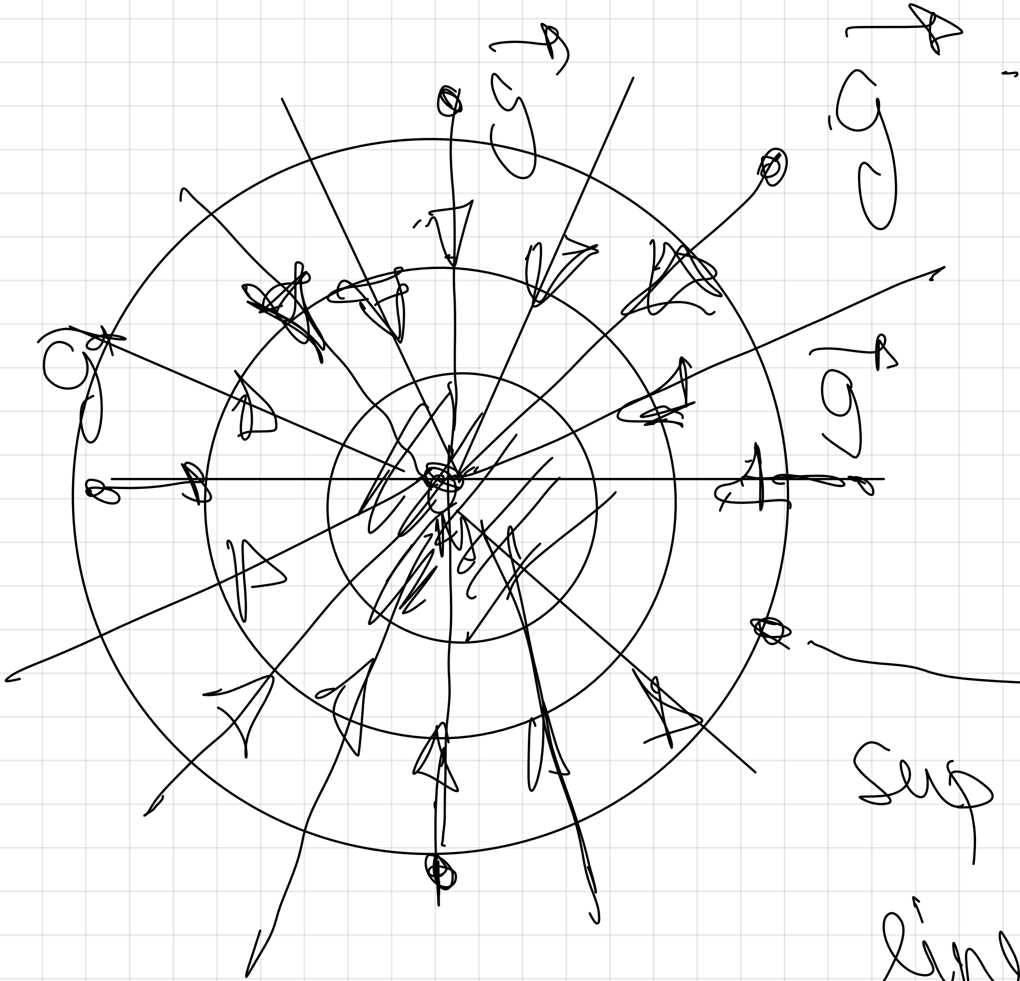
$$0 + E_c = m \cdot g_P \cdot h_P + 0,$$

$$\cancel{m} \cdot g_T \cdot h_T = \cancel{m} \cdot g_P \cdot h_P \; ?$$

$$\frac{g_T \cdot h_T}{g_P} = h_P$$

$$h_P = \frac{g_T}{g_P} \cdot h_T = \frac{9'8\ \cancel{m/s^2}}{6'32\ \cancel{m/s^2}} \cdot 20\ cm = 31\ cm$$

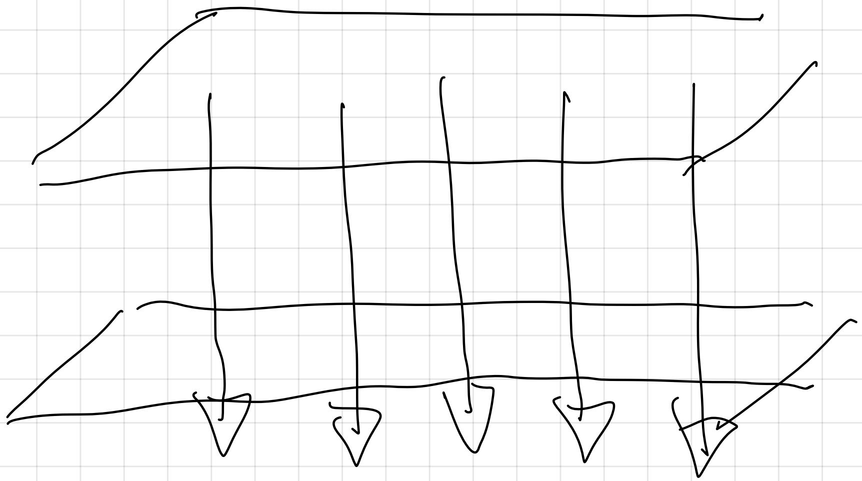
$$\boxed{0'31\ m}$$



$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$

$V = -G \cdot \frac{M}{r}$

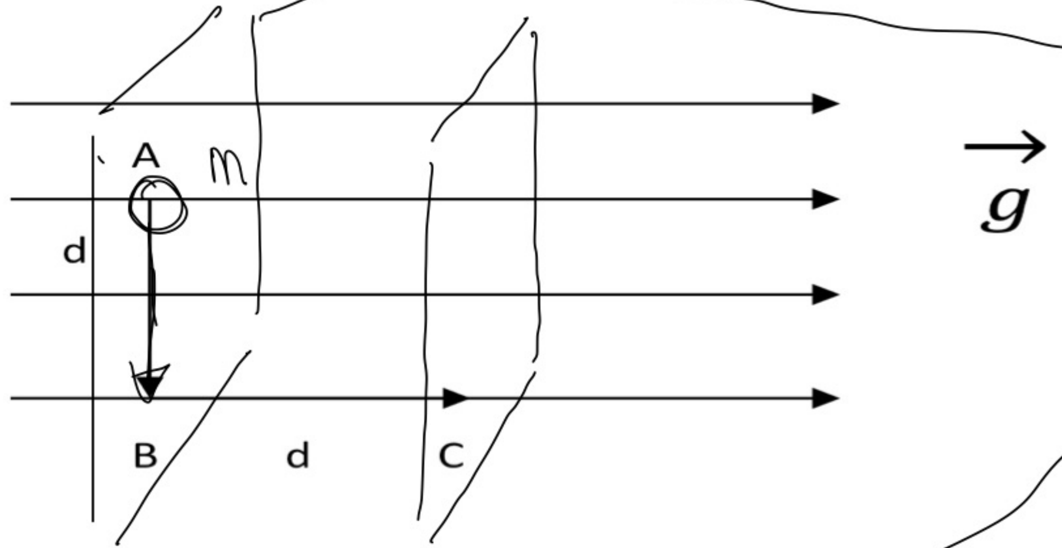
sup equipotenciales $\perp$ a las líneas de campo.



$\vec{g}$ = cte siempre que tengamos líneas de campo paralelas.

Pag 26.

14.- En una región del espacio existe un hipotético campo gravitatorio uniforme de intensidad g, representado en la figura por sus líneas de campo.



Superficie equipotencial.

$\boxed{V_A = V_B}$

a) ¿Qué trabajo se realizará para trasladar una masa m desde el punto A hasta el punto B?. ¿Cómo varía la energía potencial?

$\boxed{V_A = V_B}$

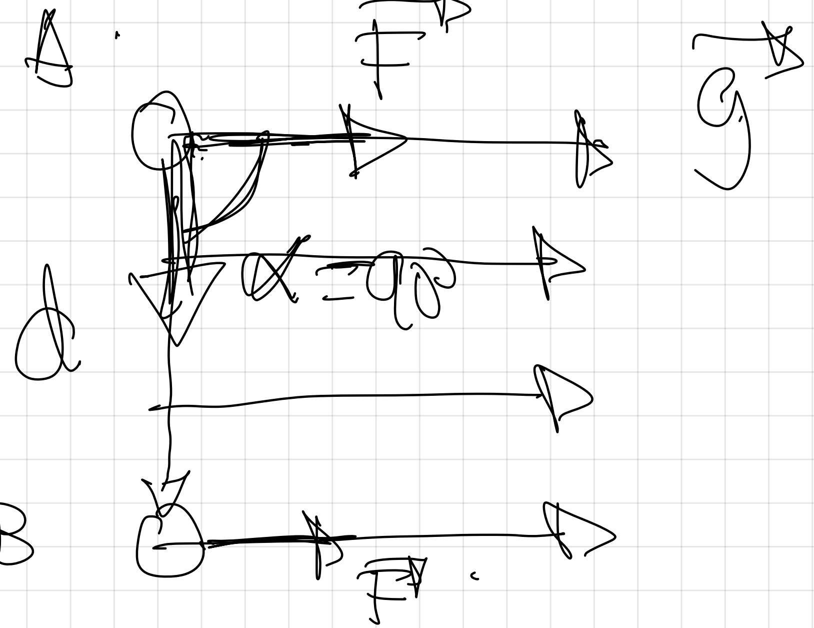
$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$

$$\boxed{W_{A\to B} = 0}$$

otra forma de verla

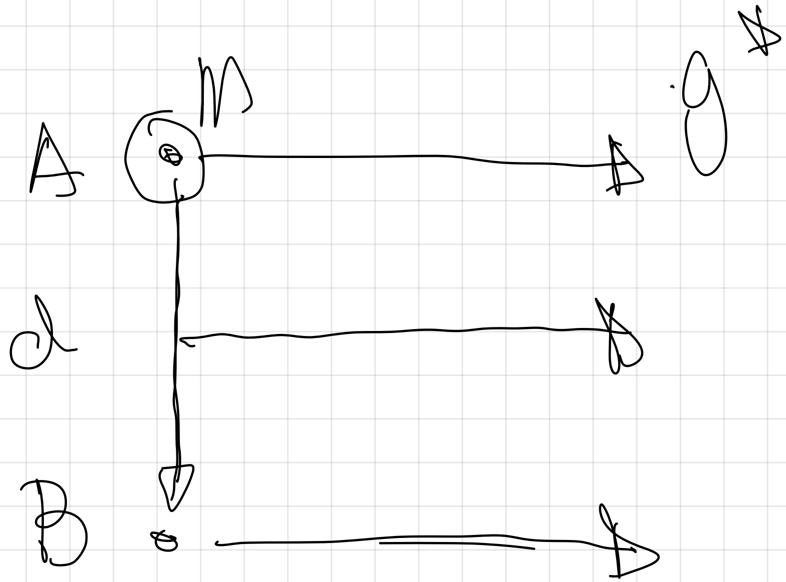
$$\vec F = m \cdot \vec g$$

cte cte



$$\boxed{\vec g = cte}$$

$$\boxed{W_{A\to B} = F \cdot d \cdot \cos 90° = 0}$$



, $W_{A \to B} = 0$.

En cualquier fuerza conservativa se cumple que

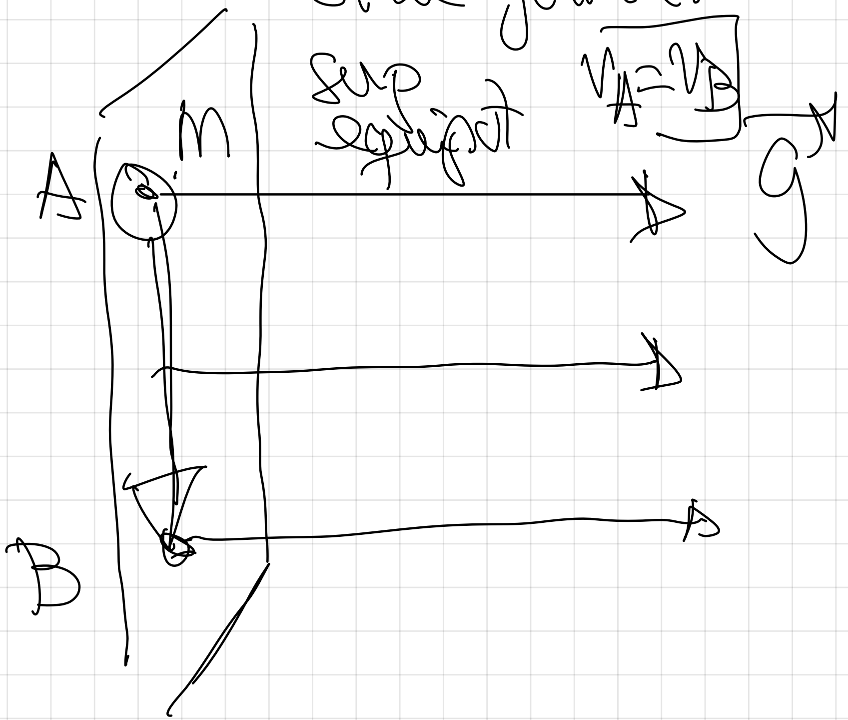
$$W_{A \to B} = -\Delta E_{P_{A \to B}}.$$

$$0 = -\Delta E_{P_{A \to B}}$$

$$\Delta E_{P_{A \to B}} = 0.$$

↳ ΔE_p se mantiene cte, no varía.

otra forma.



Otra forma de verlo:

$$E_p = m \cdot V$$

$$E_{p_A} = m \cdot V_A$$

$$E_{p_B} = m \cdot V_B$$

$V_A = V_B$

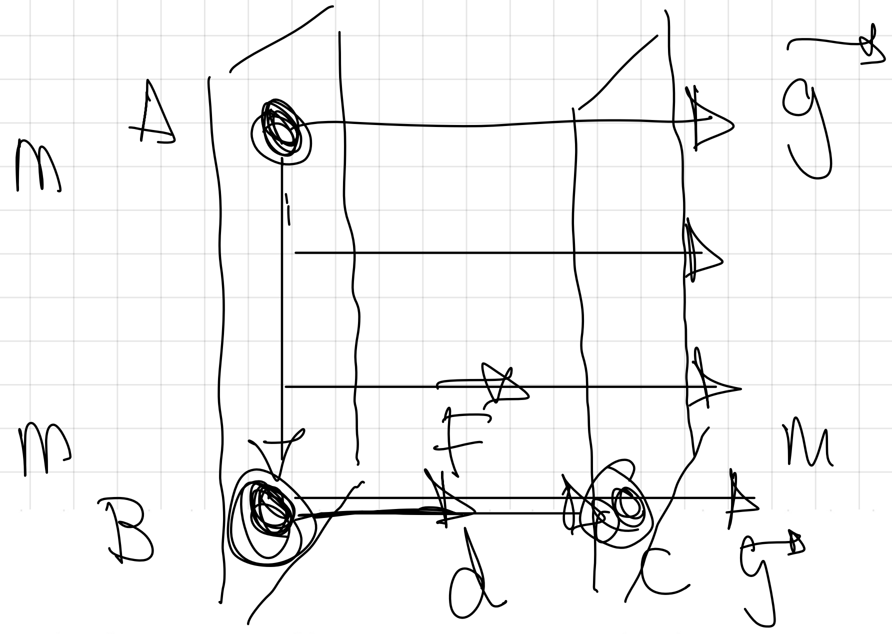
$\Downarrow$

$E_{p_A} = E_{p_B}$

$\Downarrow$

No varía

b)



$W_{B \to C} > 0$ Espontáneo,

$\Downarrow$

Se desplaza en la misma dirección y sentido que $\vec{g}$.

b) ¿Qué trabajo se realizará para trasladar una masa m desde el punto B hasta el punto C?. ¿Aumentará o disminuirá su Energía potencial gravitatoria?.

c) ¿Qué trabajo se realizará para llevar la masa m desde C hasta A?, ¿cómo varía su energía potencial?

cte, $\rightarrow$ ($\vec{g}$ = cte)

$$W_{B \to C} = F \cdot d \cdot \cancel{\cos 0^\circ} \rightarrow 1 .$$

$$W_{B \to C} = m \cdot g \cdot d .$$

$W_{B \to C} > 0$.

$\Downarrow$

Espontáneo.

En cualquier F conservativa. $\longrightarrow$ $W_{B \to C} = -\Delta E_{p_{B \to C}}$.

$$m \cdot g \cdot d = -\Delta E_{p_{B \to C}}.$$

$$\Delta E_{p_{B \to C}} = -m \cdot g \cdot d.$$

$$E_{p_C} - E_{p_B} < 0.$$

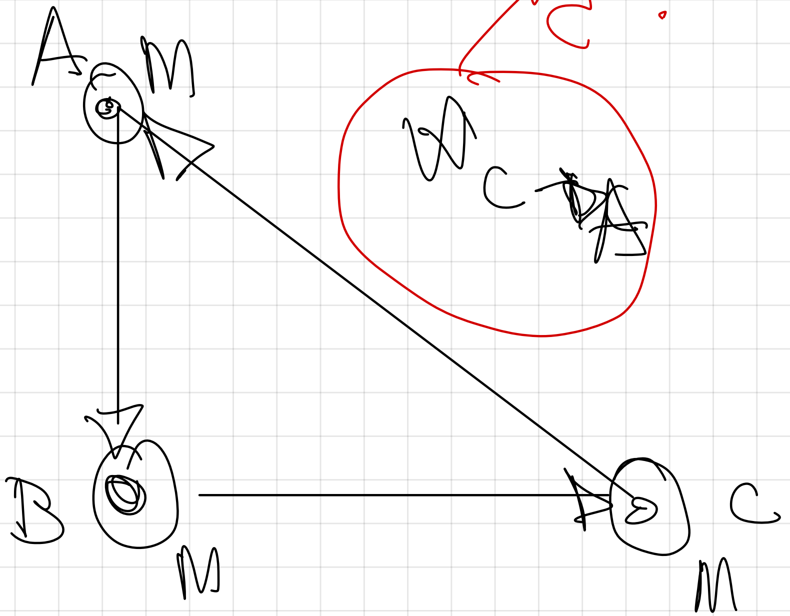
$$E_{p_B} > E_{p_C}.$$

$$\Downarrow$$

La E_p disminuye.

c)

$W_{A \to B} = 0.$



$W_{C \to A}$ ¿?

Si la F es conservativa en una trayectoria cerrada:

$$\boxed{W_{A \to A} = 0}$$

$$\boxed{W_{A \to A} = m(V_A - V_A) = 0.}$$

$W_{B \to C} = m \cdot g \cdot d.$

$W_{A \to A} = 0,$

¿?

$W_{A \to B} + W_{BC} + W_{C \to A} = 0.$

$0 + m \cdot g \cdot d + W_{C \to A} = 0.$

$W_{C \to DA} = -m \cdot g \cdot d \rightarrow$ trabajo no espontáneo.

F conservativa. $W_{C \to DA} = -\Delta E_{P_{C \to DA}}$

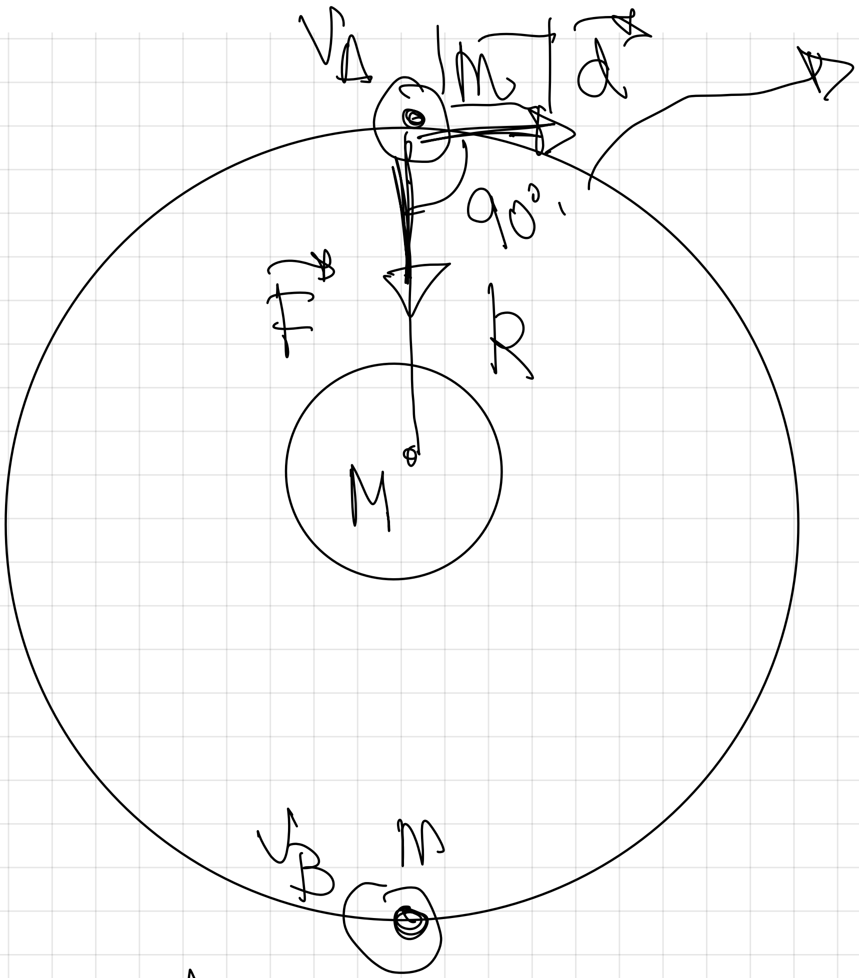
$-m \cdot g \cdot d = -\Delta E_{P_{C \to DA}}$

$\Delta E_{P_{C \to DA}} = m \cdot g \cdot d$

La Ep aumenta $\leftarrow$ $\Delta E_{P_{C \to DA}} > 0$

explicar $\vec{F}$.

66.-a) Explique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza que actúa sobre una de las dos masas puntuales al describir media órbita circular de radio R alrededor de la otra?, ¿Y si se desplazara desde esa distancia R hasta el infinito?. Razone las respuestas.



Superficie equipotencial.

$$V = -G\cdot\frac{M}{R}. \qquad \boxed{V_A = V_B}$$

$$W_{A\to B} = m\cdot(V_A - V_B) = 0$$

$$\boxed{(V_A = V_B)}$$

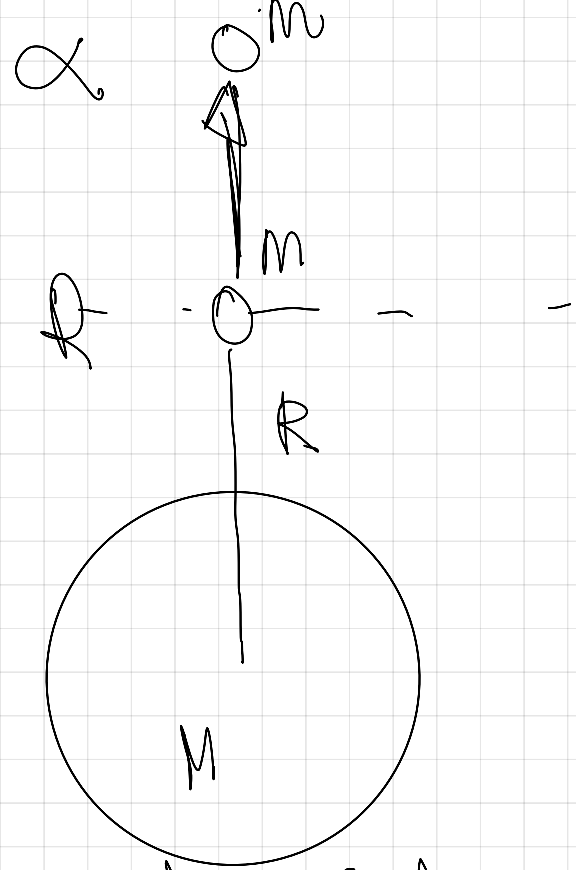
Otra forma.

$$W_{A\to B} = F \cdot d \cdot \cos\alpha$$

$$W_{A\to B} = F \cdot d \cdot \cancel{\cos 90^\circ}^{\,0} = 0$$

Fuerza y desplazamiento son $\perp$ entre sí.

b)



c?

$$W_{R\to\infty} = -\Delta E_{p_{R\to\infty}}$$

$$W_{R\to\infty} = -\left(E_{p_\infty} - E_{p_R}\right)$$

$$W_{R\to\infty} = -\left(0 - E_{p_R}\right)$$

$$W_{R\to\infty} = E_{p_R}$$

$$\boxed{W_{R\to\infty}} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

otra definición de E_p es la de ser el trabajo

de la fuerza gravitatoria
el trabajo W desde
ese punto al ∞.

ESTRUCTURA DEL EXAMEN.

1
- a) Cuestión — 1p
- b) Ejercicio — 1,5p

2
- a) Cuestión — 1p
- b) Ejercicio — 1,5p

3
- a) Cuestión — 1p
- b) Ejercicio — 1,5p

4
- a) Cuestión — 1p
- b) Ejercicio — 1,5p

TIEMPO.

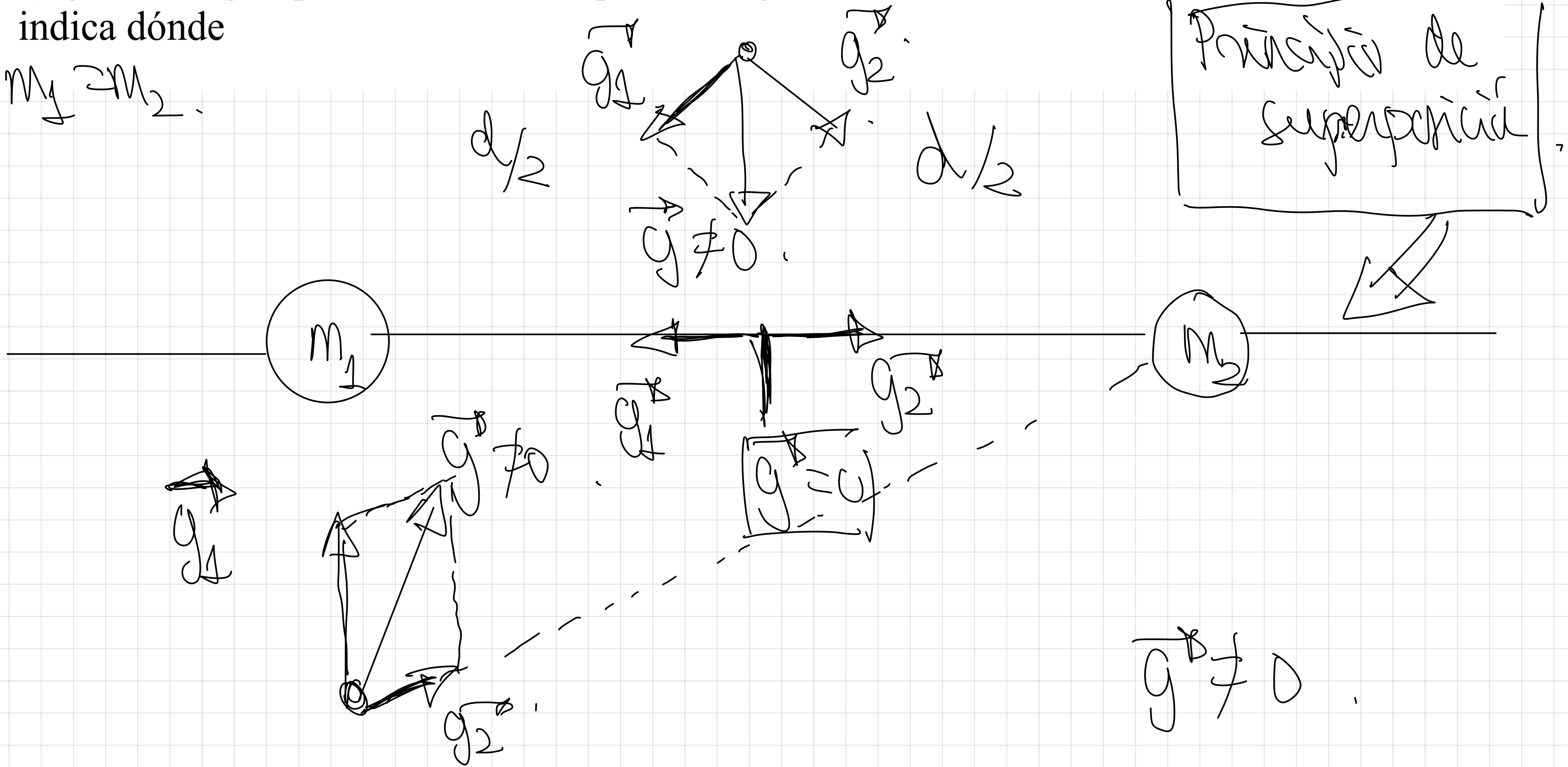
90'

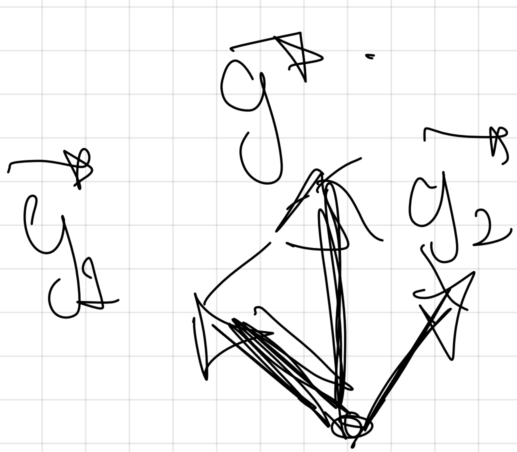
Pag 28

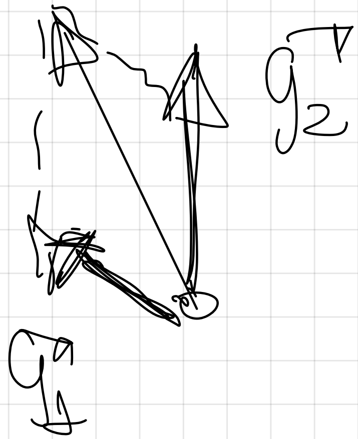
24.- Si tenemos dos masas puntuales y de igual valor separadas por una distancia d

a)¿Existe algún punto en donde el campo gravitatorio sea nulo?. En caso afirmativo, indica dónde

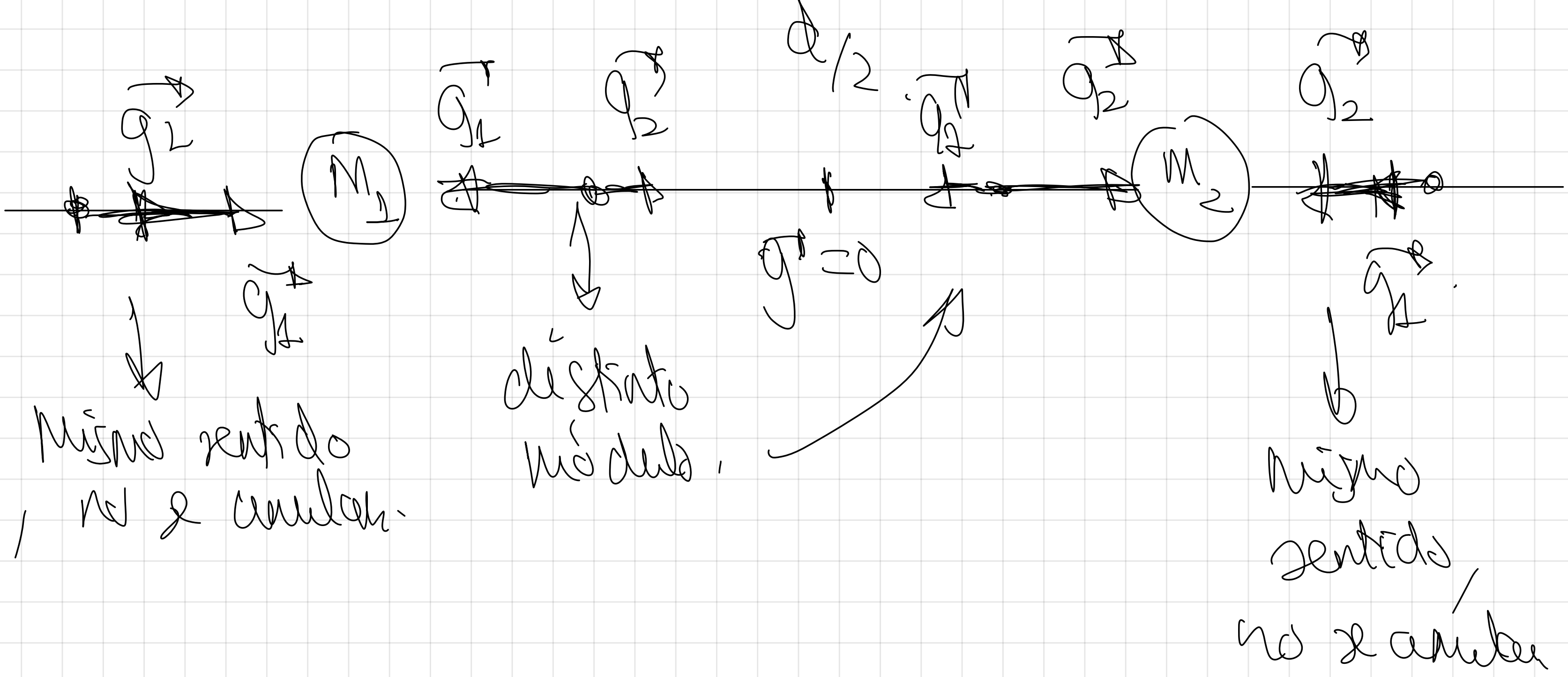
b) ¿Existe algún punto en donde el potencial gravitatorio sea nulo?. En caso afirmativo, indica dónde





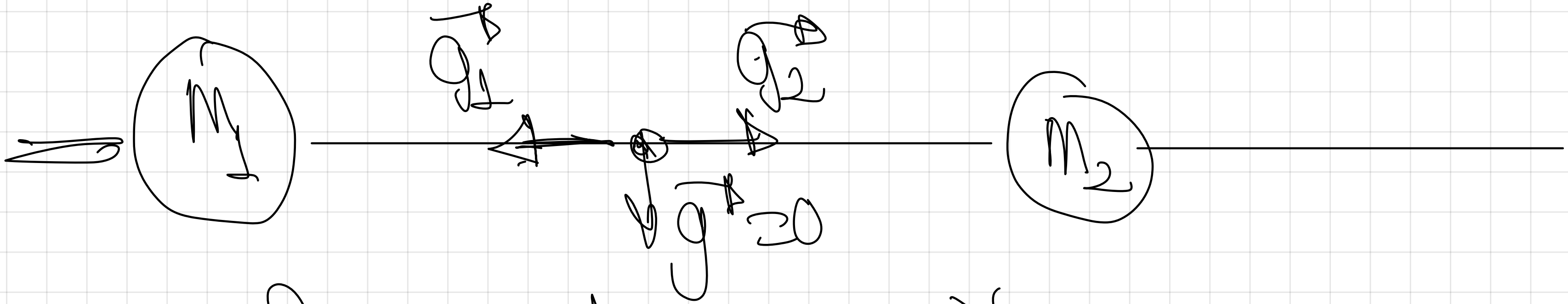


Fuera de la recta que contiene a M_1 y a M_2 $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ no poseen la misma dirección, luego no se anulan.



b)

$M_1 = M_2$.



Potencial gravitatorio (escalar) $\Rightarrow$ Principio de superposición.

$$V = V_1 + V_2 = -G \cdot \frac{M_1}{r_1} + \left(-G \frac{M_2}{r_2}\right) \Rightarrow \text{Negativo}$$

$\Rightarrow$ magnitud escalar.

El potencial gravitatorio será según principio de superposición la suma de potenciales negativos (que no se anularán) (excepto en el ∞ donde por definición es nulo)

43 - Una partícula de masa m se mueve desde un punto A hasta un punto B bajo la acción de un campo gravitatorio creado por una masa M, hacia la que se acerca

a) Indicar cuál de los dos puntos estará a un menor potencial gravitatorio

b) Indicar cómo variarán sus energías potencial, cinética y mecánica al pasar desde A hasta B

Otra forma

La fuerza gravitatoria

$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$

$V_A > V_B$

espontáneamente acerca a las menores.

$W_{A \to B} > 0$,

$W_{A \to B} = m \cdot \underbrace{(V_A - V_B)}_{} > 0$

$V_A > V_B$ → B a menor potencial gravitatorio.

B está a menor potencial gravitatorio.

$V_A > V_B$

En cualquier fuerza conservativa.

$$W_{A\to B} = -\Delta E_{p_{A\to B}}$$

$$\downarrow$$

$$0$$

$$-\Delta E_{p_{A\to B}} > 0.$$

$$-(E_{p_B} - E_{p_A}) > 0$$

$$E_{p_A} - E_{p_B} > 0$$

$$\downarrow E_p = -G\frac{M\cdot m}{r\uparrow}$$

$$\downarrow$$

Al acercarse m

$\downarrow E_p$.

$$E_{p_A} > E_B.$$

$E_{pA} > E_{pB}$

La $E_p \downarrow$, esa disminución de E_p para a incrementar la E_c, la E_m se mantiene cte (solo actúa una fuerza conservativa que es la gravitatoria)

36.- Se lanza un cohete desde la superficie de la Tierra tal que escapa a la atracción gravitatoria terrestre.

a) Realizar un análisis energético de dicho proceso

b)¿Dependerá la energía cinética que es preciso comunicar al cohete del origen de energía potencial tomado?

∞ —

$\boxed{0\ J}$

$E_{p_\infty} = 0.$

$E_{c_\infty} = 0.$

$\boxed{0\ J}$

$\boxed{-100J}$

$E_{p_T} = -G\,\dfrac{M_T \cdot m}{R_T}$ /

$E_{c_T} = \dfrac{1}{2} m v_e^2$.

$\boxed{100J}$

$E_p \uparrow$, $E_c \downarrow$, $E_m = ct.$

100 J

b)

0 J. 0

$E_{p\infty} = 0$

$E_{c\infty} = 0.$

−100 J 0

$E_{pT} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$

E_{cT}.

37. ¿Qué ocurriría <u>en la realidad</u> si lanzamos un cohete desde la Tierra con una velocidad igual a la velocidad de escape?

$\cancel{E_{p_T} = 0\,J}$

$E_c = 0.$

$20\,J.$

$E_p = -20\,J$

$E_{p_T} = -100\,J.$

$E_c = \cancel{100\,J}$

$80\,J.$

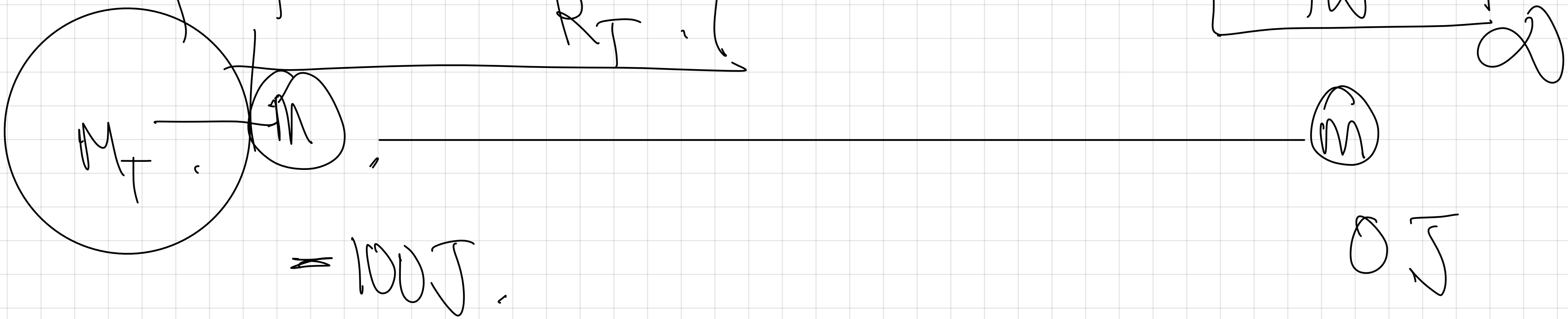
15.- Si hipotéticamente colocásemos el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m en la superficie de la Tierra, ¿Cuál sería el valor de la energía potencial gravitatoria de la partícula cuando ésta se encontrase a una distancia infinita de la Tierra?.

SITUACIÓN HABITUAL.

(por convenio)

$$\boxed{E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}}$$

$$\boxed{E_{p_\infty} = 0}$$



0

$$\boxed{E_p = + G \frac{M_T \cdot M}{R_T}}$$

Las diferencias de E_p se mantienen.

Situación habitual. $\Rightarrow$ $E_{p_N} - E_{p_T} = 0 - \left(- G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}\right)$

$$\left| E_{p_N} - E_{p_T} \right| = + G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}.$$

Nueva $\Rightarrow$ $E_{p_N}' - E_{p_T}' = + G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}.$

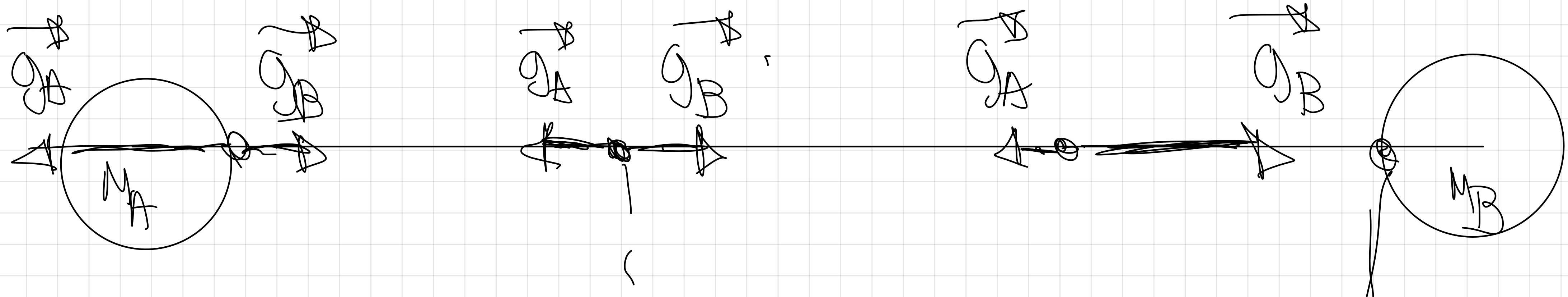
situación

$$E'_{p\infty} - 0 = +G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$E'_{p\infty} = +G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

45.- Si tenemos una masa M_A=300 Kg en (0,0) m y otra masa M_B=400 Kg en (4,0) m
a) Describir cualitativamente la variación que experimentará el campo gravitatorio al pasar de M_A a M_b

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$



$|\vec{g}| = |\vec{g}_A| - |\vec{g}_B|$

disminuye hasta hacerse cero

$\vec{g} = 0$

$|\vec{g}| = |\vec{g}_B| - |\vec{g}_A|$

aumenta hasta hacerse máximo

22.- La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

a) Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

b) Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa m podría estar en equilibrio en un punto alineado con los centros de la Tierra y de la Luna, a una distancia del centro de la Tierra de $3{,}4 \cdot 10^8$ m.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

22 a)

Esa r que es la distancia centro-centro es la que nos piden calcular

$F_g = F_n \Rightarrow$ Ya que la Luna orbita en torno a la Tierra

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M_L}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_L} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}} \longrightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3 \Rightarrow r^3 = \underbrace{\boxed{\frac{G \cdot M_T}{4\pi^2}}}_{cte} \cdot T^2$$

Inciso: Con esto demostramos la 3ª ley de Kepler

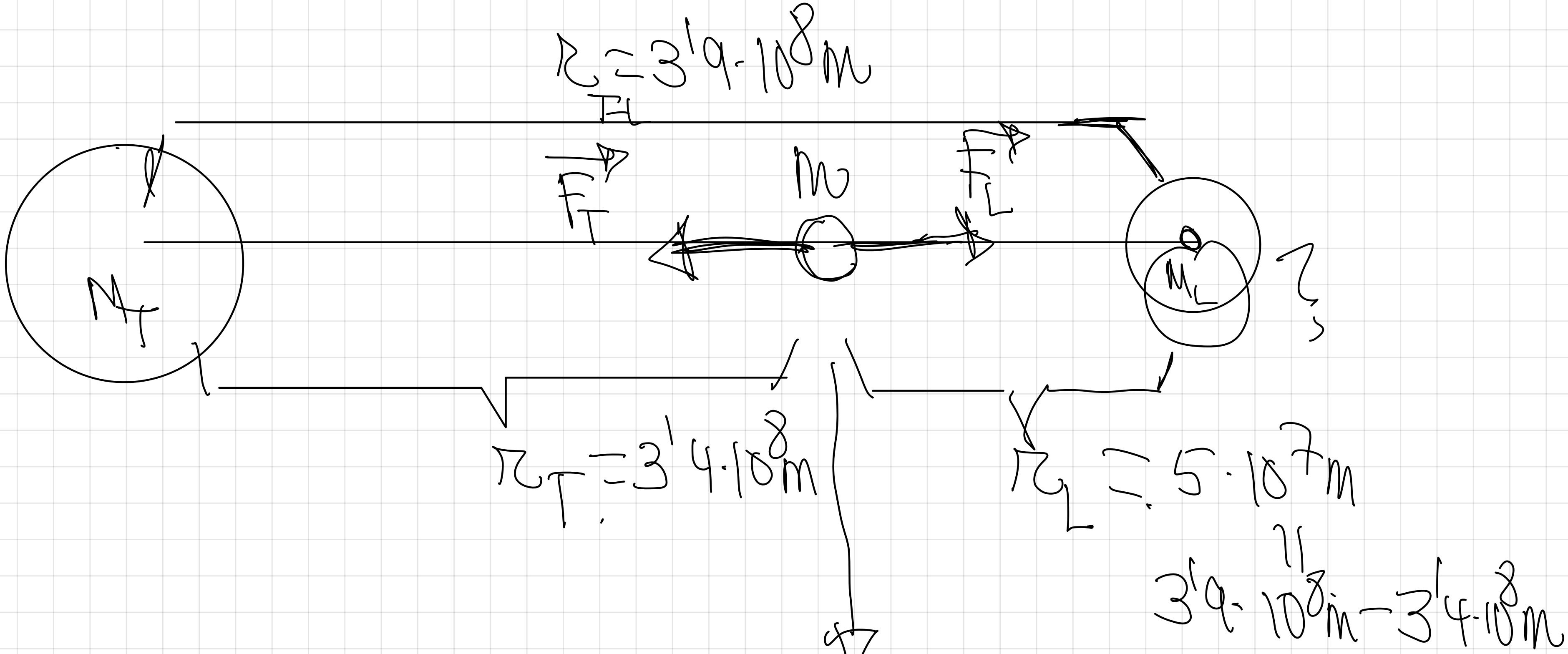
$$T^2 = cte \cdot r^3$$
$$T^2 = C \cdot r^3$$

a) (continuación) $G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$ · Nos pedían la distancia entre los centros r

$$r^3 = \frac{G \cdot M_T}{4\pi^2} \cdot T^2 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (\underbrace{28 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}_{T \text{ pasado a segundos}})^2}{4\pi^2}}$$

$$\boxed{r = 3'9 \cdot 10^8 \, m}$$

Esa distancia la hemos calculado así



$$|\vec{F_T}| = |\vec{F_L}|$$

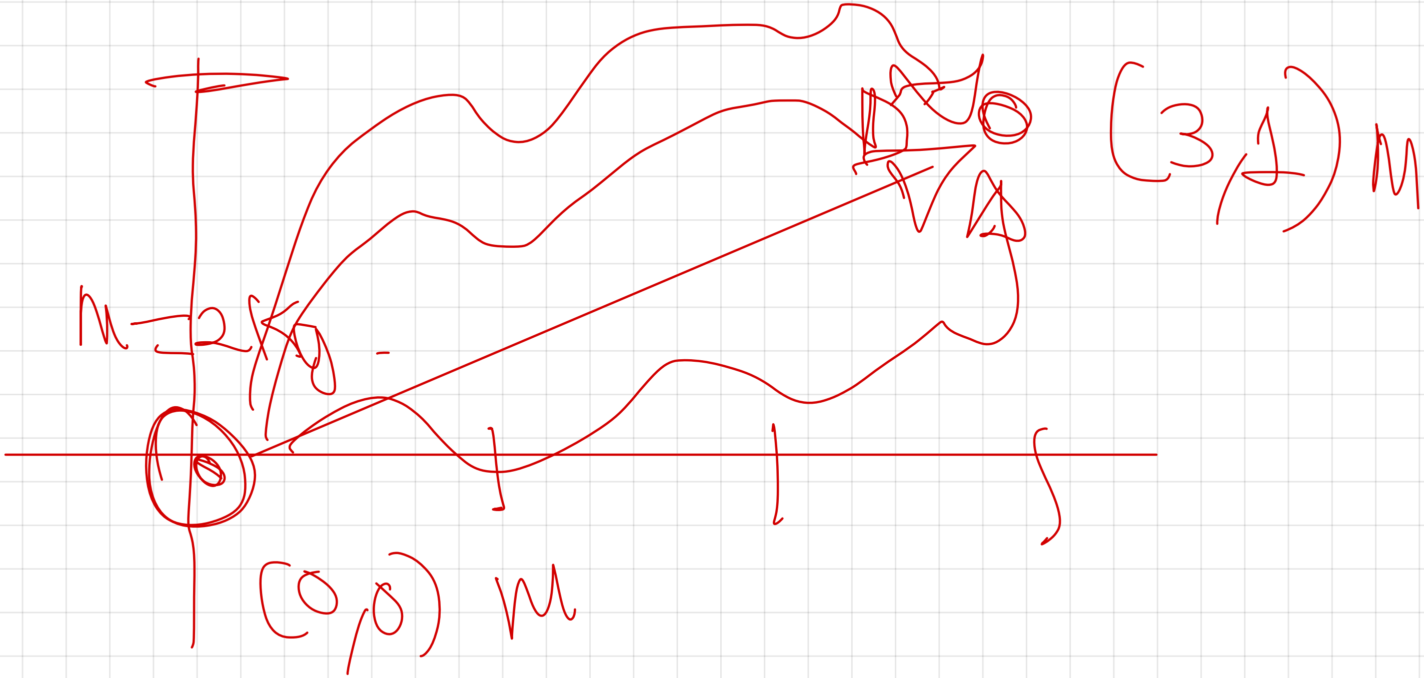
$$\cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r_T^2} = \cancel{G} \frac{M_L \cdot \cancel{m}}{r_L^2}$$

$$M_L = \frac{r_L^2 \cdot M_T}{r_T^2} = 1'9 \cdot 10^{23}\ Kg$$

2 (16-E) Dos partículas de masas m1=3 kg y m2=5 kg se encuentran situadas en los puntos $P_1(-2,1)$ m y $P_2(3,0)$ m, respectivamente.
a) Represente el campo gravitatorio resultante en el punto O(0,0) y calcule su valor.
b) Calcule el trabajo realizado para desplazar otra partícula de 2 kg desde el punto O(0,0) m al punto P(3,1) m. Justifique si es necesario especificar la trayectoria seguida en dicho desplazamiento.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

$$\boxed{W_{(0,0)m \to (3,1)m} = 3'46 \cdot 10^{-10} J}$$ > 0

$$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$$

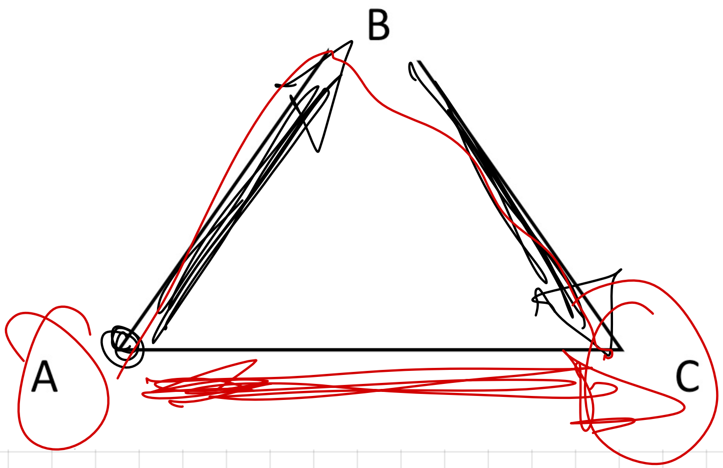

(3,1) m
(0,0) m

63.- Una masa M se mueve desde el punto A hasta el punto B de la figura y posteriormente desciende hasta el C. Compare el trabajo mecánico realizado en el desplazamiento A-B-C con el que se hubiera realizado en un desplazamiento horizontal desde A hasta C

a) Si no hay rozamiento

b) En presencia de rozamiento

Justifique las respuestas



Con rozamiento

Sin rozamiento

a) $W_{A\to B\to C} = m\cdot(V_A - V_C)$

$\boxed{W_{A\to B\to C} > W_{A\to C}}$

$W_{A\to C} = m\cdot(V_A - V_C)$

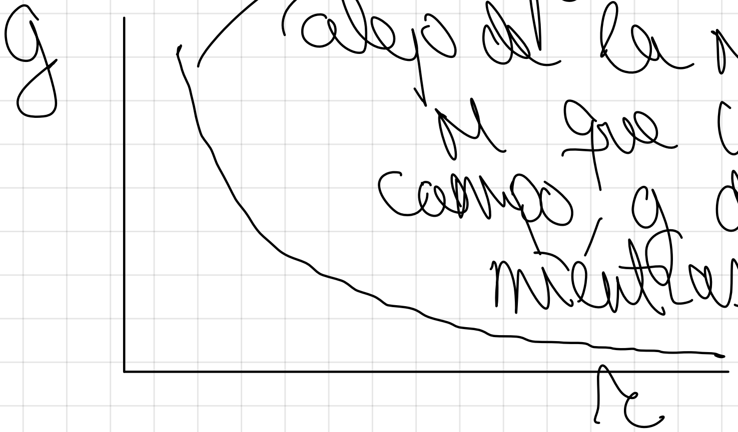
65.- Relación entre el campo y el potencial gravitatorios

Campo gravitatorio,
$\vec{g}$ (magnitud vectorial)

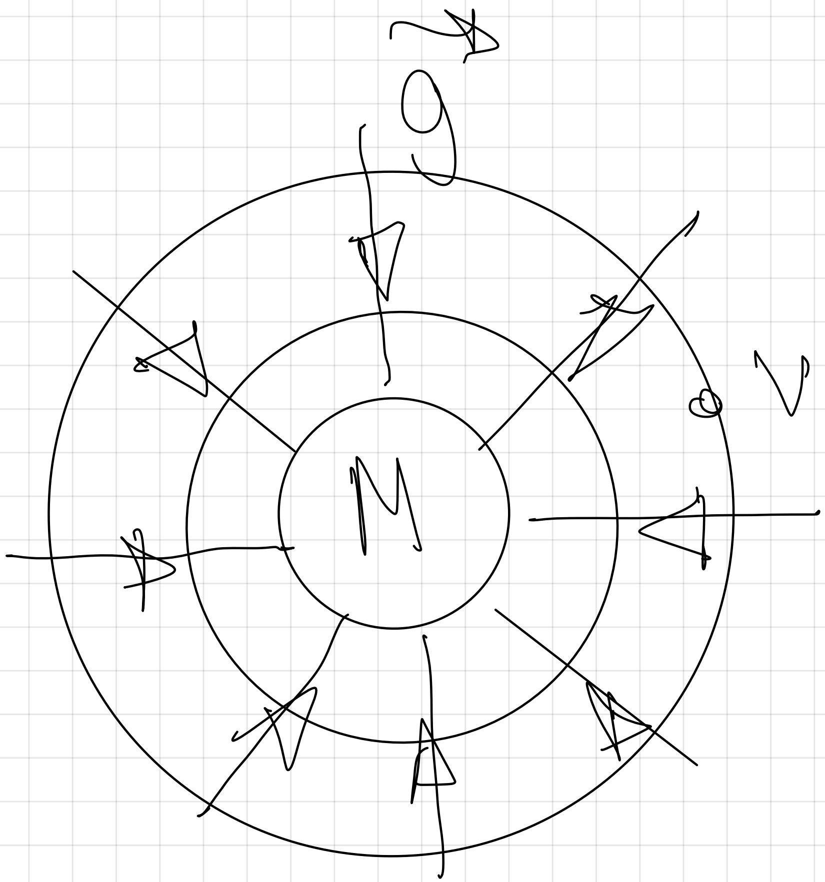
$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}{m} = G \cdot \frac{M}{r^2}.$$

Potencial gravitatorio
V (magnitud escalar)

$$V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}{m} = -G \cdot \frac{M}{r}.$$



Conforme me alejo de la masa M que crea el campo, g disminuye mientras que en ese sentido V aumenta



Los líneas de campo son perpendiculares a las superficies equipotenciales

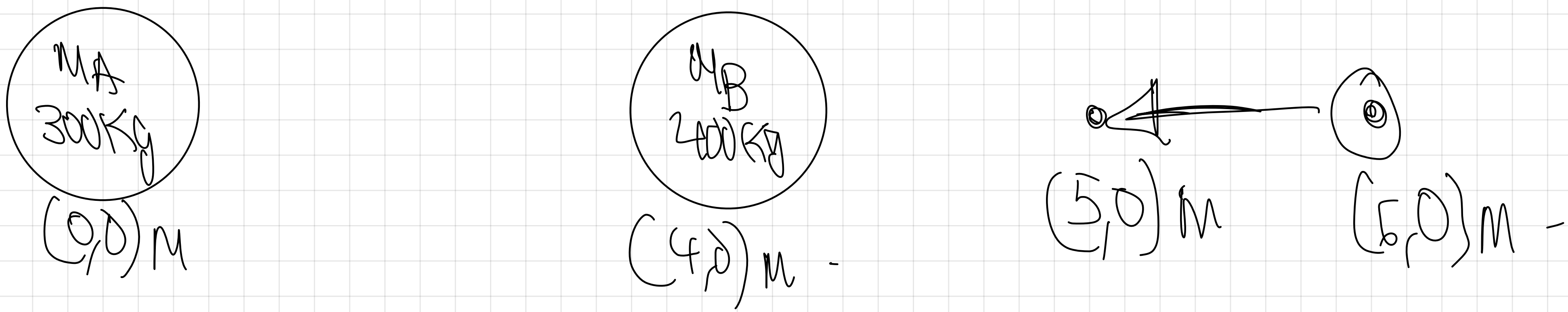
45.- Si tenemos una masa M_A=300 Kg en (0,0) m y otra masa M_B=400 Kg en (4,0) m

a) Describir cualitativamente la variación que experimentará el campo gravitatorio el

b) Calcular los potenciales gravitatorios en los puntos (5,0)m y (6,0)m

c) Calcular la velocidad con la que una partícula, partiendo desde el reposo en (6,0) m llegaría al punto (5,0) m

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}



Principio de superposición:

$$V_{(5,0)m} = V_A + V_B = -G\frac{M_A}{r_A} + \left(-G\cdot\frac{M_B}{r_B}\right) =$$

$$= -6'67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{300}{5} - 6'67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{400}{1} = -3\cdot 10^{-8}\ J/Kg.$$

$$V_{(6,0)m} = V_A' + V_B' = -G\cdot \frac{M_A}{r_A'} + \left(-G\cdot \frac{M_B}{r_B'}\right) =$$

$$= -6'67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{300}{6} - 6'67\cdot 10^{-11}\cdot \frac{400}{2} = -1'6\cdot 10^{-8}\ J/Kg$$

Preferentemente da Energía.

$$-\Delta E_p = W_{A\to C} = \Delta E_c$$

$$W_{A\to C} = \Delta E_{c\,A\to \cancel{B}}$$

$$\cancel{m}\cdot(V_A - V_B) = \frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_B^2 - \frac{1}{2}m\,\cancel{v_A^2}^{\,0}$$

$$v_B = \sqrt{2(V_A - V_B)} =$$

$$v_{(5,0)m} = \sqrt{2\cdot(-1'6\cdot 10^{-8} - (-3\cdot 10^{-8}))}$$

$$v_{(5,0)m} = 1'67\cdot 10^{-4}\,\frac{m}{s}\ //$$

$$-\Delta E_{p_{A \to B}} = \Delta E_{c_{A \to B}}$$

$$-\left(E_{p_B} - E_{p_A}\right) = E_{c_B} - \cancel{E_{c_A}}^{0}$$

$$E_{p_A} - E_{p_B} = E_{c_B}$$

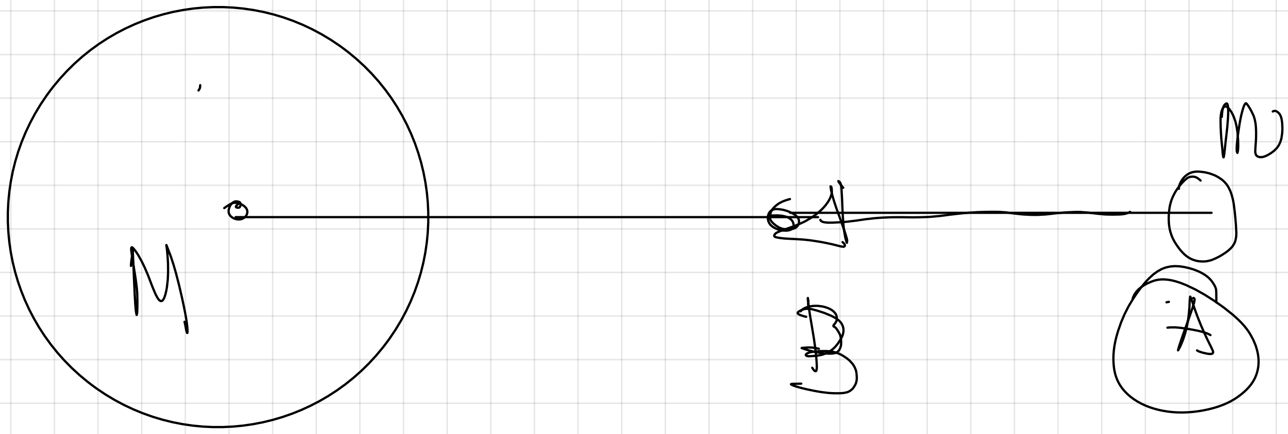
$$m \cdot V_A - m \cdot V_B = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\cancel{m}(V_A - V_B) = \frac{1}{2}\cancel{m}\, v_B^2$$

$$v = \sqrt{2(V_1 - V_B)} =$$

$$v_{(5,0)m} = \sqrt{2\cdot(-1'6\cdot 10^{-8} - (-3\cdot 10^{-8}))}$$

$$v_{(5,0)m} = 1'67\cdot 10^{-4}\ \frac{m}{s}\ !!$$



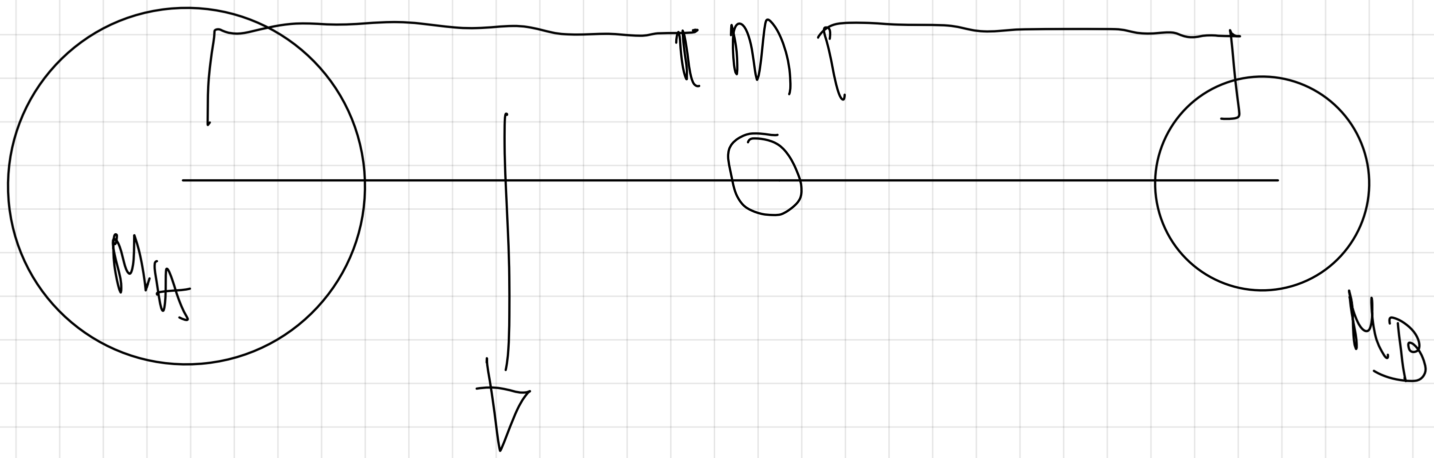
$$V_A = -G\cdot\frac{M}{r_A}$$

$$V_A > V_B.$$

$$W_{A\to B} = m\cdot(V_A - V_B) > 0.$$

$$V_A > V_B.$$

$$E_p = \sum E_{p_i}$$



$$E_p = E_{p_{M_A,M}} + E_{p_{M_B,M}} = -G \cdot \frac{M_A \cdot M}{r_A} + \left(-G \frac{M_B \cdot M}{r_B}\right)$$

a) Dos satélites A y B describen órbitas circulares alrededor de la Tierra. Razone cuál de los dos satélites tiene mayor energía cinética en cada una de las situaciones siguientes: i) las masas de ambos son idénticas y el radio de la órbita del satélite A es mayor que el de B; ii) los radios de sus órbitas son iguales pero la masa del satélite B es mayor que la de A.

b) Dos masas puntuales de 10 y 5 kg están situadas en los puntos $A(0,3)$ y $B(4,0)\,m$, respectivamente. i) Represente el campo gravitatorio producido por cada una de las masas en el punto $C(4,3)\,m$ y calcule el campo gravitatorio en dicho punto. ii) Calcule el potencial gravitatorio en el punto C. iii) Determine el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para desplazar una masa de 4 kg desde C hasta el punto $D(0,0)\,m$. Discuta el signo del trabajo obtenido.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$

FISICA. 2023. RESERVA 1. EJERCICIO A2

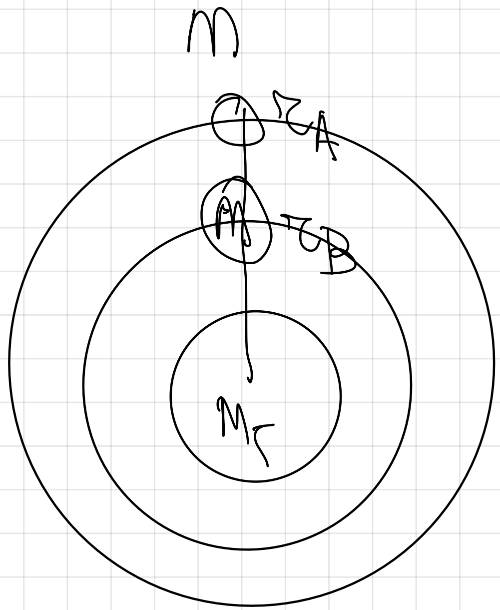
$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}\right)^2 = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r}}$$



$r_A > r_B$

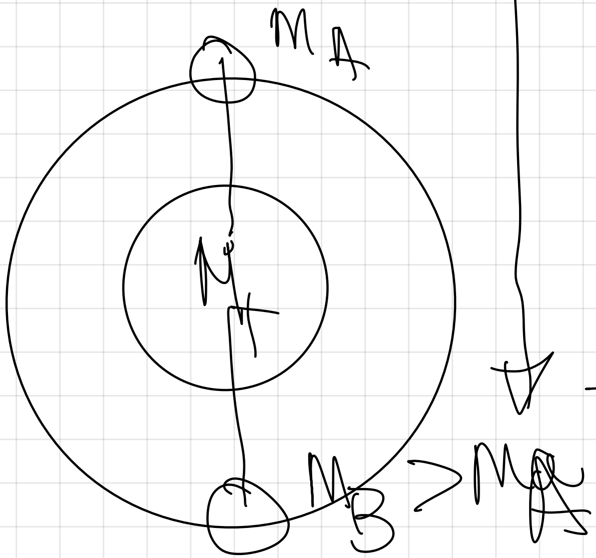
$$\boxed{E_{cA} < E_{cB}}$$

ii)

(ii) $E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$.

Igual r

$m_B > m_A$.



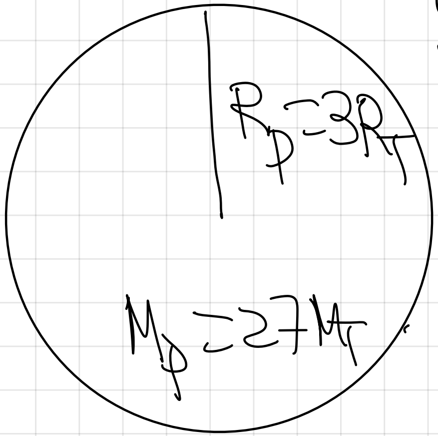
$\rightarrow E_{c_B} > E_{c_A}$.

a) Un planeta tiene una masa igual a 27 veces la masa de la Tierra, su radio es 3 veces el terrestre. i) Determine la relación entre los valores de la aceleración de la gravedad en la superficie de este planeta y la que tenemos en la superficie de la Tierra. ii) Obtenga la relación entre las velocidades de escape desde la superficie de ambos planetas.

b) Un satélite de 1000 kg en órbita alrededor de la Tierra da 12 vueltas al día. Determine razonadamente: i) el radio de la órbita; ii) la velocidad orbital; iii) la energía mecánica del satélite en dicha órbita. Razone el signo obtenido.

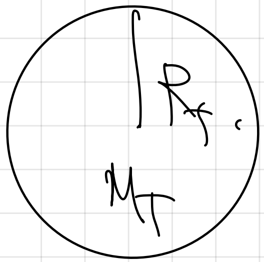
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2 kg^{-2}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg

FISICA. 2023. RESERVA 2. EJERCICIO A2



$$g_p = G \cdot \frac{M_p}{R_p^2}$$

$$g_p = G \cdot \frac{27M_T}{9R_T^2}$$



$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g_p = 3\, \cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T}}{\cancel{R_T^2}}$$

$$\boxed{g_p = 3 g_T}$$

$$\frac{\;}{g_T} = \frac{\;}{\cancel{G}\cdot \frac{\cancel{M_T}}{\cancel{R_T^2}}}$$

$$v_{e_P} = \sqrt{\frac{2G\cdot M_P}{R_P}} \qquad v_{e_T} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$\frac{v_{e_P}}{v_{e_T}} = \frac{\sqrt{\frac{\cancel{2G}\cdot 27\cancel{M_T}}{3R_T}}}{\sqrt{\frac{\cancel{2GM_T}}{\cancel{R_T}}}}$$

$$\boxed{v_{e_P} = 3\, v_{e_T}}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2G\,M_p}{R_p}} = \sqrt{\frac{2\,g_p\,\cancel{R_p^2}}{\cancel{R_p}}} = \sqrt{2g_p\,R_p}$$

$$g_p = \boxed{\frac{G\,M_p}{R_p^2}}$$

$$\frac{v_p = \sqrt{2 \cdot 3\cancel{g_T} \cdot 3\cancel{R_T}}}{v_T = \sqrt{\cancel{2}\cancel{g_T}\cancel{R_T}}}$$

$$\frac{v_p}{v_T} = \sqrt{9} \qquad v_p = 3\,v_T$$

¿ v_e en la T o en la Luna?

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$v_e = \sqrt{2gR_T} = \quad v_e$$

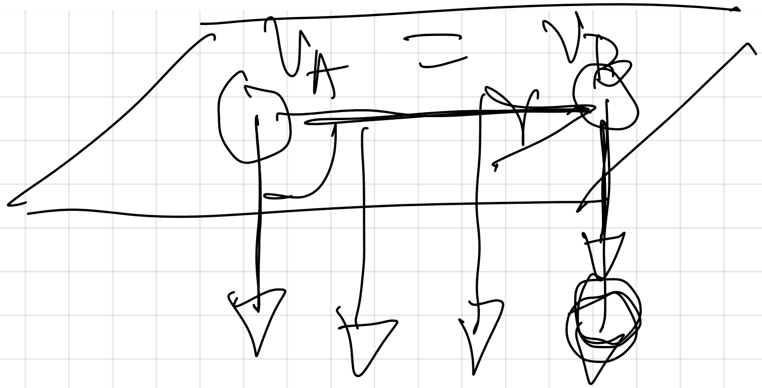
a) Una partícula se mueve en un campo gravitatorio uniforme. i) ¿Aumenta o disminuye su energía potencial gravitatoria al moverse en la dirección y sentido del campo? ii) ¿Y si se moviera en una dirección perpendicular al campo? Razone sus respuestas. b) Dos masas puntuales de 1 y 4 kg están situadas en los puntos $A(-3,1)$ y $B(0,3)\,m$, respectivamente.

i) Realice un esquema y calcule la intensidad del campo gravitatorio en el punto $C(0,0)\,m$.

ii) Calcule el potencial gravitatorio en el punto C. iii) Calcule el trabajo necesario para llevar una tercera masa de 2 kg desde C hasta el punto $D(3,0)\,m$. Justifique el signo del trabajo y razone si su valor depende de la trayectoria seguida.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$

FISICA. 2023. RESERVA 3. EJERCICIO A1



$W > 0$

$W = -\Delta E_{p_{A \to B}} > 0$

$V_A = U_B$

$-(E_{pB} - E_{pA}) > 0$

$m \cdot V_A = m \cdot V_B$

$E_{pA} - E_{pB} > 0$

$E_{pA} = E_{pB}$

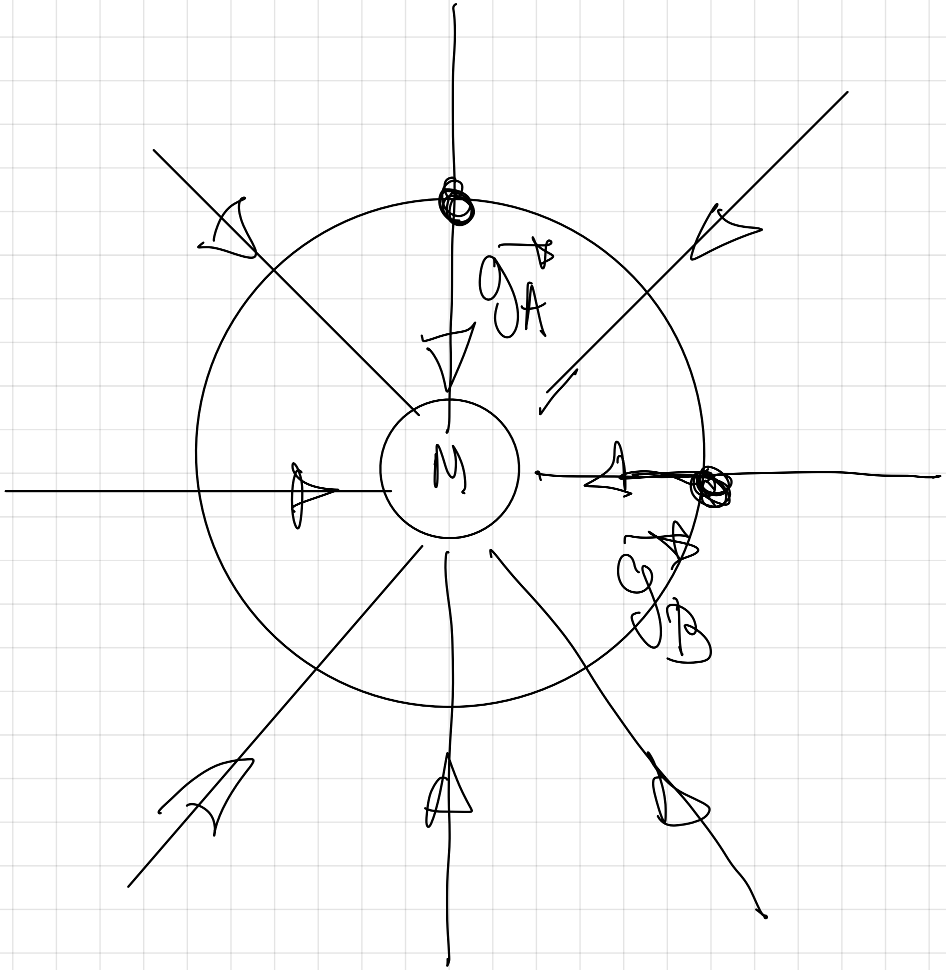
$W = F \cdot d \cdot \cos \cancel{90^\circ}$ 180°

$E_{pA} > E_{pB}$ E_{pd} -

$W = 0$

$W = 0 = -\Delta E_p$

$E_{pA} = E_{pB}$.



$$\boxed{g = G \cdot \frac{M}{r^2}}$$

$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$

$$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B) = 0$$

$\vec{g}$ V

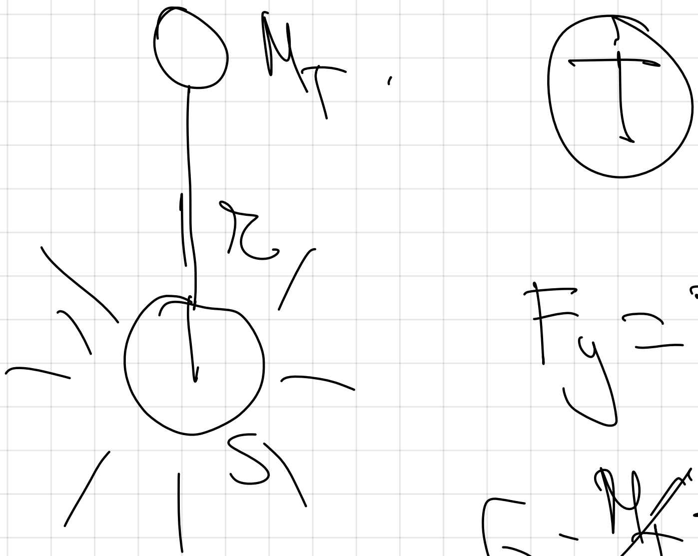
$\vec{F}$ E_p

a) Un planeta gira en torno a una estrella de masa igual a la mitad de la masa del Sol, describiendo una órbita de radio igual a la mitad del radio orbital del planeta Tierra alrededor del Sol. Discuta razonadamente cuál de los dos planetas tarda más tiempo en dar una vuelta completa en su correspondiente órbita.

b) Un satélite tarda 4 horas en dar una vuelta completa alrededor de un planeta con una velocidad orbital de $5000\ m\cdot s^{-1}$. Calcule razonadamente: i) el radio de la órbita y la masa del planeta; ii) la velocidad de escape desde la órbita.

$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$

FISICA. 2022. RESERVA 1. EJERCICIO A2



$F_g = F_n$

$$G\cdot\frac{\cancel{M_T}\cdot M_S}{\cancel{r^2}} = \cancel{M_T}\cdot\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2}.$$

$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3.$$

$$\frac{1}{8} : \frac{1}{2}. \qquad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_S}}. \qquad T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 \left(\frac{r}{2}\right)^3}{G \cdot \frac{M_S}{2}}}$$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{4}}. \qquad T' = \sqrt{\frac{\cancel{4\pi^2} \frac{\cancel{r^3}}{8}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_S}}{2}}} =$$

$$\boxed{T' = \frac{1}{2} T}$$

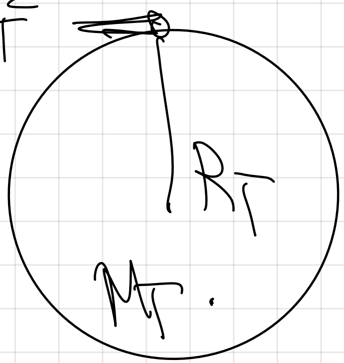
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_S}}$$

68, 52, 2018 - 238, 61, 73, 8, 9, 226 - b), 28

Pag 33 ejercicio 52,

52.- ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra la gravedad terrestre se reduce a la tercera parte?. R_T= 6370 Km

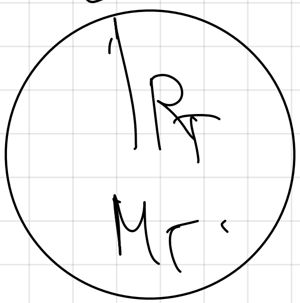
$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$



¿h?

$$\frac{g_T}{3} = G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)^2}$$

¿h?



$$\frac{\cancel{g_T}/3}{\cancel{g_T}} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T}}{(R_T+h)^2}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T}}{R_T^2}}$$

g ¿?

$$\frac{1}{3} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\left(\frac{R_T}{(R_T+h)}\right)^{\cancel{2}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{R_T}{(R_T + h)}$$

$$R_T + h = \sqrt{3}\, R_T \, .$$

$$h = \sqrt{3}\, R_T - R_T \, .$$

$$h = R_T \left(\sqrt{3} - 1 \right)$$

$$h = 6'37 \cdot 10^6 \cdot (\sqrt{3} - 1) = 4'65 \cdot 10^6 \text{ m} \, .$$

7. Explicando las leyes físicas que utiliza, calcule:

a) A qué altura sobre la superficie de la Tierra la intensidad del campo gravitatorio terrestre es de 2 m s^{-2}.

b) Con qué velocidad debe lanzarse verticalmente un cuerpo para que se eleve hasta una altura de 500 km sobre la superficie de la Tierra.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $R_T = 6370$ km ; $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

a) $g = \dfrac{F}{m} \Rightarrow g = \dfrac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$

$g_T = G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2}$

$G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$

$g = \dfrac{g_T \cdot R_T^2}{(R_T + h)^2}$

$$(R_T + h)^2 = \frac{g_T \cdot R_T^2}{g}$$

$$R_T + h = \sqrt{\frac{g_T \cdot R_T^2}{g}}$$

$$h = \sqrt{\frac{g_T \cdot R_T^2}{g}} - R_T$$

b) conservación de la energía.

$$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p_h} + \cancelto{0}{E_{c_h}}$$

elevar.

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v^2 = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T + h)}.$$

$$v = \sqrt{2\boxed{G\,M_T}\cdot\left(\frac{1}{R_T}-\frac{1}{(R_T+h)}\right)}$$

$$g_T = \frac{\boxed{G\cdot M_T}}{R_T^2}$$

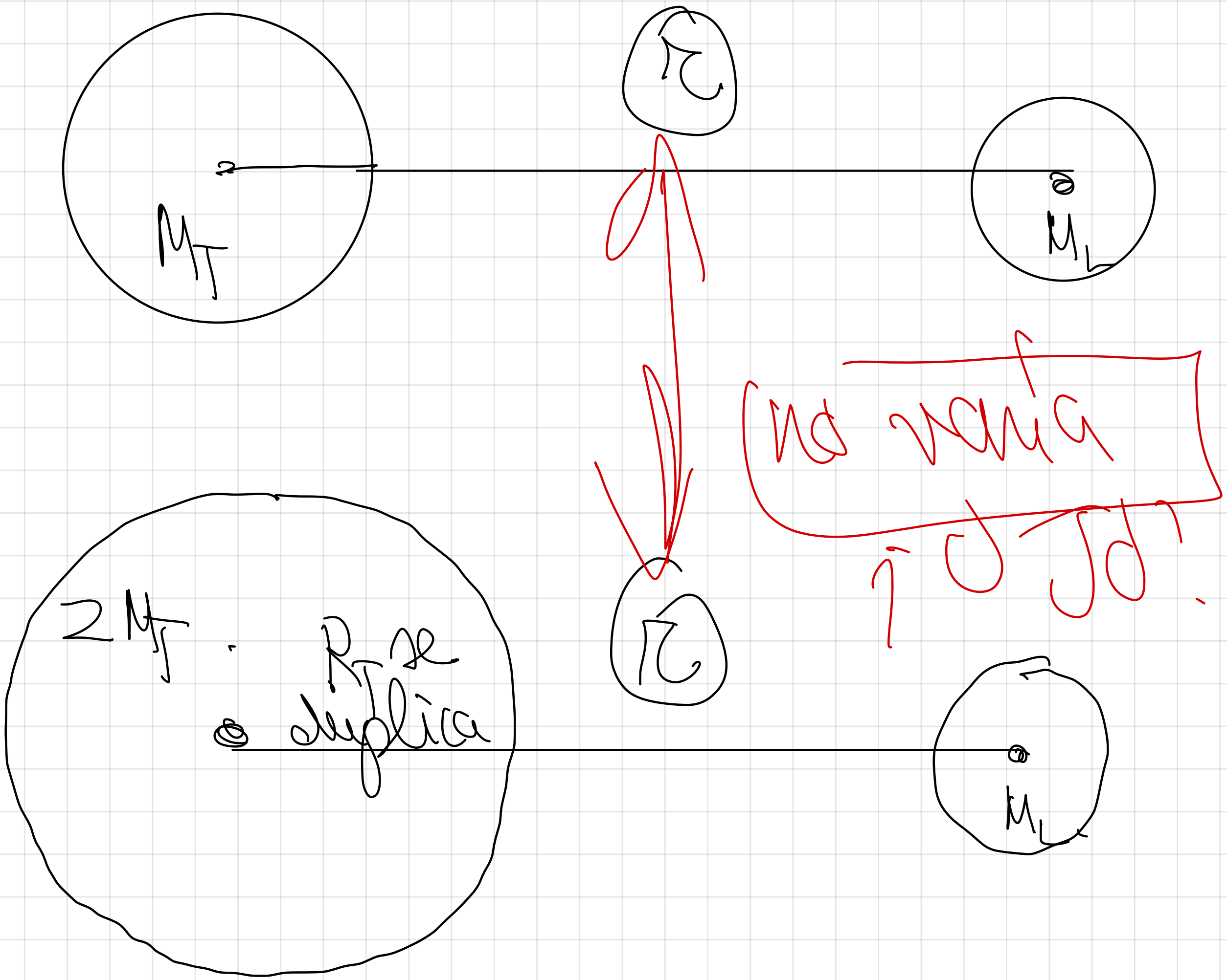
$$g_T\cdot R_T^2 = \boxed{G\cdot M_T}$$

$$v = \sqrt{2\left[g_T\cdot R_T^2\cdot\left(\frac{1}{R_T}-\frac{1}{R_T+h}\right)\right]}$$

SELECTIVIDAD 2018

(18-E) a) Si la masa y el radio de la Tierra se duplican, razone si las siguientes afirmaciones son correctas: (i) El periodo orbital de la Luna se duplica; (ii) su velocidad orbital permanece constante.

¡OJO! ¡¡¡CUIDADO!!!



T

Obtengo expresión de T en función de r.

Condición de existencia.

$$F_g = F_n \, .$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M_L}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_L} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}} \, .$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 \, .$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \, .$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3 \, .$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_T}}$$

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot 2M_T}}$$

¡Ojo! distancia centro–centro permanece igual.

$$\frac{T'}{T} = \frac{\sqrt{\frac{\cancel{4\pi^2 r^3}}{\cancel{G} \cdot 2\cancel{M_T}}}}{\sqrt{\frac{\cancel{4\pi^2 r^3}}{\cancel{G} \cdot \cancel{M_T}}}}$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

Deducción

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

$$v_0' = \sqrt{G \cdot \frac{2M_T}{r}}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_0' = \sqrt{2}\, v_0}$$

8.- Suponiendo que el radio de un planeta aumentara al doble de su valor, explicar cómo variaría el peso de los cuerpos en su superficie considerando el caso en el que permaneciera constante:

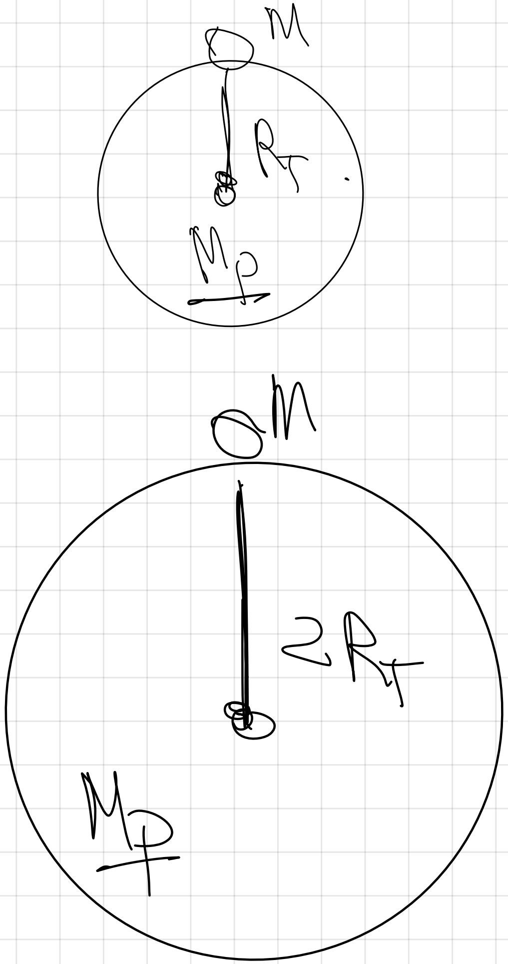
a) La masa del planeta

b) La densidad del planeta

- LIBRO -

$\boxed{\text{Pag } 25}$

a)

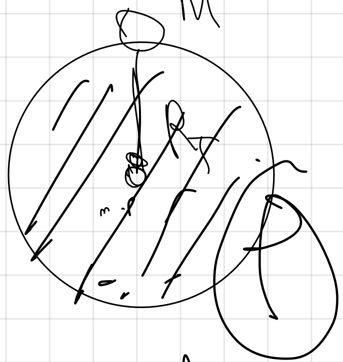


$$P = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P' = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(2R_T)^2}$$

$$P' = \frac{1}{4} P$$

b)



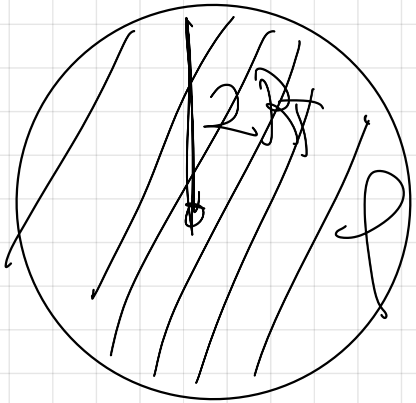
Tengo que sacar una expresión del peso P en función de la densidad ρ

$$P = G\frac{M_T\, m}{R_T^2}$$

$\rho = d$

$$\rho = \frac{M_T}{V_T} \Rightarrow M_T = \rho \cdot V_T$$

$$P = G \cdot \frac{\rho \cdot V_T \cdot m}{R_T^2} = G \cdot \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3 \cdot m}{R_T^2} \Rightarrow \boxed{P = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_T \cdot m}$$



$$\boxed{P' = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 2R_T \cdot m}$$

$$\frac{P'}{P} = 2 \Rightarrow P' = 2P$$

El peso se duplica.

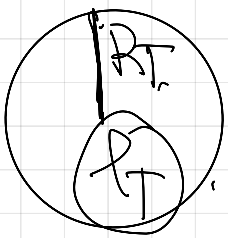
9.- Si la densidad de la tierra fuera tres veces mayor, ¿Cuál debería ser el radio terrestre para que el valor de la gravedad no variara?

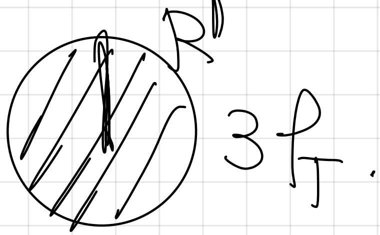
Pongo g_T en función de ρ.

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$M_T = \rho \cdot V_T$$

$$g_T = G \cdot \frac{\rho \cdot V_T}{R_T^2}$$





$$g_T = G \cdot \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3}{R_T^2} \cdot \qquad g_T = cte \; .$$

$$g_T = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_T \qquad g_{T'} = G \cdot 3\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R'$$

iguales.

$$\cancel{G} \cdot \cancel{\rho} \cdot \cancel{\frac{4}{3}\pi} R_T = \cancel{G} \cdot 3\cancel{\rho} \cdot \cancel{\frac{4}{3}\pi} R'$$

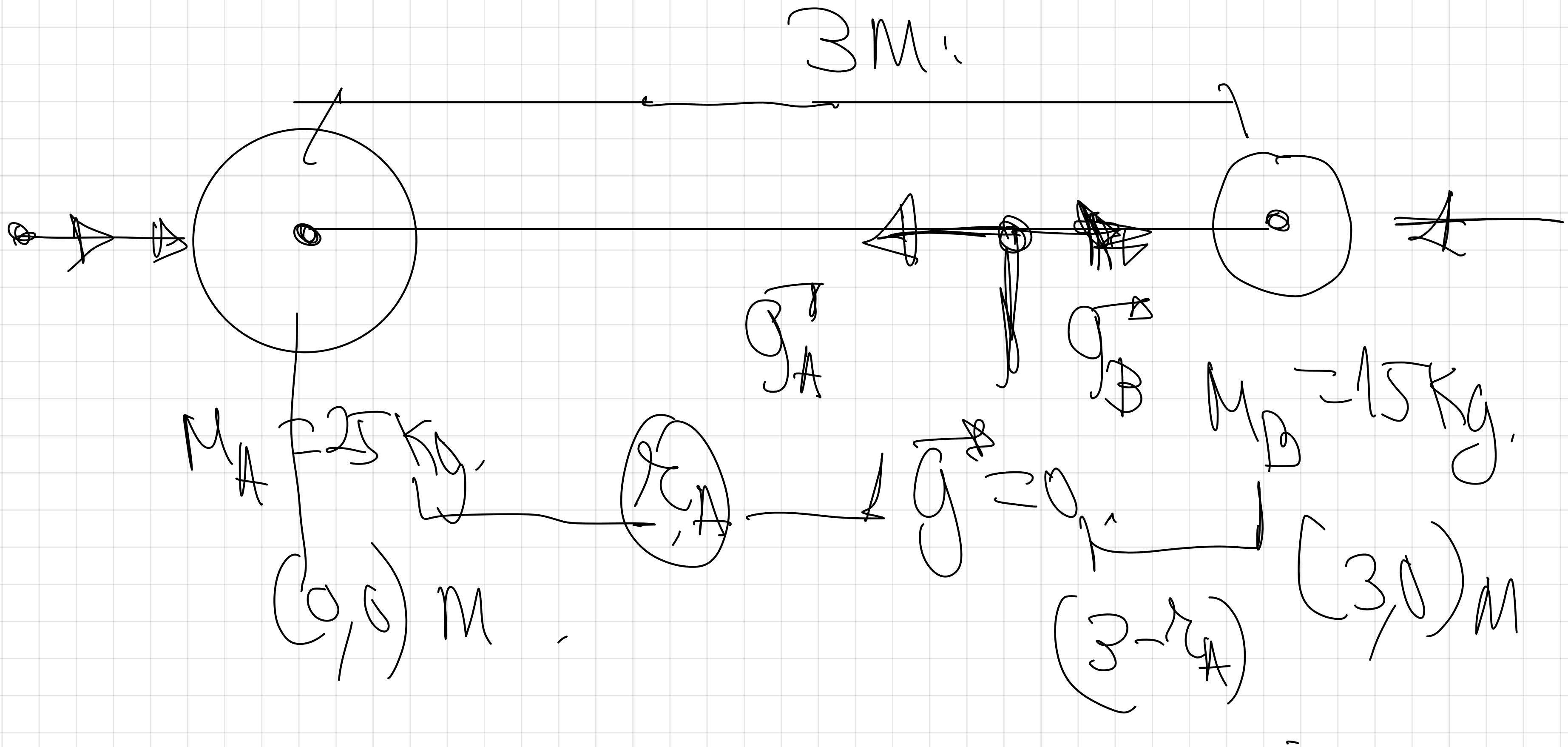
$$\boxed{R' = \frac{R_T}{3}} \; .$$

61- Una pequeña esfera de 25 Kg está situada en el punto (0,0)m y otra de 15 Kg en el punto (3,0)m

a) Razone en qué punto(s) del plano XY es nulo el campo gravitatorio resultante

b) Calcule el trabajo efectuado al trasladar una esfera de 15 Kg hasta el punto (4,0)m y discuta el resultado obtenido.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

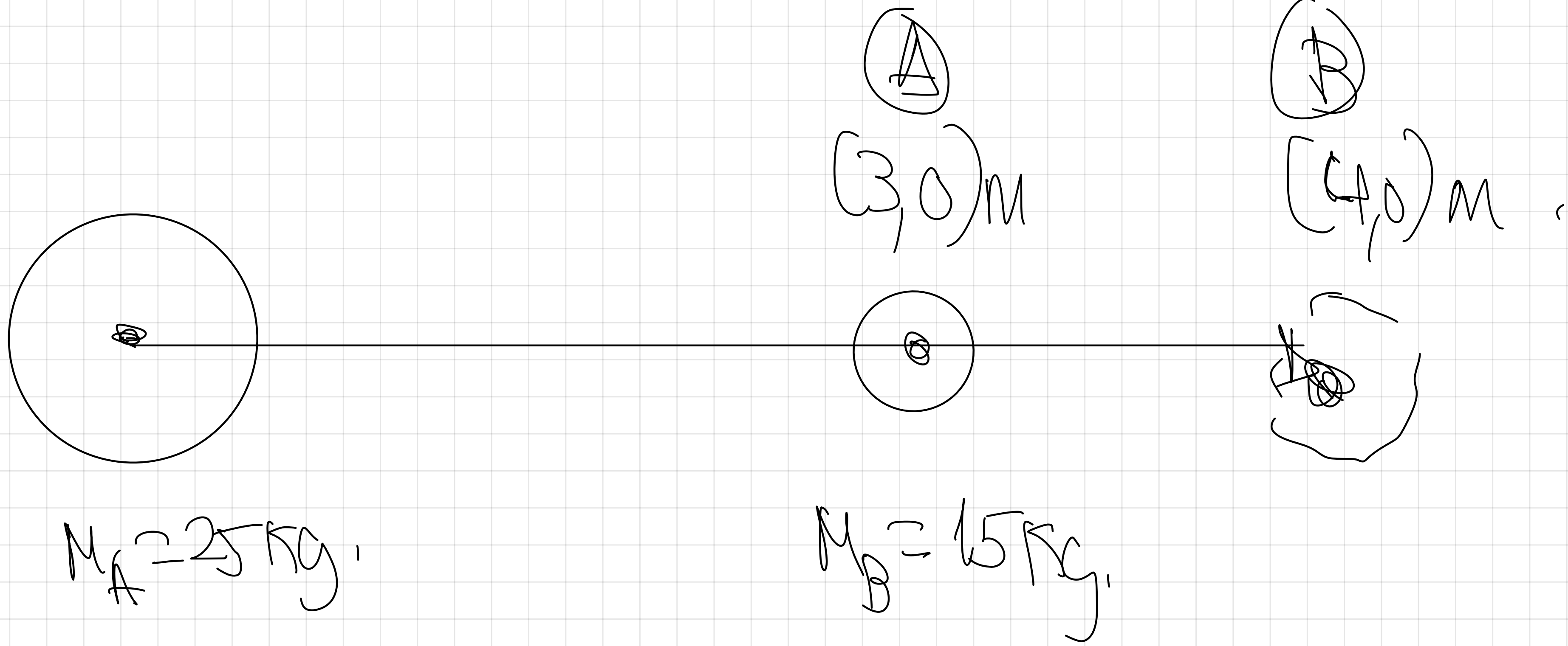


$$|\vec{g}_A^*| = |\vec{g}_B^*|.$$

$$\cancel{G} \cdot \frac{M_A}{r_A^2} = \cancel{G} \cdot \frac{M_B}{(3-r_A)^2}.$$

$$r_A = 1'69 \text{ m}.$$

$$P^{eq}\ (1{,}69,\ 0)\ \text{m}.$$



$$W_{A \to B} = -\Delta E_{p_{A \to B}}$$

$$W_{A \to B} = -\left(E_{p_B} - E_{p_A}\right)$$

$$W_{A\to B} = E_{p_A} - E_{p_B}$$

$$W_{A\to B} = -G \cdot \frac{M_A \cdot M_B}{r} - \left(-G \cdot \frac{M_A \cdot M_B}{r'} \right)$$

$$W_{A\to B} = G \cdot M_A \cdot M_B \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right)$$

4m

3m

$$W_{A\to B} = -2'1 \cdot 10^{-9}\ J.$$ → Trabajo no espontáneo.

73.- Razonar dónde será la velocidad de escape mayor, si en la Tierra o en la Luna

Deduzco la v_e.

$$v_e = \sqrt{\frac{2\boxed{GM}\uparrow}{R\uparrow}} \qquad v_e' = \sqrt{\frac{2GM\downarrow}{R\downarrow}}$$

$$g = \boxed{G \cdot \frac{M}{R^2}} \Rightarrow \boxed{GM} = g \cdot R_{\oplus}^2$$

$$v_e = \sqrt{2gR} \quad \begin{cases} g_L < g_T \\ R_L < R_T \end{cases}$$

$$v_{e_L} < v_{e_T}$$

25, 28, 33, 34, 51, 57 c), 58

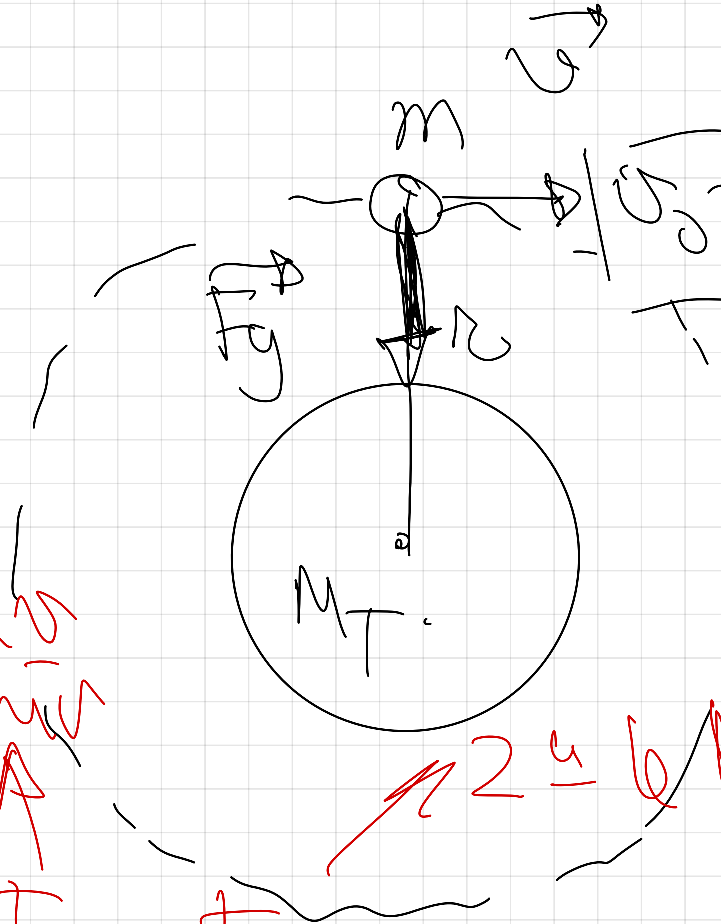
indica donde

25 - Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)
a) Calcular su velocidad angular
b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre
c) Calcular su aceleración normal
d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra
$g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400$ Km

a)

b2) Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita alrededor de la Tierra con una velocidad de 4000 m s^{-1}. Calcule: i) (0,75 puntos) la energía mecánica del satélite en la órbita; ii) (0,75 puntos) la energía que se ha necesitado para situarlo en dicha órbita desde la superficie terrestre.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km



$\boxed{v_o = 4000\ \text{m/s}}$

$\boxed{E_{m\,orbital} = -G\frac{M_T \cdot m}{2r}}$

$E_M = E_p + E_c$

$E_M = -G\frac{M \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m v_o^2$

Grav Univ

2ª Newton

$F_g = F_n$

$F_g = m \cdot a_n$

Deducir v_o

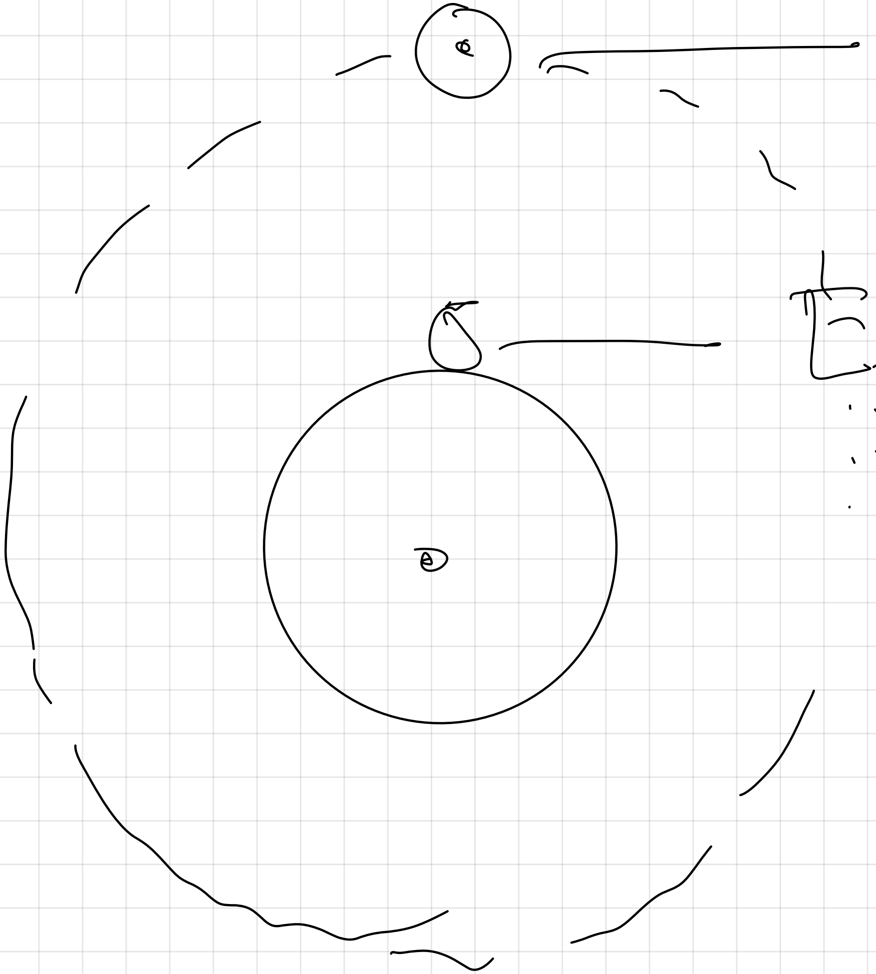
$$v_s = \sqrt{G\,\frac{M_T}{r}}\,.$$

$$v_s^2 = G\cdot\frac{M_T}{r}\,.$$

$$r = \frac{G\cdot M_T}{v_s^2}\,.$$

$$E_m = \theta\,.$$

Ende Tafel.



Elíptica / Eclíptica

E_{pT} / E_c.

?

$$E_{pT} + E_c = E_m$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot M}{R_T} + E_c = -G\cdot\frac{M_T\cdot M}{2r}$$

$$E_c = G\cdot\frac{M_T\cdot M}{R_T} - G\cdot\frac{M_T\cdot M}{2r} = 0$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \, v_{orbital}^2$$

$$E_{c\,orbital} = \frac{1}{2} m \cdot \left(\sqrt{G \frac{M_T}{r}} \right)^2$$

$$E_{c\,orbital} = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \, m}{r}$$

$$E_p = - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_c = -\frac{1}{2} E_p$$

$$E_c = \frac{1}{2} |E_p|$$

indica donde

25 - Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

MCU

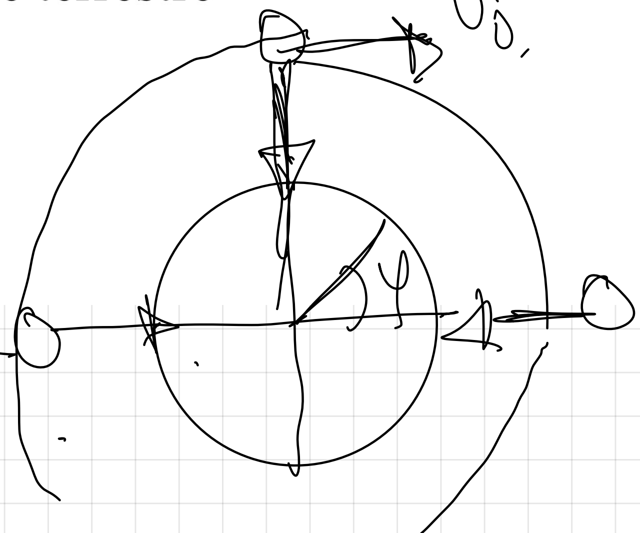
a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

c) Calcular su aceleración normal

d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$g=9{,}8\ m \cdot s^{-2}$, $R_T= 6400\ Km$



$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

a)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24\cdot 3600}$$

$$a_n = \frac{v_0^2}{r}$$

b)

$$\boxed{T = 24h}$$

Condiții de orbitație.

$$F_g = F_n.$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\cdot\frac{v_0^2}{r}$$

$$G\cdot\frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}.$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3.$$

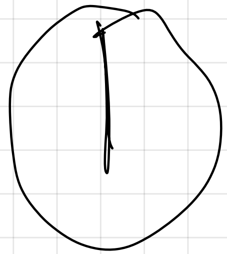
$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T T^2}{4\pi^2}},$$

$$\Downarrow$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}.$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\boxed{G M_T} T^2}{4\pi^2}} - R_T .$$

$$g_T = \frac{\boxed{G \cdot M_T}}{R_T^2}$$



$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T ,$$

$$G M_T = g_T \cdot R_T^2 .$$

33- El vehículo especial Apolo VIII estuvo en órbita circular alrededor de la Luna 113 Km por encima de su superficie.

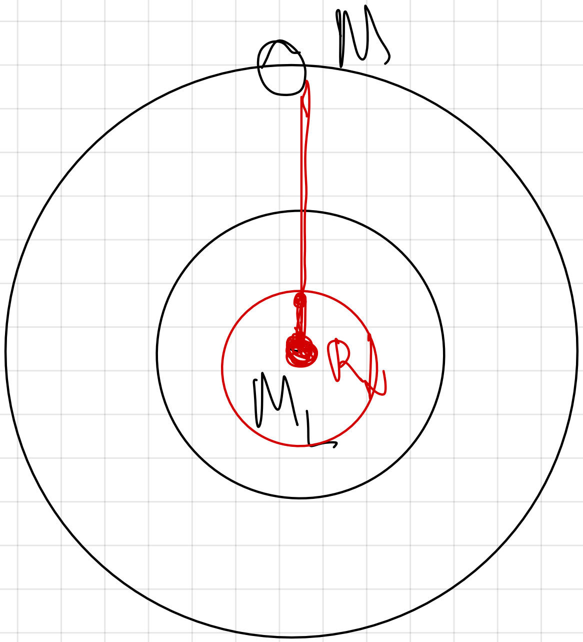
a) Calcule el tiempo que tardó en dar una vuelta completa y diga cómo hubiese afectado al resultado el hecho de que la Luna hubiese reducido su radio a la mitad manteniendo su masa

b) Calcule las velocidades lineal y angular del vehículo, así como su aceleración tangencial y su aceleración normal.

c) ¿Qué trabajo realizó la fuerza gravitatoria sobre el Apolo VIII?

d) Calcule la velocidad de escape a la atracción lunar desde esa posición

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_L = 1740\ Km$, $M_L = 7{,}36 \cdot 10^{22}\ Kg$



T

$F_g = F_n$

$$G \cdot \frac{M_L \cdot \cancel{m}}{(R_L+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{(R_L+h)}}$$

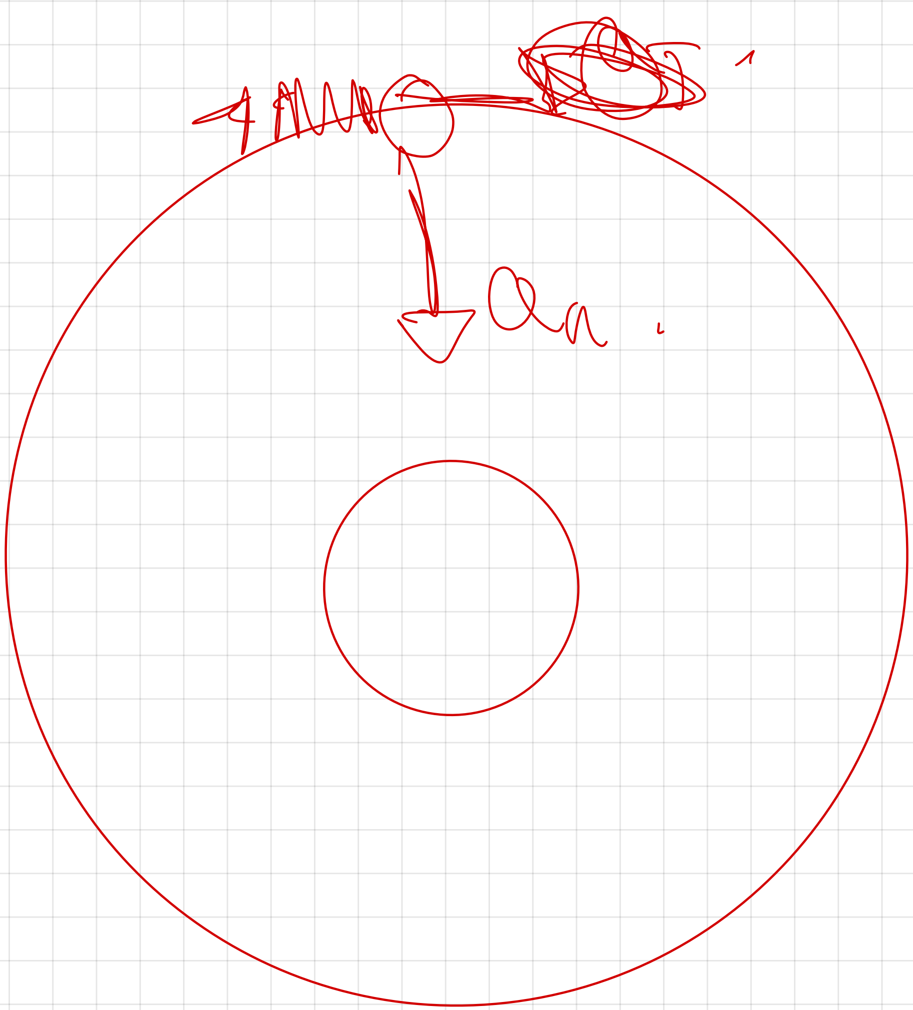
$$G \cdot \frac{M_L}{(R_L+h)^2} = \left(\frac{2\pi h}{T}\right)^2 ,$$

$$G \cdot \frac{M_L}{(R_L+h)^2} = \frac{4\pi^2 (R_L+h)^2}{T^2} .$$

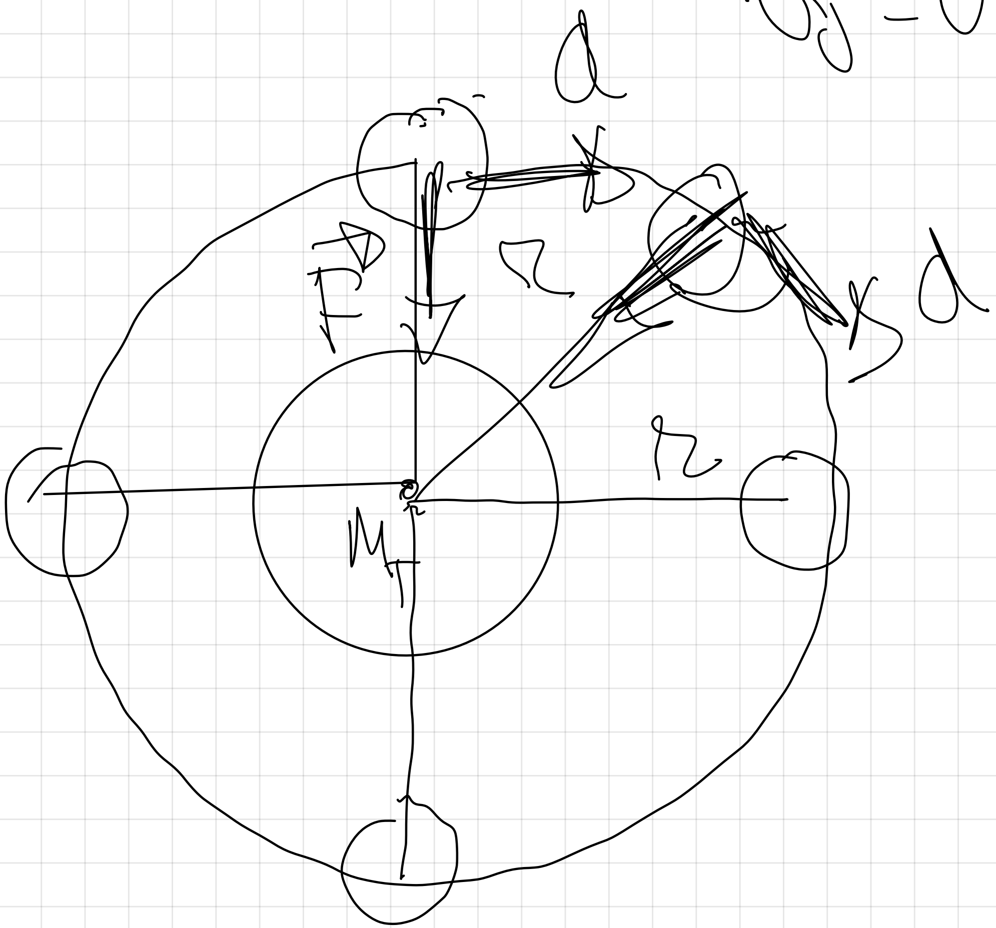
$$G \cdot M_L \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_L+h)^3 .$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R_L+h)^3}{G M_L}} = 0 \; s .$$

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \qquad \boxed{v = \frac{2\pi h}{T}}$$



$$\boxed{a_t = 0}$$



$W_g = Ad$.

$W = \Delta E_c$.

$W = 0$.

$W = -\Delta E_p = 0$.

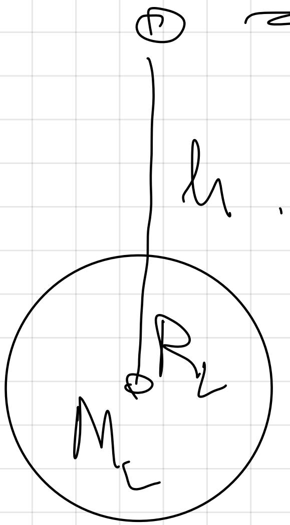
$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$

$v_A = v_B$

$W_{A \to B} = m \cdot (v_A - v_B) = 0$

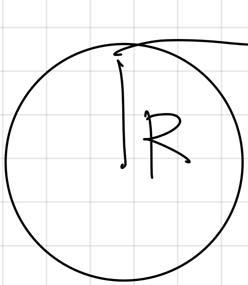
$$W_{A\to B} = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$E_{P\alpha} = 0$, $E_{C\alpha} = 0$



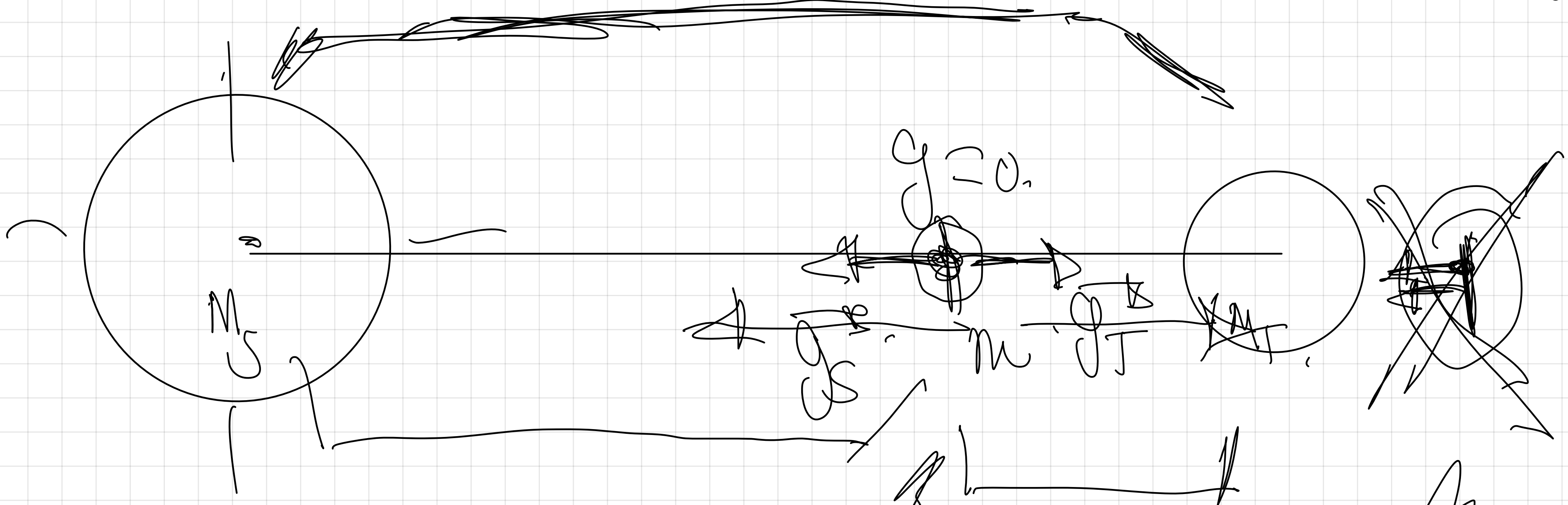
$\infty = E_p = -G \cdot \dfrac{M_T \cdot m}{(R_L + h)}$, $E_c = \dfrac{1}{2} m v_e^2$

51.- Justifique si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: “la gravedad en la superficie de Venus es el 90% de la gravedad en la superficie de la Tierra, y en consecuencia, si midiésemos en Venus la constante de gravitación universal G, el valor obtenido sería el 90% del medido en la Tierra.



$$g = \boxed{G} \cdot \boxed{\frac{M}{R^2}}$$

Rorbital ≠ distancia $d_{T0} - r_{T0} = 10^{10}$ m



$\cancel{r_S}$ $(10^{10} - r_T)$ r_T ?

$$\boxed{|\vec{g}_S| = |\vec{g}_T|}$$

$$\cancel{G} \cdot \frac{M_S \cdot \cancel{m}}{(10^{10} - r_T)^2} = \cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r_T^2} \cdot r_T.$$

$$\frac{\sqrt{M_S}}{(10^{10} - r_T)} = \frac{\sqrt{M_T}}{r_T}.$$

$$\sqrt{M_S} \cdot r_T = (10^{10} - r_T)\sqrt{M_T}.$$

$$\|$$

$$3r_T = (10^{10} - r_T) \cdot 2$$

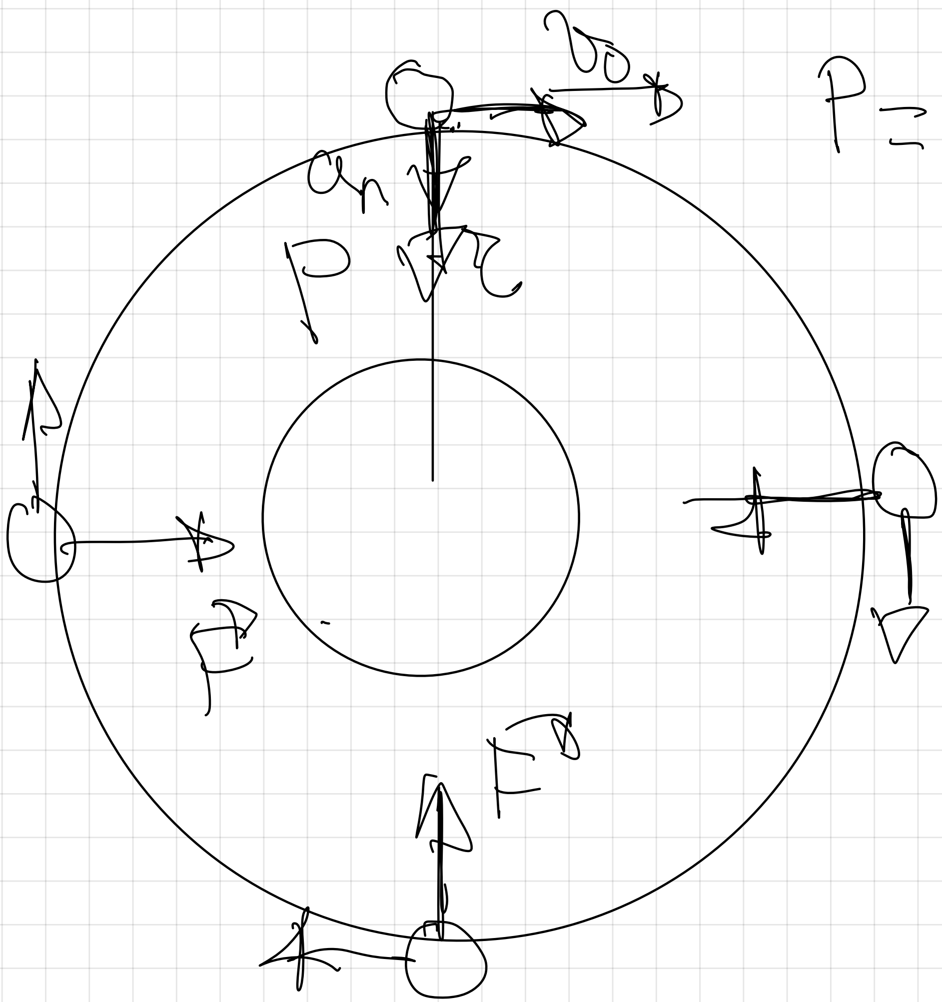
$$3r_T = 2 \cdot 10^{10} - 2r_T$$

$$r_T = 2 \cdot 10^{9}$$

4. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) El peso de un cuerpo en la superficie de un planeta cuya masa fuera la mitad que la de la Tierra sería la mitad de su peso en la superficie de la Tierra.

b) El estado de "ingravidez" de los astronautas en el interior de las naves espaciales orbitando alrededor de la Tierra se debe a que la fuerza que ejerce la Tierra sobre ellos es nula.



$$P = F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2}$$

$\boxed{P \text{ sólo sería nulo en el } \infty}$

a) En una determinada región del espacio existen dos puntos A y B en los que el potencial gravitatorio es el mismo. i) ¿Podemos concluir que los campos gravitatorios en A y en B son iguales?. ii) ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo gravitatorio al desplazar una masa *m* desde A hasta B?.

b) Dos masas de 2 y 4 kg se sitúan en los puntos $A(2,0)$ m y $B(0,3)$ m, respectivamente.

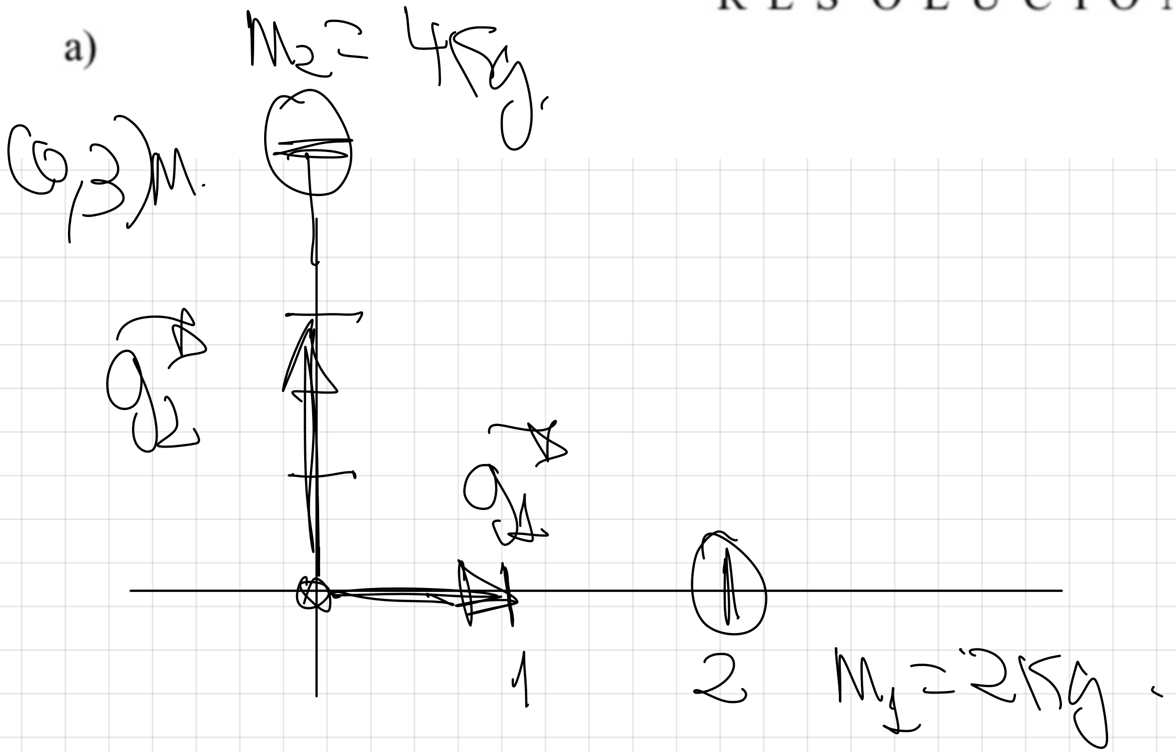
i) Determine el campo y el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para trasladar una tercera masa de 1 kg desde el origen de coordenadas hasta el punto $C(2,3)$ m.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$

FISICA. 2022. JUNIO. EJERCICIO A2

RESOLUCION

a)



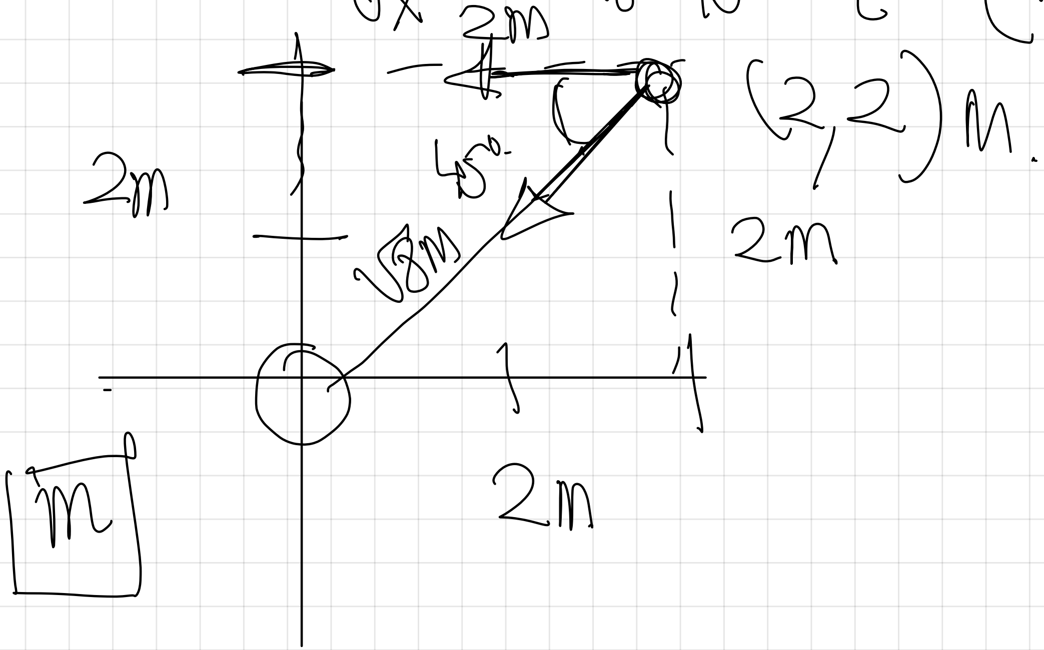
a) Responda razonadamente a las siguientes cuestiones: i) ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?. ii) ¿Puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?.

b) Una partícula de masa m desconocida se encuentra en el origen de coordenadas. Sabiendo que la componente x del campo gravitatorio en el punto $A(2,2)$ m creada por dicha masa es $-1'18\cdot 10^{-11}\ N\cdot kg^{-1}$, determine: i) el valor de la masa m; ii) el trabajo que realiza el campo gravitatorio para llevar una partícula de masa $M = 5$kg desde el punto $B(4,0)$ m al punto $A(2,2)$ m .

$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}$

FISICA. 2022. RESERVA 3. EJERCICIO A1

$g_x = -1'18\cdot 10^{-11}\ \vec{i}\ (N/Kg)$



$\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{8}}$

$\cos\alpha = \frac{2\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}}$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 45^\circ.$$

$$g_x = g \cdot \cos\alpha$$

$$g = \frac{g_x}{\cos\alpha} = \frac{1'18 \cdot 10^{-11}}{\sqrt{2}/2}$$

$$g = 1'67 \cdot 10^{-11} \frac{N}{kg}.$$

$$\cos\alpha = \frac{2 \cdot \sqrt{8}}{8}.$$

$$\cos\alpha = \frac{2 \cdot \sqrt{4 \cdot 2}}{8}$$

$$\cos\alpha = \frac{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{8}.$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}},$$

$$g = G \cdot \frac{m}{r^2}.$$

$$m = \frac{g \cdot r^2}{G}.$$

$$m = \frac{1'67 \cdot 10^{-11} \cdot (10^8)^2}{6'67 \cdot 10^{-11}}$$

$$m = 2'00215g$$

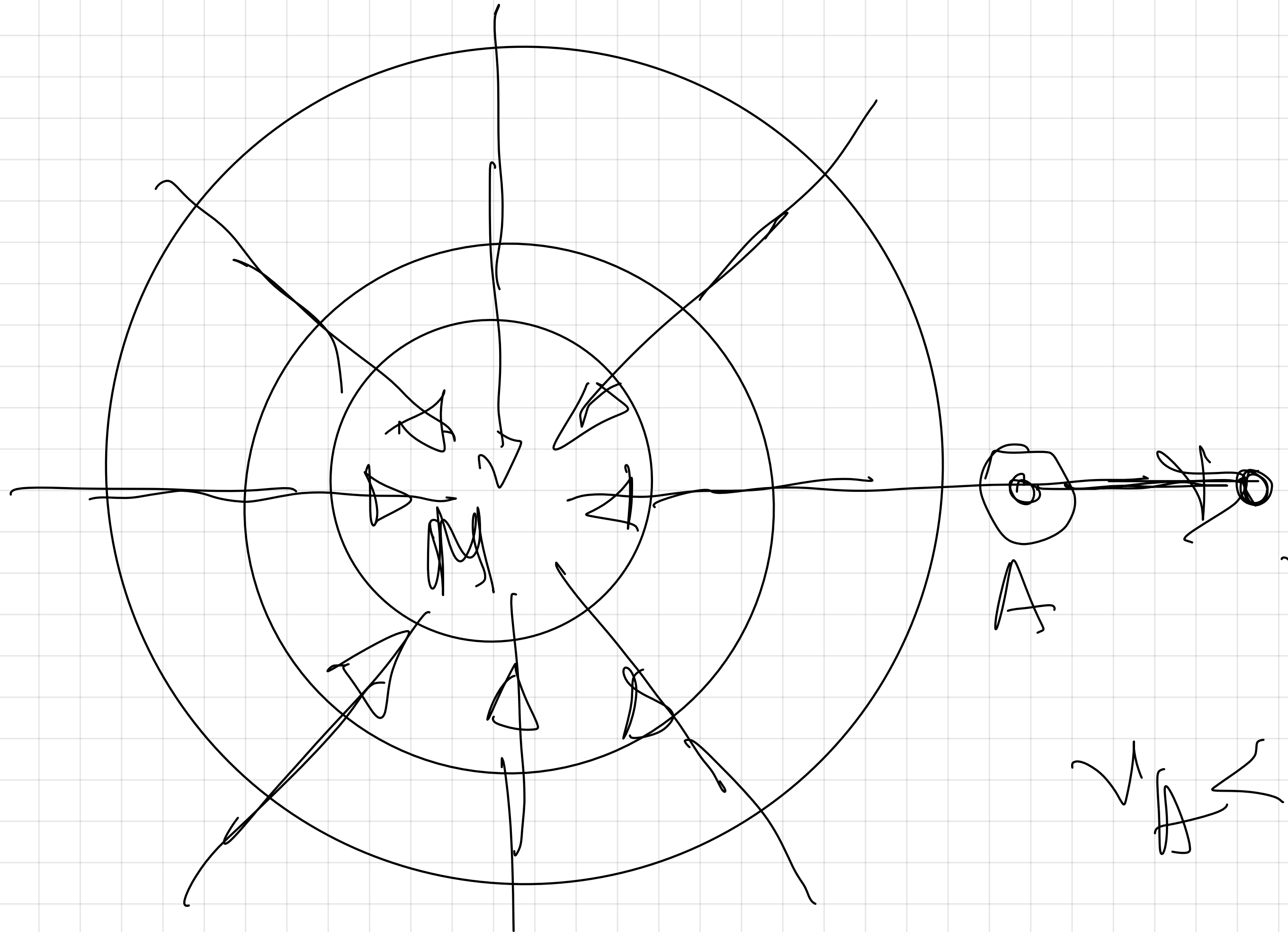
$$m \simeq 2g.$$

58.- En una región existe un campo gravitatorio creado por una masa M

a) Dibuja las líneas de campo y las superficies equipotenciales

b) Si otra masa m situada en un punto A del campo se mueve hacia otro punto B, siendo el potencial en B mayor que en A, razonar si la partícula m se acerca o se aleja de M

c) Explica las transformaciones energéticas de la partícula durante el desplazamiento indicado



$$V = -G\frac{M}{r}$$

V_B

$V_A < V_B$

$$W'_{A\to B} = m \cdot (v_A - v_B) < 0$$

$$v_A < v_B$$