FÍSICA

PROFESOR: JOSÉ MANUEL GARCÍA CUCURELLA.

1ª EVALUACIÓN		RECUPERACIÓN / SUBIDA NOTA	
- CAMPO GRAVITATORIO	6	C. GRAVIT	8
- CAMPO ELÉCTRICO	~~4~~	C. ELECT	6
	5		

OLIMPIADA FÍSICA

2º EVALUACIÓN.

- ELECTROMAGNETISMO - 3

- ONDAS. 5

4

RECUPERACIÓN
SUBIDA DE NOTA

ELECTROMAGNET. - 8

ONDAS. - 10

3º EVALUACIÓN.

- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.
- FÍSICA CUÁNTICA.
- FÍSICA NUCLEAR.

REC

SUBIDA

10

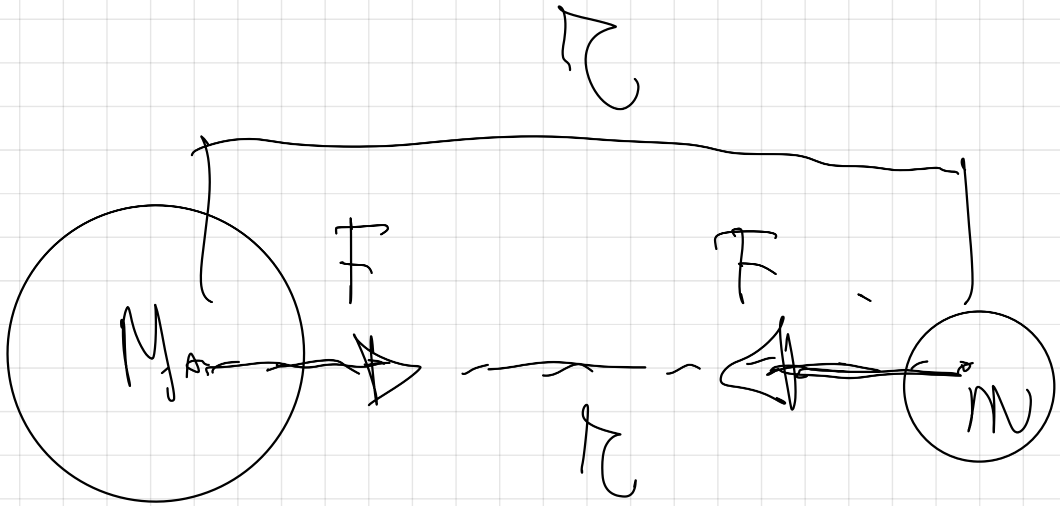
- ÓPTICA.
- MECÁNICA

16

TEMA 1

CAMPO GRAVITATORIO

Ley de la gravitación universal



$$\boxed{F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

$F \Rightarrow N$ en S.I.

M y $m \Rightarrow kg$ en S.I

$r \Rightarrow m$ en S.I

$$F = \boxed{G} \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$\boxed{G} = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m}$$

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} ;$$

$$\boxed{G = 6'67 \cdot 10^{-11} \, N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}.}$$

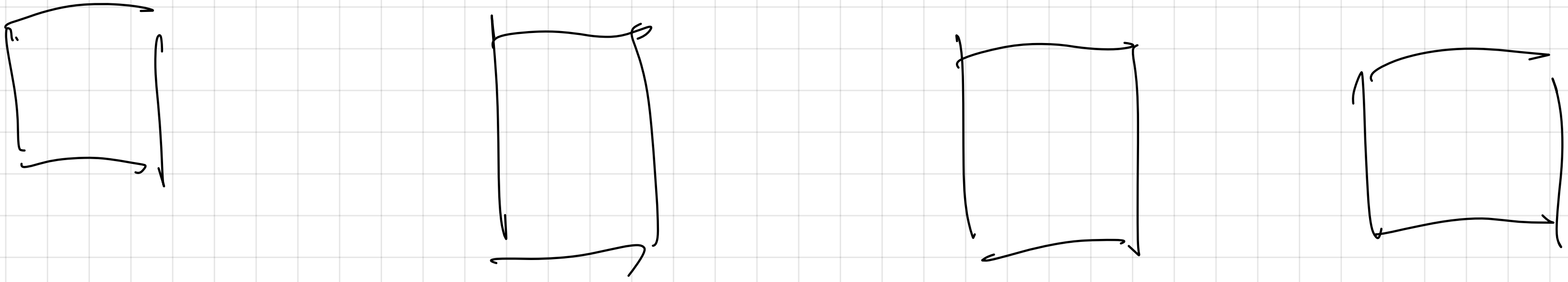
2ª ley de Newton.

S.I.

$$F = m \cdot a$$

$$1\,N = 1\,Kg \cdot 1\,\frac{m}{s^2}$$

$0\ \frac{m}{s}$ $1\ \frac{m}{s}$ $2\ \frac{m}{s}$ $3\ \frac{m}{s}$



0s 1s 2s 3s

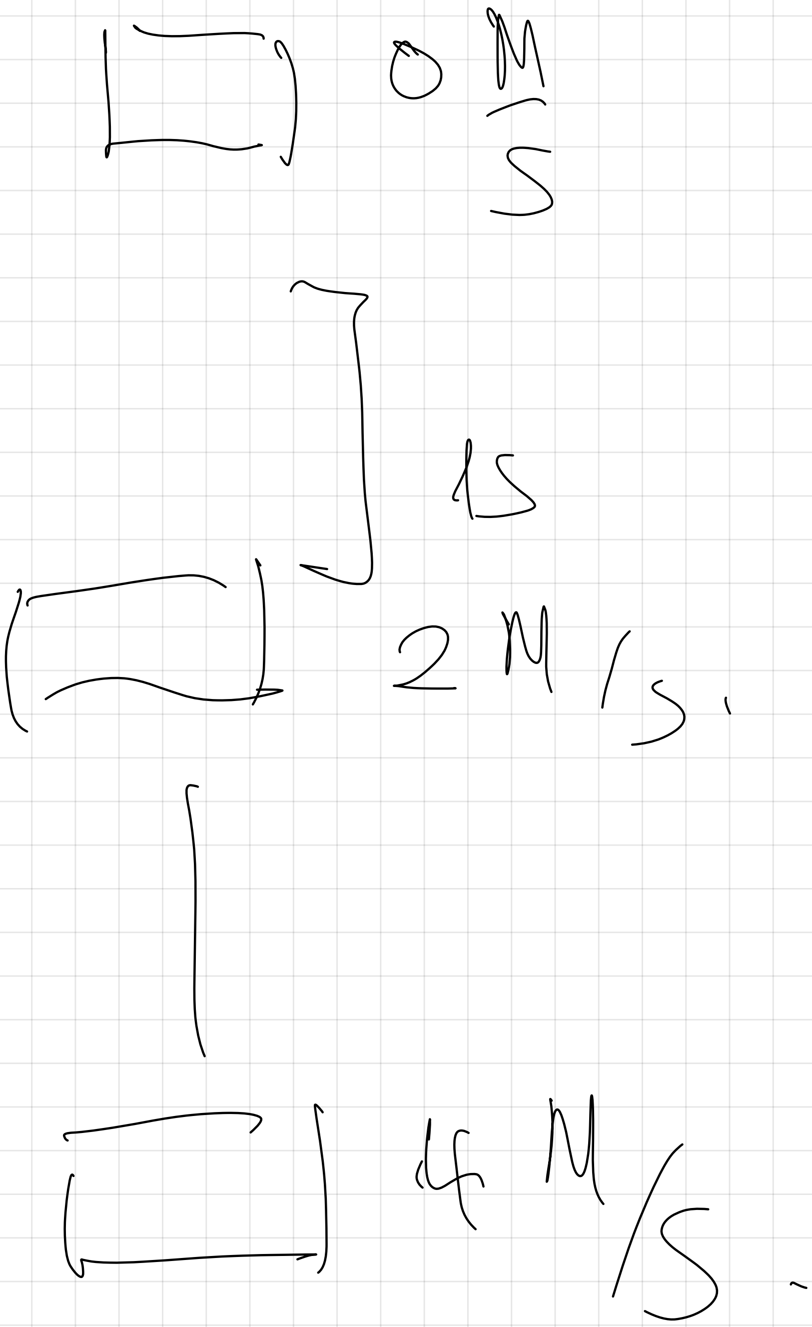
$$\boxed{a = 1\ m/s^2}$$

$0\ m/s$ $\quad 0\ s$

$10\ m/s$ $\quad 1\ s$

$20\ m/s$ $\quad 2\ s$

$$\boxed{g = 10\ m/s^2}$$



$g_L = 2\ m/s^2.$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$F = 6'67 \cdot 10^{-11} \, N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot \frac{60\,kg \cdot 2\,kg}{4\,m^2}$$

$$\boxed{F = 5'025 \cdot 10^{-10}\,N}$$

$m = 60\,kg$.

$F = m \cdot a$.

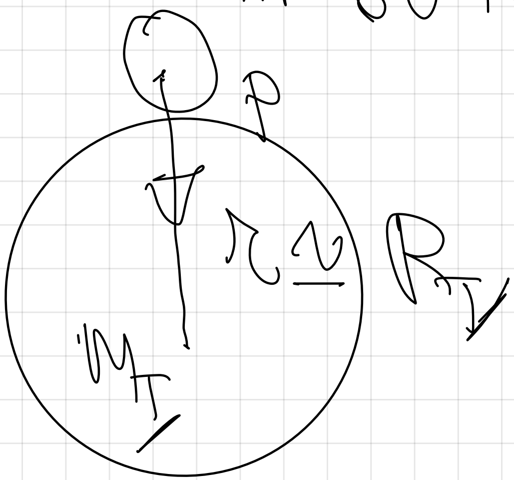
$g_T = 9.8\ m/s^2 \simeq 10\ m/s^2$.

$P = m \cdot g_T$

$P = 60\,kg \cdot 10\ m/s^2 = \boxed{600\,N}$.

$$P \approx F = G \cdot \frac{M_T \cdot m_{adam}}{R_T^2}$$

$m = 60 \text{ Kg}$



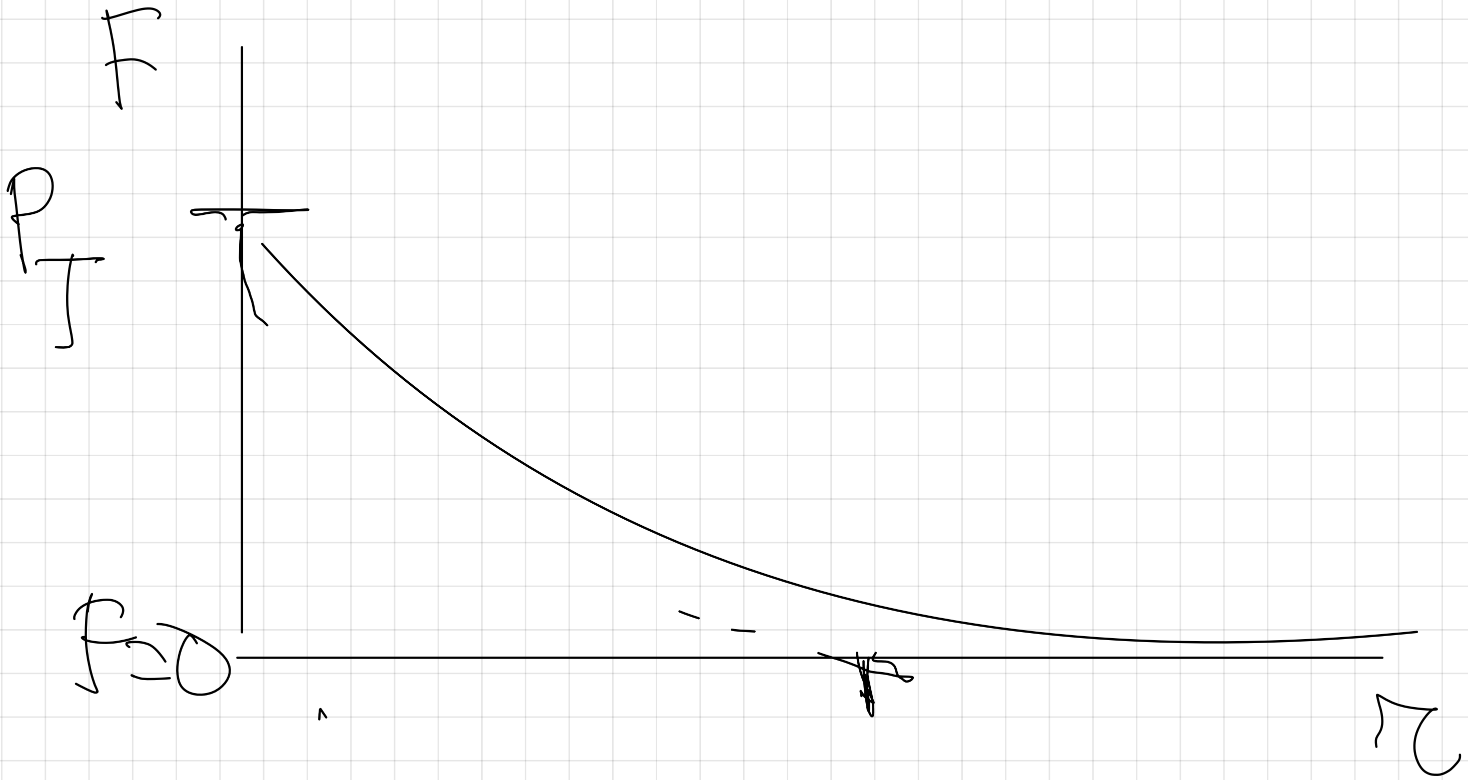
$$F = \boxed{6'67 \cdot 10^{-11}} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 60}{(6'4 \cdot 10^6)^2}$$

$$\boxed{P = 586'23 N}$$

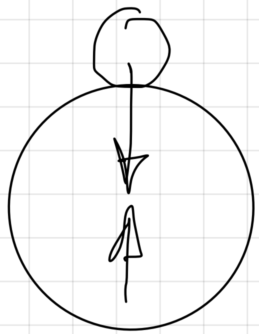
$R_T = 6400 \text{ Km} = 6'4 \cdot 10^3 \text{ Km} = 6'4 \cdot 10^6 \text{ m}$

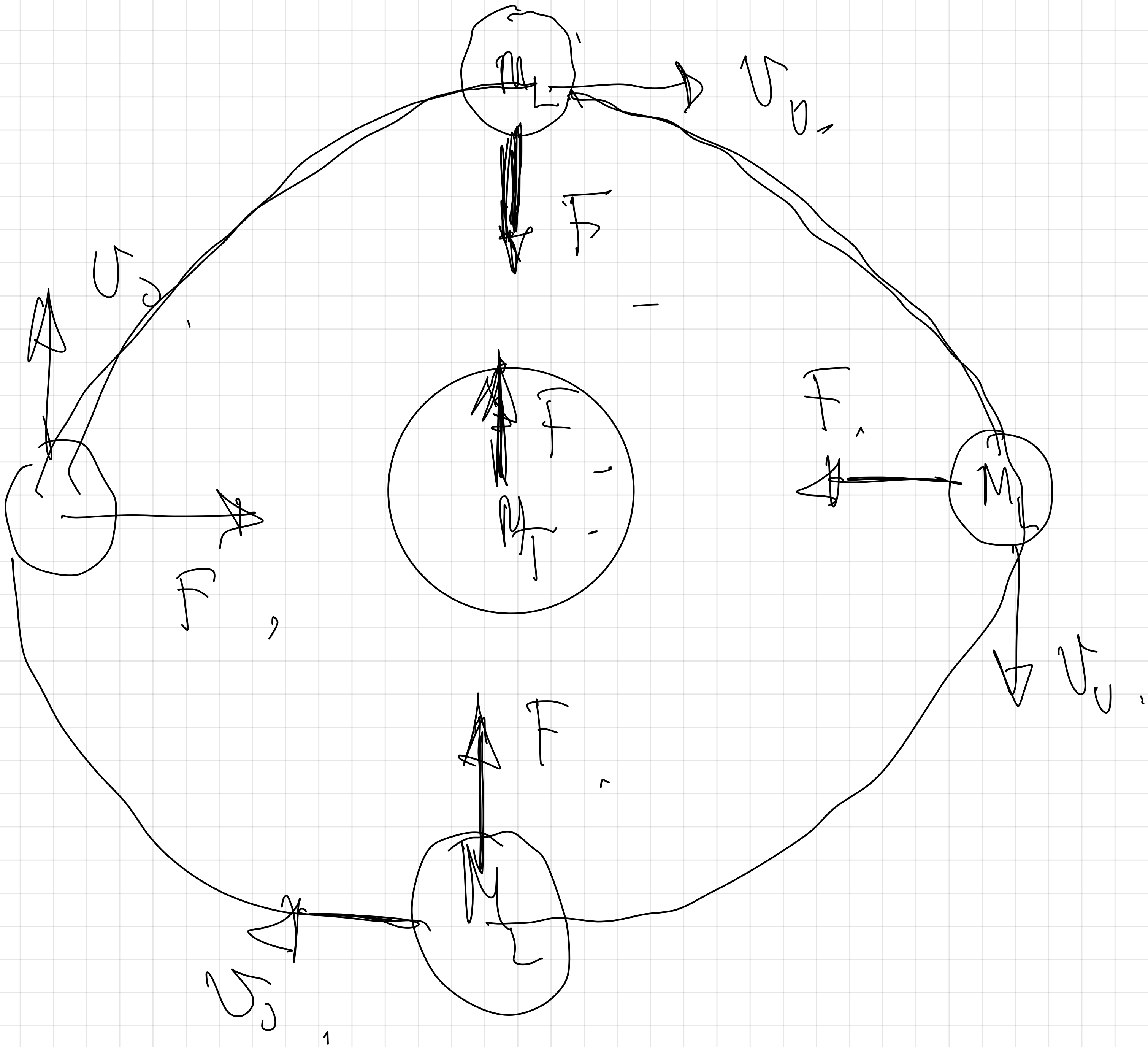
$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$\Downarrow \Downarrow \Downarrow \quad F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \uparrow \uparrow \uparrow$$



∞

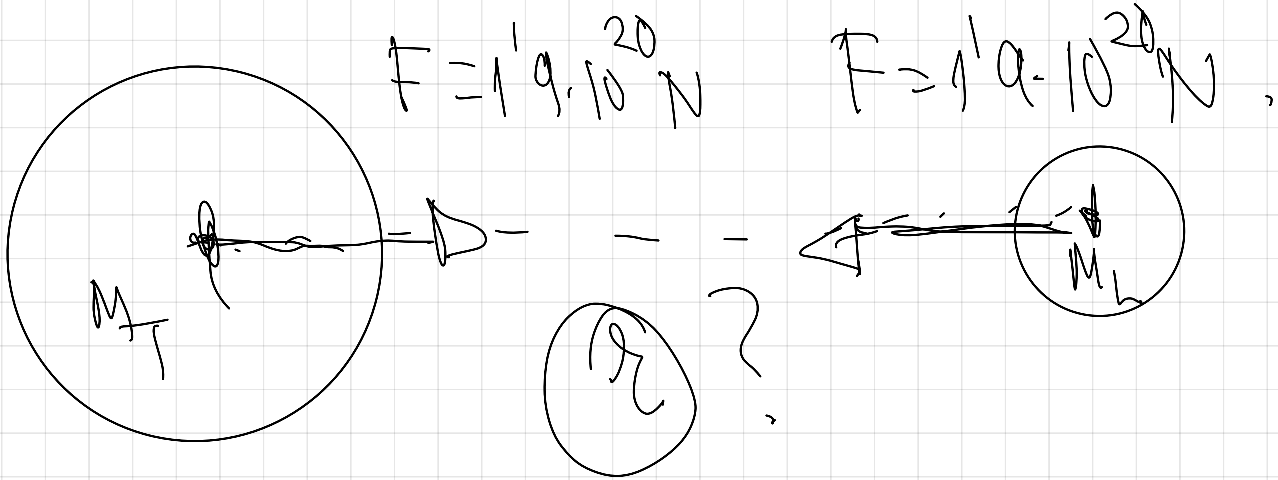




Pag 25.

1.- La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa de la Luna es de $7{,}2 \cdot 10^{22}$ Kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es de $1{,}9 \cdot 10^{20}$ N, ¿Cuál será la distancia entre sus centros? .$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

1º ⇒ Hacer un dibujo o esquema de la situación física.



$$\boxed{\text{Ley de la gravitación Universal.}}$$

r?

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2}$$

$M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg.

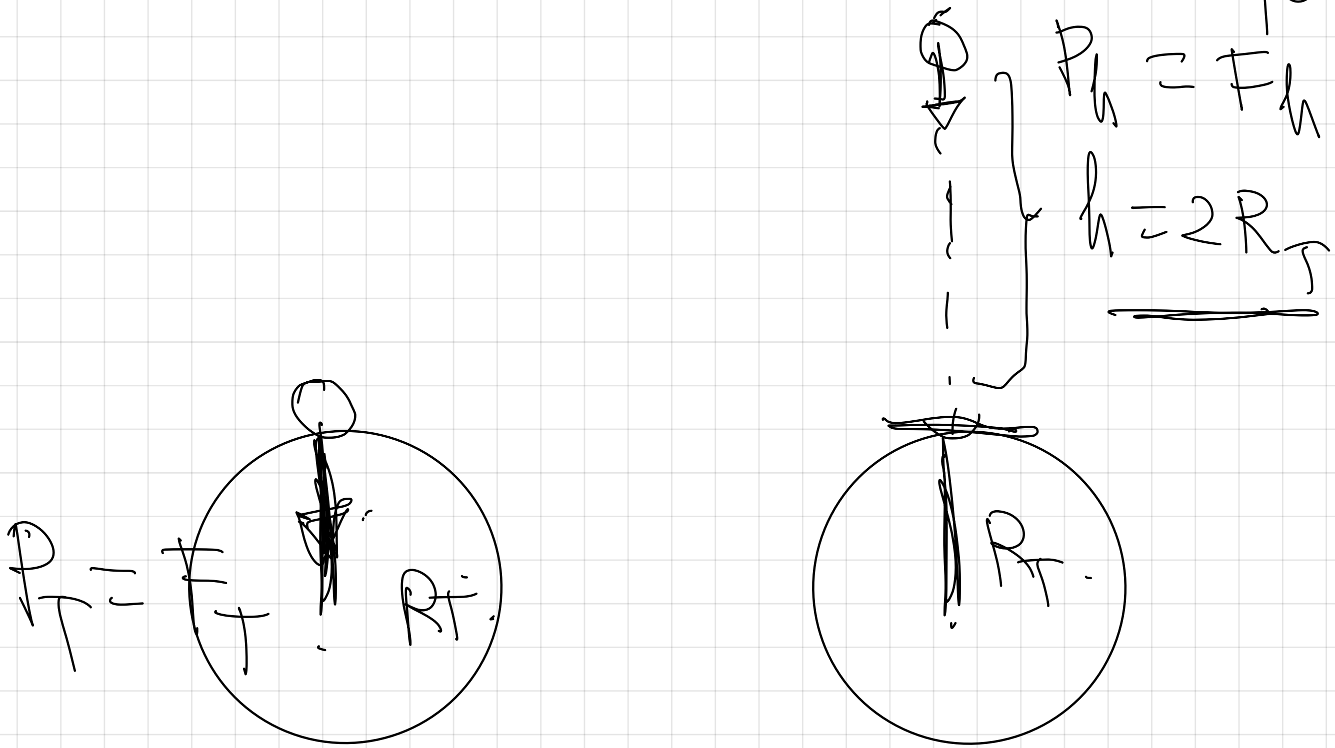
$$F \cdot r^2 = G \cdot M_T \cdot M_L$$

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 7'2 \cdot 10^{22}}{1'9 \cdot 10^{20}}}$$

$$r = 3'9 \cdot 10^{8}\ m$$

2.- ¿A cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se eleva desde el nivel del mar a una altura igual al doble del radio terrestre?

1º realizo el dibujo de la situación



$r \rightarrow$ distancia centro-centro

$r = R_T + h$

$r = R_T + 2R_T$

$r = 3R_T$.

Escribo ambas expresiones del peso,

ley de la gravitación universal

$$F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(3R_T)^2}$$

$$F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9R_T^2}$$

Dividimos ambas expresiones para relacionarlas.

$$\frac{F_h}{F_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T \cdot m}}{9\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T \cdot m}}{\cancel{R_T^2}}}$$

$$\frac{F_h}{F_T} = \frac{1}{9}$$

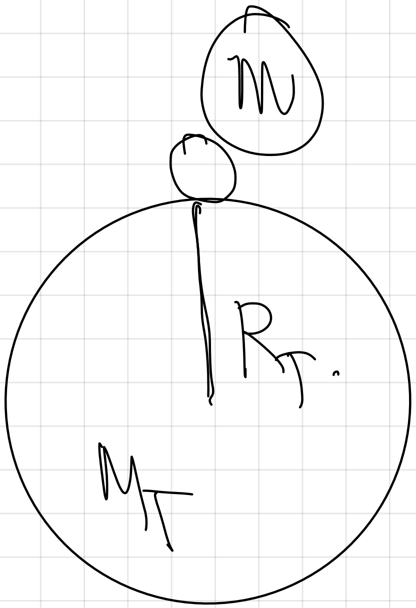
$$\boxed{F_h = \frac{1}{9} F_T}$$

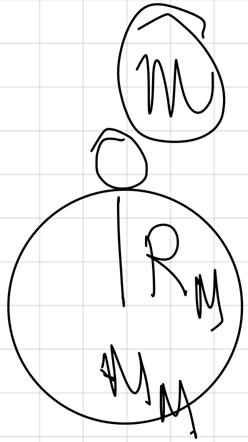
$\rightarrow$ El peso a esa altura es la novena parte que en la superficie terrestre.

$$\frac{F_T}{F_h} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T}^2}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{9 \cancel{R_T}^2}}$$

$$\frac{F_T}{F_h} = \frac{1}{1/9} \Rightarrow \boxed{F_T = 9 F_h}$$

4.- El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 Km, mientras que el de Marte viene a ser de unos 3440 Km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿Cuál sería su peso en Marte?. Dato: Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.





$= 0'11\, M_T$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_M = G \cdot \frac{\boxed{M_M} \cdot m}{R_M^2}$$

? $P_M = G \cdot \dfrac{0'11\, M_T \cdot m}{R_M^2}$;

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \dfrac{0'11\, \cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{R_M^2}}{\cancel{G} \cdot \dfrac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{R_T^2}} ;$$

?

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{0'11 \cdot R_T^2}{R_M^2} ; \Rightarrow P_M = \frac{0'11 \cdot R_T^2}{R_M^2} \cdot P_T .$$

$$P_M = \frac{0'11 \cdot (6'37 \cdot 10^6\,m)^2}{(3'44 \cdot 10^6\,m)^2} \cdot 200\,N \,.$$

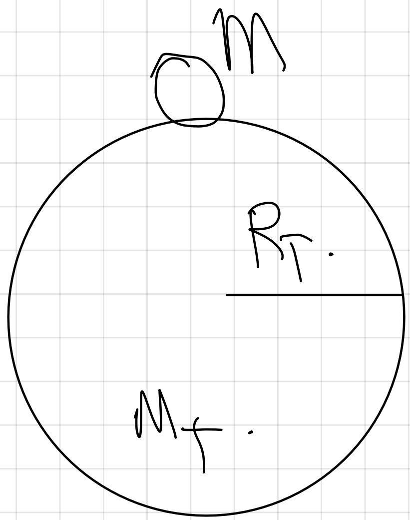
$$\boxed{P_M = 75'43\,N \,.}$$

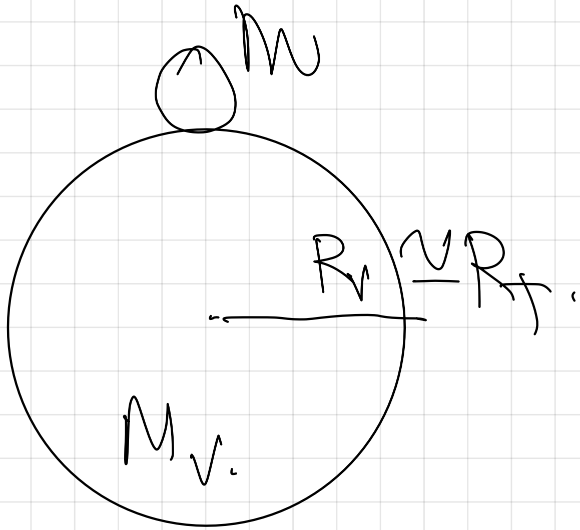
5.- Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 735 N, aterriza en el planeta Venus y al medir su peso observa que éste es de 600 N. Teniendo en cuenta que el diámetro de Venus es el mismo que el de la Tierra:

a) Halla la relación que existe entre las masas de la Tierra y Venus

b) Calcula la masa de Venus, sabiendo que la masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg

$P_T = 735 N$ $\quad$ $P_V = 600 N$





$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \qquad P_V = G \cdot \frac{M_V \cdot m}{R_T^2} \qquad \boxed{R_V = R_T}$$

$$\frac{P_T}{P_V} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{M_V \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}} \qquad \frac{P_T}{P_V} = \boxed{\frac{M_T}{M_V}}$$

$$\frac{M_T}{M_V} = \frac{735\,\cancel{N}}{600\,\cancel{N}} \Rightarrow \frac{M_T}{M_V} = 1{,}225$$

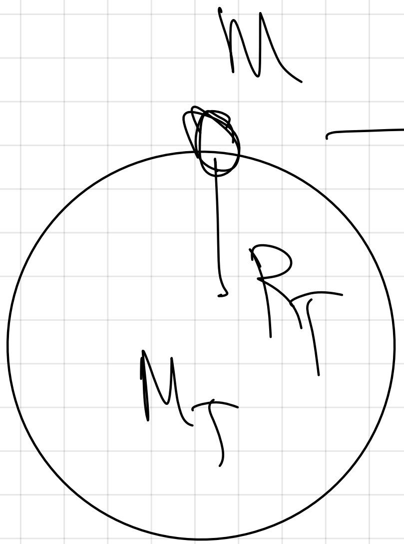
$$M_V = \frac{1}{1'225} M_T.$$

$$\boxed{M_T = 1'225\, M_V}$$

$$\boxed{M_T = 6 \cdot 10^{24}\, kg}$$

$$\boxed{M_V = 0'82\, M_T} \longrightarrow M_V = 0'82 \cdot 6 \cdot 10^{24}\, kg$$

$$\boxed{M_V = 4'92 \cdot 10^{24}\, kg}.$$



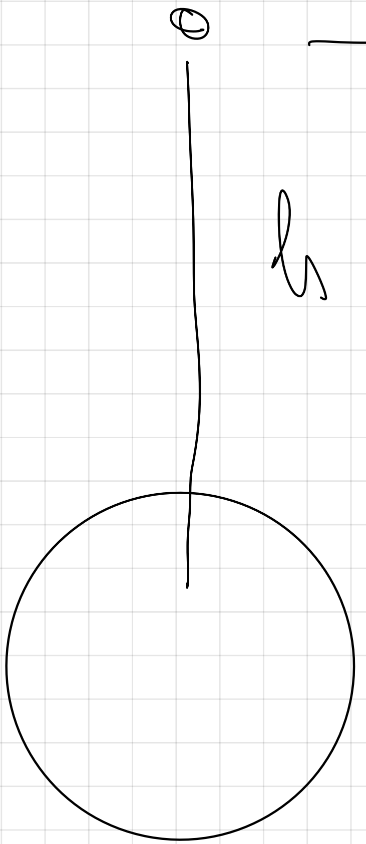
F_T

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

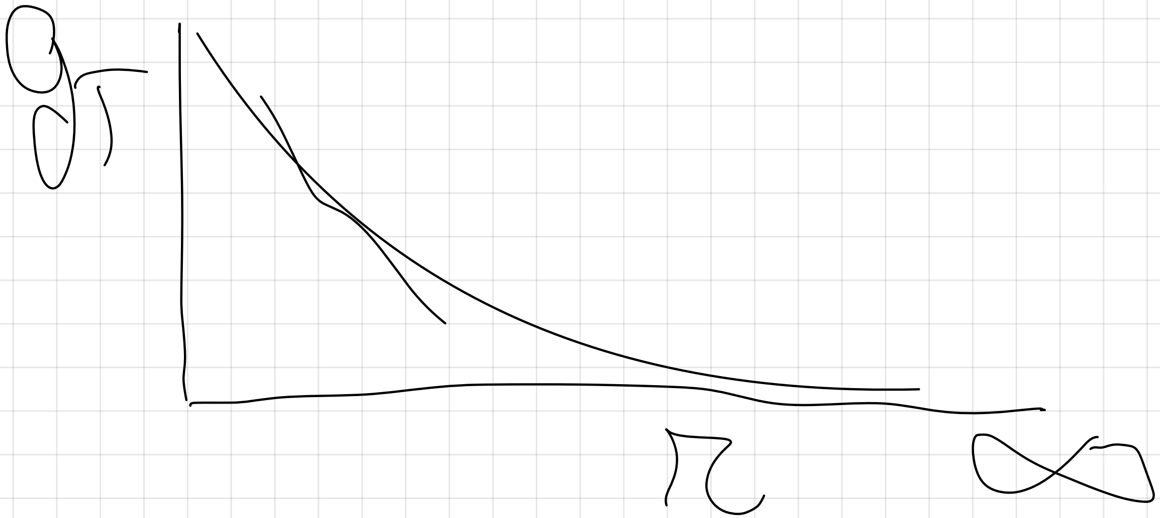
$$P_T = m \cdot g_T$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6'4 \cdot 10^6)^2} \simeq 9'8 \frac{m}{s^2}$$

3



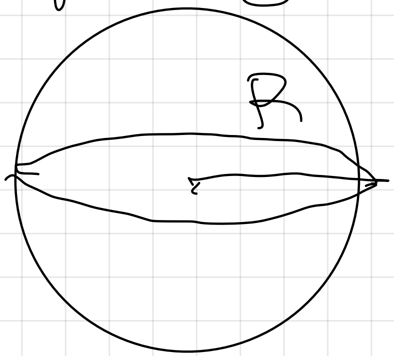
$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)^2} < 9.8\ m/s^2$$



g solo es nula en el ∞

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3$

densidad $\Rightarrow$ d ?

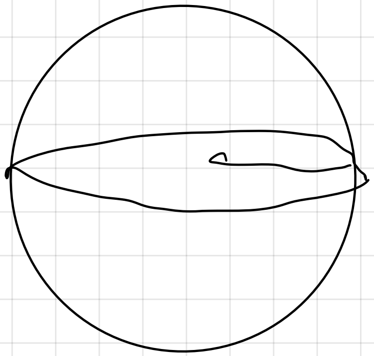


$\boxed{\rho}$

$$\rho = \frac{M}{V_{esfera}} \Rightarrow \frac{Kg}{m^3} \text{ en S.I.}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

6.- Calcular la densidad media de la Tierra a partir de los siguientes datos:
g= 9,8 m/s^2, R_T=6370 Km, G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}

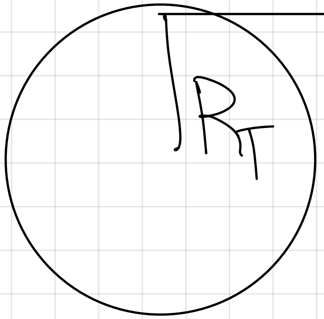


R_T

Debo poner la M_T en función de los datos conocidos

$$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{\frac{g_T \cdot R_T^2}{G}}{\frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

$$\rho_T = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{g_T}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T}}$$



$$\left\{\begin{array}{l} g_T = G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2} \rightarrow \text{La despejo} \\[2ex] M_T = \dfrac{g_T \cdot R_T^2}{G} \end{array}\right.$$

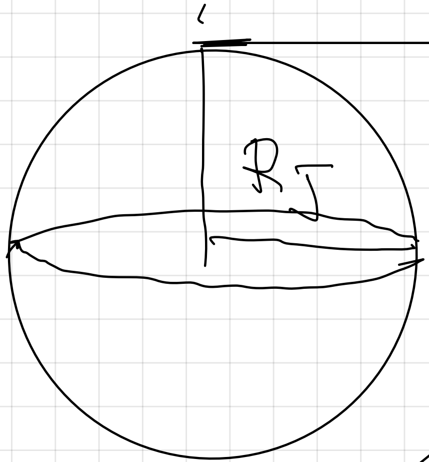
$$\rho = \frac{g_T}{G \, \frac{4}{3} \pi R_T} = \frac{9'8}{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 6'37 \cdot 10^{6}}$$

$$\rho = 5'5 \cdot 10^{3} \; \frac{kg}{m^3}$$

7.- Júpiter tiene una densidad media de $\rho = 1{,}34 \cdot 10^3$ Kg/m^3 y un radio medio R= $0{,}718 \cdot 10^5$ Km. Sabiendo que G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m$^2 \cdot$ Kg^{-2}.

a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter?

b) ¿Pesará un cuerpo lo mismo en Júpiter que en la Tierra?. Razónese



?

$$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = G \cdot \frac{\rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi R_J^3}{R_J^2}$$

$$\rho_J = \frac{M_J}{\frac{4}{3}\pi \cdot R_J^3} \Rightarrow M_J = \rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi R_J^3$$

$$g_J = G \cdot \rho_J \frac{4}{3} \pi R_J \quad \left| \begin{array}{l} R_J = 0'718 \cdot 10^5 km \\ R_J = 0'718 \cdot 10^8 m \end{array} \right.$$

$$g_J = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 1'34 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 0'718 \cdot 10^8 m$$

$$\boxed{g_J = 26'86 \ m/s^2}$$

b)

$$g_J > g_T$$

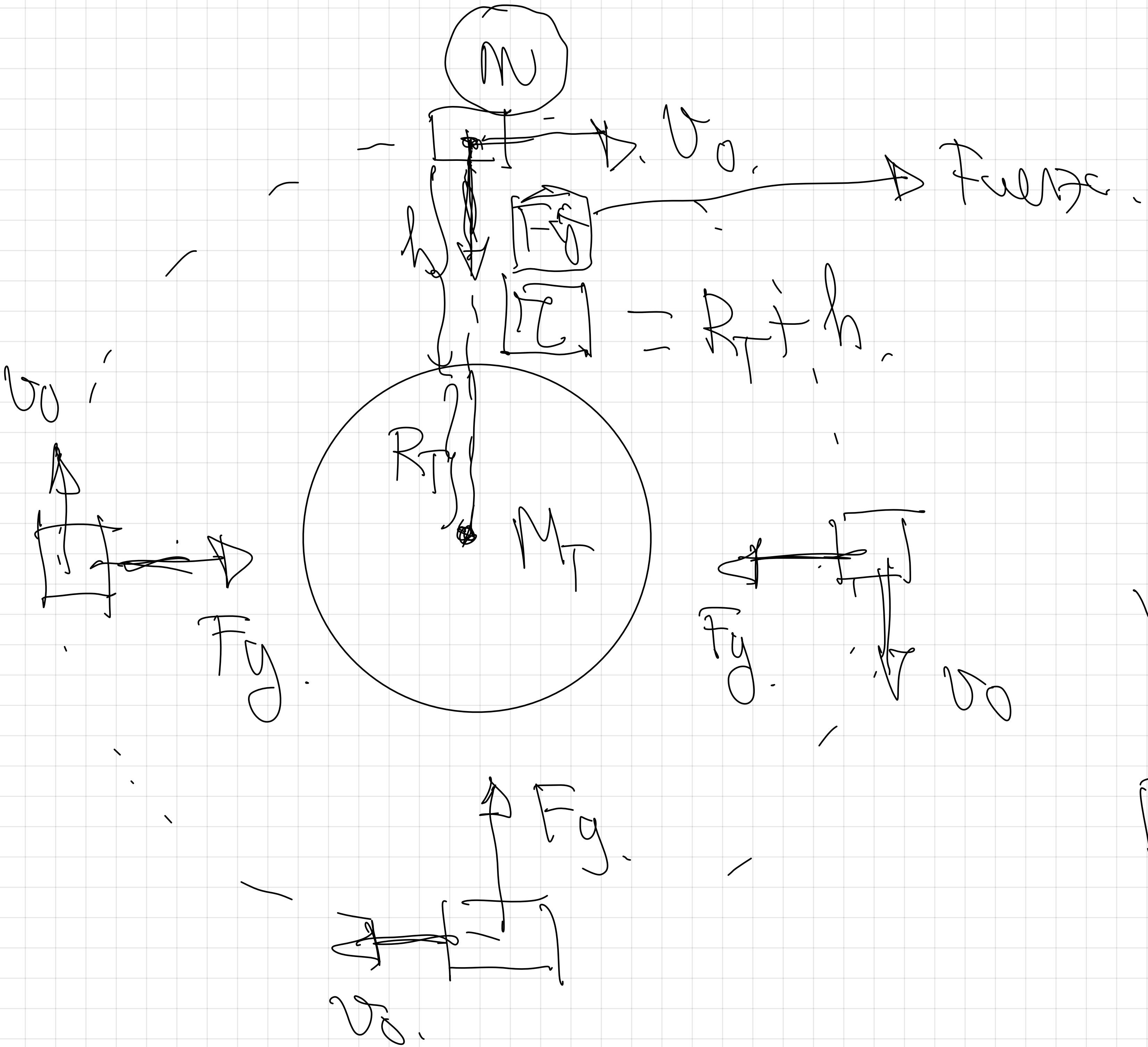
$$\Downarrow$$

$$P_J = m \cdot g_J \longrightarrow P_J > P_T$$

TEMA 2

APLICACIONES DE LA GRAVITACIÓN AL MOVIMIENTO DE SATÉLITES, PLANETAS Y GALAXIAS

1.- VELOCIDAD ORBITAL DE UN SATÉLITE



$\boxed{\text{MCU}}$

v_0 cte en módulo pero no en dirección.

Ley de la gravitación universal.

2ª ley de Newton.

$$F_g = m \cdot \boxed{a_n}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \boxed{\frac{v_0^2}{r}}$$

Despejo el valor de la velocidad orbital.

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)}}$$

18.- Un satélite describe una órbita circular de radio 2R_T en torno a la Tierra.

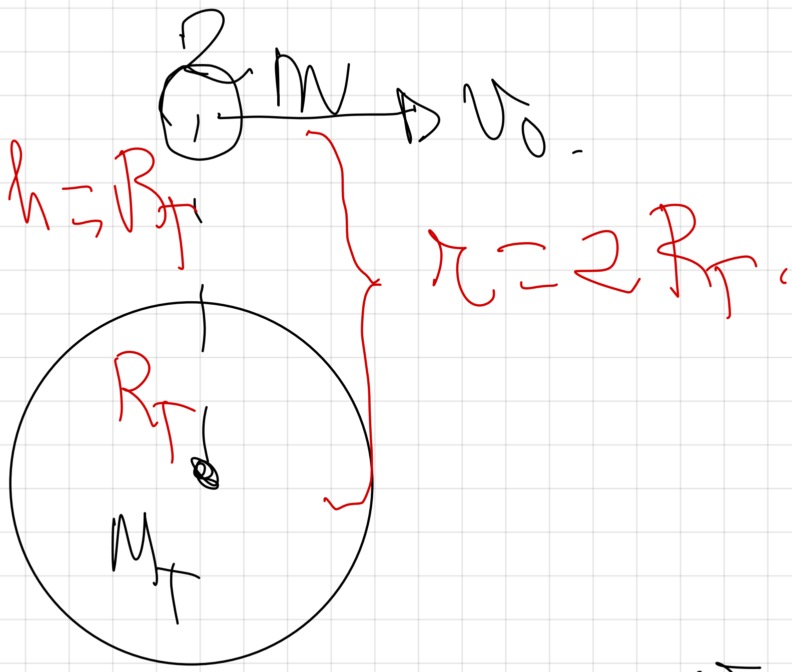
a) Determinar su velocidad orbital

b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita?.

c) Explicar la fuerza que actúa sobre el satélite.

d) Si otro satélite de masa doble al anterior se encontrase orbitando a la misma altura, ¿Con qué velocidad lo haría?.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg



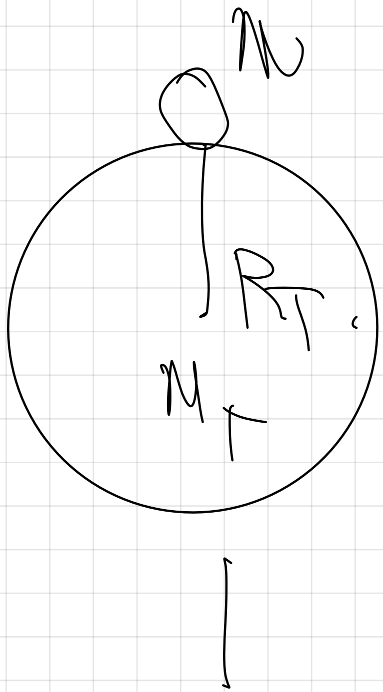
$$F_g = F_n$$

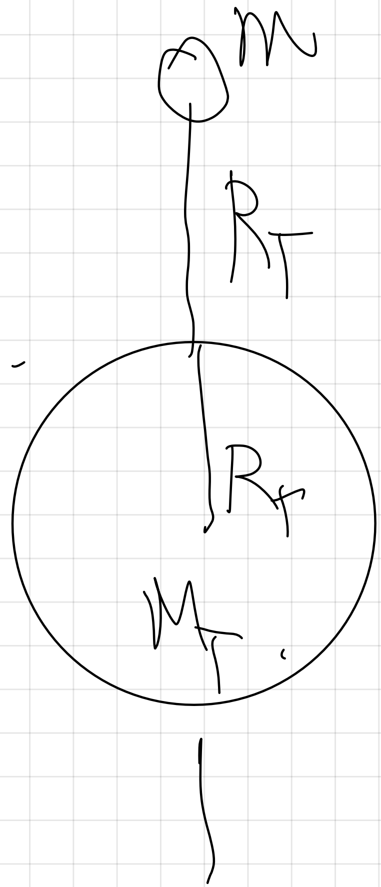
$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{2R_T}}$$

$$v_0 = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 6'4 \cdot 10^{6}}} = \boxed{5591'57 \ \frac{m}{s}}$$

b)





$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}.$$

$$P_{\acute{o}rbita} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(2R_T)^2}$$

$$P_{\acute{o}rbita} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{4R_T^2}.$$

$$\frac{P_{\acute{o}rbita}}{P_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{4\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{R_T^2}}}.$$

$$\frac{P_{\acute{o}rbita}}{P_T} = \frac{1}{4}.$$

$$P_{\acute{o}rbita} = \frac{1}{4} P_T.$$

$P_{órbita} = \frac{1}{4} 5000\,N$

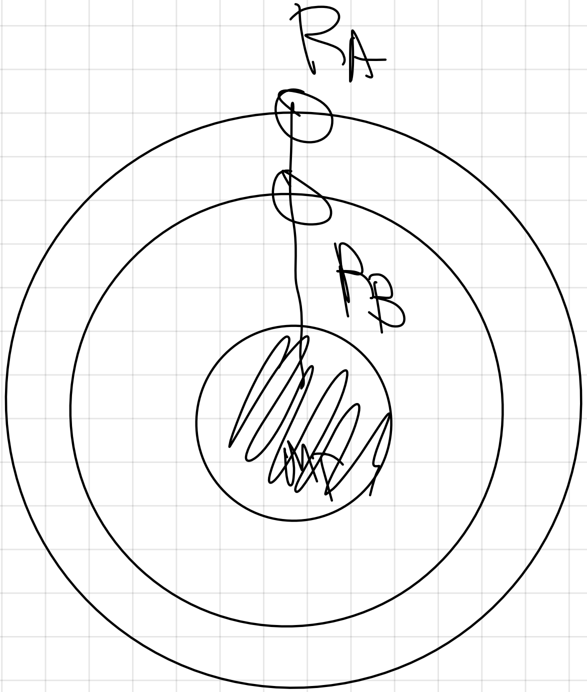
$P_{órbita} = 1250\,N$

c) Teoría.

19.- Dos satélites idénticos A y B están orbitando en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra, siendo $R_A > R_B$.

a) Indicar cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad orbital.

b) Si la Tierra aumentase su masa al cuádruple manteniendo su radio, ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital de ambos satélites?.



$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}} \rightarrow r_A > r_B$$

$$\rightarrow v_A < v_B$$

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

$$v' = \sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}} \Rightarrow v' = 2\sqrt{G \frac{M_T}{r}}.$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\cancel{G} \cdot \frac{4\cancel{M_T}}{\cancel{r}}}}{\sqrt{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T}}{\cancel{r}}}} = \frac{v'}{v} = \sqrt{4}$$

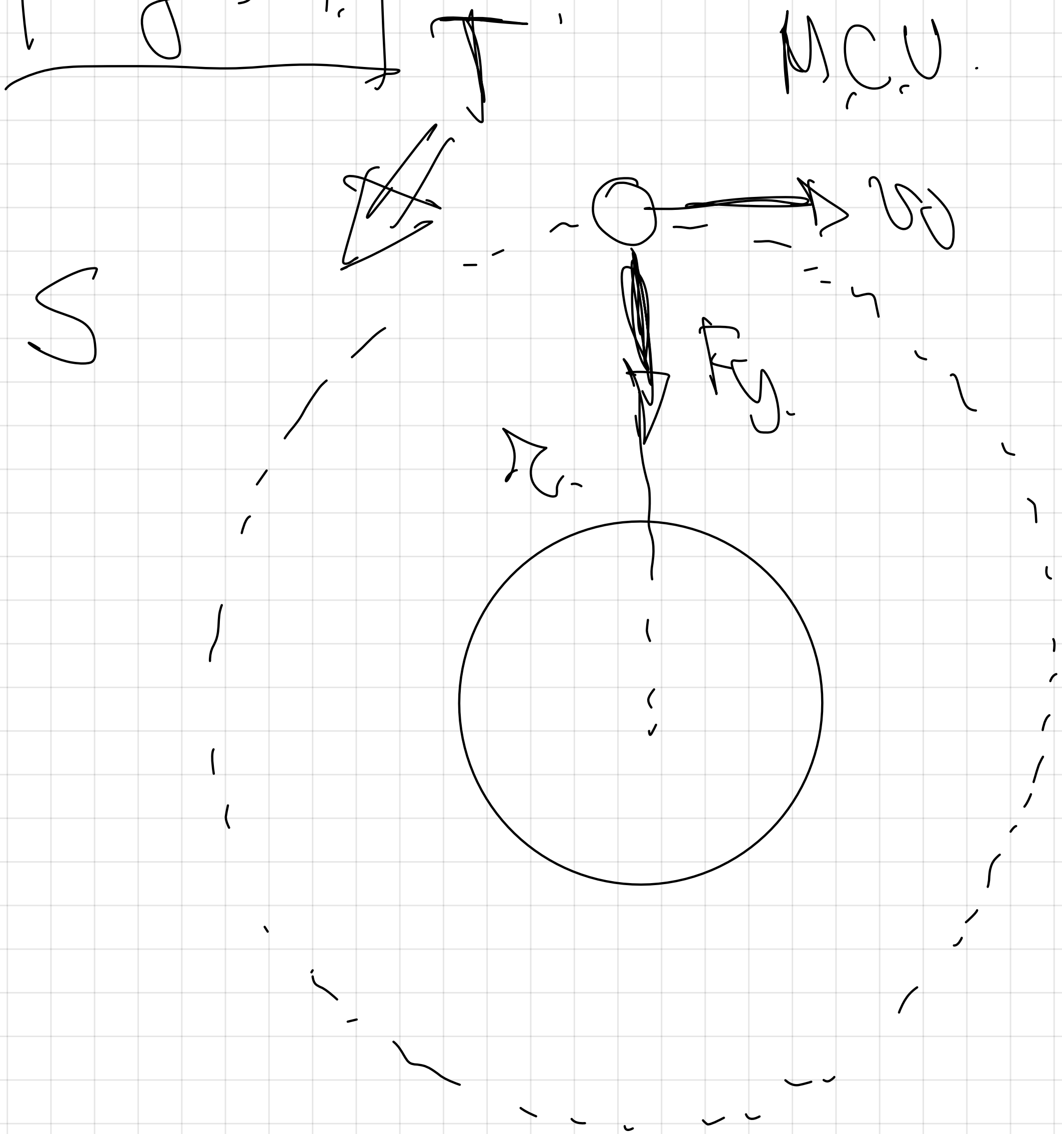
$$\boxed{v' = 2v}$$

$$\downarrow$$

La velocidad se duplica.

Pag 14.

MCU



$$\boxed{v} = \frac{s}{t} = \boxed{\frac{2\pi r}{T}} \qquad \frac{m}{s}$$

$$\boxed{\omega} = \frac{\varphi}{t} = \boxed{\frac{2\pi}{T}} \qquad \frac{rad}{s}$$

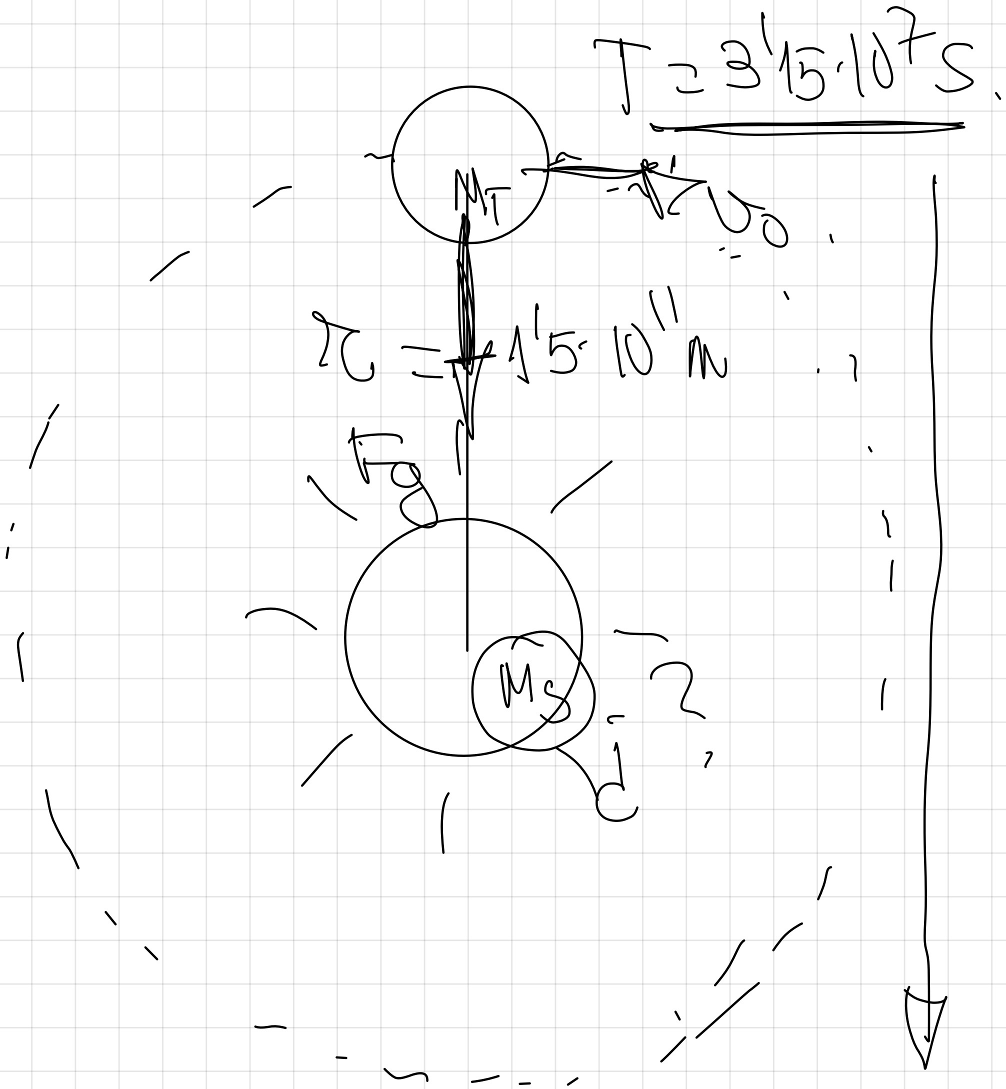
$$\boxed{v = \omega \cdot r}$$

21.- Suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1,5 \cdot 10^{11}$ m y que la Tierra tarda $3,15 \cdot 10^{7}$ s en completar dicha órbita:

a) Calcular la masa del Sol.

b) Calcular el potencial gravitatorio debido al Sol en el punto en el que se halla la Tierra.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot M_S}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T} \cdot \frac{\boxed{v_0^2}}{\cancel{r}}$$

¿?

$$\boxed{v_0} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

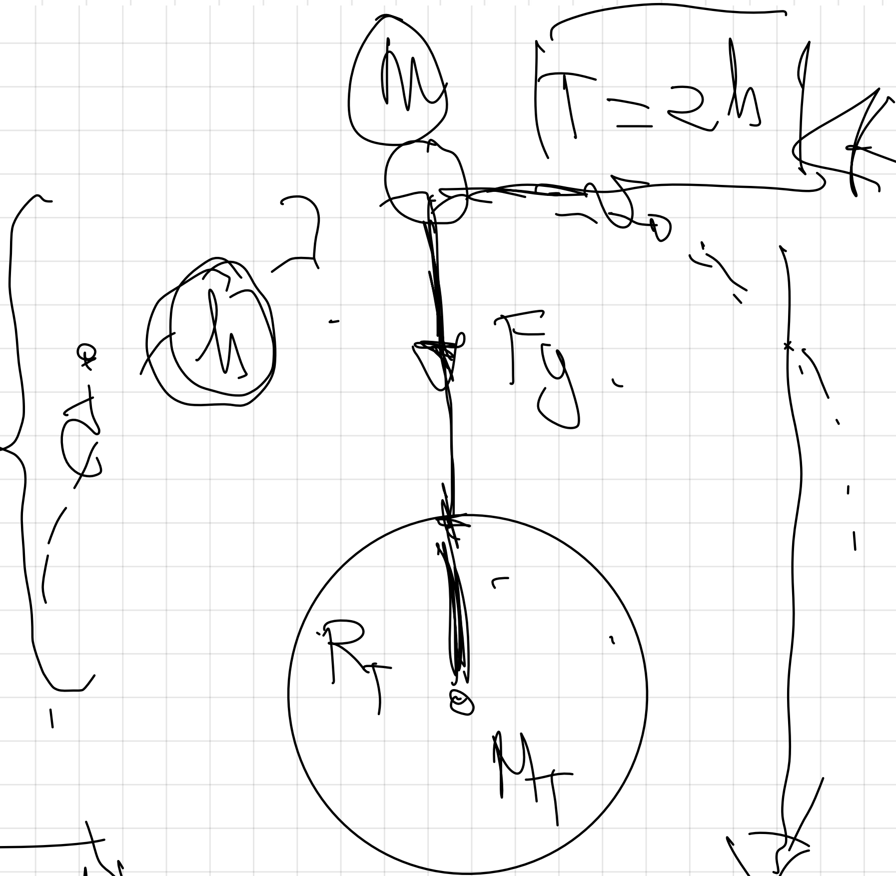
$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 \cdot r^3$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (1'5 \cdot 10^{11})^3}{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot (3'15 \cdot 10^7)^2} = \boxed{2'01 \cdot 10^{30}\ kg}$$

20.- ¿A qué altura de la superficie terrestre deberá estar situado un satélite si queremos que describa una órbita circular con un período de 2 horas?

$g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$; $R_T = 6400$ Km



$\boxed{r = R_T + h}$

Condición de orbitación.

$F_g = F_n$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

c) h!

$$v_s = \frac{2\pi(R_T+h)}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2(R_T+h)^3$$

$$(R_T+h)^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{\boxed{G M_T} T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

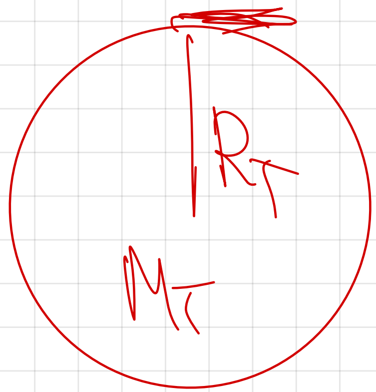
Lo pongo en función de los datos conocidos.

$9{,}8\ m/s^2$

$$g_T = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Lo despejo

$$\boxed{G \cdot M_T} = g_T \cdot R_T^2$$



$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

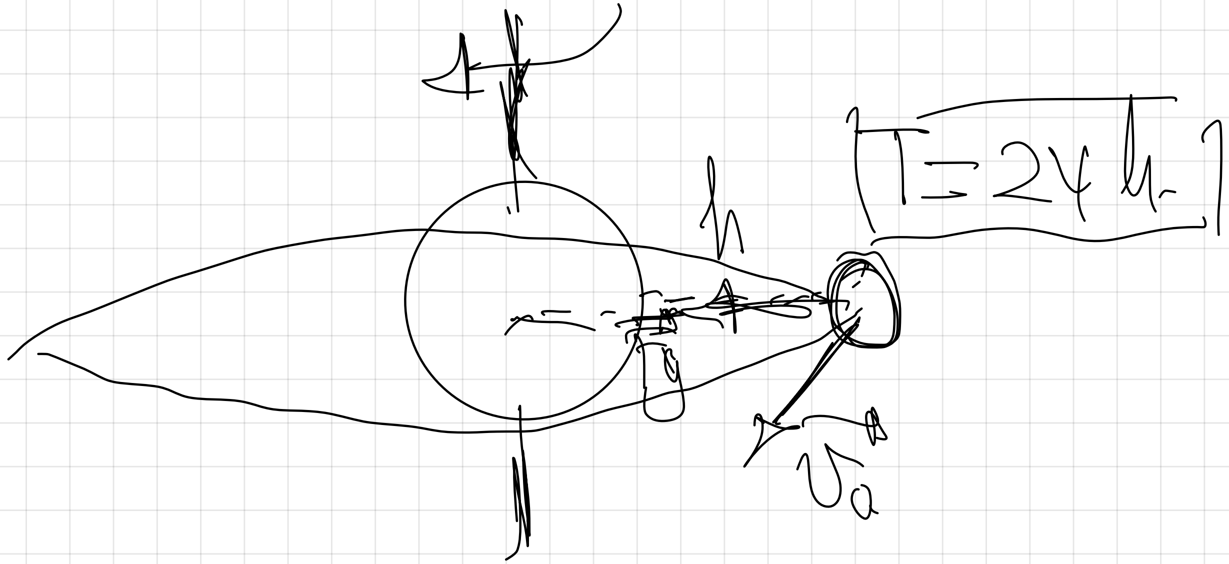
$$h = \sqrt[3]{\frac{9'8\,(6'4\cdot 10^6)^2\cdot (7200)^2}{4\pi^2}} - 6'4\cdot 10^6 = 1'68\cdot 10^6\ m$$

de altura sobre la superficie terrestre.

Satélite geoestacionario.

$T = 24h.$

Satélite geoestacionario



geosincrónico

$$\boxed{T = 24\,h}$$

25.- Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

c) Calcular su aceleración normal

d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

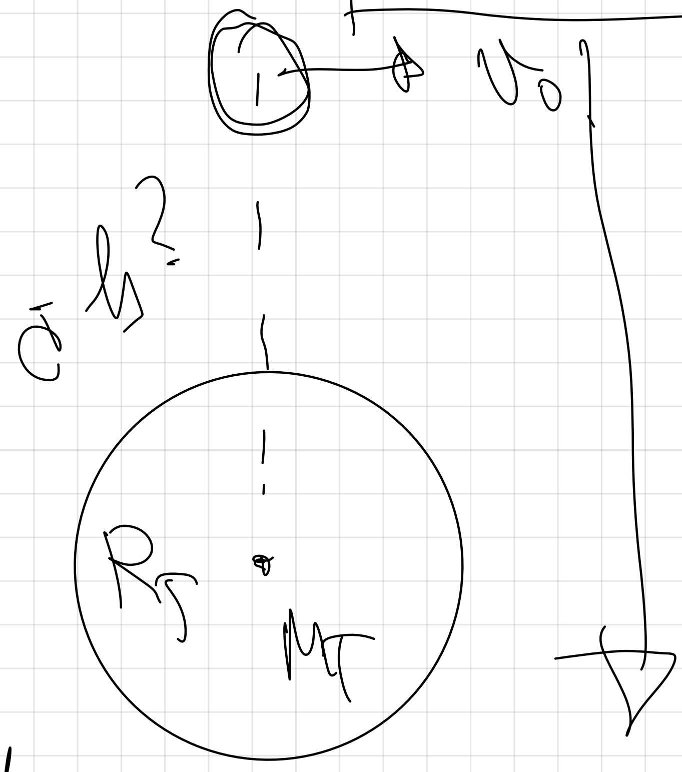
$\boxed{g=9{,}8\ m\cdot s^{-2},\ R_T=6400\ Km}$

a) $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi\ rad}{24\cdot 3600\ s} = 7{,}27\cdot 10^{-5}\ rad/s$

b)

$\boxed{T = 24\ h}$

Condición de orbitación.



$F_g = F_n$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_0^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$r = R_T + h$

$$v_0 = \frac{2\pi(R_T+h)}{T}$$

$\Downarrow$

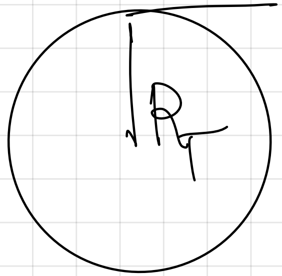
$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_T+h)^3$$

$$(R_T+h)^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$



$$g_T = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9{,}8 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2 (24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}} - 6{,}4 \cdot 10^6$$

$$\boxed{h = 3{,}6 \cdot 10^7 \ m}$$ → altezza sopra la superficie terrestre.

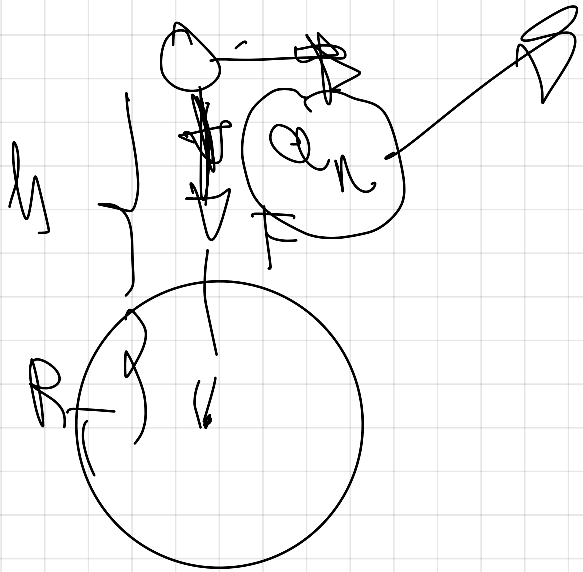
c) $$a_n = \frac{v_0^2}{r} = \frac{\left(\frac{2\pi (R_T + h)}{T}\right)^2}{(R_T + h)} = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^{\cancel{2}}}{T^2 \cdot \cancel{(R_T + h)}}$$

$$a_n = \frac{4\pi^2 (R_T + h)}{T^2} = 0{,}22 \ m/s^2$$

$$a_n = \frac{v_0^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot r^{\cancel{2}}}{\cancel{r}} =$$

$$= \omega^2 (R_T + h) = (7'27 \cdot 10^{-5})^2 \cdot (6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)$$

$$= \boxed{0'22 \ m/s^2}$$



Coincidirà con la acceleració de la gravedad a esa altura.

$$g_h = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)^2} =$$

$$= 0'22 \ m/s^2.$$

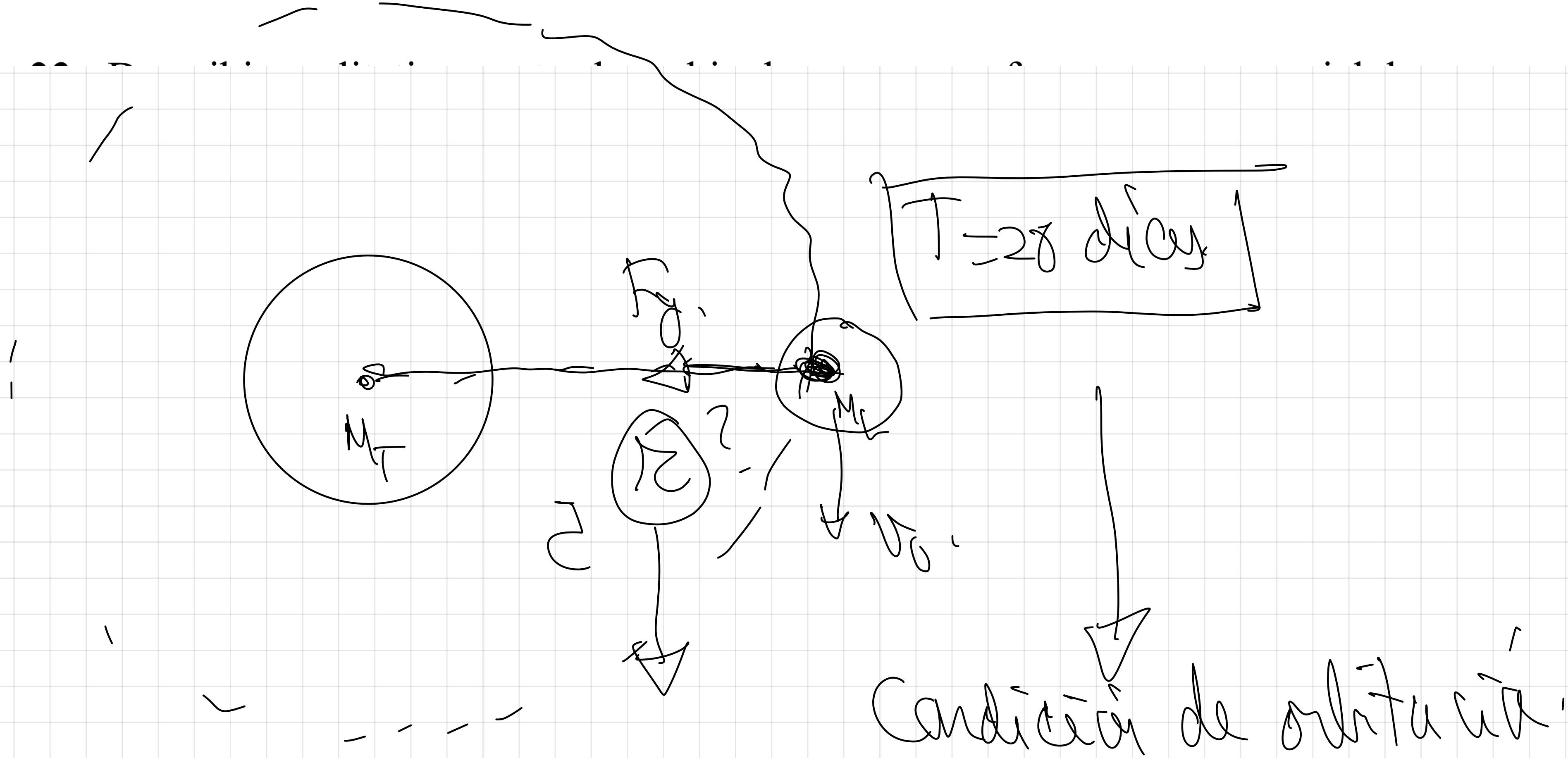
pag 28

22.- La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

a) Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

b) Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa m podría estar en equilibrio en un punto alineado con los centros de la Tierra y de la Luna, a una distancia del ecntro de la Tierra de $3{,}4 \cdot 10^{8}$ m.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^{2} \cdot Kg^{-2}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg



$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M_L}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_L} \cdot \frac{\boxed{v_0^2}}{\cancel{r}}$$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (28 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$= 3'9 \cdot 10^{8}\,m$$

$$T = 28\ \cancel{\text{días}}\ \frac{24 \cdot 3600\ s}{1\ \cancel{\text{día}}}$$

REPASO 1º BACH.

Energía potencial

Es la energía que tiene un cuerpo en función de su posición. (en un campo de fuerzas conservativo)

$$E_p = m \cdot g \cdot h \Rightarrow J \text{ en S.I.}$$

$$kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$N \cdot m = J$,

Energía cinética.

Energía que tienen los cuerpos en función de su velocidad.

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow J \text{ en SI.}$$

$$kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2,$$

$$kg \frac{m^2}{s^2}.$$

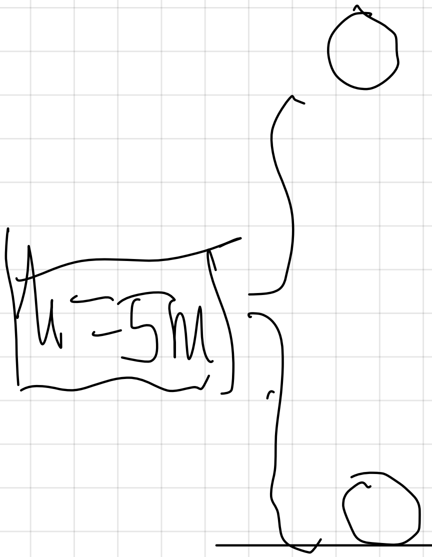
$$\underbrace{kg \cdot \frac{m}{s^2}}_{N} \cdot m = N \cdot m = J.$$

Energía mecánica.

$$E_M = E_p + E_c \qquad J \text{ en SI}.$$

Principio de conservación de la E_M.

La E_M se conserva si no existen pérdidas energéticas por rozamiento.



$m = 1\,kg$

$v_0 = 0$.

$E_{p_h} = m \cdot g \cdot h$

$E_{c_h} = \frac{1}{2} m v_0^2$

$\boxed{g = 10\ m/s^2}$

$E_{p_h} = 1 \cdot 10 \cdot 5 = \boxed{50\,J}$

$E_{c_h} = 0$.

$m = 1\,kg$

v^2.

$E_{p_{suelo}} = m \cdot g \cdot \cancel{h}$

$E_{p_{suelo}} = \boxed{0\,J}$.

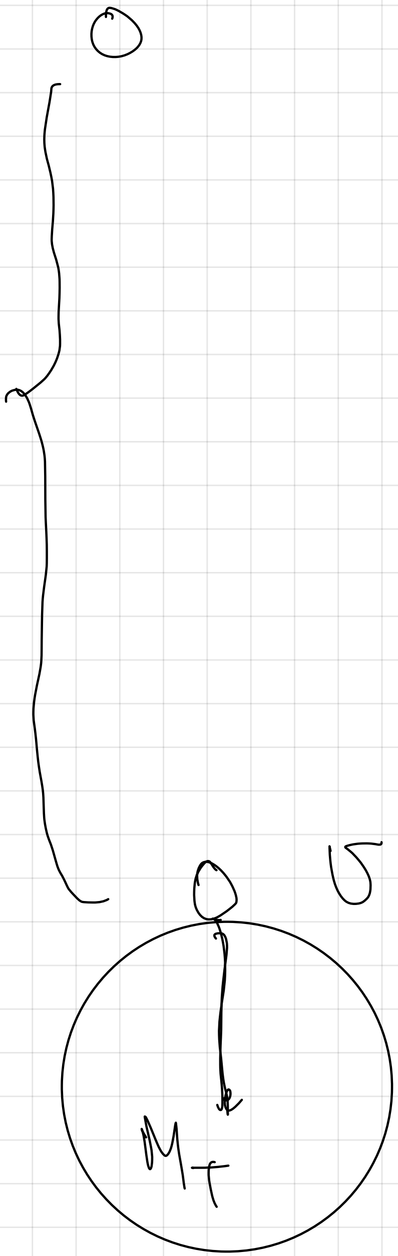
$E_{c_{suelo}} = \frac{1}{2} m v^2 = \boxed{50\,J}$.

$$\boxed{E_{m_h} = E_{m_{suelo}}}$$

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_{suelo}} + E_{c_{suelo}}$$

$$50J + 0 = 0 + 50J$$

1º BACH.



2º BACH.

$\cancel{E_p = m \cdot g \cdot h}$

$\cancel{g = 10\ m/s^2}$

g no es cte

Km 500 BILBAO

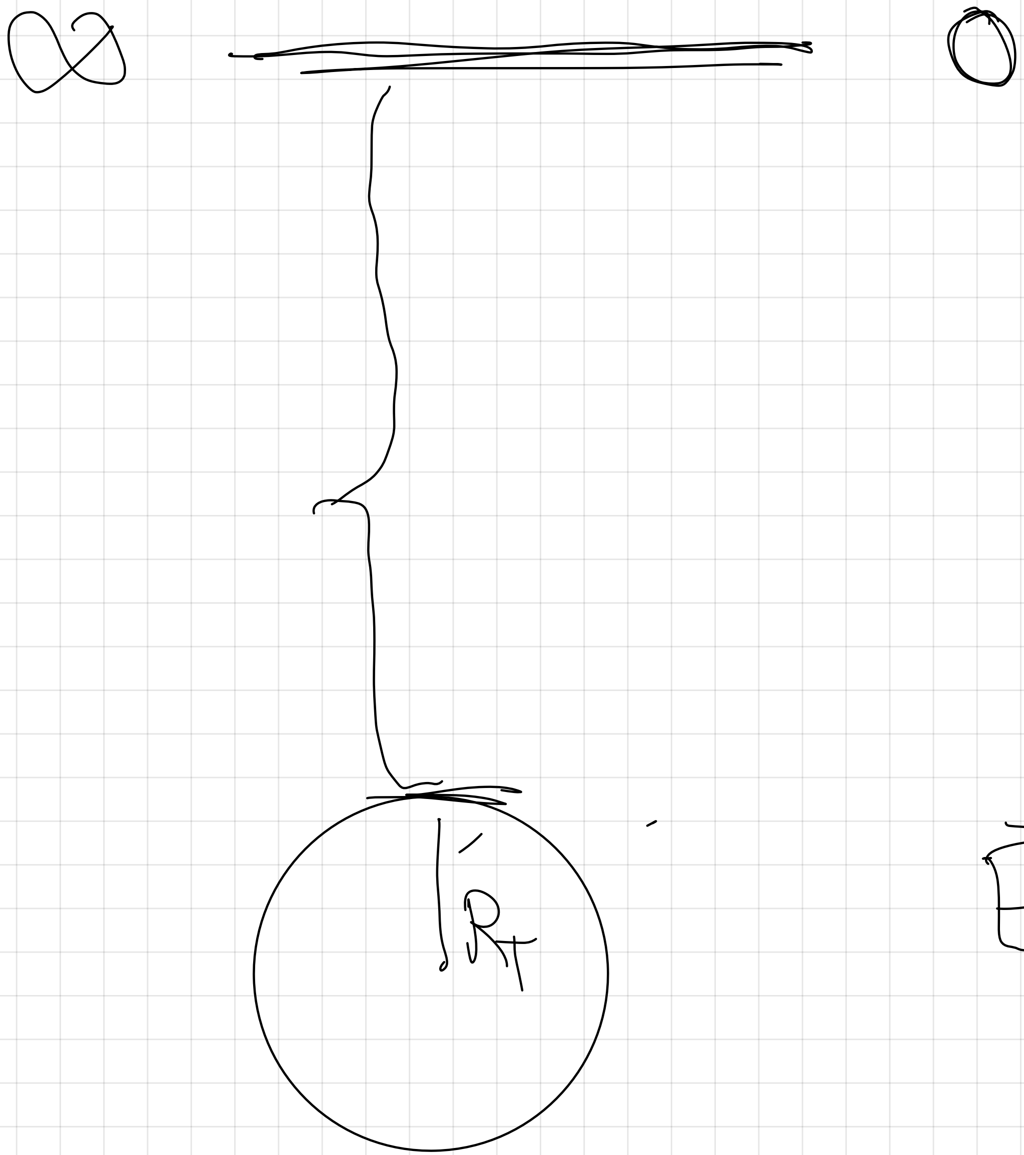
Km 0 MADRID

Km -500 MÁLAGA

BILBAO Km 0

MADRID Km -500

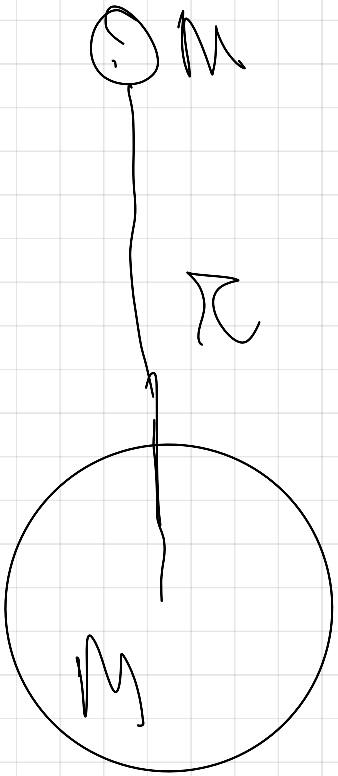
MÁLAGA Km -1000



E_p

$\boxed{E_{p_h} \quad -}$

$\cancel{E_p = mgh}$



$$\boxed{E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}$$

distancia centro centro.

29.- Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

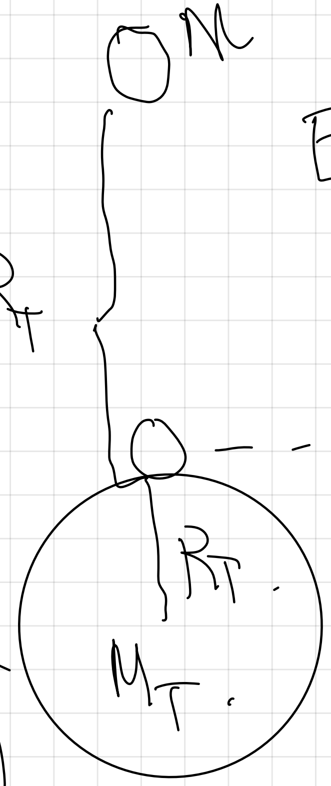
a)¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c)¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

b)



$h = 6R_T$

$r = R_T + 6R_T$

$\boxed{r = 7R_T}$

$E_{p_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T}$ / $E_{c_h} = 0$. ¿?

$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$ / $E_{c_T} = \frac{1}{2} m v_T^2$

~~Condición de orbitación~~

¿v_T?

Principio de conservación de la energía mecánica

$$E_{m_h} = E_{m_T}$$

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_T} + E_{c_T}.$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T} + 0 = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot v_T^2$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{7R_T} = \frac{1}{2} \cancel{m} \, v_T^2.$$

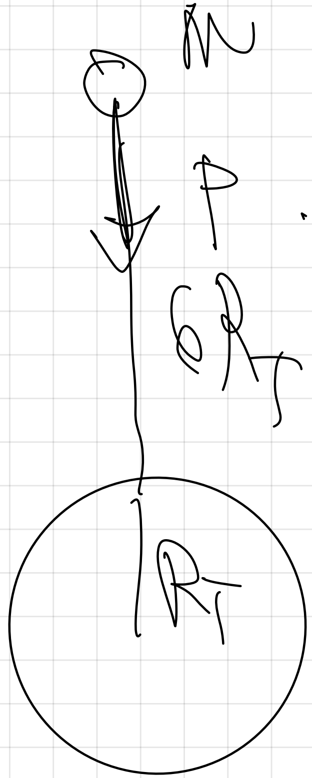
$$-G\frac{M_T}{R_T} - \left[-G\frac{M_T}{7R_T}\right] = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{7R_T}\right) = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$G\cdot M_T\left(\frac{6}{7R_T}\right) = \frac{1}{2}v_f^2$$

$$v_T = \sqrt{\frac{12\,G M_T}{7R_T}} \simeq 1'035\cdot 10^4\ m/s$$

a)



$$P = F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(7R_T)^2}$$

$$P = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{49 \cdot (6'4 \cdot 10^6)^2} = 200 \text{ N}.$$

Pag 15.

3 – Velocidad de escape de un cuerpo

∞ 0 J.

$E_{p_\infty} = 0$ / $E_{c_\infty} = 0$

-1000 J

$E_{p_T} = -G\frac{M_T \cdot m}{R_T}$ / $E_{c_T} = \frac{1}{2} m v_e^2$

Conservación de la Em

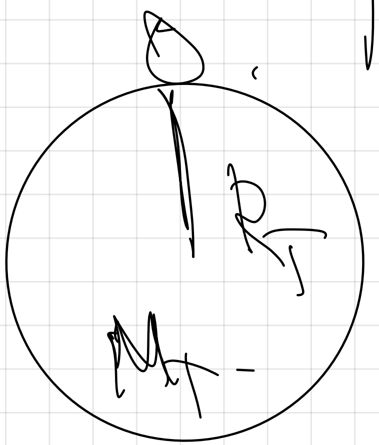
$$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = 0 + 0 .$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v_e^2 = G \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T} .$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot M_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6'4 \cdot 10^6}} \simeq$$

$$11.200 \ m/s \simeq 11'2 \ km/s .$$

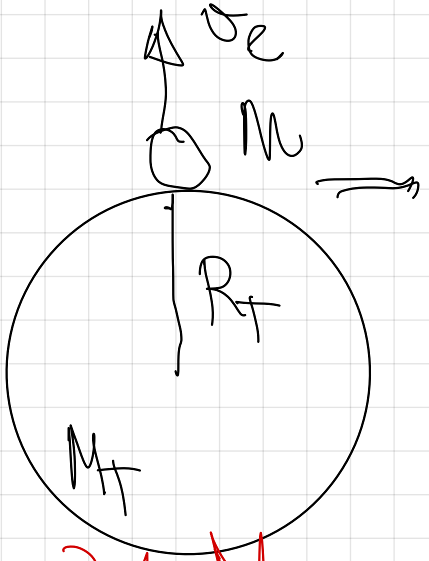


$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$\boxed{v_e = 300.000 \ \text{km/s}}$$

31.- Calcular la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie terrestre $\boxed{g=9,8\ m\cdot s^{-2}}$, $R_T = 6400\ Km$

$\infty \longrightarrow E_{p\infty} = 0\ J \quad / \quad E_{c\infty} = 0\ J.$



$\longrightarrow E_{pT} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} \quad / \quad E_{cT} = \frac{1}{2}\, m\cdot v_e^2,$

Conservación de la energía.

$$E_{pT} + E_{cT} = E_{p\infty} + E_{c\infty}.$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} + \frac{1}{2}\, m\cdot v_e^2 = 0 + 0.$$

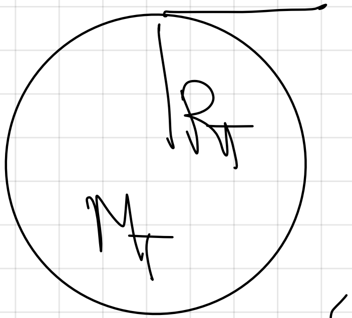
$$c^2 = \frac{2GM}{r}$$

$$\boxed{r = \frac{2GM}{c^2}}$$

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2\,\boxed{G \cdot M_T}}{R_T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot g_T \cdot R_T^{\cancel{2}}}{\cancel{R_T}}} = \sqrt{2 g_T \cdot R_T}$$



$$g_T = \frac{\boxed{G \cdot M_T}}{R_T^2}$$

$$\boxed{G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2}$$

$R_T = 6400\ km$

$R_T = 6'4 \cdot 10^6\ m$

$$v_e = \sqrt{2 g_T \cdot R_T} = \sqrt{2 \cdot 9'8 \cdot 6'4 \cdot 10^6} = 11200\ m/s$$

$11'2\ Km/s$

32.- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de 2,2 g·cm^{-3}.

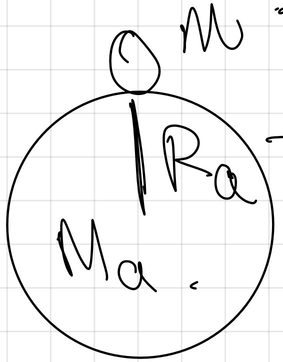
a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?

b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad? → Velocidad de escape,

c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}

∞ o —— $E_{p\infty} = 0$ / $E_{c\infty} = 0$.



o m —— $E_{pa} = -G\dfrac{M_a \cdot m}{R_a}$ / $E_{ca} = \dfrac{1}{2} m \cdot v_e^2$

$R_a = 2'4/2 = \boxed{1'2\ Km} = 1200\ m$

$\rho_a = 2'2\ \dfrac{g}{cm^3} = 2'2\ \dfrac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot \dfrac{1\ Kg}{10^3\ \cancel{g}} \cdot \dfrac{10^6\ \cancel{cm^3}}{1\ m^3}$

$\boxed{\rho_a = 2'2 \cdot 10^3\ Kg/m^3}$

Conservació de la E.

$E_{pa} + E_{ca} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$.

$$-G\cdot\frac{M_a\cdot m}{R_a}+\frac{1}{2}m\,v_e^2=0+0.$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\,v_e^2=G\cdot\frac{M_a\cdot\cancel{m}}{R_a}.$$

$$v_e=\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_a}{R_a}}=\sqrt{\frac{2G\cdot\rho_a\cdot\frac{4}{3}\pi R_a^3}{R_a}}$$

$$v_e=\sqrt{2G\cdot\rho_a\,\frac{4}{3}\,\pi R_a^2}$$

$\boxed{\text{La masa del asteroide la pongo en función de los datos conocidos.}}$

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a} \rightarrow M_a = \rho_a \cdot V_a.$$

$$\boxed{M_a = \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3.}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{2G \cdot \rho_a \frac{4}{3}\pi R_a^2}} = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2'2 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (1200)^2}$$

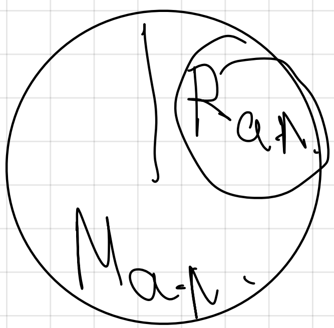
$$\boxed{v_e = 1'33\ m/s}.$$

b) Velocidad de escape.

c) No influye la masa del astronauta en v_e, no será ni más fácil ni más difícil salir del asteroide.

49.- La masa de una estrella es de $2 \cdot 10^{31}$ Kg. Si en un momento dado, la estrella se contrae debido a la presión gravitatoria, determinar el radio por el que la estrella se convierte en un agujero negro y la densidad del mismo.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$



→ velocidad de escape → $3 \cdot 10^8\ m/s$.

↳ Deducción.

$$-G\cdot\frac{M_{a.n}\cdot m}{R_{a.n}}+\frac{1}{2}m\cdot v_e^2=0+0.$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}\cdot v_e^2=G\cdot\frac{M_{an}\cdot\cancel{m}}{R_{an}}$$

$$v_e=\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_{a.n}}{R_{an}}}\qquad c^2=\frac{2GM_{an}}{R_{an}}$$

$$\parallel$$

$$c=\sqrt{\frac{2G\cdot M_{an}}{R_{an}}}\qquad R_{an}=\frac{2GM_{an}}{c^2}=$$

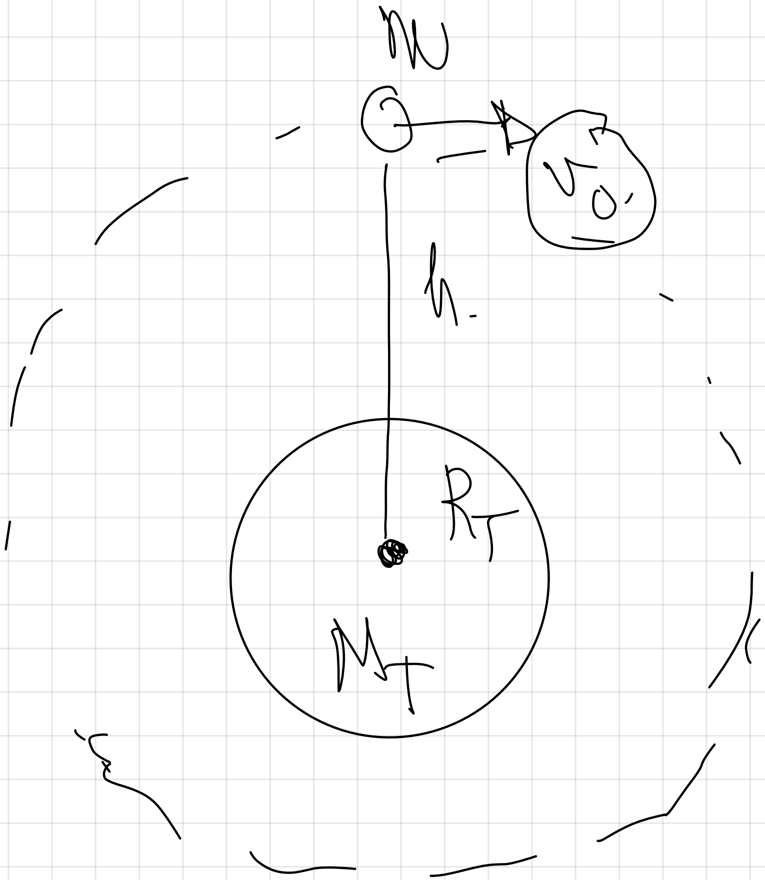
$$R_{al} = \frac{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^8)^2} = \boxed{2'97 \cdot 10^4 m}$$

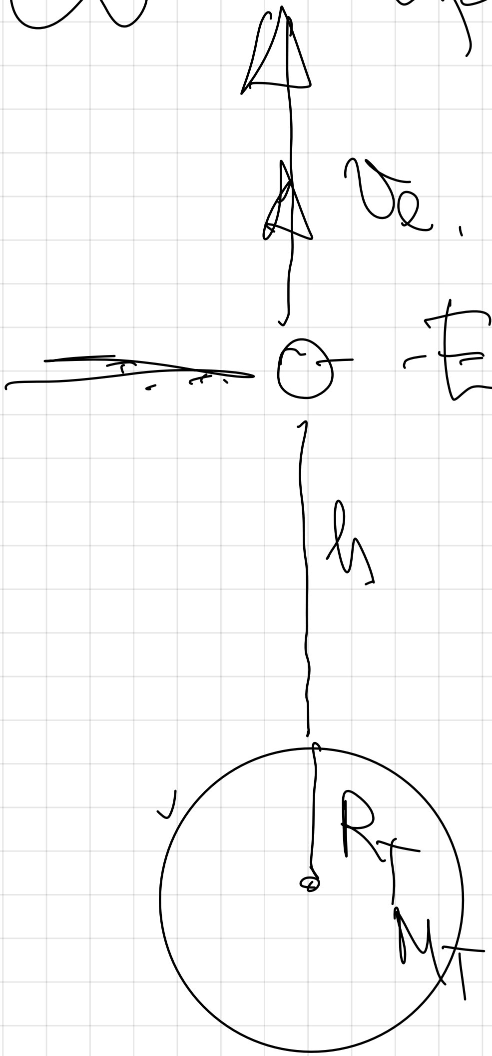
$$\rho_{al} = \frac{M_{al}}{V_{al}} = \frac{M_{al}}{\frac{4}{3}\pi R_{al}^3} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{31}}{\frac{4}{3}\pi (2'97 \cdot 10^4)^3} = \boxed{1'82 \cdot 10^{17}\ kg/m^3}$$

35.- Un satélite se encuentra orbitando en torno a la Tierra. Determine una relación entre su velocidad de escape desde ese punto y su velocidad de orbitación en torno a la Tierra.

∞ — $E_{p\infty} = 0$, $E_{c\infty} = 0$





$E_{p_h} = -G\frac{M_T m}{(R_T+h)}$; $E_{c_h} = \frac{1}{2} m v_e^2$

Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\cdot\frac{v_{orbital}^2}{\cancel{(R_T+h)}}$$

$$\boxed{v_{orbital} = \sqrt{G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)}}}$$

Conservación de la energía.

$$E_{p_h}+E_{c_h} = E_{p_\infty}+E_{c_\infty}$$

$$-G\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)}+\frac{1}{2}mv_e^2 = 0+0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2 = G\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{(R_T+h)}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2G\cdot M_T}{(R_T+h)}}}$$

Dividiendo ambas expresiones las relacionamos.

$$\frac{v_e}{v_o} = \frac{\sqrt{\frac{2\cancel{G}\cancel{M_T}}{\cancel{(R_T+h)}}}}{\sqrt{\frac{\cancel{G}\cdot\cancel{M_T}}{\cancel{(R_T+h)}}}}$$

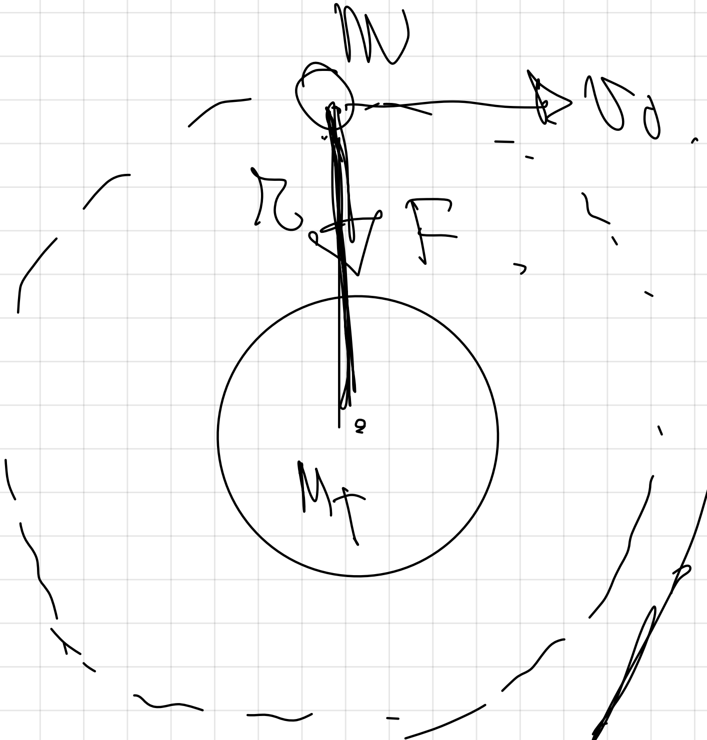
$$\frac{v_e}{v_o} = \sqrt{2}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{2}\, v_o}$$

Pag 14

2.- ENERGÍA ORBITAL DE UN SATÉLITE

E_M de un satélite cuando está en la órbita



$$E_m = E_p + E_c$$

$$E_m = -G\frac{M_T\cdot m}{r} + \frac{1}{2} m\cdot \boxed{v_0^2}$$

v_0

Condición de orbitación

$$F_g = F_n.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a_n.$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \cdot \frac{v_o^2}{\cancel{r}}.$$

$$\boxed{v_o = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}}$$

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{r}}\right)^{2}$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} + G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

$$E_m = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r} - G \frac{M_T \cdot m}{r}.$$

$$E_m = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r} - \frac{2 G M_T \cdot m}{2r}.$$

$$\boxed{E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}.}$$

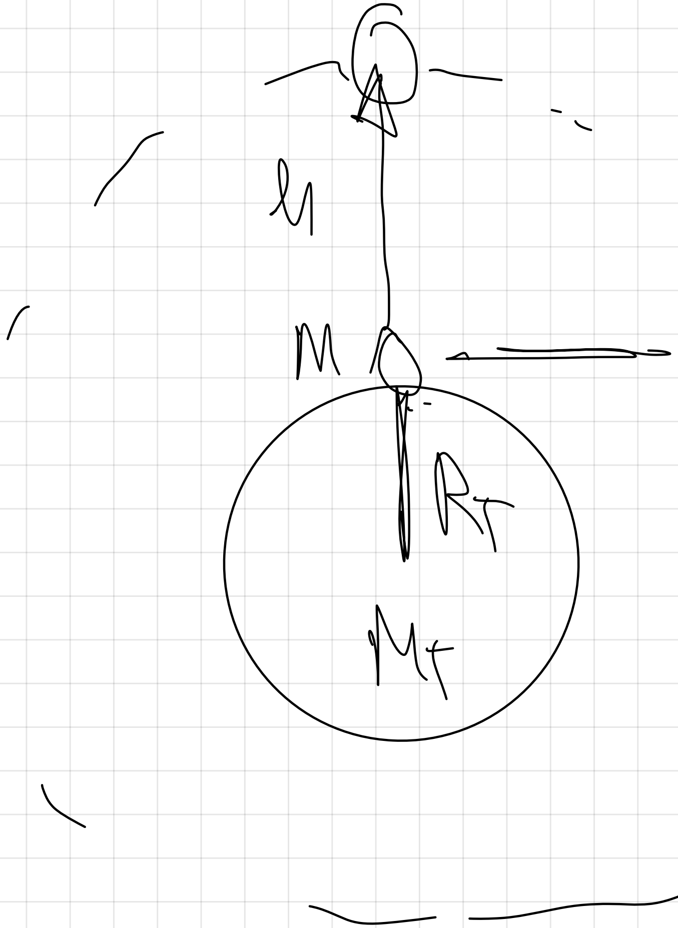
E_m orbital de un satélite.

$$\boxed{E_m = - G\,\frac{M_T \cdot m}{2r}}$$

el signo negativo en la E_m orbital de un satélite significa que permanece ligado al campo gravitatorio terrestre, (significado físico)

E_m

$$E_{ph} = -G\,\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \;,\quad E_{ch} = \frac{1}{2}\, m \cdot v_h^2$$



$$E_{pT} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

/ ¿ E_c ?

E necesaria para poner un satélite en

Órbita (Energía de satelización)

38.- Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

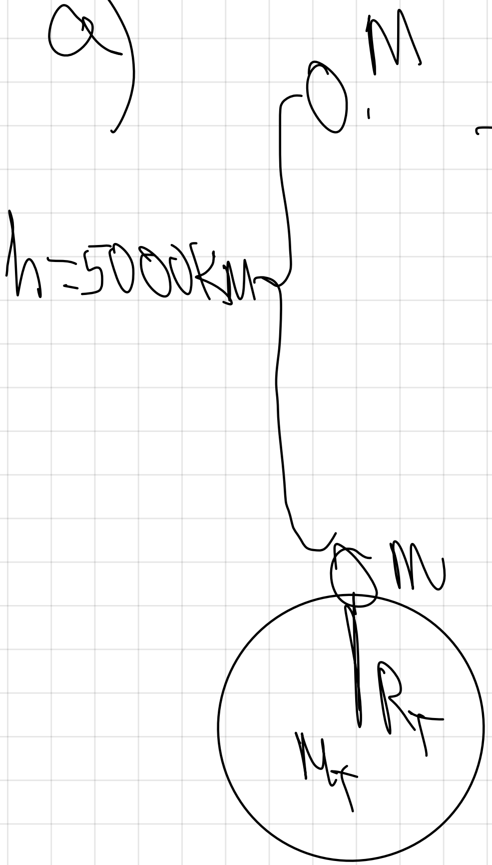
a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario o energía cinética que habrá que suministrarle.

b) Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?

c) Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando

d) ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg a)



¡OJO! SOLO ELEVAR, NO ORBITAR.

$$E_{p_h} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \quad , \quad E_{c_h} = 0$$

aumenta.

$$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} \quad / \quad E_{c_T} \text{ ¿?}$$

Conservación de la E_m:

$$E_{p_T} + E_{c_T} \text{ ¿?} = E_{p_h} + \cancel{E_{c_h}}^{\,0}$$

$$-G\,\frac{M_T\cdot m}{R_T} + E_{c_T} = -G\,\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)}$$

v_d ?

$$E_{c_T} = G\,\frac{M_T\cdot m}{R_T} - G\,\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)}$$

$$E_{c_T} = G\cdot M_T\cdot m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T+h)}\right)$$

$$E_{CT} = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 200\left(\frac{1}{6'4\cdot 10^{6}} - \frac{1}{(6'4\cdot 10^{6}+5\cdot 10^{6})}\right)$$

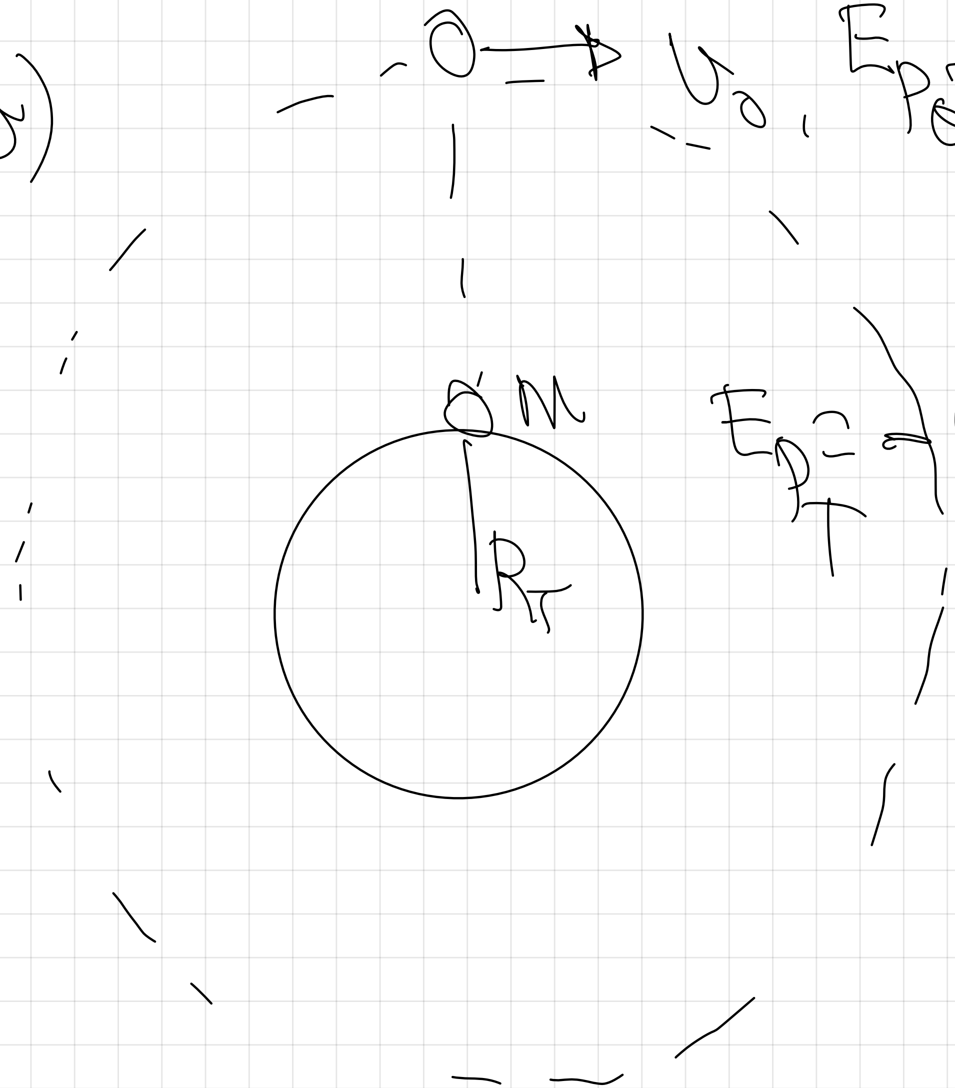
$$\boxed{E_{CT} = 5'52\cdot 10^{9}\,J}$$

$$\uparrow E_p = -G\cdot\frac{M_T\cdot M}{r\uparrow}$$

En el ascenso gana E_p, y toda la E_c que se le suministró la pierde, coincidiendo en valor con la ganancia de E_p.

(La suma de las dos permanece cte conservándose la E_m)

b)



v_0, $E_{p\,\text{órbita}} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)}$ / $E_{c_0} = \frac{1}{2} m\cdot v_0^2$.

$E_{p_T} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}$ / E_c?

Em orbital

$$E_{PT} + E_{CT} \; ? = E_{p\,órbita} + E_{c\,órbita};$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} + E_{CT} = -G\,\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}\,m\,v^2;$$

?

$$-G\,\frac{M_T\cdot m}{R_T} + E_{CT} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)}$$

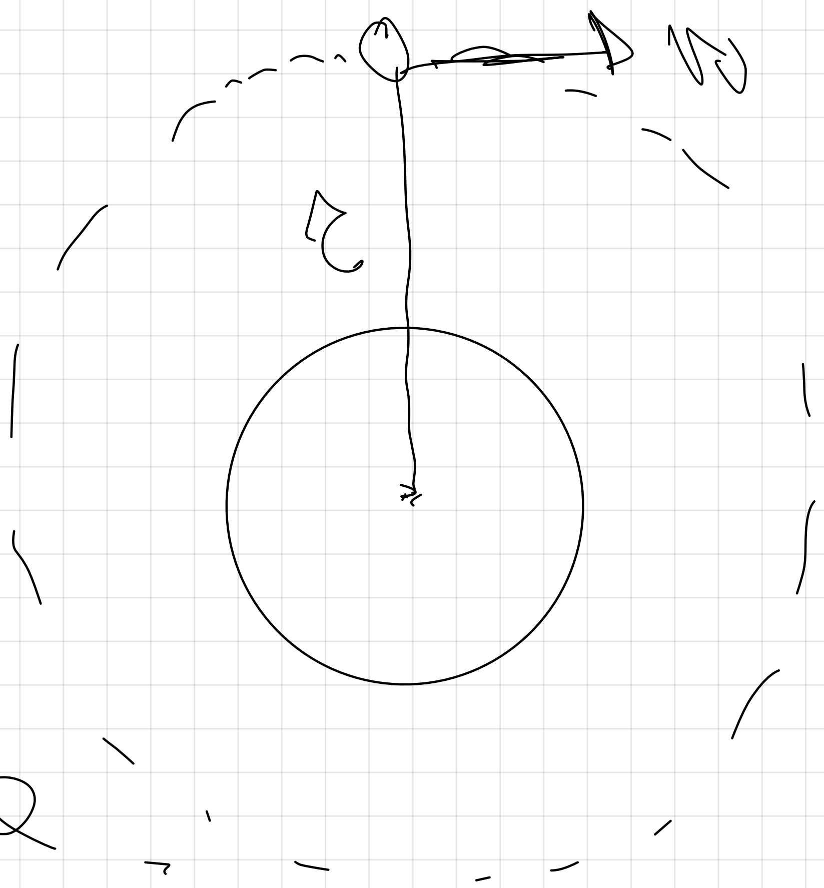
$$E_{CT} = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} - G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)}.$$

$$E_{cT} = G\,M_T \cdot m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2(R_T+h)} \right)$$

$$\boxed{E_{cT}' = 9'04 \cdot 10^{9}\,J}$$

La E_c suministrada ha de ser mayor que en el caso anterior. (debe orbitar)

c) Mientras orbita.



$$E_c = \frac{1}{2} m \boxed{v_0}^2$$

E_c → cte

v_0 → cte en módulo

$$\boxed{E_p} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{\boxed{r}}$$

E_p → cte

r → cte

$$\boxed{E_m} = \boxed{E_p} + \boxed{E_c}$$

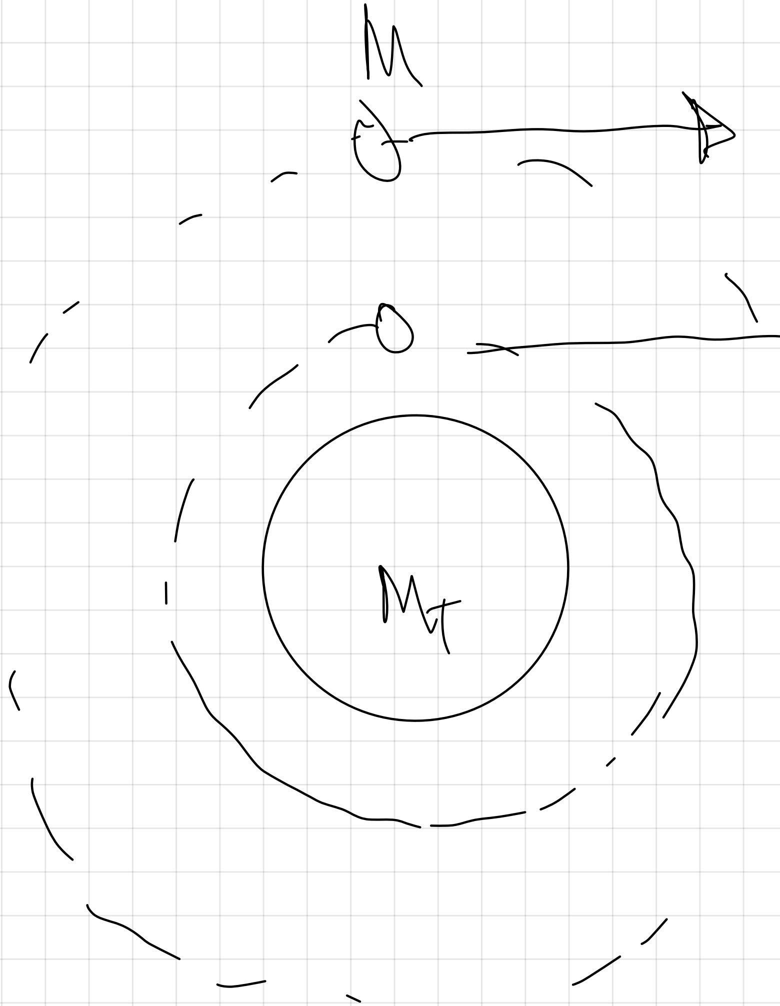
E_p → cte

E_c → cte

E_m → cte

Cambio de órbita.

Se realiza mediante una fuerza externa.
(no la gravitatoria)



$$E_m = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2r_1}$$

$$E_m' = -G\,\frac{M_T\cdot m}{2r\downarrow}$$

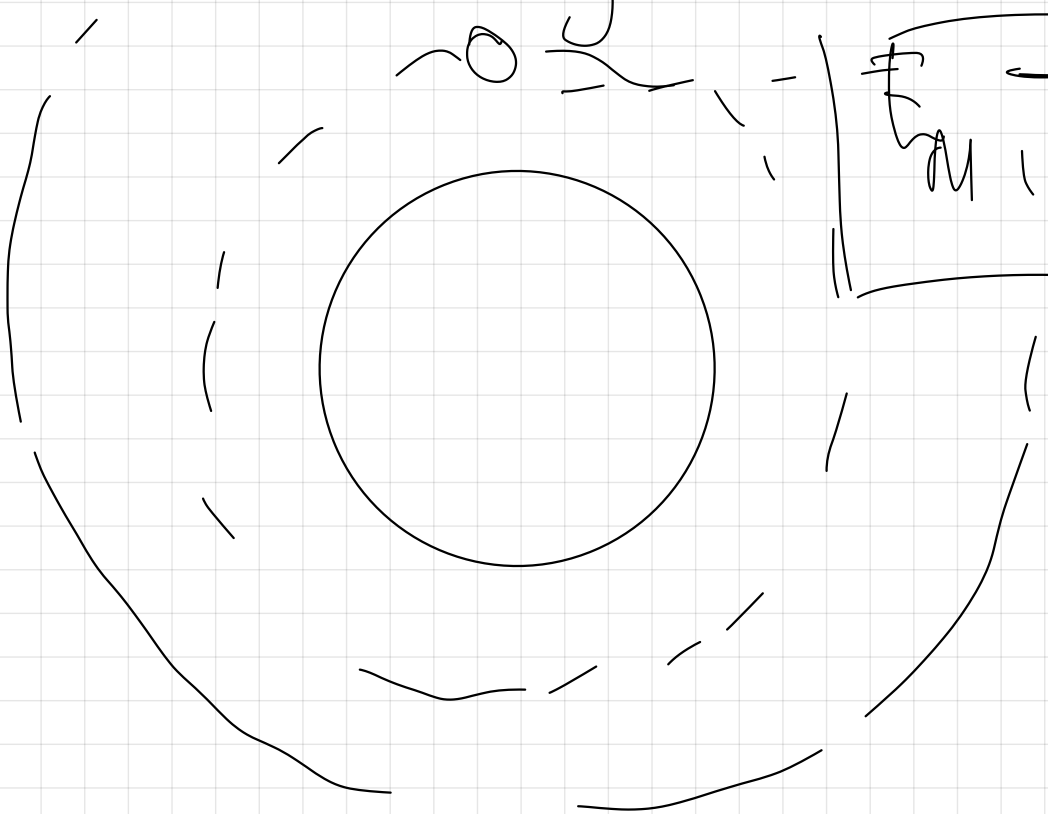
pierde E_m.

aumenta r

$$\Delta E_m' = -G \frac{M_T \cdot m}{2 r_f}$$

Aporto energia.

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{2 r_i}$$



41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar.

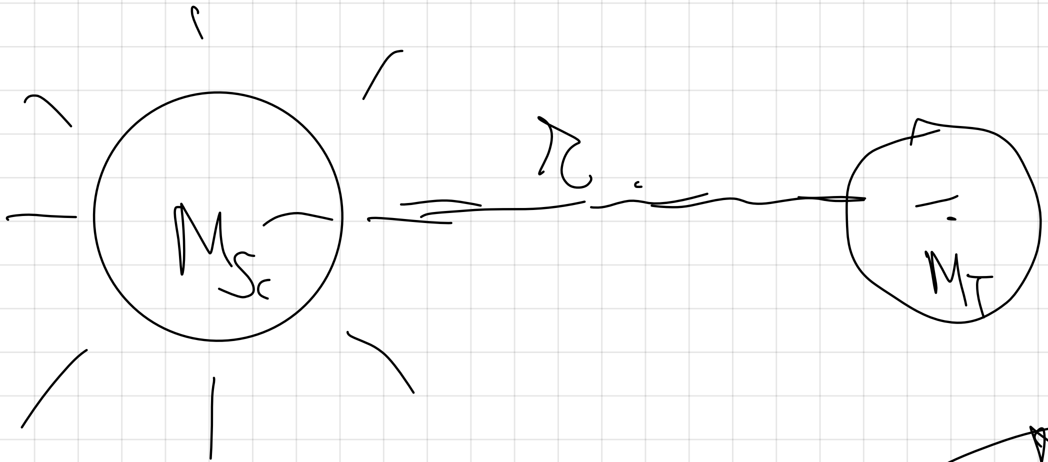
c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· $m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg

180 (09-E) Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1{,}5\cdot10^{11}$ m.
a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.
b) Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

$$G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}$$

$$G\cdot\frac{\cancel{M_T}\cdot M_S}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T}\cdot\frac{v_0^2}{\cancel{r}}$$



$$v_0 = \sqrt{G\,\frac{M_S}{r}}$$

$$v_0 = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} =$$

$T \Rightarrow 365$ días $\Rightarrow$ s.

$$v_0^2 = G\,\frac{M_S}{r}$$

$$M_S = \frac{v_0^2\cdot r}{G}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}}$$

$$v_0' = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{0'8\, r}}$$

$$T = \frac{2\pi \boxed{r}}{\boxed{v_0}}$$

$$\frac{G \cdot M_S \cdot \cancel{M_T}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{M_T} \cdot \frac{\boxed{v^2}}{\cancel{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 :$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \,,$$

$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_S}}$$

41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

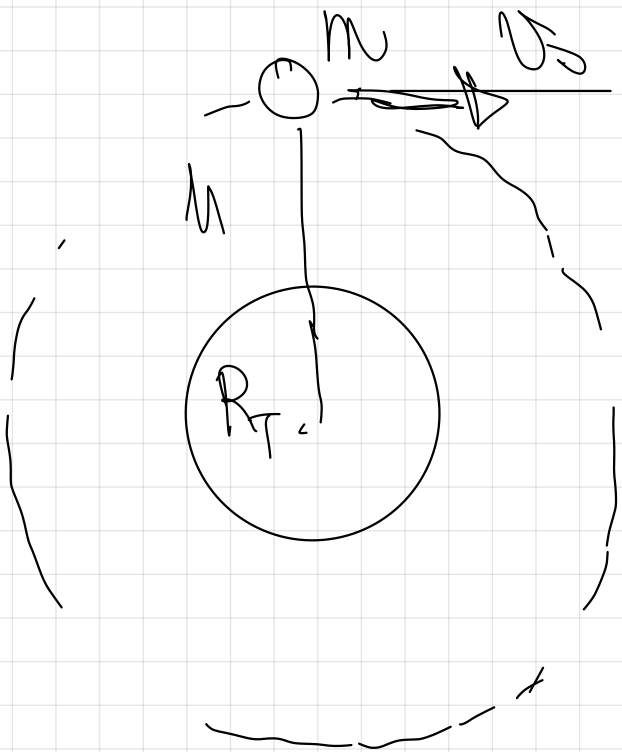
a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

calcular la energía aportada.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el la trabajo que sería necesario realizar. → E aportada

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg



$$E_p = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} =$$

$$E_p = -6'67 \cdot 10^{-11}\frac{5'98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{(6'37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)} = \boxed{-5'8 \cdot 10^9\ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} \right)^2 = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} \qquad |E_p| = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \boxed{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}} \qquad \boxed{E_c = \frac{1}{2} |E_p|}$$

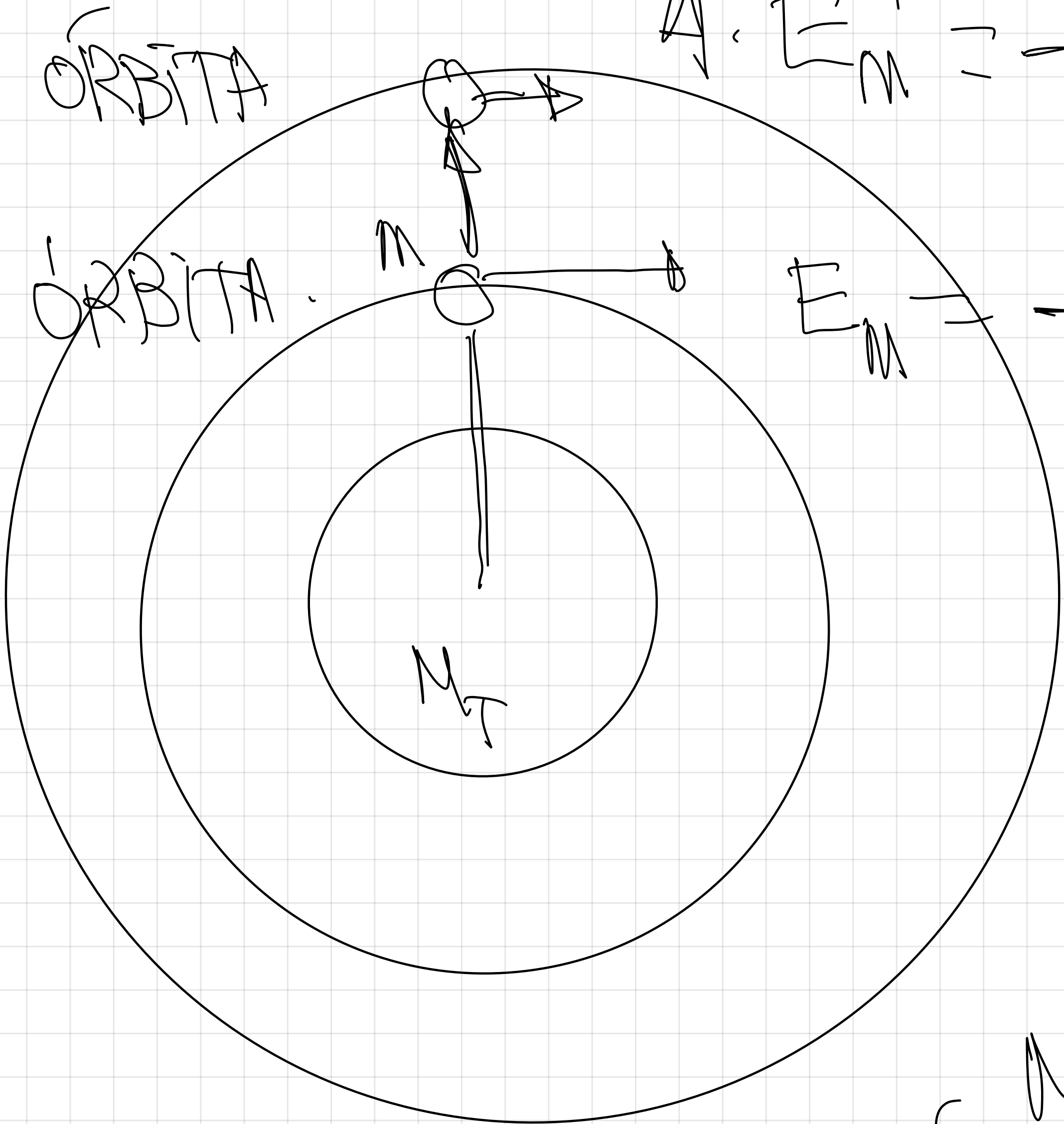
ORBITA CIRCULAR

$$E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2}\, 6'67\cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98\cdot 10^{24}\cdot 200}{(6'37\cdot 10^{6} + 5\cdot 10^{5})} = \boxed{2'9\cdot 10^{9}\ J}$$

$$\boxed{E_p = -5'8\cdot 10^{9}\ J}$$

ÓRBITA CIRCULAR $\Rightarrow$ $E_c = \frac{1}{2}|E_p| = \frac{1}{2}\, 5'8\cdot 10^{9}\ J = \boxed{2'9\cdot 10^{9}\ J}$



$$A.\ E_m' = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r'}$$

(MAYOR)

(E APORTADA)

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

(MENOR)

¿ ?

$$E_m + E = E_m'$$

¿ ?

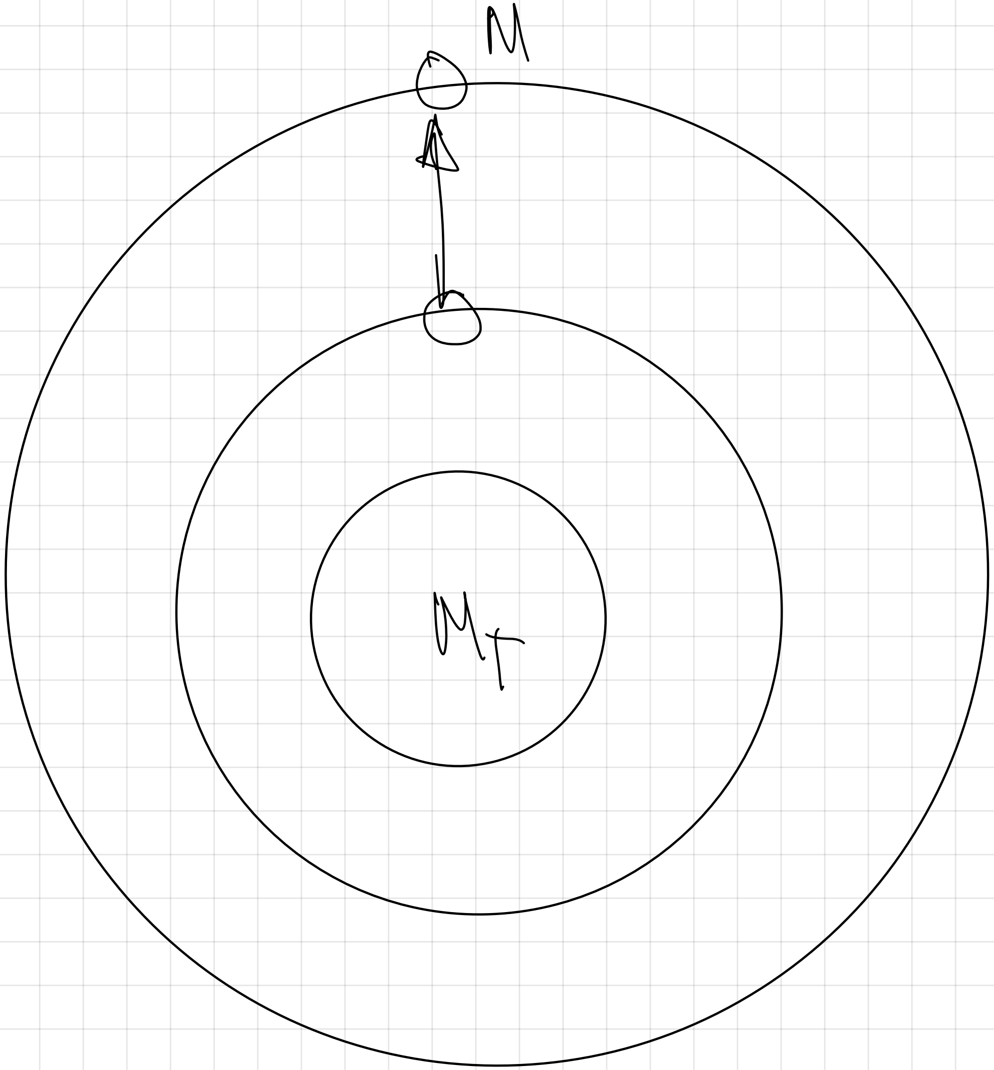
$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h)} + E = -G \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h')}$$

$$E = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h)} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h')}$$

$$E = \frac{G\, M_T \cdot m}{2} \left(\frac{1}{(R_T+h)} - \frac{1}{(R_T+h')} \right)$$

$$\boxed{E_{ext} = 4'3 \cdot 10^{8}\ J.}$$

E apartada.



$$\uparrow \quad E_{m} = -G\,\frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h)} \quad \uparrow$$

orbital.

$$\uparrow \quad E_p = -G\,\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \quad \uparrow$$

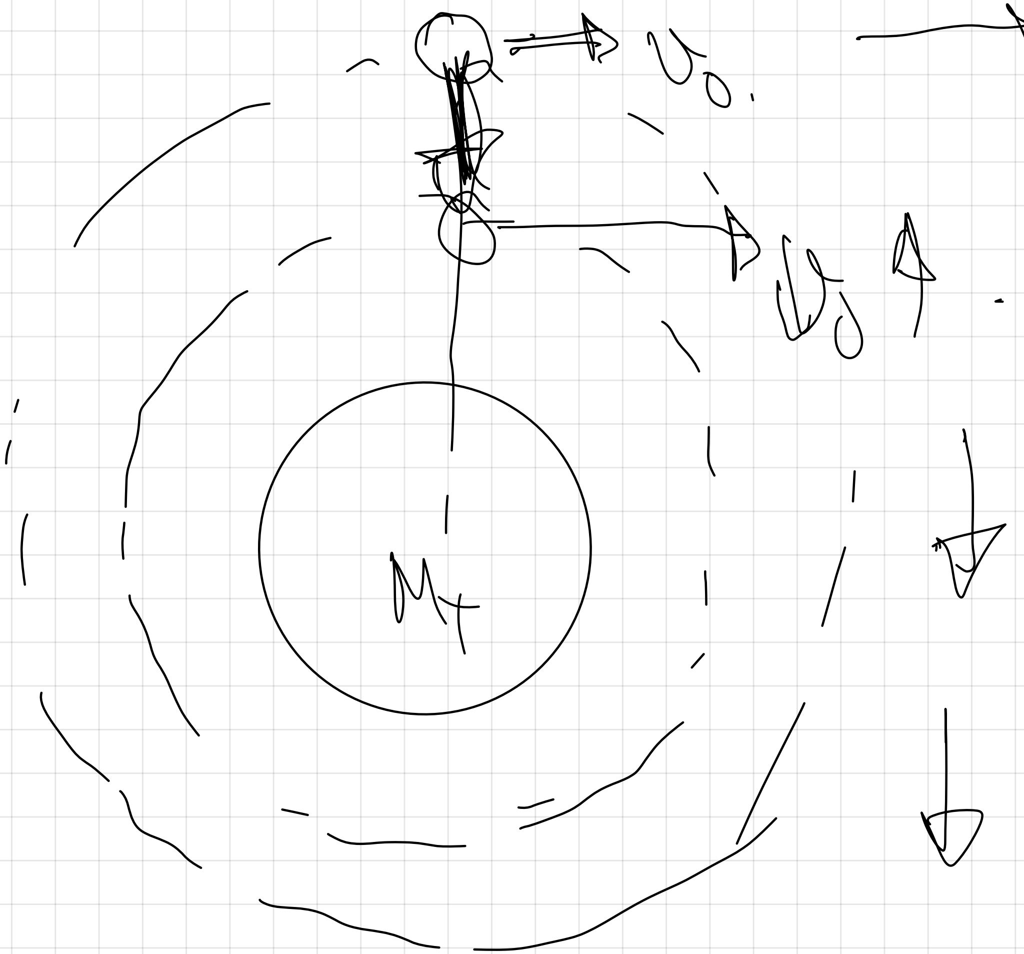
$$\downarrow \quad E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot \boxed{v_0^2} \quad \downarrow$$

$$\downarrow \quad v_0 = \sqrt{G\,\frac{M_T}{(R_T+h)}} \quad \uparrow$$

$g=10\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400$ Km

mayor

40.- Un satélite se encuentra orbitando a una altura determinada sobre la superficie terrestre. Si quisiésemos que este satélite pasase a estar orbitando a otra altura con una velocidad orbital [redacted], explique si el satélite estará más cerca o más lejos de la Tierra, e indicar las variaciones que experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.



$$\uparrow v_o = \sqrt{G\frac{M_T}{r}} \downarrow$$

$$\downarrow E_p = -G\frac{M_T\cdot m}{2r} \downarrow$$

$$\downarrow E_M = -G\frac{M_T\cdot m}{2r} \downarrow$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 \Delta$$

Pag 18.

6.- RELACIÓN ENTRE ENERGÍA Y MOVIMIENTO ORBITAL.

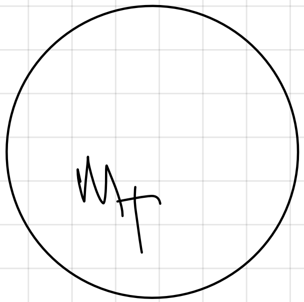
ESCAPA. $E_m > 0$ ABIERTA. $E_c > |E_p|$ HIPÉRBOLA.

ESCAPA. $E_m = 0$ ABIERTA $E_c = |E_p|$ PARÁBOLA.

NO ESCAPA $E_m < 0$. CERRADA $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$ ELIPSE

NO ESCAPA. $E_m < 0$ | CERRADA $\Rightarrow$ $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$ CIRCULAR.

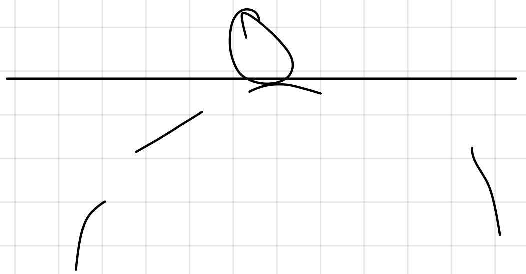
NO ESCAPA. $E_m < 0$. $0 < E_c < \frac{1}{2}|E_p|$ COLAPSA.



∞ —

$E_p = 0.$ ——— $E_c = 50\,J,$

Δ



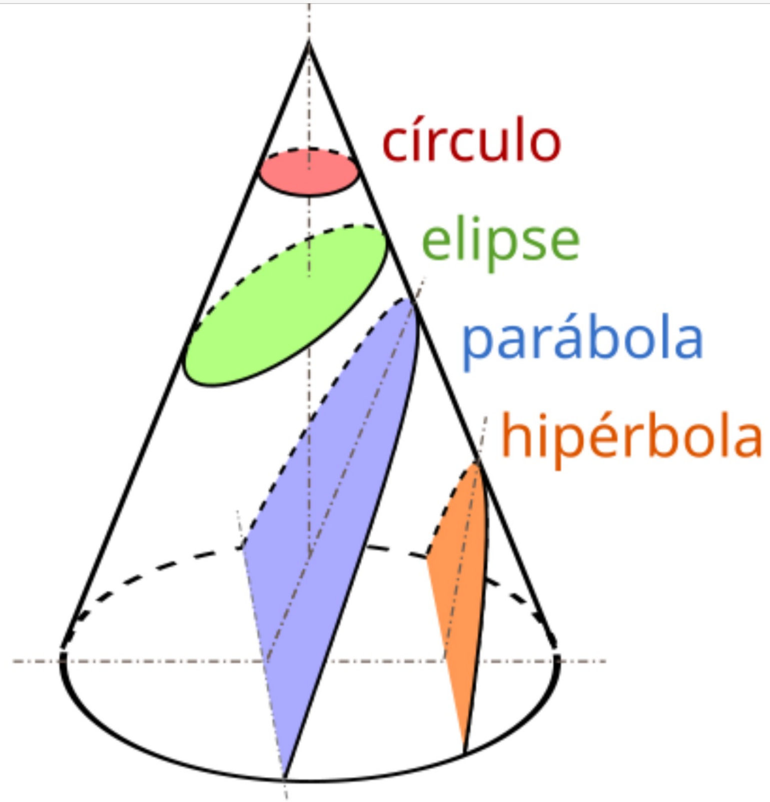
$\boxed{E_p = -100\,J}$, $\boxed{E_c = 150\,J}$

$E_c > |E_p|$

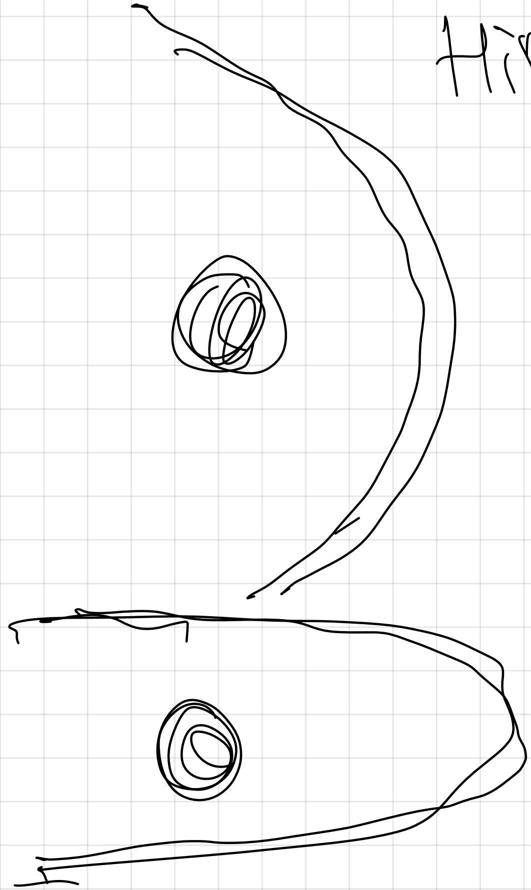
$\underline{E_c = |E_p|}$

7:27 Viernes 20 de septiembre

es.m.wikipedia.org



Perspectiva de las secciones cónicas



HIPÉRBOLA.

$E_m > 0.$

$E_m = 0.$

PARÁBOLA.

130 (99-R) Un satélite se encuentra a una altura de 600 Km sobre la superficie de la Tierra, describiendo una órbita circular.

a) Calcule el tiempo que tarda en dar una vuelta completa, razonando la estrategia seguida para dicho cálculo.

SI ESTUVIESE ORBITANDO CON VELOCIDAD ORBITAL MENOR

b) Si la velocidad orbital disminuyera, explique si el satélite se acercaría o se alejaría de la Tierra, e indique que variaciones experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.

$$G = 6,67\times10^{-11}\ \text{N m}^2\,\text{kg}^{-2} \quad M_T = 6 \times 10^{24}\ \text{kg.} \quad R_T = 6400\ \text{km.}$$

Relación entre la Energía y el movimiento orbital

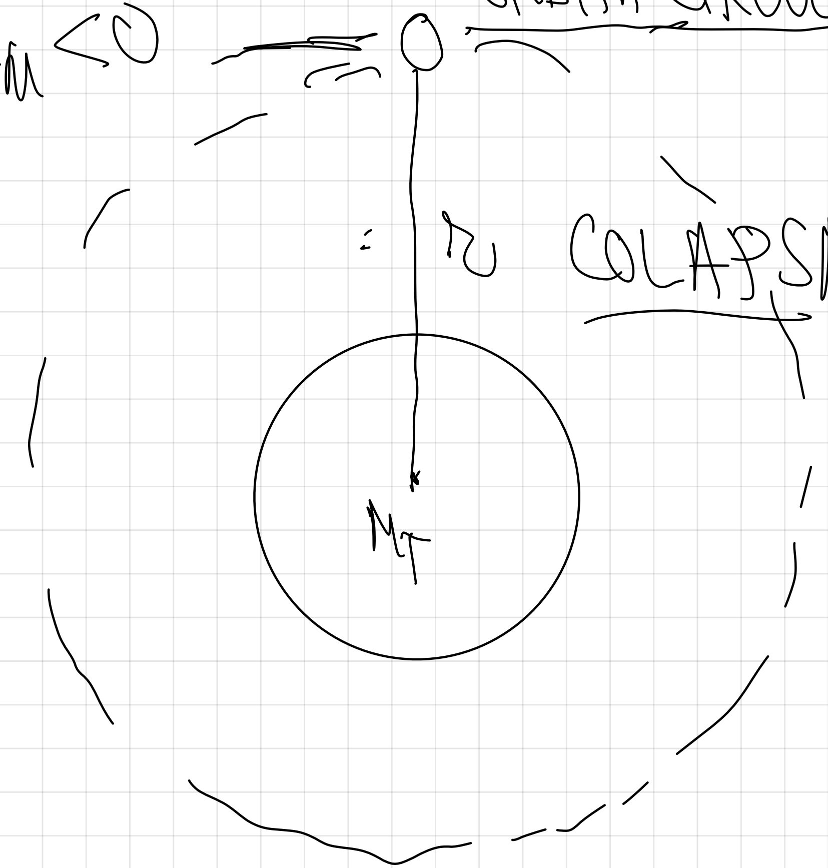
ESCAPA: $E_m > 0$. HIPÉRBOLA $E_c > |E_p|$

ESCAPA $E_m = 0$. O PARÁBOLA. $E_c = |E_p|$

NO ESCAPA. ÓRBITA ELÍPTICA. $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$

NO ESCAPA $E_m < 0$ ÓRBITA CÍRCULAR. $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

NO ESCAPA. COLAPSA $E_c < \frac{1}{2}|E_p|$

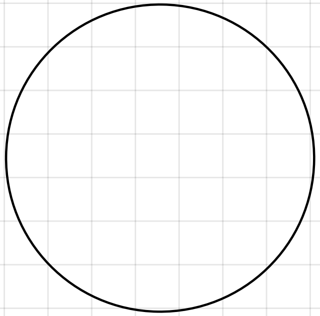


α — $E_{p\alpha} = 0$, $E_{c\alpha} = 150\,J$.

$E_m = E_p + E_c$

$= -100\,J + 150\,J$.

$E_c > |E_p|$.



46.- Un satélite artificial de masa 100 Kg orbita en torno a un planeta describiendo una $\boxed{\text{órbita circular}}$, teniendo una energía potencial gravitatoria de valor -5 · 10^8 J.

a) Calcula la velocidad lineal a la que se desplaza v orbital.

b) Si mediante un propulsor se duplica, sin cambiar la dirección, la velocidad lineal del satélite, ¿Qué tipo de órbita seguirá?

a) órbita circular $\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

$$\cancel{\frac{1}{2}} m \cdot v_0^2 = \cancel{\frac{1}{2}} |E_p|$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{|E_p|}{m}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^8}{100}} = 2236 \ m/s.$$

b)

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 .$$

$$E_c' = \frac{1}{2} m (2 v_0)^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot (2 \cdot 2236)^2 = \boxed{9'9 \cdot 10^8 J}$$

$$E_p = -5 \cdot 10^8 J$$

$$\boxed{E_c' = 9'9 \cdot 10^8 J}$$

$$E_c > |E_p|$$

$$\Downarrow$$

escapa $E_m > 0$

hipérbola

47.- La Luna es un satélite natural de la Tierra con una $\boxed{\text{órbita prácticamente circular}}$. Razone si las siguientes afirmaciones acerca de ella son verdaderas o falsas

a) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, a su energía cinética

b) La energía mecánica de la Luna es positiva

c) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, al doble de su energía cinética

d) La energía cinética de la Luna no está relacionada con su energía potencial gravitatoria

a) $E_p = |E_c|$

Falsa $E_m = 0 \Rightarrow$ en ese caso escaparía. Siguiendo una parábola.

b) $E_m > 0$

Falsa, escaparía siguiendo una hipérbola.

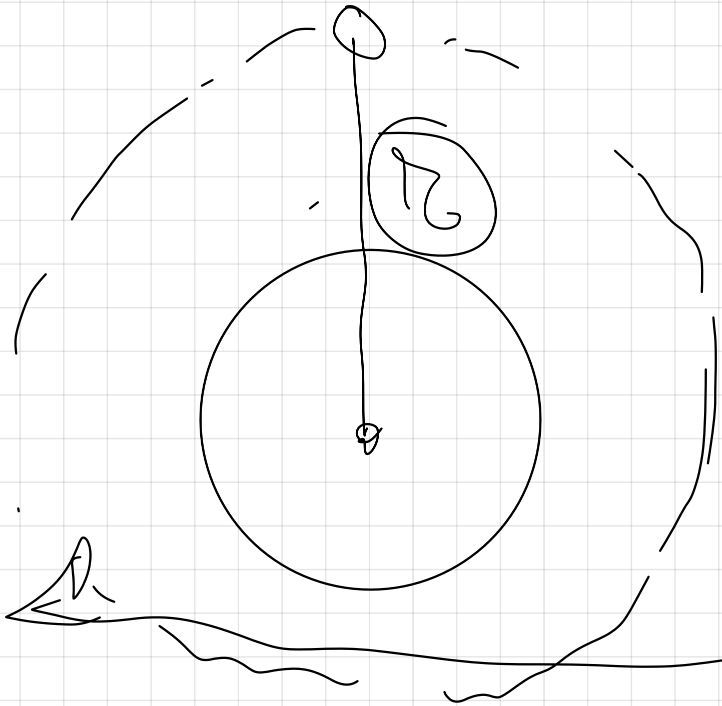
c) ¿ $|E_p| = 2E_c$?

$$\Downarrow$$

$$E_c = \frac{1}{2}|E_p|$$

→ Verdadero (demostrar).

d)



Falsa.

$$E_c = \frac{1}{2}m\boxed{v^2}$$

Condición de rotación.

$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m_L}{r}$$

Tienen que estar relacionadas para tener esa órbita circular.

48.- Un satélite orbita en torno a un planeta con una órbita circular. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones

a) Su energía mecánica es cero

b) Su energía mecánica es igual a menos su energía cinética

c) Su energía potencial es igual a menos su energía cinética partido dos

a) Falsa, entonces escaparía siguiendo una parábola.

b) $\boxed{E_M = -E_C}$ ¿? órbita circular.

$$E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

$$E_C = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}\right)^{\cancel{2}} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

$$\frac{E_M}{E_C} = \frac{-\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{2r}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{m}}{\cancel{2r}}} \rightarrow \frac{E_M}{E_C} = -1.$$

Verdadera ($E_m = -E_c$.)

c)

$E_p = -\dfrac{E_c}{2}$?

¿

$E_c = -2E_p$

$E_c = 2|E_p|$

$$\boxed{E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}}$$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{r}} \right)^2$

$E_m > 0$ → Escapa hipérbola.

$E > |E_p|$

Falsa.

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r}}$$

$$\frac{E_p}{E_c} = \frac{-\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T \cdot M}}{\cancel{r}}}{\frac{1}{2} \cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T \cdot M}}{\cancel{r}}}$$

$$\frac{E_p}{E_c} = -2$$

Fulla. $\leftarrow$ $\boxed{E_p = -2E_c}$

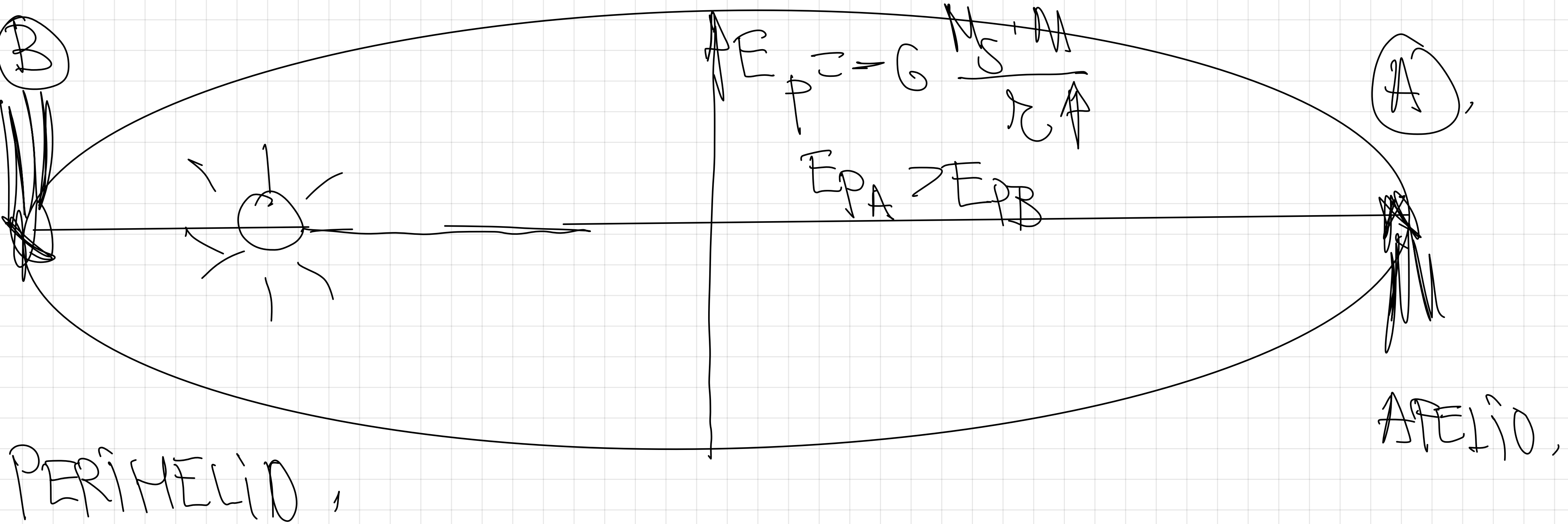
---

* $E_c = -\frac{1}{2} E_p \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} |E_p|$

44.- Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B.

a) ¿En cuál de los dos puntos es mayor el módulo de la velocidad?, ¿y el de la aceleración?

b) Comparar los valores de energía cinética y potencial en A y en B



$$\begin{cases} F_g \text{ es la única que actúa.} \\ E_m = \text{cte.} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$E_{mA} = E_{mB}.$$

$$E_{pA} + E_{cA} = E_{pB} + E_{cB}.$$

$$\uparrow + \downarrow = \downarrow + \uparrow$$

$E_{C_A} < \boxed{E_{C_B}}$. $\uparrow E_C = \frac{1}{2} m v^2 \uparrow$

$v_B > v_A$.

aceleración de la gravedad.

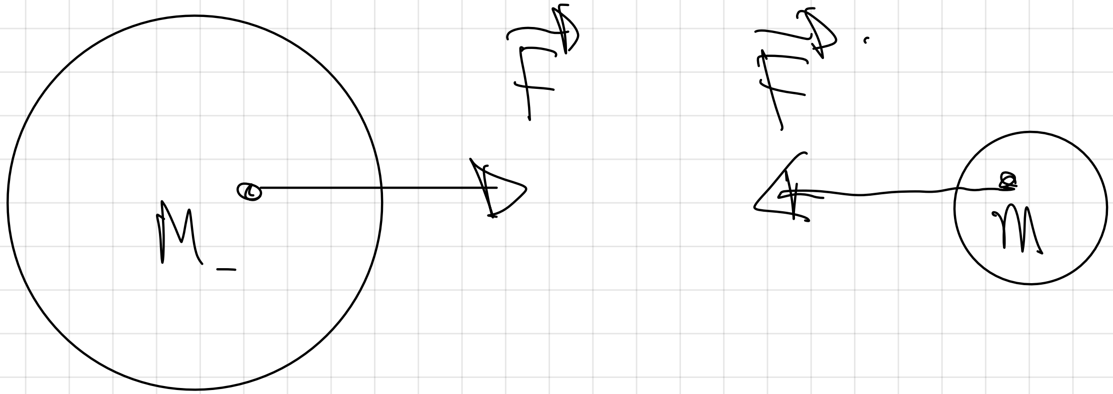
$\downarrow g = G \cdot \frac{M_S}{r^2} \uparrow$

$g_A < \boxed{g_B}$

La aceleración en B (perihelio es mayor).

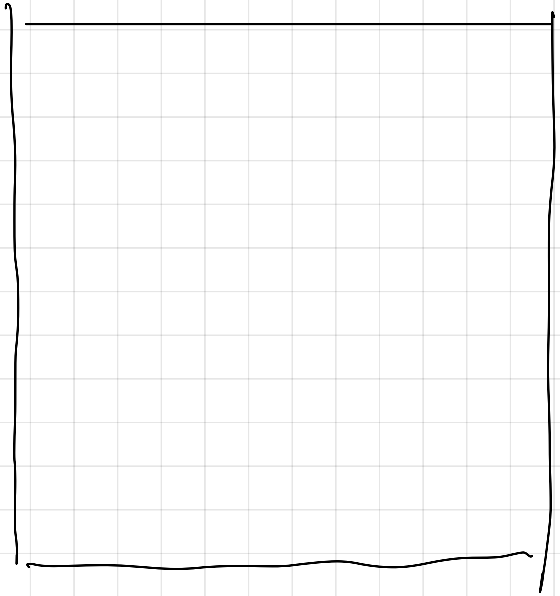
2.- INTERACCIONES A DISTANCIA: CONCEPTO DE CAMPO

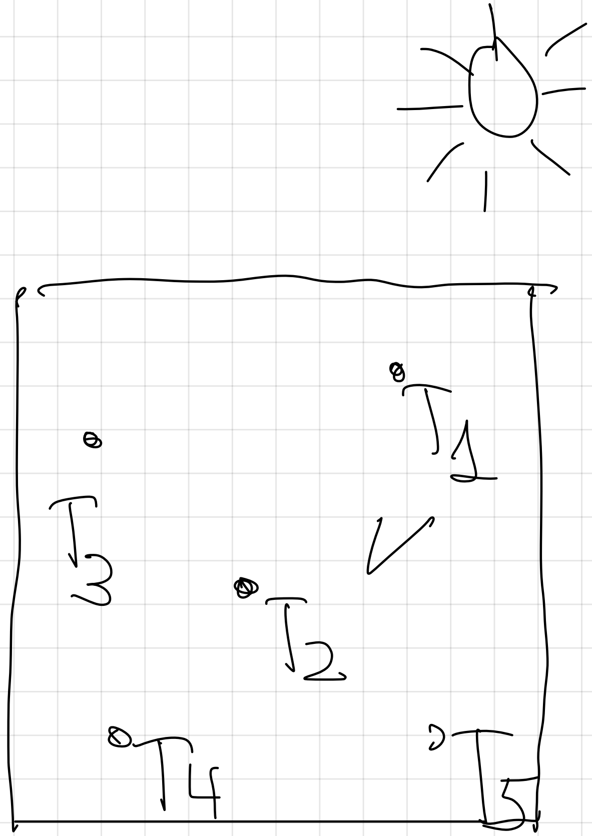
Pag 2.



$$\boxed{F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}$$

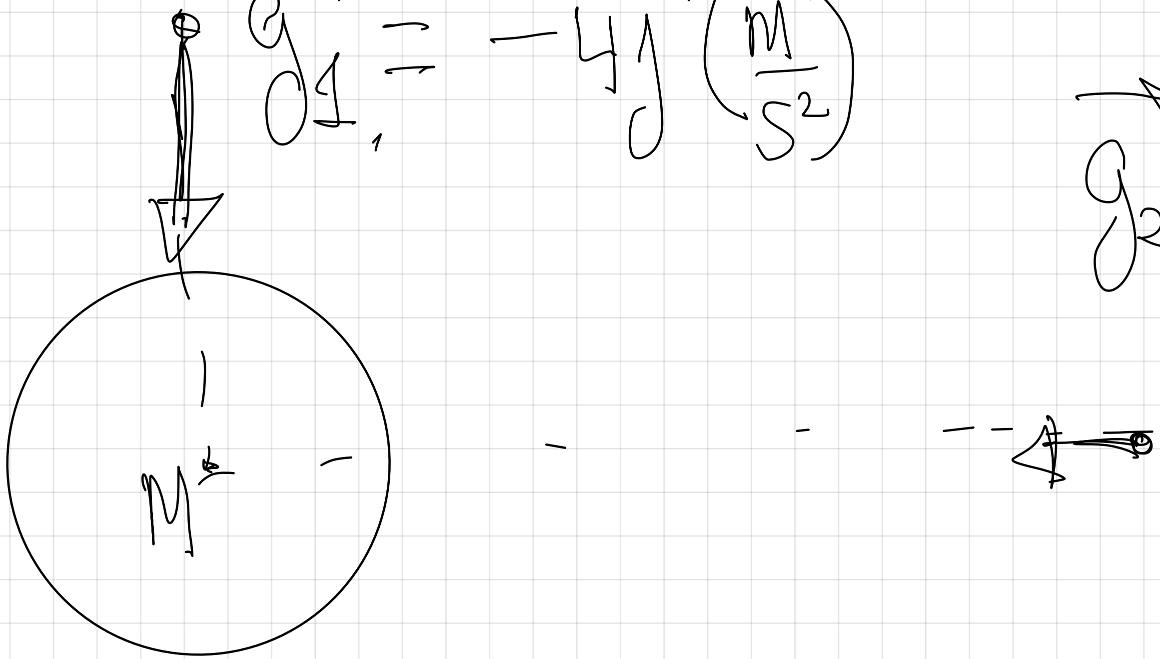
Campo





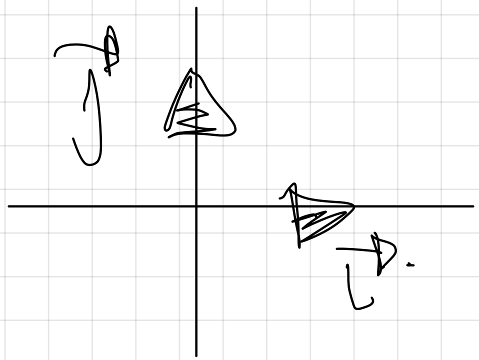
CAMPO ESCALAR

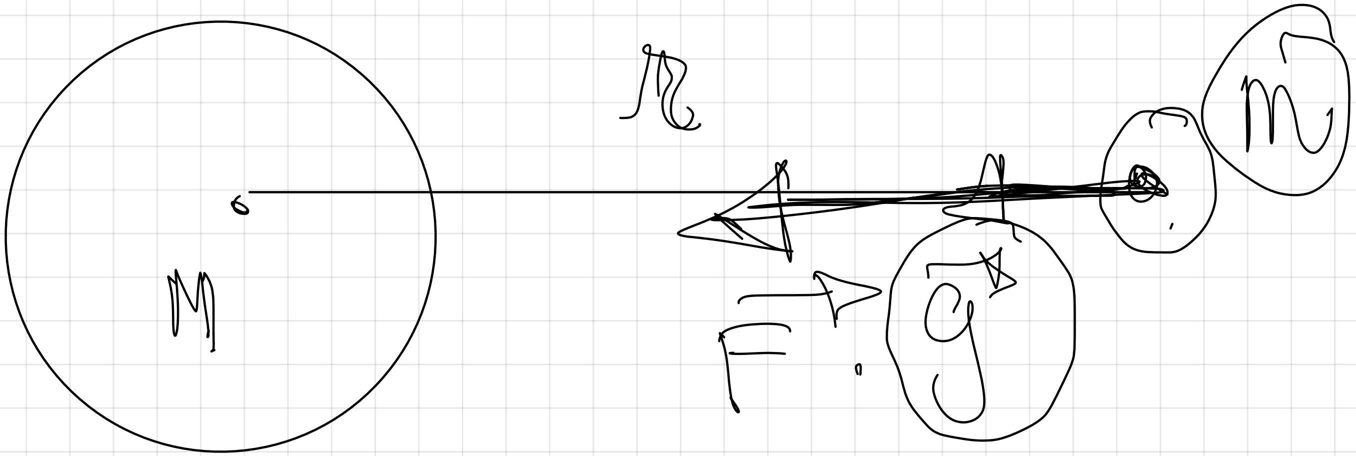
$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$



$$\vec{g}_1 = -4\vec{j}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\vec{g}_2 = -2\vec{i}\left(\frac{m}{s^2}\right)$$





$\vec{g}$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G\cdot\frac{M\cdot\cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G\cdot\frac{M}{r^2}$$

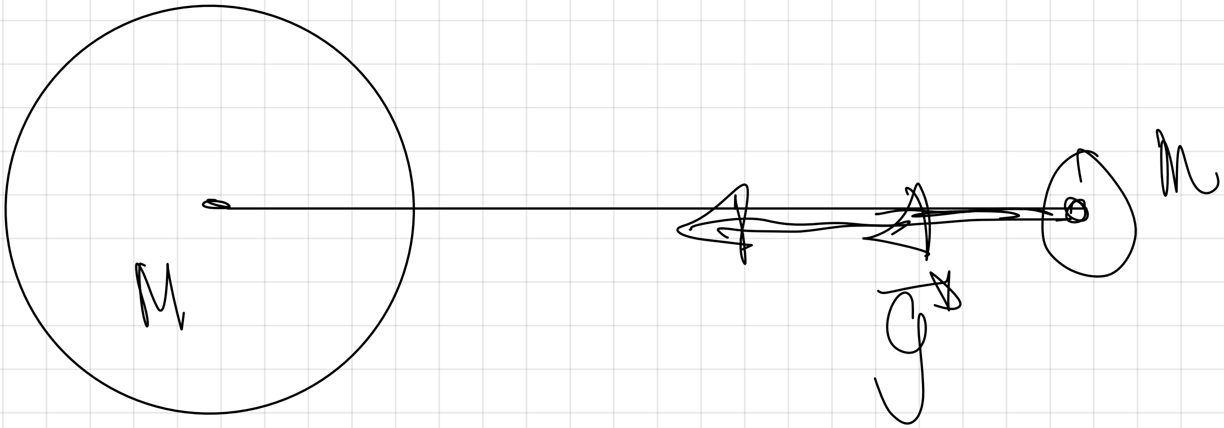
$g = 2\ m/s^2$.

$$\boxed{g = 2\ \frac{N}{Kg}}$$

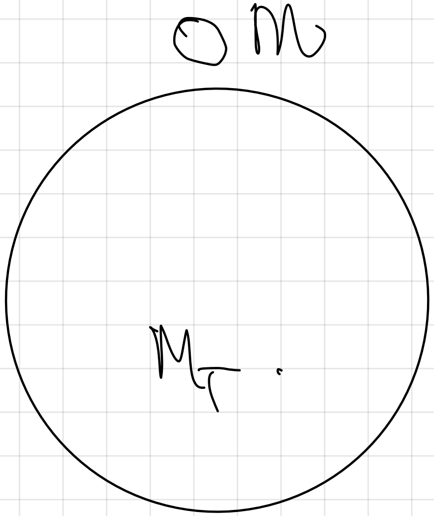
$(2\ m/s^2)$

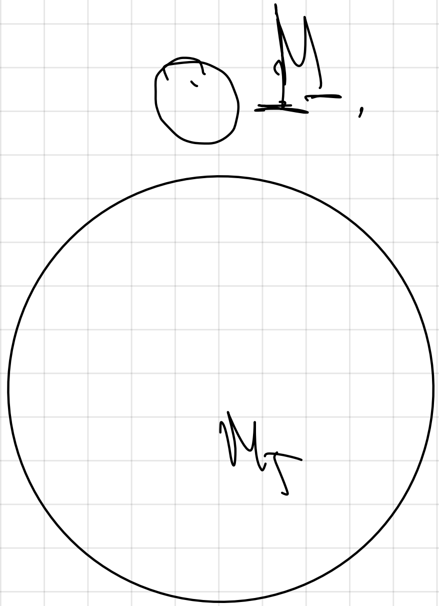
$$g = \frac{F}{m}$$

$$g = \frac{N}{kg}$$



**10.- ** Según la Ley de la gravitación, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste. Si es así, ¿ Porqué no caen más deprisa los cuerpos con mayor masa?





$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

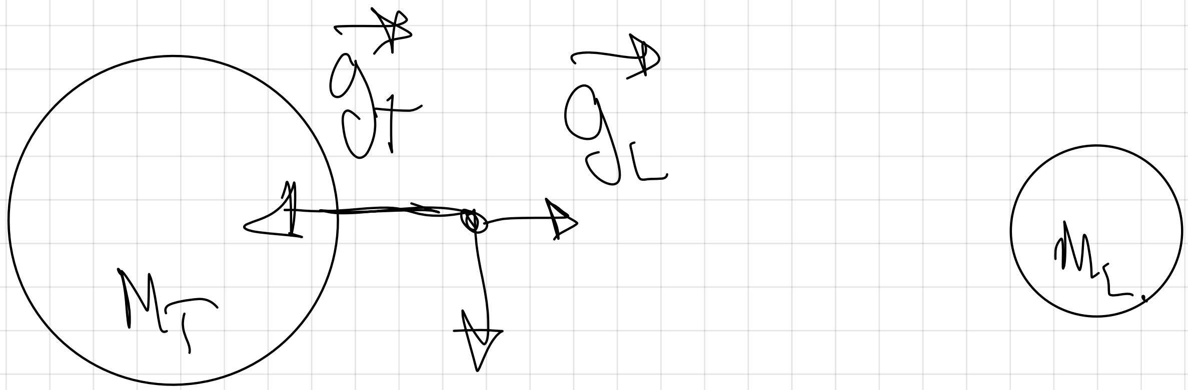
$$\parallel$$

$$\boxed{9{,}8 \ m/s^2}$$

$$g = \frac{F}{M} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{R_T^2}}{\cancel{M}} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

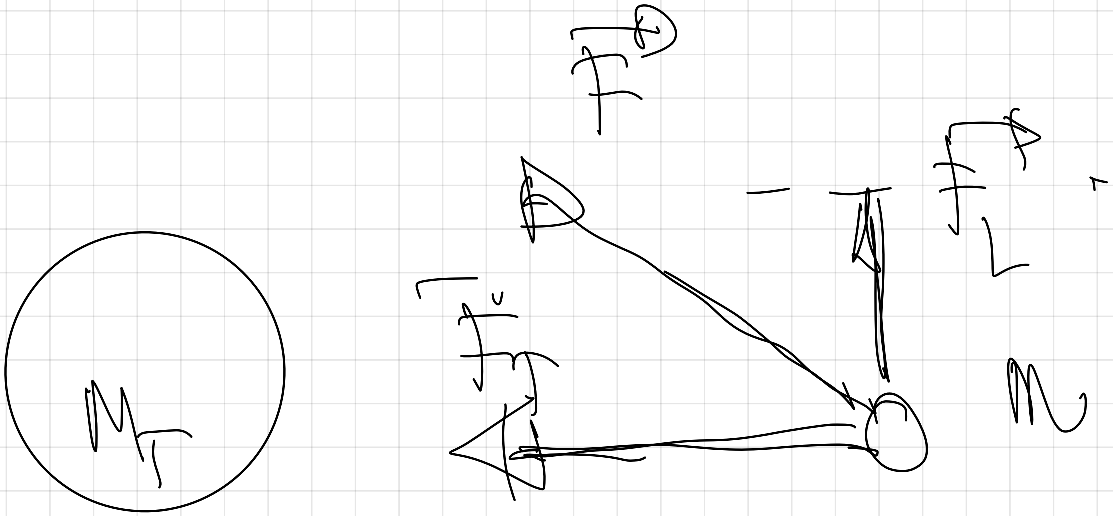
$$\parallel$$

$$\boxed{9{,}8 \ m/s^2}$$

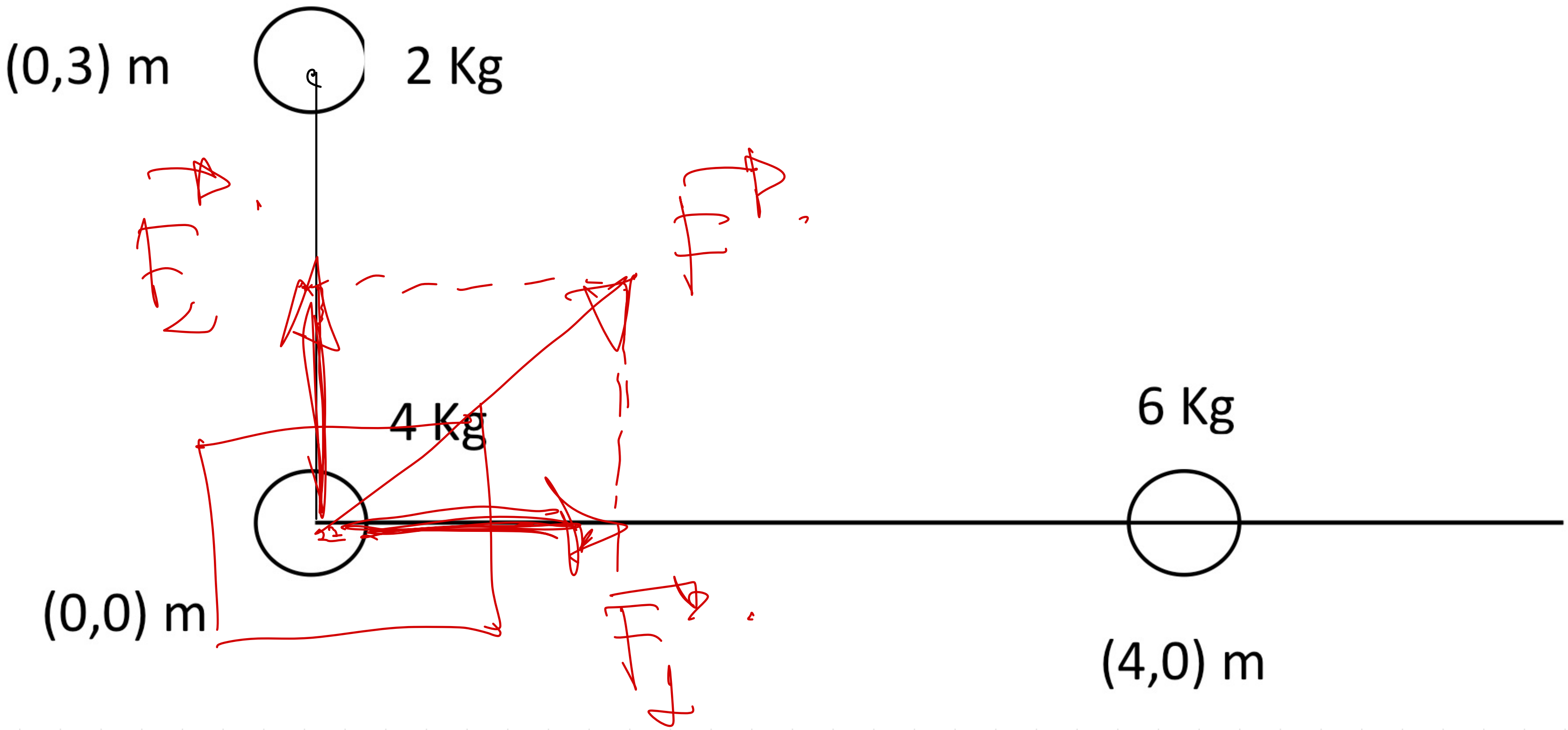


Principio de superposición.

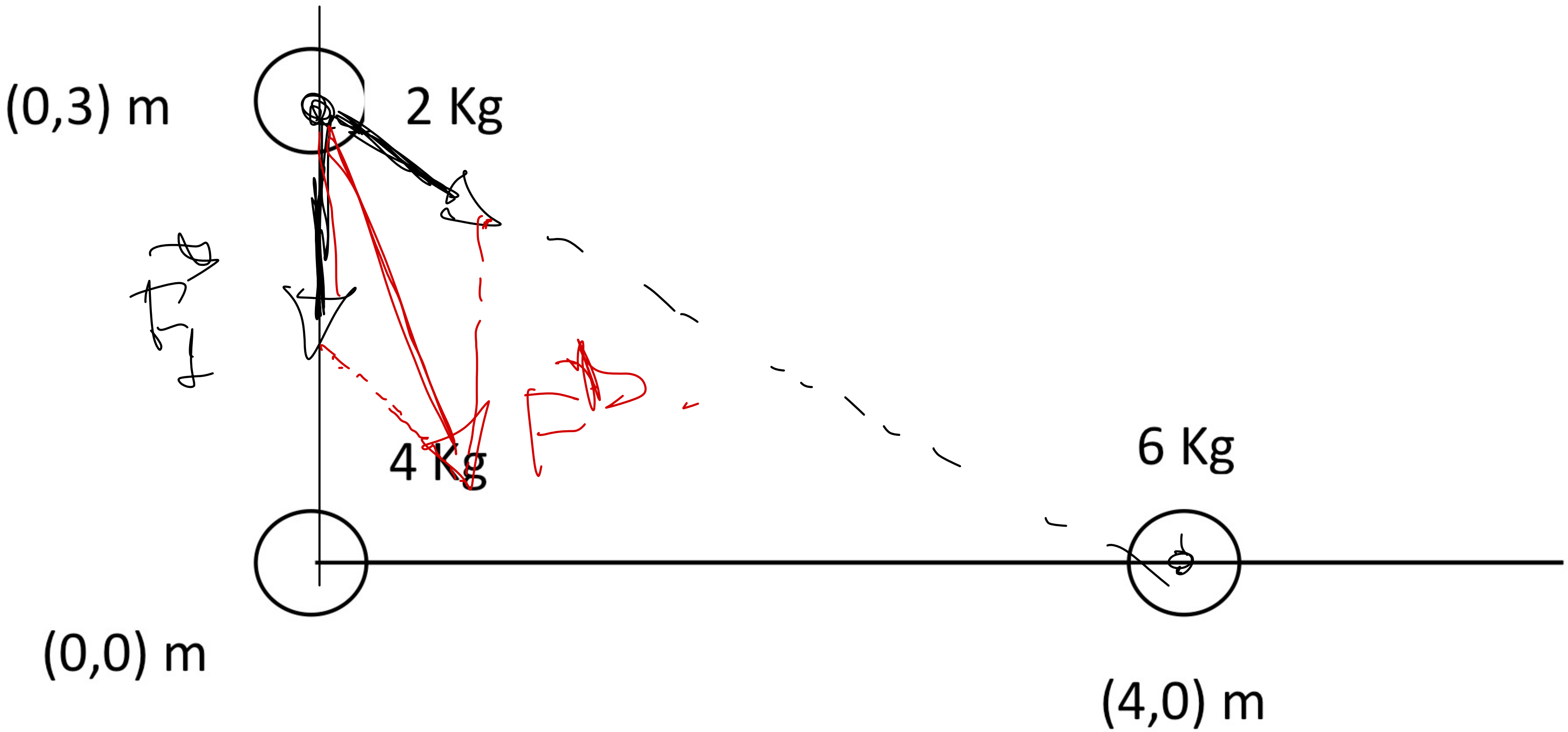
$$\vec{g} = \vec{g}_T + \vec{g}_L$$

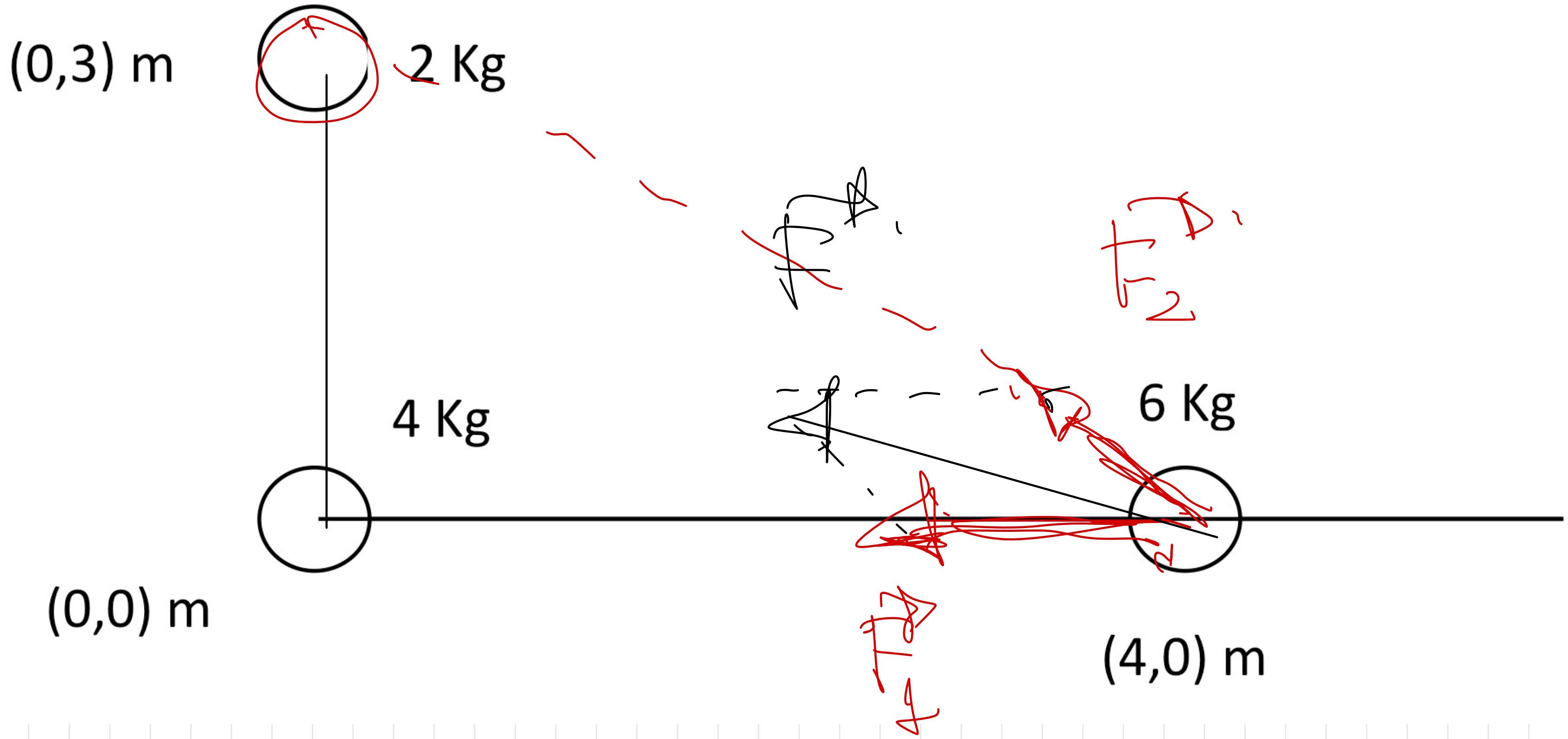


$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



(0,3) m
2 Kg
4 Kg
6 Kg
(0,0) m
(4,0) m

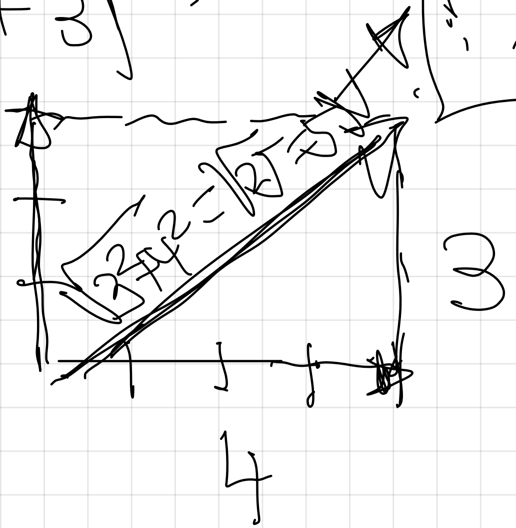

(0,3) m
2 Kg
4 Kg
6 Kg
(0,0) m
(4,0) m


(0,3) m
2 Kg
4 Kg
(0,0) m
6 Kg
(4,0) m

L

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5N$$

$$\vec{F}_2 = +3\vec{j}$$

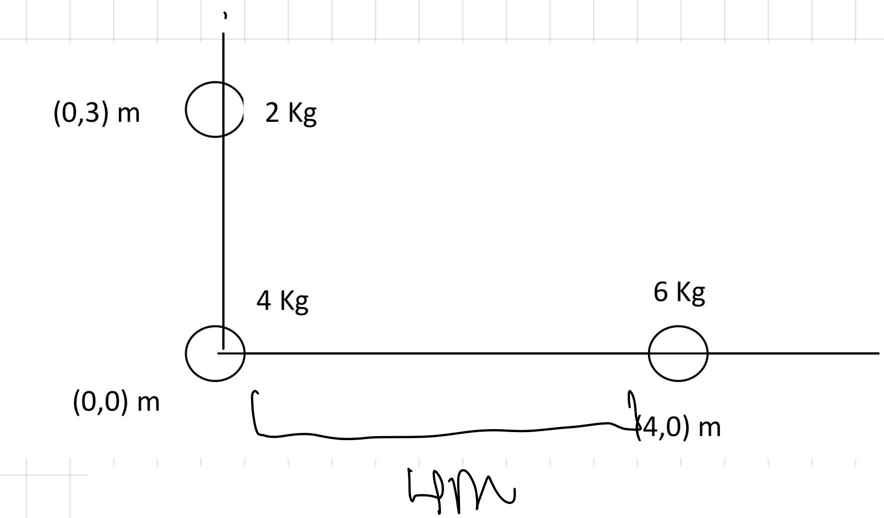


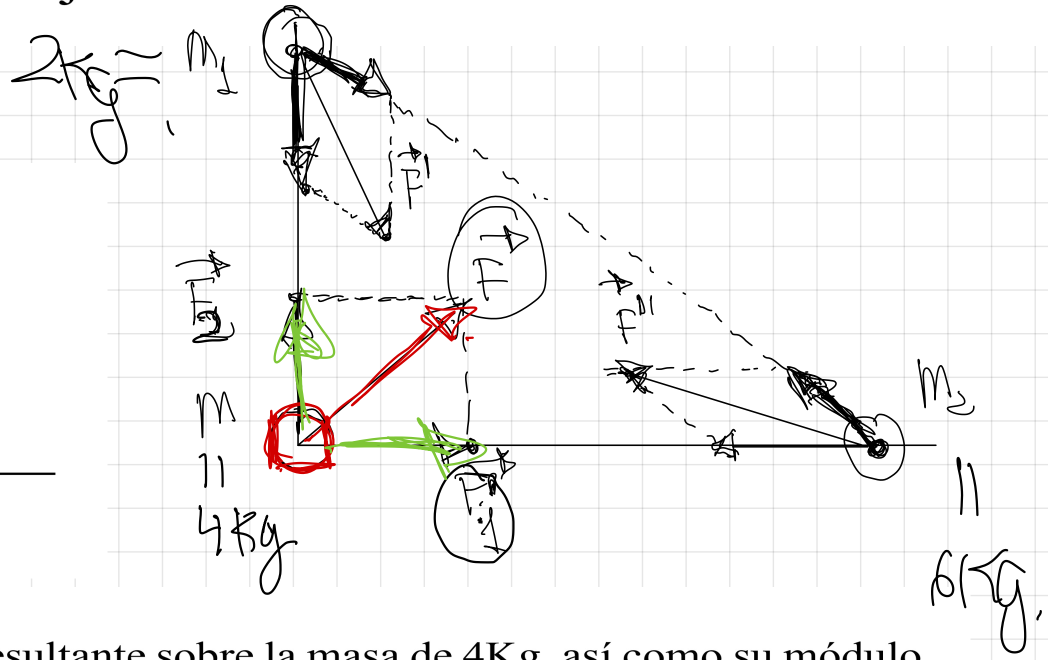
$$\boxed{\vec{F} = 4\vec{i} + 3\vec{j}\ (N)}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 4\vec{i} + 3\vec{j}\ (N)$$

$$\vec{F}_1 = +4\vec{i}\ (N)$$

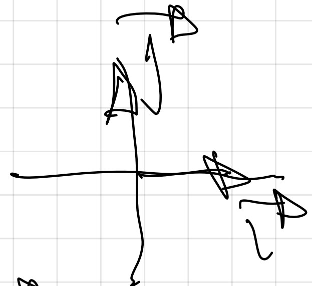
11.- Tres esferas uniformes de masas 2 Kg, 4 Kg y 6 Kg se sitúan en los vértices de un triángulo como se indica en la figura adjunta



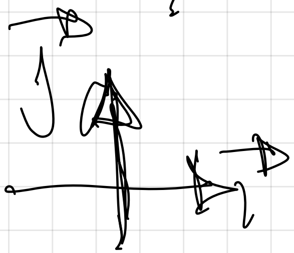


Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen
G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}

$|\vec{F_1}| \Rightarrow$ ley de la gravitación universal. Calculo primero el módulo.



$$|F_2| = G \cdot \frac{m \cdot m_2}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{4 \cdot 6}{4^2} = 10^{-10} N.$$



$$\vec{F_1} = +10^{-10}\,\vec{i}\ (N)$$

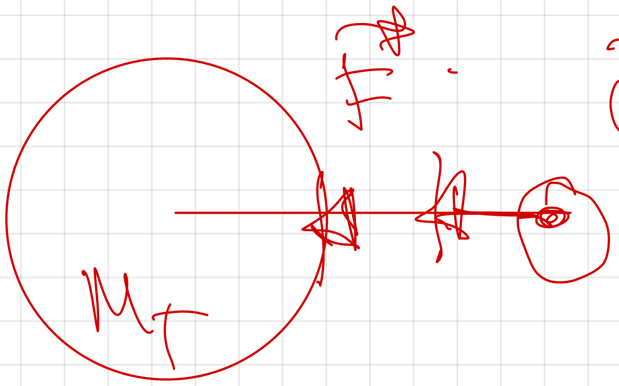
$$|F_2| = G\cdot\frac{m\cdot m_2}{r'^2} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{4\cdot2}{3^2} = 5'93\cdot10^{-11}\,N.$$

$$\vec{F_2} = +5'93\cdot10^{-11}\,\vec{j}\ (N)$$

<u>Principio de superposición.</u>

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = +10^{-10}\,\vec{i} + 5'93\cdot10^{-11}\,\vec{j}\ (N).$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(10^{-10})^2+(5'93\cdot10^{-11})^2} \simeq 1'16\cdot10^{-10}\,N.$$



$\vec{g} = -10\,\vec{i}\ \dfrac{N}{kg} = -10\,\vec{i}\left(\dfrac{m}{s^2}\right)$

$\vec{g} = -10\,\vec{i}\left(\dfrac{N}{kg}\right)$ — $10\ \dfrac{N}{kg}$

$m = 2\,kg$

$1\,kg - 10\,N$

$2\,kg - 20\,N$

$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = 2\,\cancel{kg} \cdot \left(-10\,\vec{i}\ \dfrac{N}{\cancel{kg}}\right) = -20\,\vec{i}\,(N)$

1

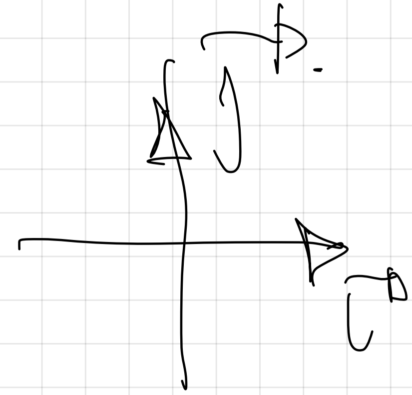
En dos puntos A y B de coordenadas (20,0) m y (0,20) m se sitúan dos masas puntuales de 10 kg cada una.

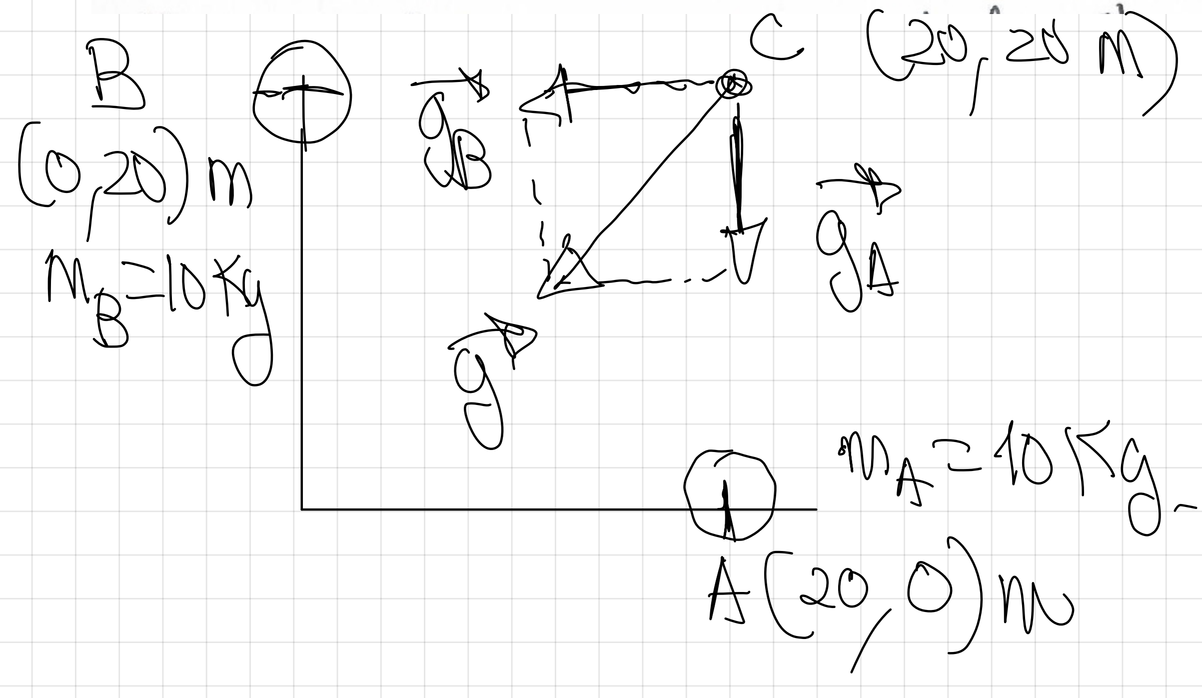
a) Dibuja y calcula el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el punto $\boxed{C\ (20,20)\ m}$

b) Halla la Fuerza sobre una masa puntual de 5 kg situada en el punto C.

$G = 6'7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

$\vec{g}$





Primero calculo módulo

$$|\vec{g}_A| = G \cdot \frac{m_A}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2}$$

$$|\vec{g}_A| = 1'7 \cdot 10^{-12}\ m/s^2.$$

$$\vec{g}_A = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (m/s^2)$$

$$|\vec{g}_B| = G \cdot \frac{m_B}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2}$$

$$|\vec{g}_B| = 1'7 \cdot 10^{-12}\ m/s^2$$

$$\vec{g}_B = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{\imath}\ (m/s^2)$$

Principio de superposición

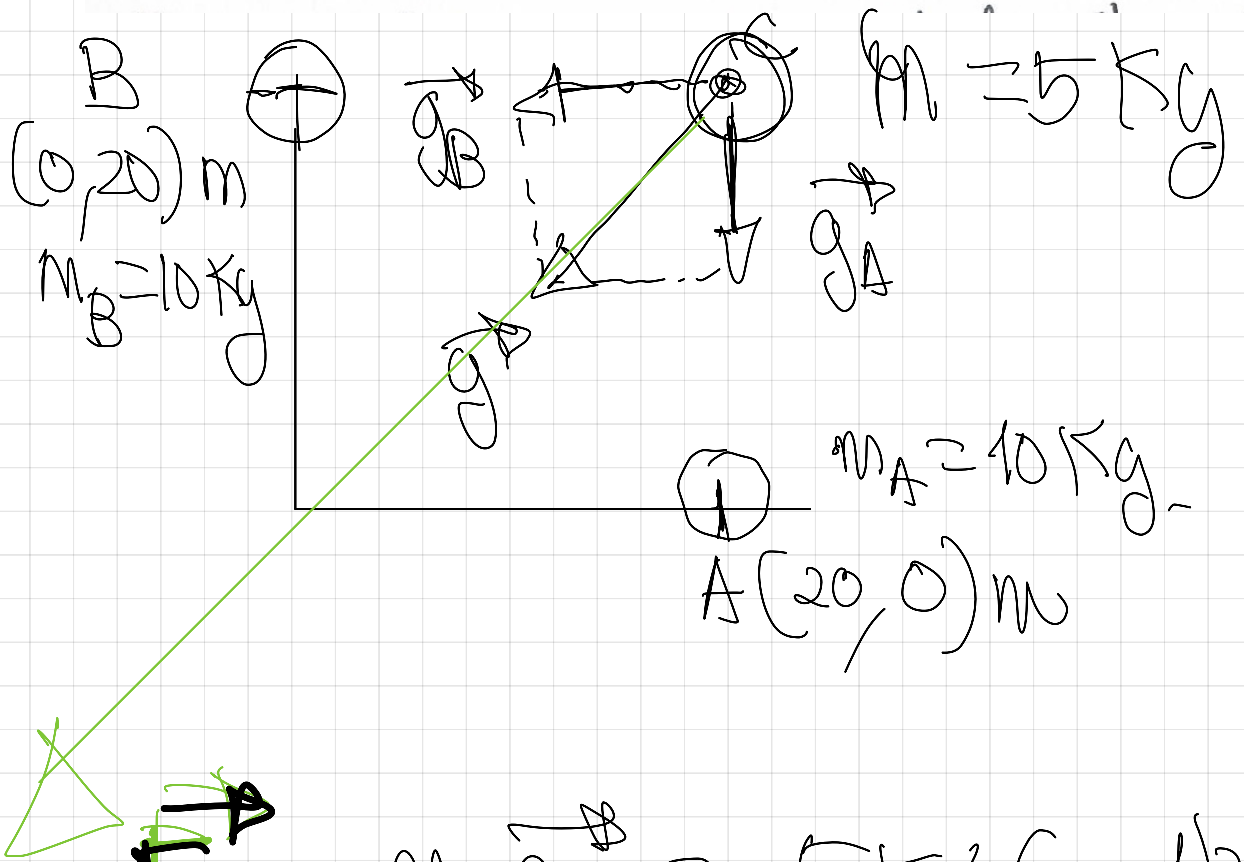
$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$$

$$\vec{g} = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{\imath} - 1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{\jmath}$$

$$\left(\frac{N}{kg} \text{ o } \frac{m}{s^2}\right)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1'7 \cdot 10^{-12})^2 + (-1'7 \cdot 10^{-12})^2} = 2'4 \cdot 10^{-12}\ m/s^2$$

(b)



$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = 5\,\cancel{kg}\left(-1'7 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\right) \frac{N}{\cancel{kg}}$$

$$|\vec{g}| = 2'4 \cdot 10^{-12} \frac{N}{kg}$$

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}| = 5 \cdot (2'4 \cdot 10^{-12}) = 1'2 \cdot 10^{-11} \text{ N}.$$

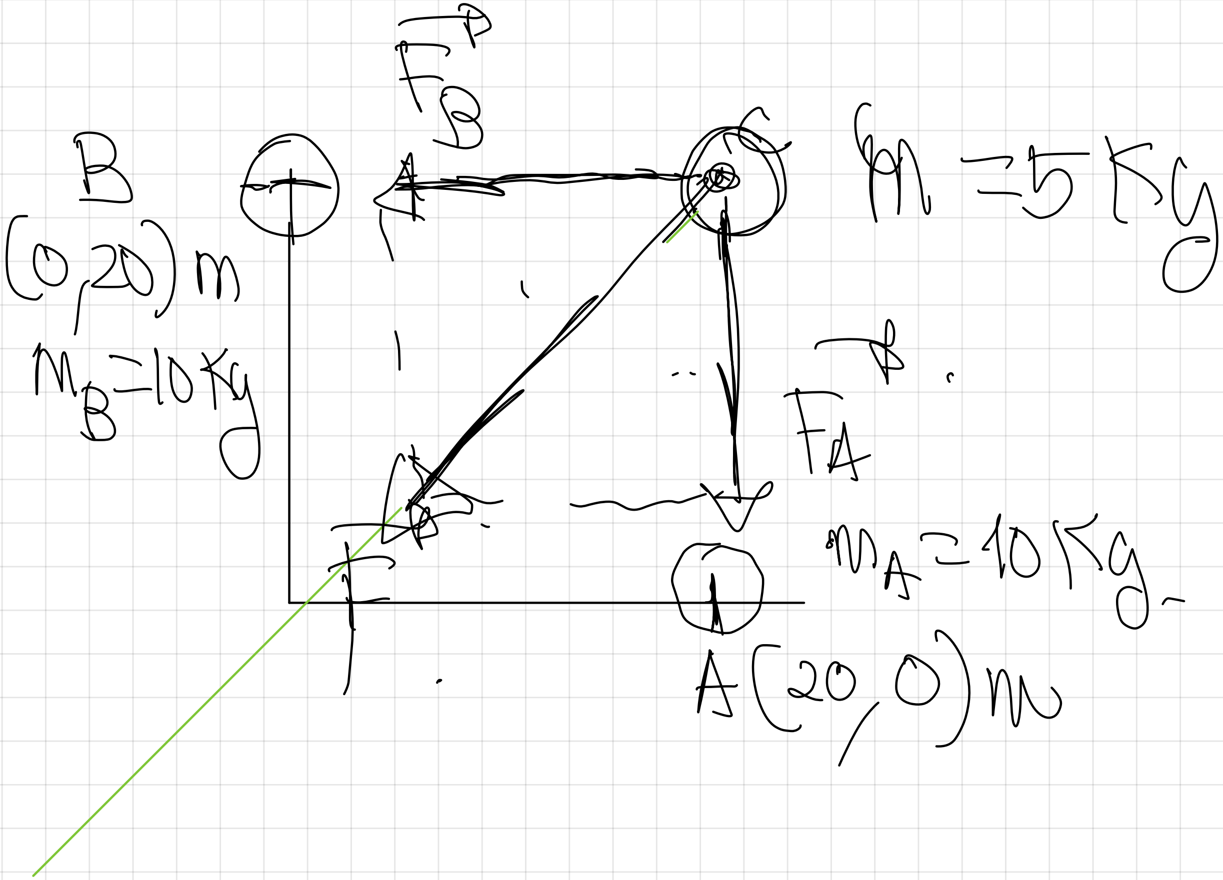
$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{F} = 5 \cdot (-1'7 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}) \text{ (N)}$$

$$\vec{F} = -8'5 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 8'5 \cdot 10^{-12}\,\vec{j} \text{ (N)}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-8'5 \cdot 10^{-12})^2 + (-8'5 \cdot 10^{-12})^2}$$

$$|\vec{F}| = 1'2 \cdot 10^{-11} \text{ N}.$$

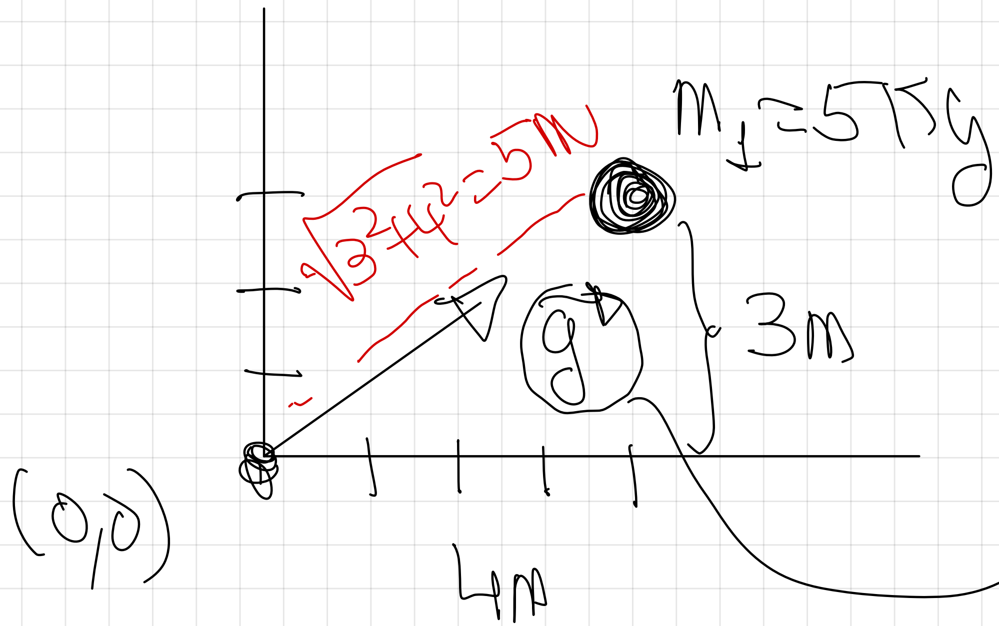


B
(0,20) m
m_B = 10 Kg
F_B
C
m = 5 Kg
F_A
m_A = 10 Kg
A (20,0) m

2)

Una masa puntual $m_1 = 5$ kg está en el punto (4,3) m. Determina el valor del campo gravitatorio creado por la masa m_1 en el origen de coordenadas. $\vec{g}$

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

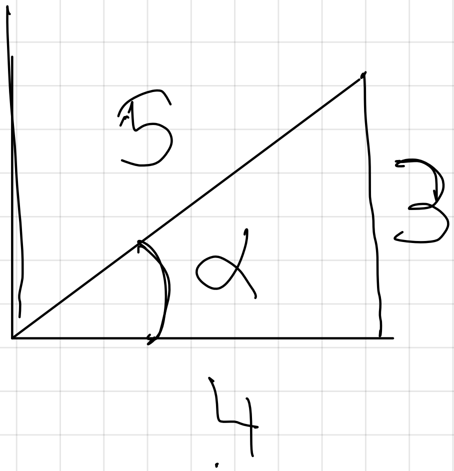


$$|\vec{g}| = G \cdot \frac{m_1}{r^2} =$$

$$= 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{5^2} =$$

$$|\vec{g}| = 1'33 \cdot 10^{-11}\ m/s^2$$

Para calcular el vector necesito una descomposición usando razones trigonométricas

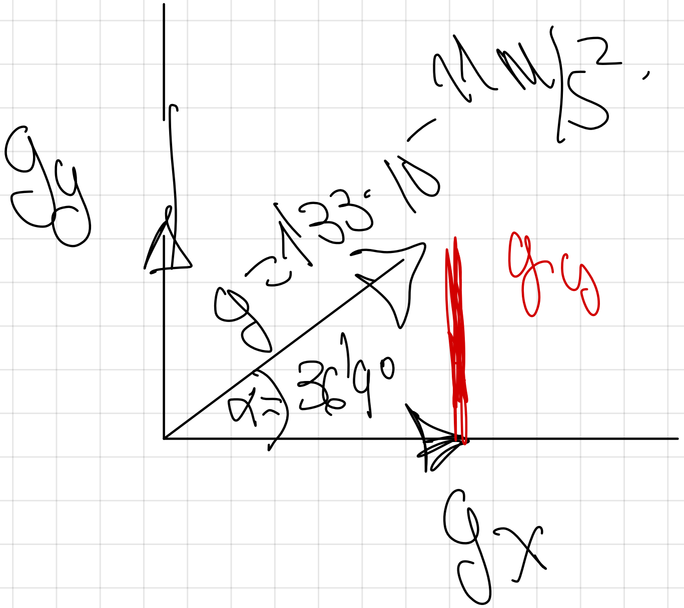


$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{cat. op}}{\text{hipotenusa}}.$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = \arcsen\frac{3}{5} = 36'9^{\circ}.$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{cat. cont.}}{\text{hipotenusa}}.$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = \arccos\frac{4}{5} = 36'9^{\circ}.$$



$$\operatorname{sen} 36'9^\circ = \frac{g_y}{g};$$

$$g_y = g \cdot \operatorname{sen} 36'9^\circ = 1'33 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{5}$$

$$g_y = 7'98 \cdot 10^{-12}\ m/s^2;$$

$$\vec{g_y} = +7'98 \cdot 10^{-12}\, \vec{j}\ (m/s^2)$$

$$\cos 36'9^\circ = \frac{g_x}{g};$$

$$g_x = g \cdot \cos 36'9^\circ = 1'33 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{5}$$

$$g_x = 1'064 \cdot 10^{-11}\ m/s^2.$$

$$\vec{g_x} = +1'064 \cdot 10^{-11}\, \vec{i}\ (m/s^2)$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{g} &= \vec{g_x} + \vec{g_y} \\ \vec{g} &= 1'064 \cdot 10^{-11}\, \vec{i} + 7'98 \cdot 10^{-12}\, \vec{j}\ (m/s^2) \end{aligned}}$$

$$\vec{g}^{\,P} = 1'064\cdot 10^{-11}\,\vec{i} + 7'98\cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ (\mathrm{m/s^2})$$

$$|\vec{g}^{\,P}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1'064\cdot 10^{-11})^2 + (7'98\cdot 10^{-12})^2} =$$

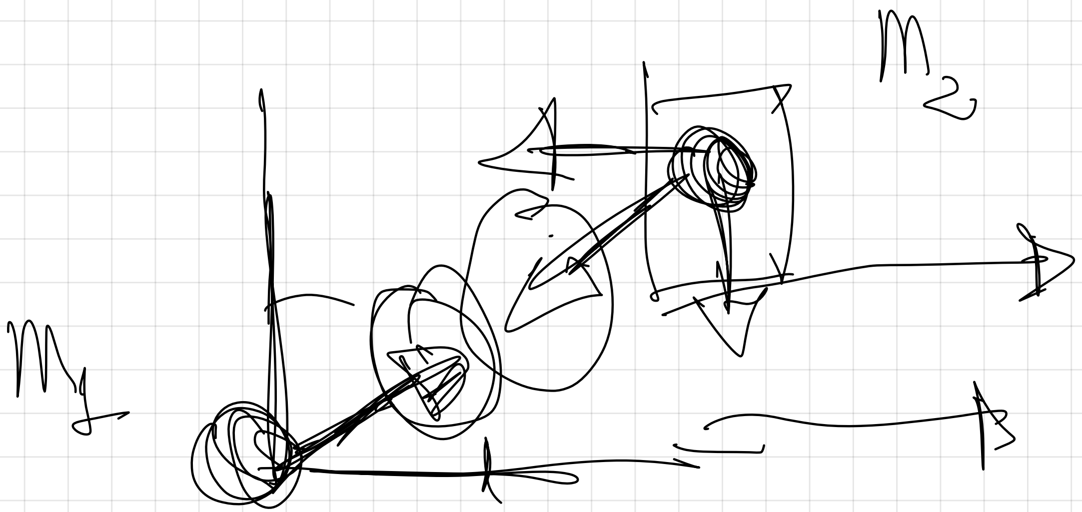
$$|\vec{g}^{\,P}| = 1'33\cdot 10^{-11}\ \mathrm{m/s^2}.$$

③ Una masa puntual $m_1 = 4\ kg$ está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6\ kg$ está situada en el punto $(12, 9)\ m$.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y [redacted] halla su módulo.

b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

$\boxed{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2\ kg^{-2}}$



$\vec{F} = -3\vec{i} - 2\vec{j}$

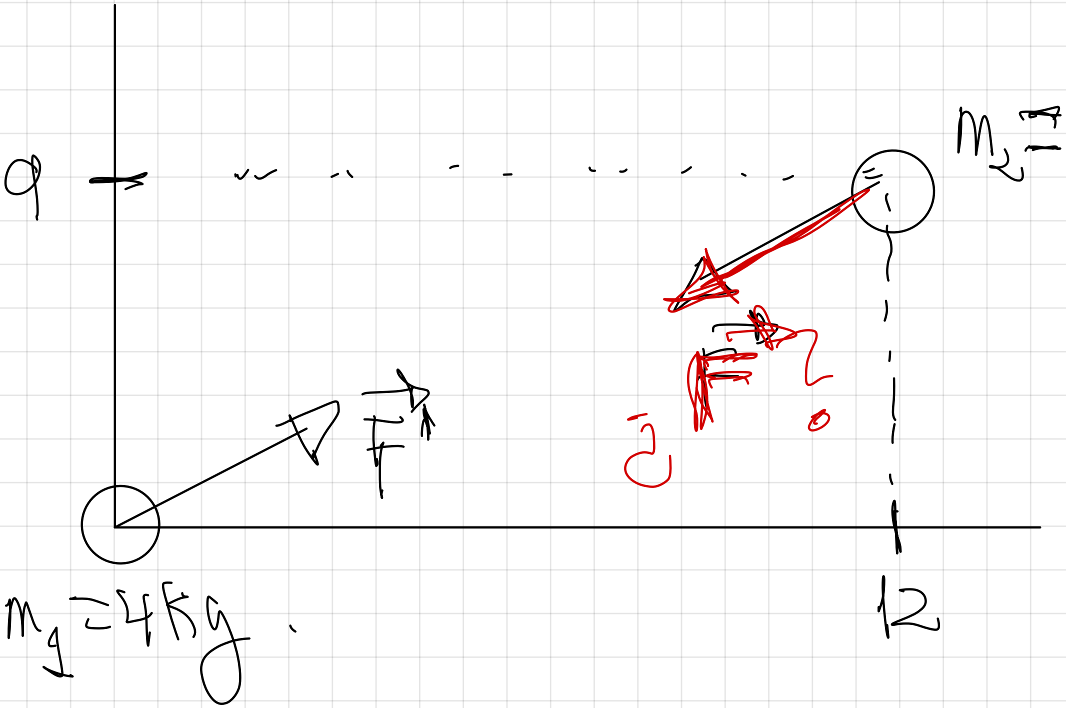
$\vec{F} = +3\vec{i} + 2\vec{j}$

③ Una masa puntual $m_1 = 4$ Kg está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6$ Kg está situada en el punto $(12, 9)$ m.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y halla su módulo.

b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

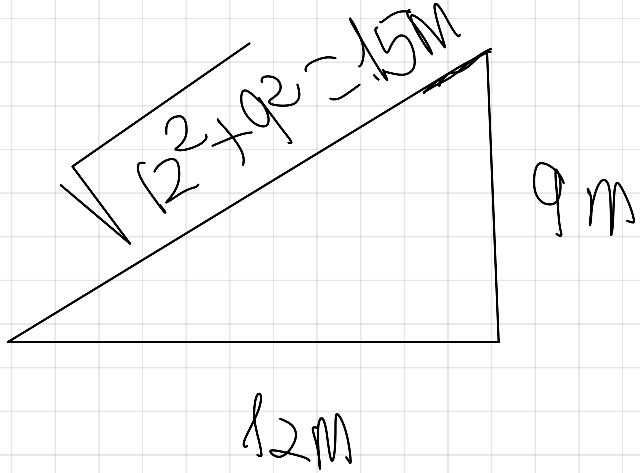
$\boxed{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2\ Kg^{-2}}$

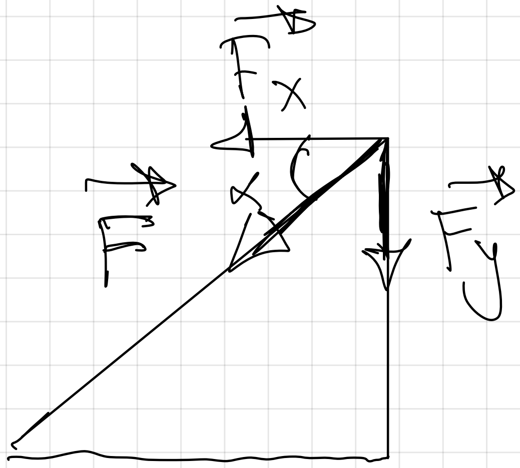


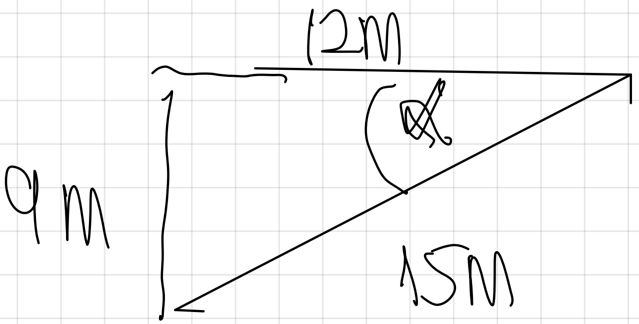
Ley de la gravitación universal.

$$|\vec{F}| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} =$$

$$= 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 6}{15^2} \simeq 7'11 \cdot 10^{-12}\ N$$

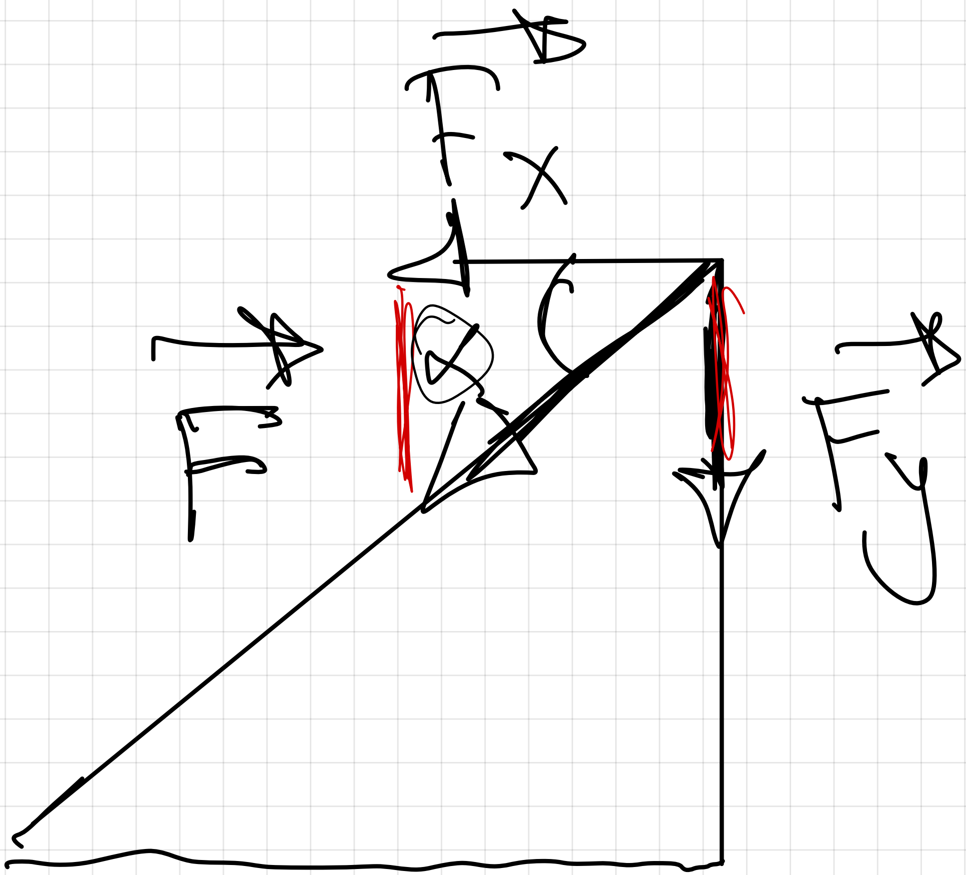




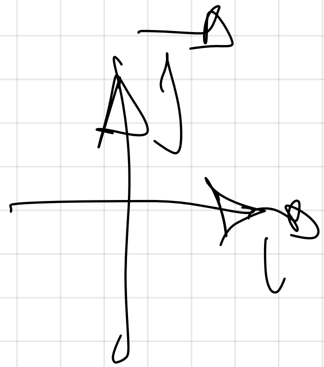


$\rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{9}{15} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arcsen} \frac{9}{15} = 36'87^\circ$

$\rightarrow \cos \alpha = \frac{12}{15} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{12}{15} = 36'87^\circ$



$\alpha = 36'87^\circ$.



$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{F_y}{F}$$

$$F_y = F \cdot \operatorname{sen} 36'87^\circ =$$

$$F_y = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{9}{15} = 4'26 \cdot 10^{-12}\ N.$$

$$\vec{F_y} = -4'26 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (N).$$

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}$$

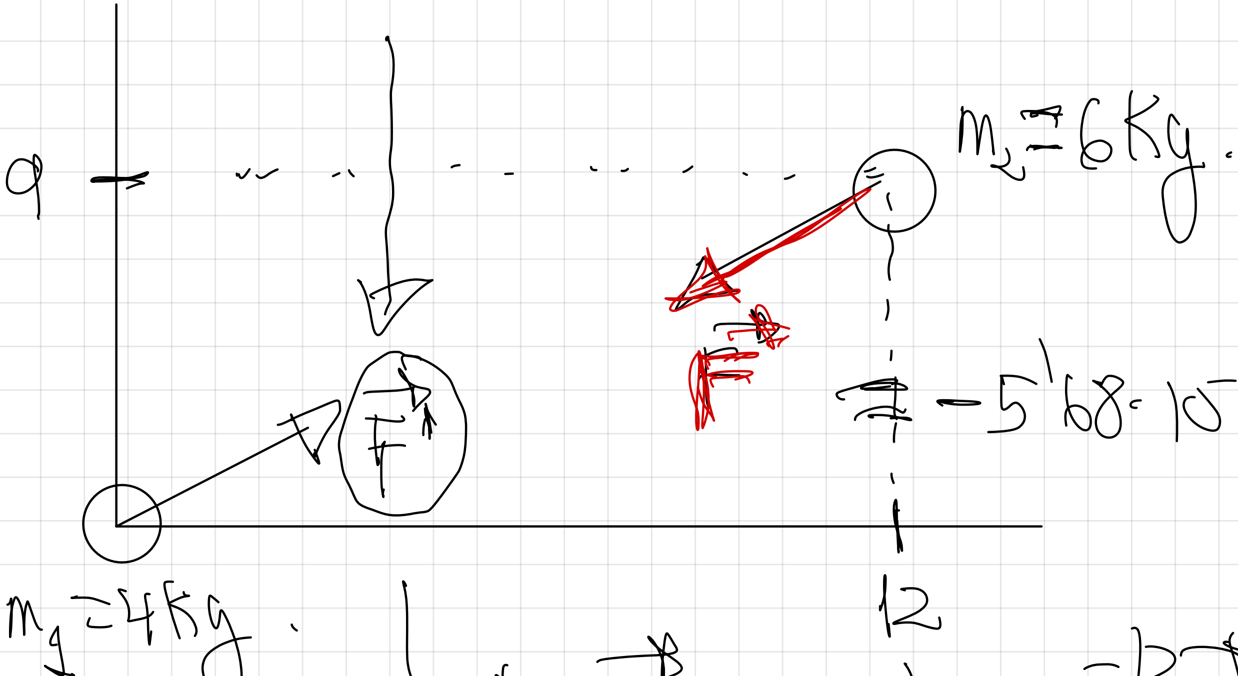
$$F_x = F \cdot \cos 36'87^\circ$$

$$F_x = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{12}{15} \simeq 5'68 \cdot 10^{-12}.$$

$\vec{F}_x = -5'68\cdot 10^{-12}\,\vec{i}$ (N)

$\vec{F} = -5'68\cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 4'26\cdot 10^{-12}\,\vec{j}$ (N)

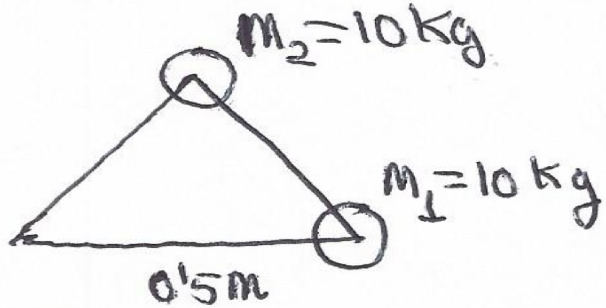
$|\vec{F}| = 7'11\cdot 10^{-12}$ N.



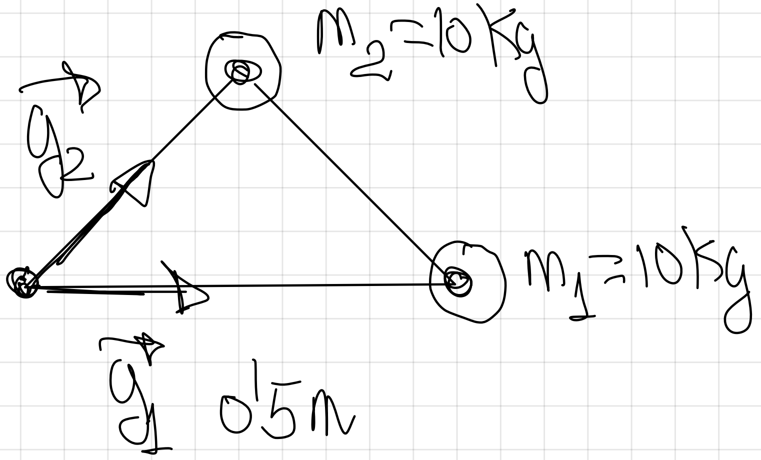
$\vec{F} = -5'68\cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 4'26\cdot 10^{-12}\,\vec{j}$.

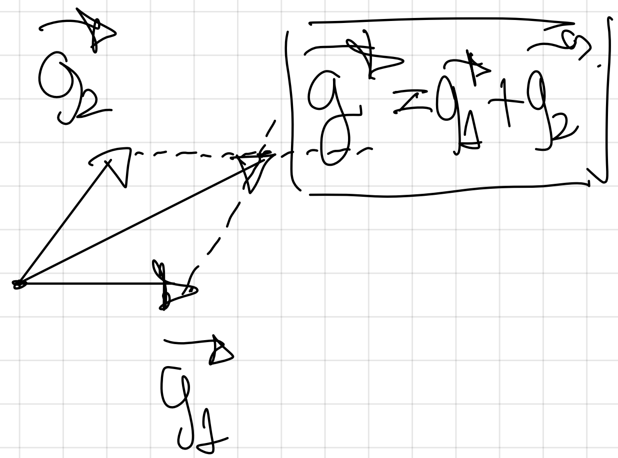
$\hookrightarrow \vec{F} = +5'68\cdot 10^{-12}\,\vec{i} + 4'26\cdot 10^{-12}\,\vec{j}$.

④ Dos cuerpos de 10 Kg de masa se encuentran en dos de los vértices del triángulo equilátero de la figura, que posee 0'5 m de lado.

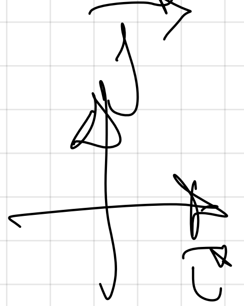


a) Calcula el campo gravitatorio $\vec{g}$ que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$.



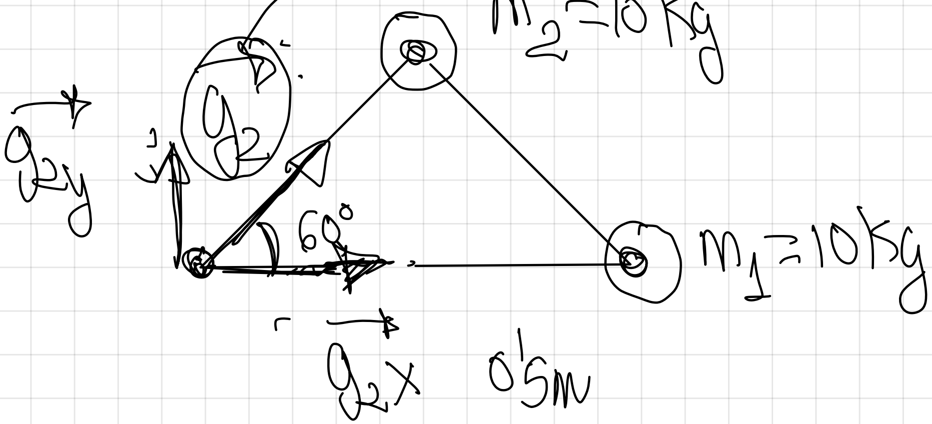


Principio de Superposición $\boxed{\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2}$



$$|\vec{g_1}| = G \cdot \frac{m_1}{r_1^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{0'5^2} = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m/s^2$$

$$\vec{g_1} = \cancel{+}2'67 \cdot 10^{-9}\ \vec{i}\ (m/s^2)$$



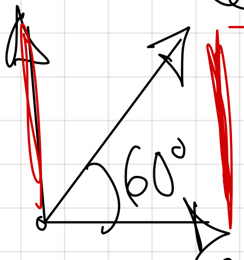
Primero calculo módulo.

$$g_2 = G \cdot \frac{M_2}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{(0'5)^2}$$

$$g_2 = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m/s^2$$

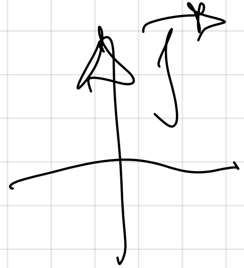
g_{2y} ?

$g_2 = 2'67 \cdot 10^{-9}\ m/s^2$



g_{2x} ?

$$\text{sen}\ 60^\circ = \frac{g_{2y}}{g_2}$$



$$g_{2y} = g_2 \cdot \text{sen}\ 60^\circ = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$g_{2y} = 2'31 \cdot 10^{-9}\ m/s^2 \qquad \boxed{\vec{g}_{2y} = +2'31 \cdot 10^{-9}\ \vec{j}\ (m/s^2)}$$

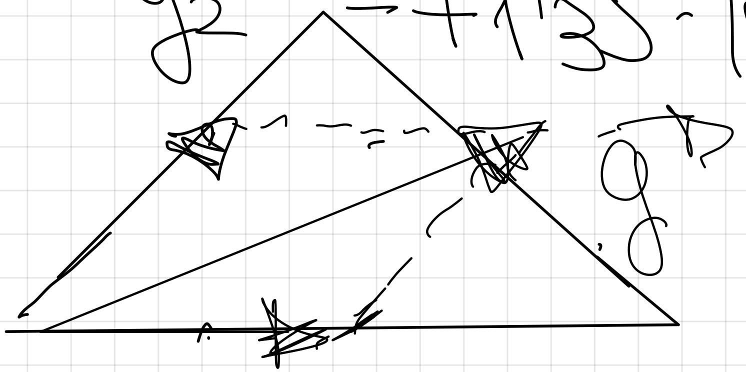
$$\cos 60^\circ = \frac{g_{2x}}{g_2}$$

$$g_{2x} = g_2 \cdot \cos 60^\circ = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{2}$$

$$g_{2x} = 1'35 \cdot 10^{-9}\ m/s^2 \qquad \boxed{\vec{g}_{2x} = +1'35 \cdot 10^{-9}\ \vec{i}\ (m/s^2)}$$

$$\vec{g_2} = +1'35\cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31\cdot 10^{-9}\,\vec{j} \quad (m/s^2)$$

$$\vec{g_2} = +1'35\cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31\cdot 10^{-9}\,\vec{j} \quad (m/s^2)$$



$$\vec{g_1} = +2'67\cdot 10^{-9}\,\vec{i} \quad (m/s^2)$$

Principio de superposición.

$$\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2} = 2'67\cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 1'35\cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31\cdot 10^{-9}\,\vec{j} \quad (m/s^2)$$

$$\boxed{\vec{g} = 4'01 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ (m/s^2)}$$

$\Downarrow$

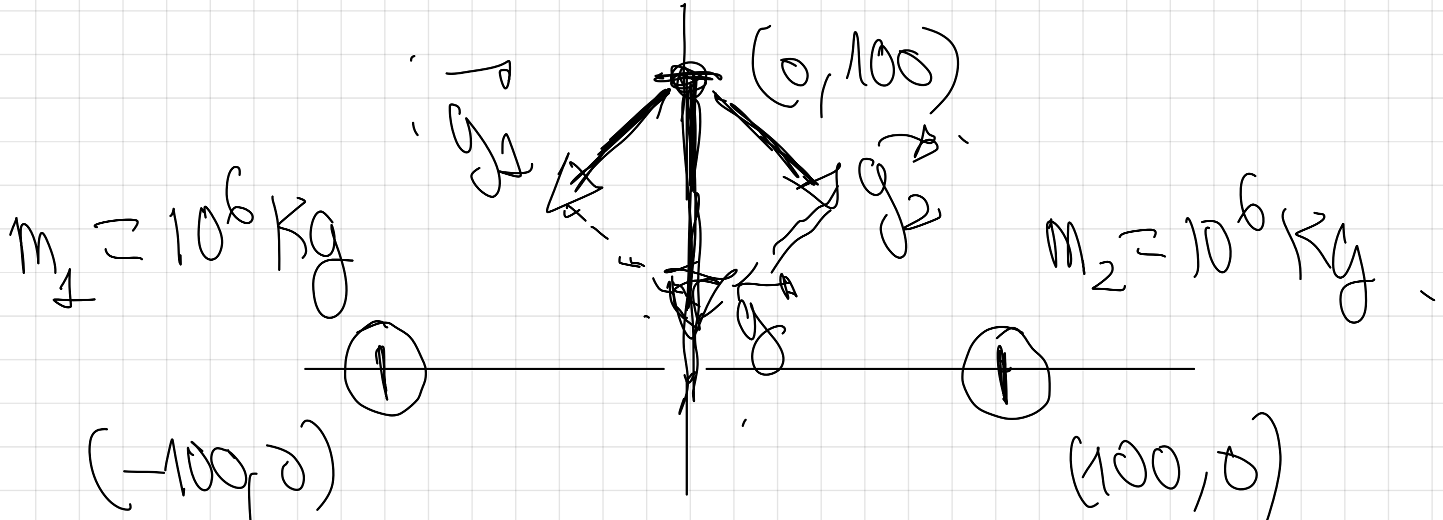
Para calcular el módulo de $\vec{g}$ y saber el valor del campo gravitatorio

$$\boxed{|\vec{g}| = g = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(4'01 \cdot 10^{-9})^2 + (2'31 \cdot 10^{-9})^2} = 4'62 \cdot 10^{-9}\ m/s^2}$$

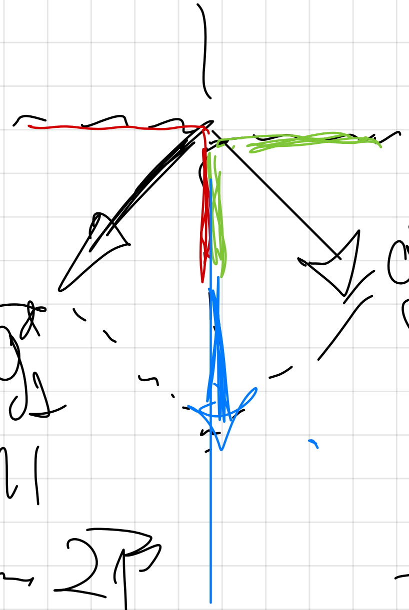
5) Dos masas puntuales de 10^6 kg cada una, se encuentran en los puntos $(-100, 0)$ m y $(100, 0)$ m respectivamente.

a) Calcula el campo gravitatorio ($\vec{g}$) en el punto $(0, 100)$ m y su módulo

b) Si en el punto $(0, 100)$ m situásemos una masa de 10 kg, hallar la fuerza (vector y módulo) que experimentaría dicha masa. $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.



$$\vec{g}_c = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$



$\vec{g_1} = -3\vec{i} - 2\vec{j}$

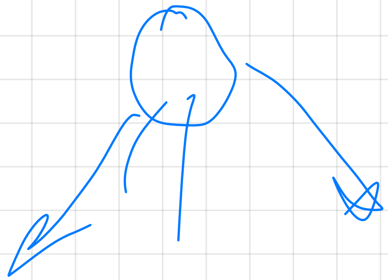
$\vec{g_2} = +3\vec{i} - 2\vec{j}$

$$\vec{g} = \cancel{-3\vec{i}} - 2\vec{j} \cancel{+3\vec{i}} - 2\vec{j}$$

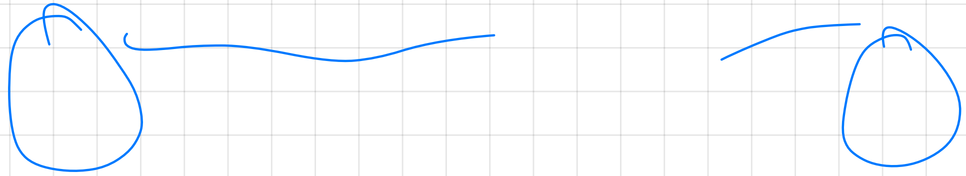
$$\vec{g} = -4\vec{j}$$

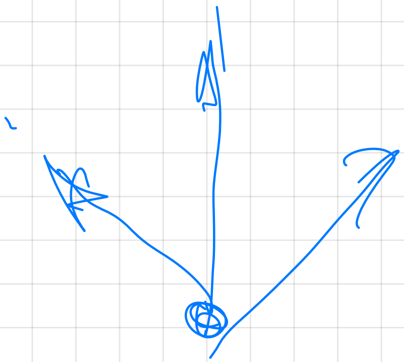
$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

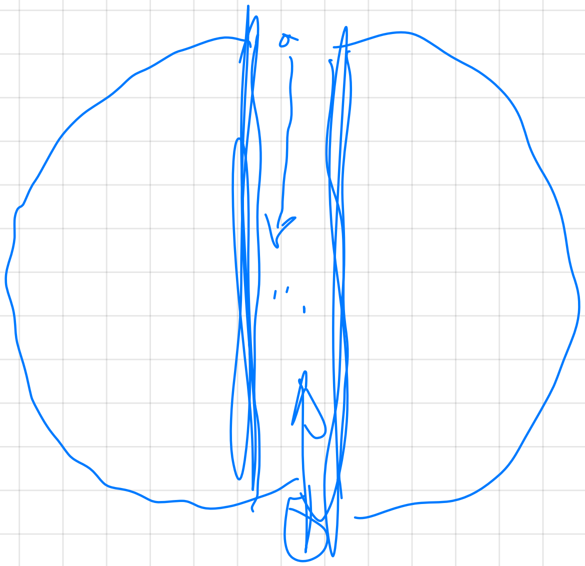
$$|\vec{g}| = \sqrt{(-4)^2 + 0^2}$$

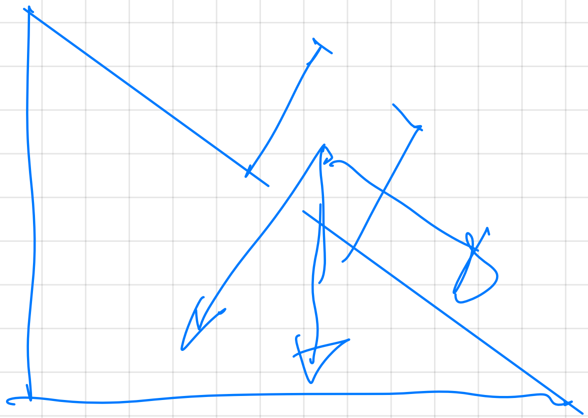


$|g^{b}| = \sqrt{16} = 4$







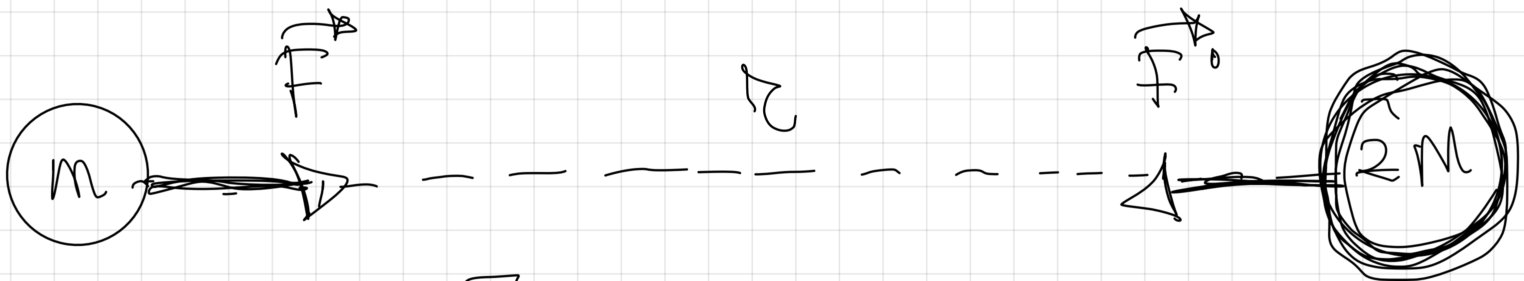


Pag 33

Se ve después en Teoría.

55- a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas

b)



$$F = G \cdot \frac{m \cdot 2m}{r^2} = G \cdot \frac{2m^2}{r^2}$$

$$F' = G \cdot \frac{2m \cdot m}{r^2} = G \cdot \frac{2m^2}{r^2}$$

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{2m^{\cancel{2}}}{r^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{2m}{r^2}$$

$$g' = \frac{F}{2m} = \frac{G \cdot \frac{\cancel{2}m^{\cancel{2}}}{r^2}}{\cancel{2}\cancel{m}} = G \cdot \frac{m}{r^2}$$

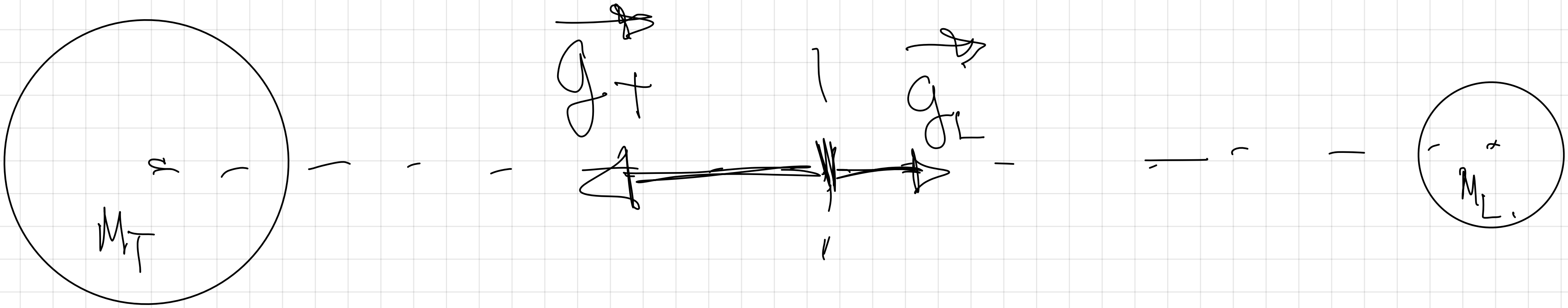
$$|\vec{F}| = |\vec{F}'|$$

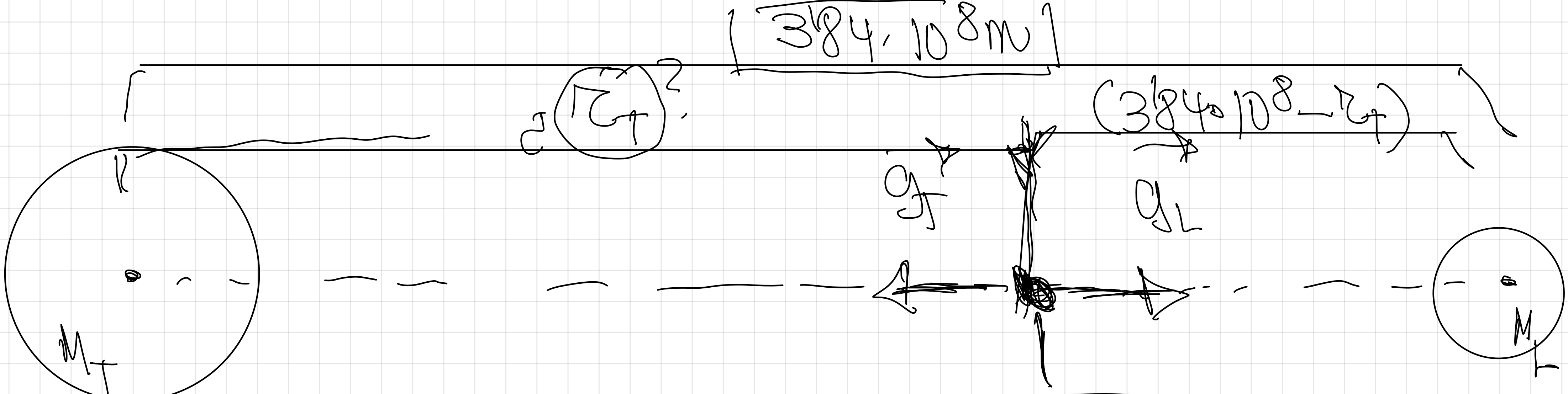
$$|\vec{g}| > |\vec{g}'|$$

$$\vec{g} = G\frac{M}{r^2}$$

56.- ¿A qué distancia del centro de la Tierra se compensaría el $\boxed{\text{campo gravitatorio}}$ terrestre con el Lunar?

$M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ Kg , $M_L = 7,35 \cdot 10^{22}$ Kg. Distancia Tierra-Luna (centro a centro) es de $3,84 \cdot 10^{8}$ m





$$\boxed{\vec{g} = 0}$$

A partir de esa condición calculo r.

$$|\vec{g}_T| = |\vec{g}_L|$$

Dos vectores para cancelarse tienen que tener el mismo módulo, la misma dirección, sentido contrario.

$$\cancel{G} \cdot \frac{M_T}{r_T^2} = \cancel{G} \cdot \frac{M_L}{(3'84 \cdot 10^8 - r_T)^2}$$

$$\sqrt{\frac{M_T}{r_T^2}} = \sqrt{\frac{M_L}{(3'84 \cdot 10^8 - r_T)^2}}$$

$5'97 \cdot 10^{24}\ Kg$

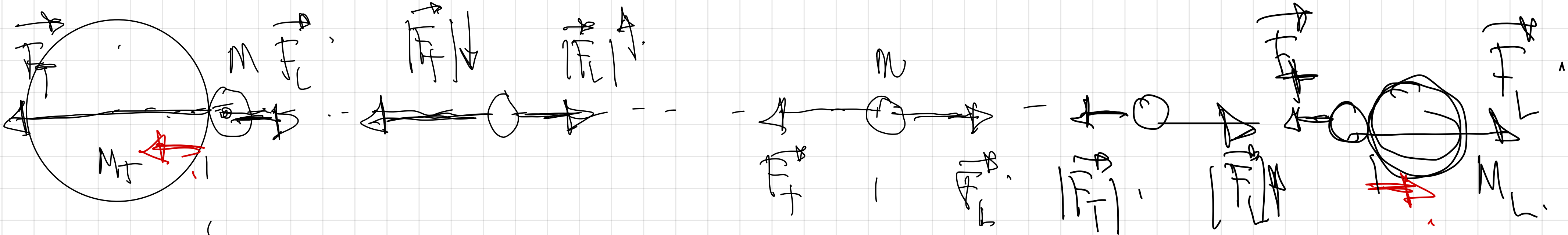
$$\frac{\sqrt{M_T}}{r_T} = \frac{\sqrt{M_L}}{(3'84 \cdot 10^8 - r_T)} \qquad M_L = 7'35 \cdot 10^{22}\ Kg$$

$$\boxed{r_T = 3'46 \cdot 10^8\ m}$$

23- Describir cualitativamente el cambio de peso que sufre una nave espacial de masa m en un viaje de la Tierra a la Luna. Suponer que la Tierra y la Luna se encuentran en reposo y que la nave se mueve según la dirección que une sus centros.

$$F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r_T^2}$$

$$|\vec{F}_L| = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{r_L^2} \downarrow$$



$$|\vec{P}| = |\vec{F}_T| - |\vec{F}_L|$$

$$|\vec{P}| = 0.$$

$$|\vec{P}| = |\vec{F}_L| - |\vec{F}_T|$$

PESO MÁXIMO.

PESO NULO.

El peso disminuye hasta hacerse cero.

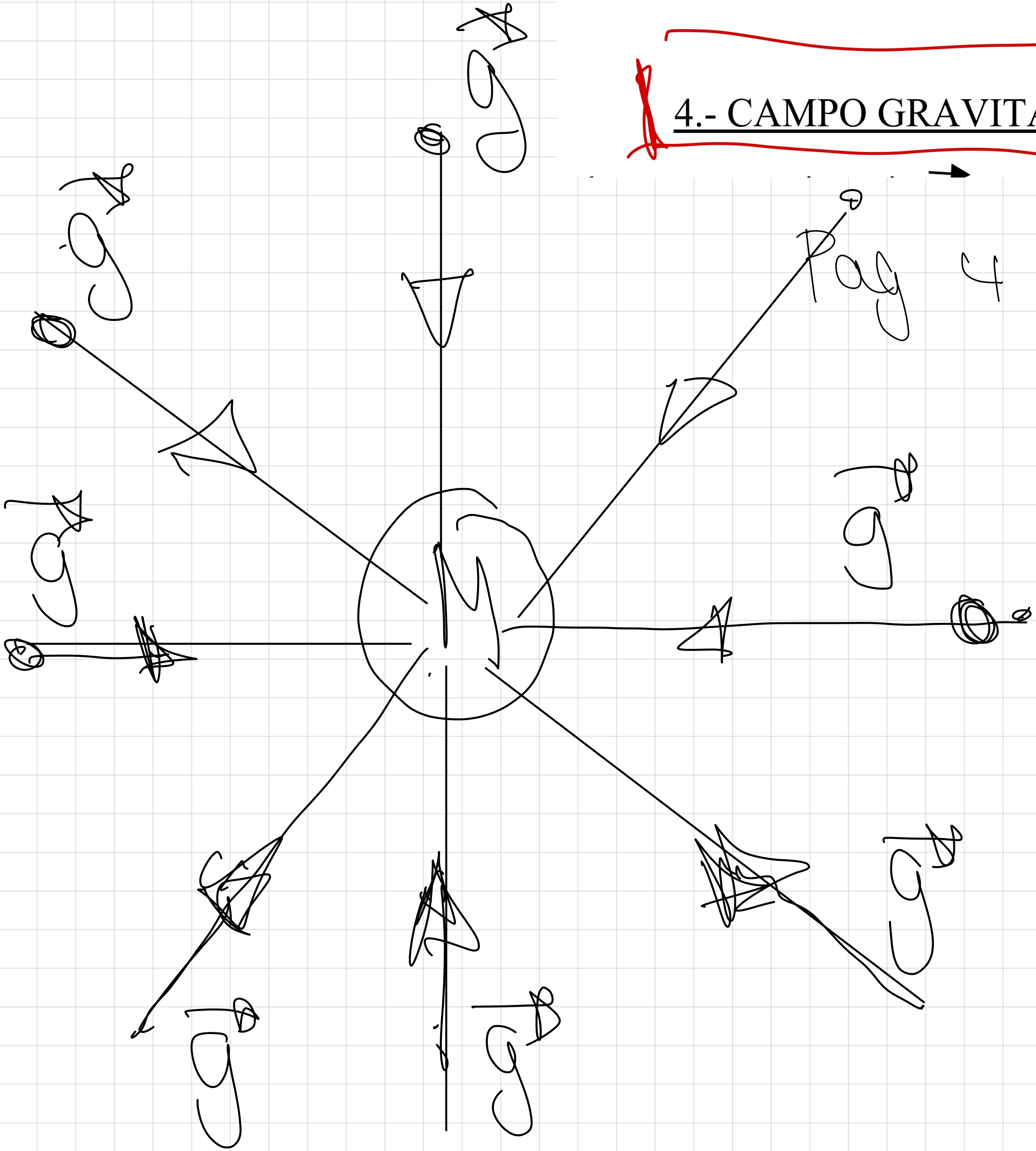
El peso vuelve a aumentar pero aún

VER RESOLUCIÓN EN EL LIBRO

Concepto de líneas de campo

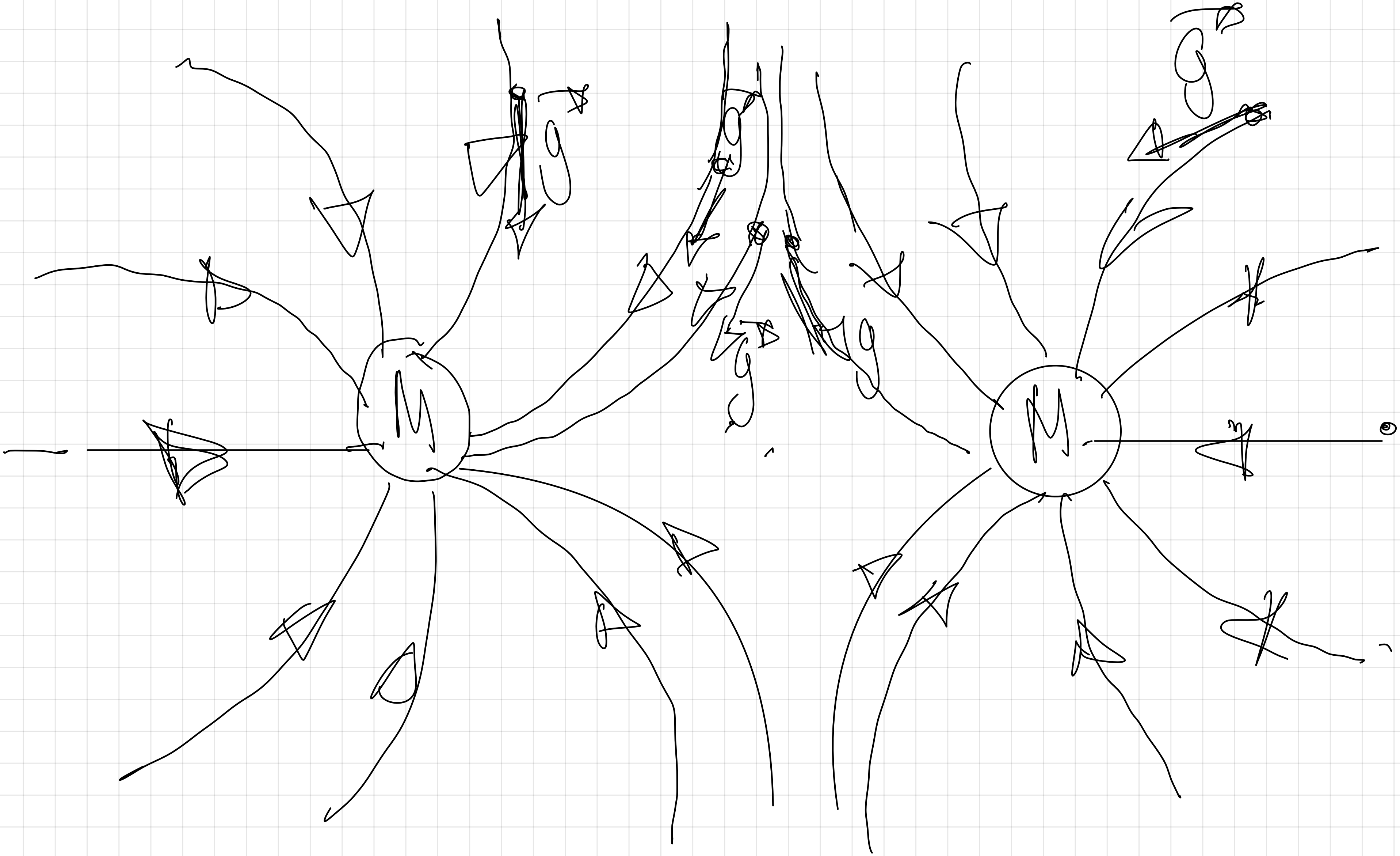
Las líneas de campo son las hipotéticas trayectorias que seguiría una masa m abandonada en reposo dentro de ese campo gravitatorio.

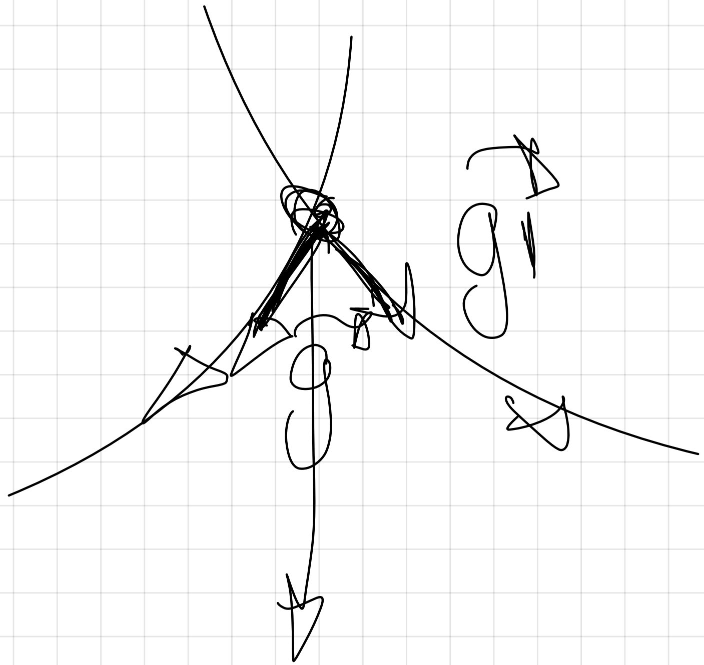
4.- CAMPO GRAVITATORIO CREADO POR UNA MASA PUNTUAL



Pag 4 del libro.

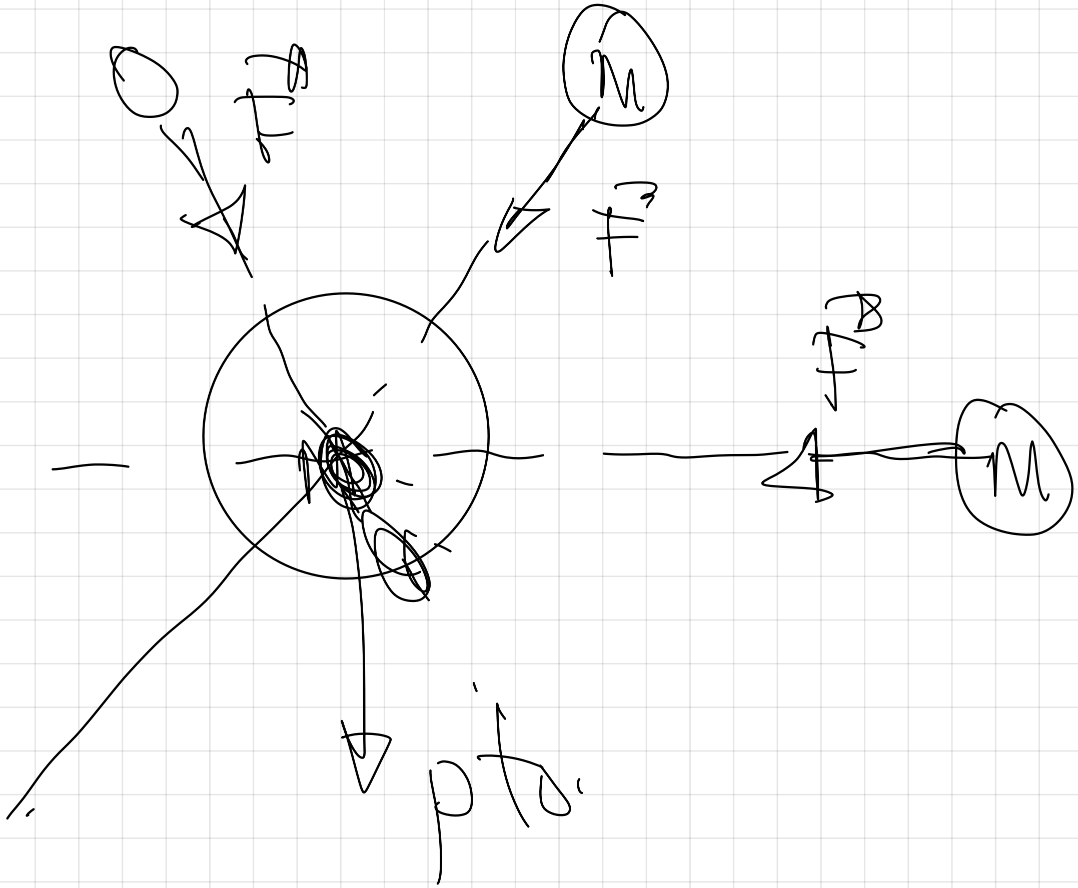
$\vec{g}$ → módulo $g = G \cdot \frac{M}{r^2}$,
→ dirección → tangente en cada punto a las líneas de campo
→ sentido → atractivo hacia la masa M creadora del campo.

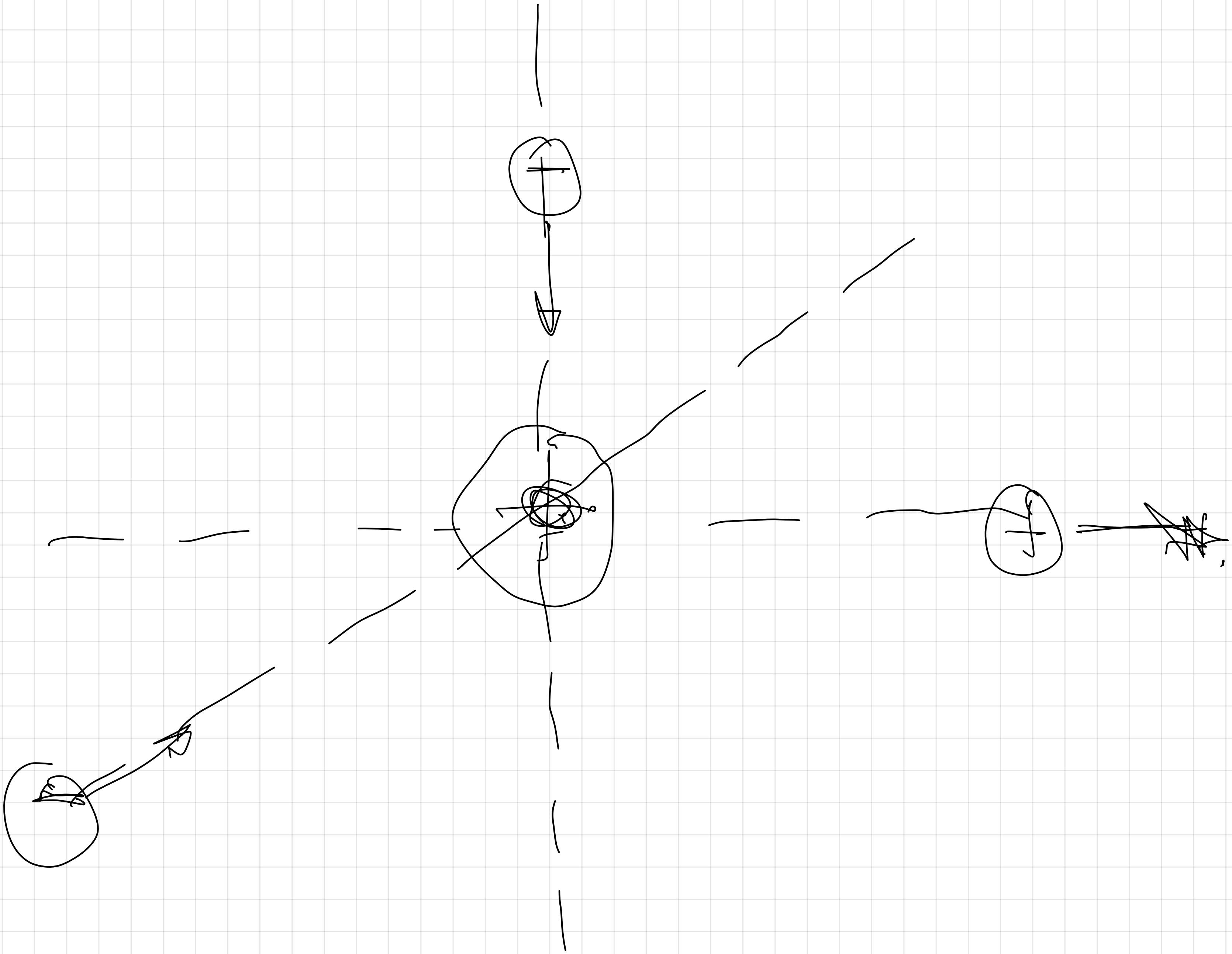


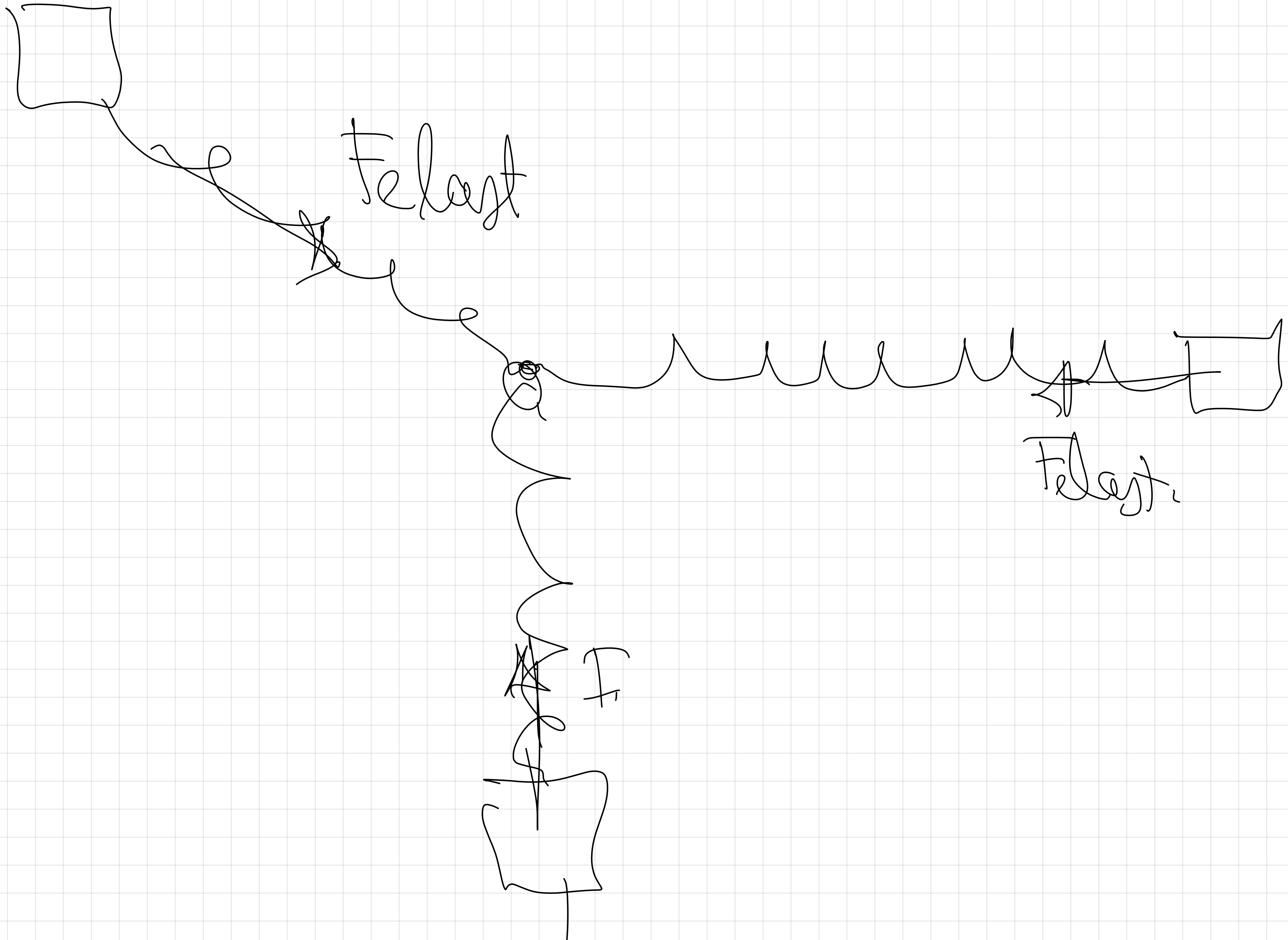


Dos líneas de campo nunca pueden cortarse.

Fuerza Central.





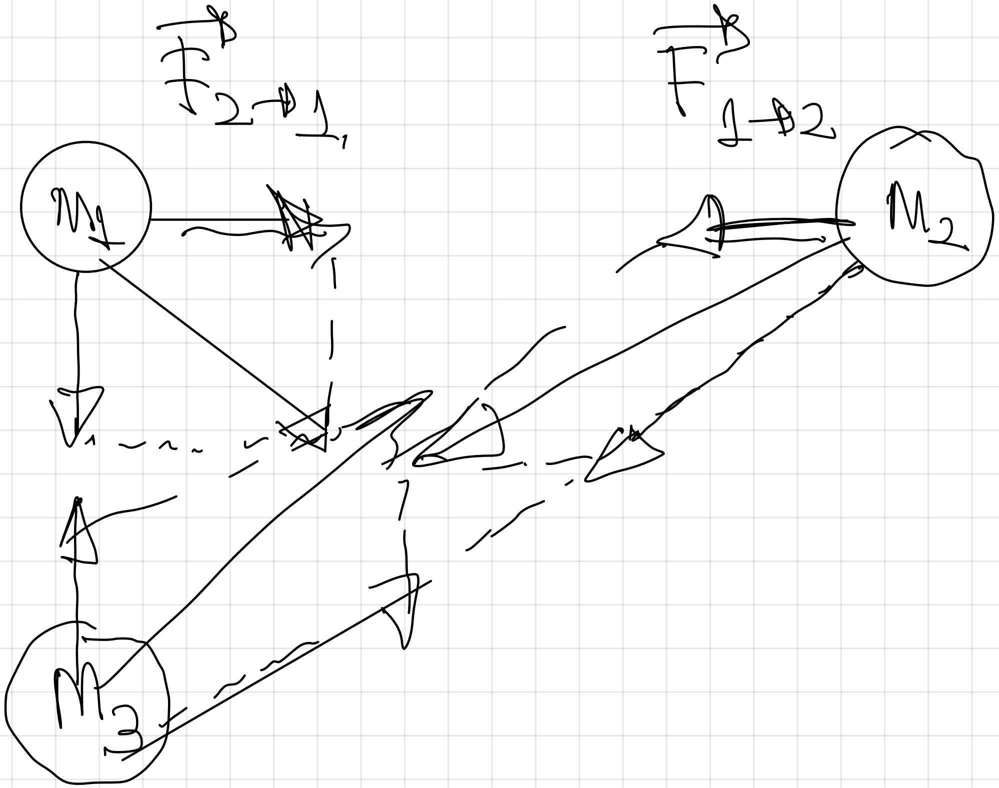

Felagt
Felagt.
F

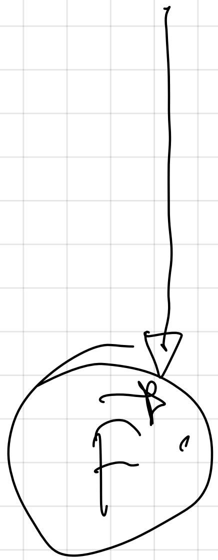
Fuerzas entre sí

54.- a)Analice las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales
b) ¿Cómo se ve afectada la interacción gravitatoria descrita en el apartado anterior si en las proximidades de las dos masas, se coloca una tercera masa, también puntual?. Haga un esquema de las fuerzas gravitatorias que actúan sobre la tercera masa.

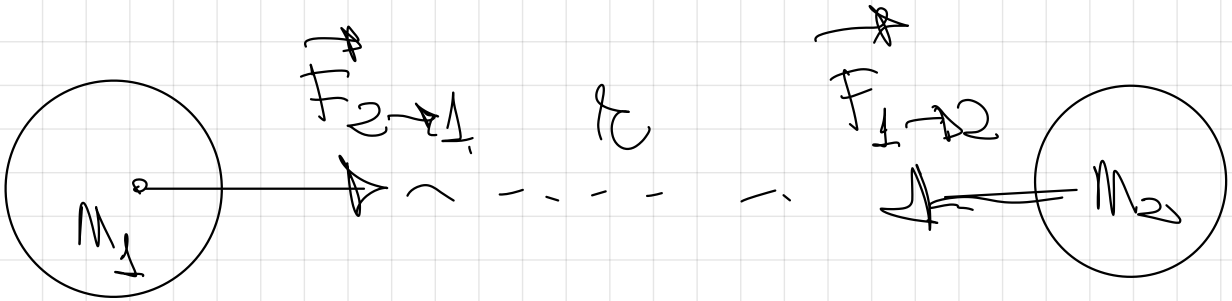
Pag 33

Principio de superposición.



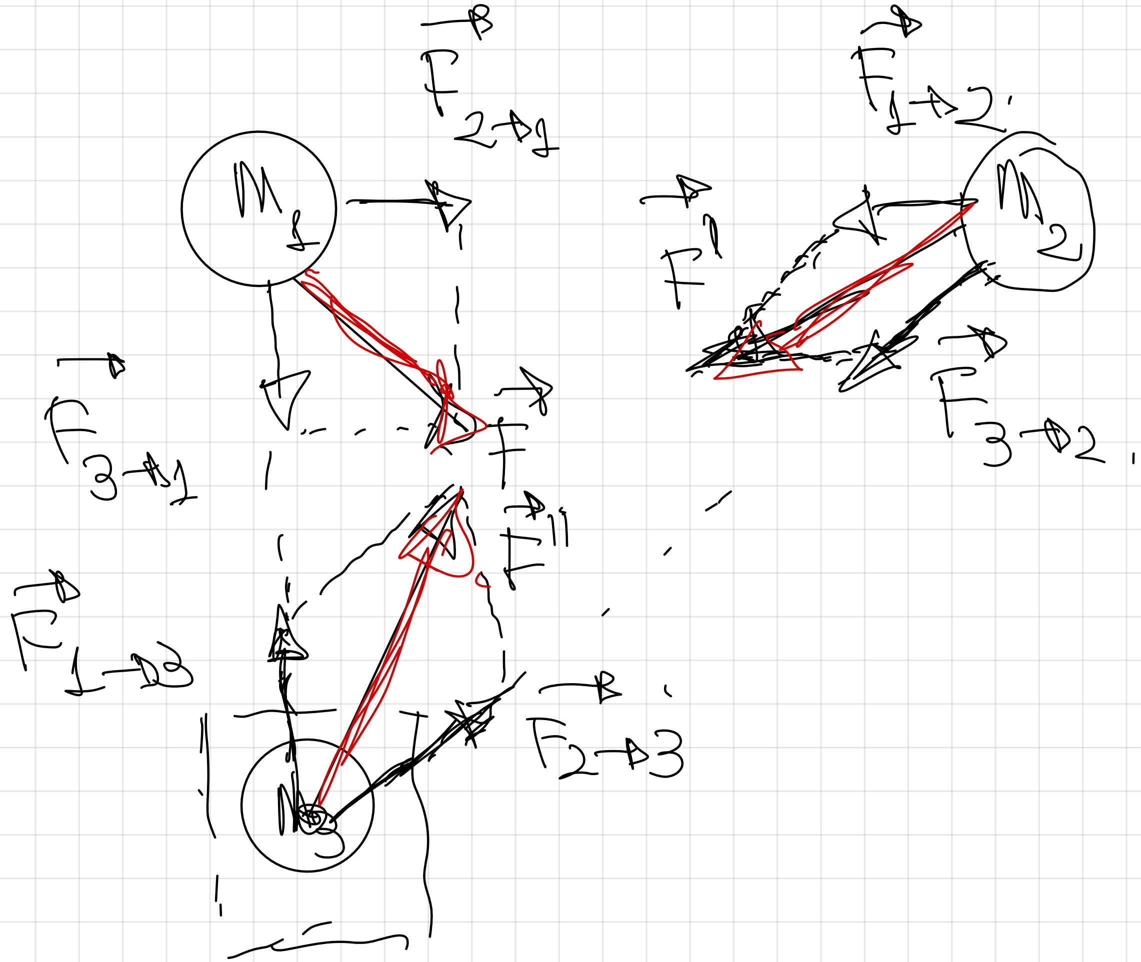


Ambas fuerzas son iguales en módulo.



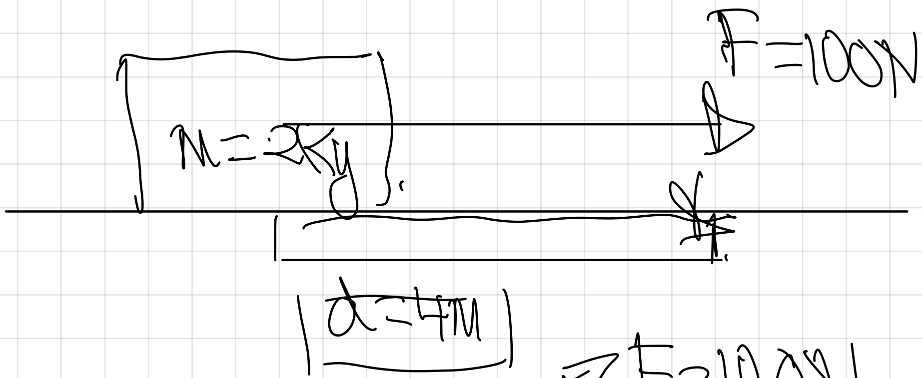
Ley de la Gravitación universal $\Rightarrow$ $F = G \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ $\rightarrow$ Explicaría todas las magnitudes que aparecen

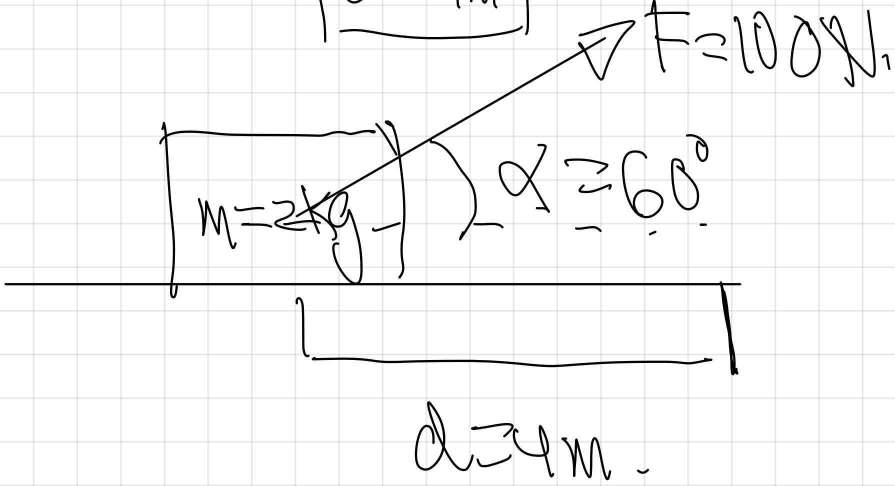
Principio de superposición



Trabajo (W)

$$\boxed{W = F \cdot d \cdot \cos\alpha}$$





$$W_{máximo} = F \cdot d \cdot \cos 0° \quad 1$$

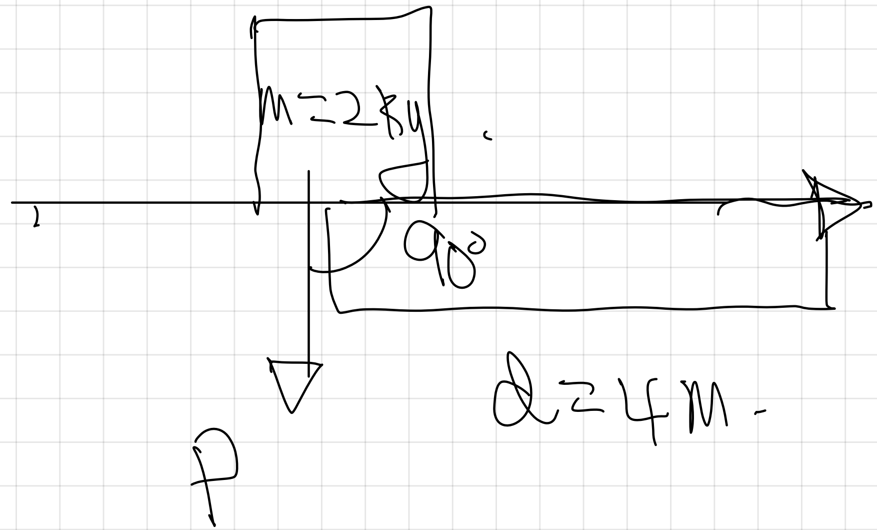
$$W_{máximo} = F \cdot d = N \cdot m = J$$

$$W_{max} = 100N \cdot 4m = 400J$$

$$W_{meno} = F \cdot d \cdot \cos 60°$$

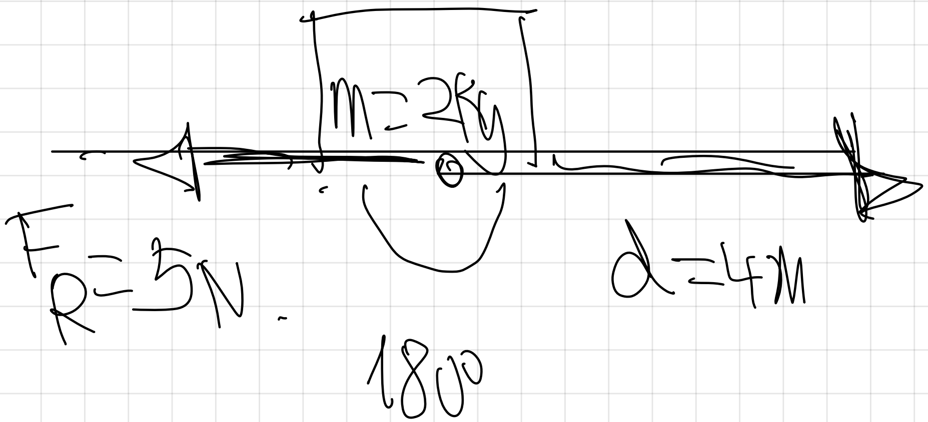
$$W_{menor} = 100N \cdot 4m \cdot 0'5$$

$$W_{menor} = 200J$$



$$W = F^{//P} \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0\,J$$

W_{nulo} si la F y d desplazamiento son perpendiculares.



$$W = F_R \cdot d \cdot \cos 180^\circ \quad (= -1)$$

$$W = 5N \cdot 4m \cdot (-1)$$

$$W = -20\,J$$

La F_p no sería la responsable del movimiento y proporciona un trabajo resistente.

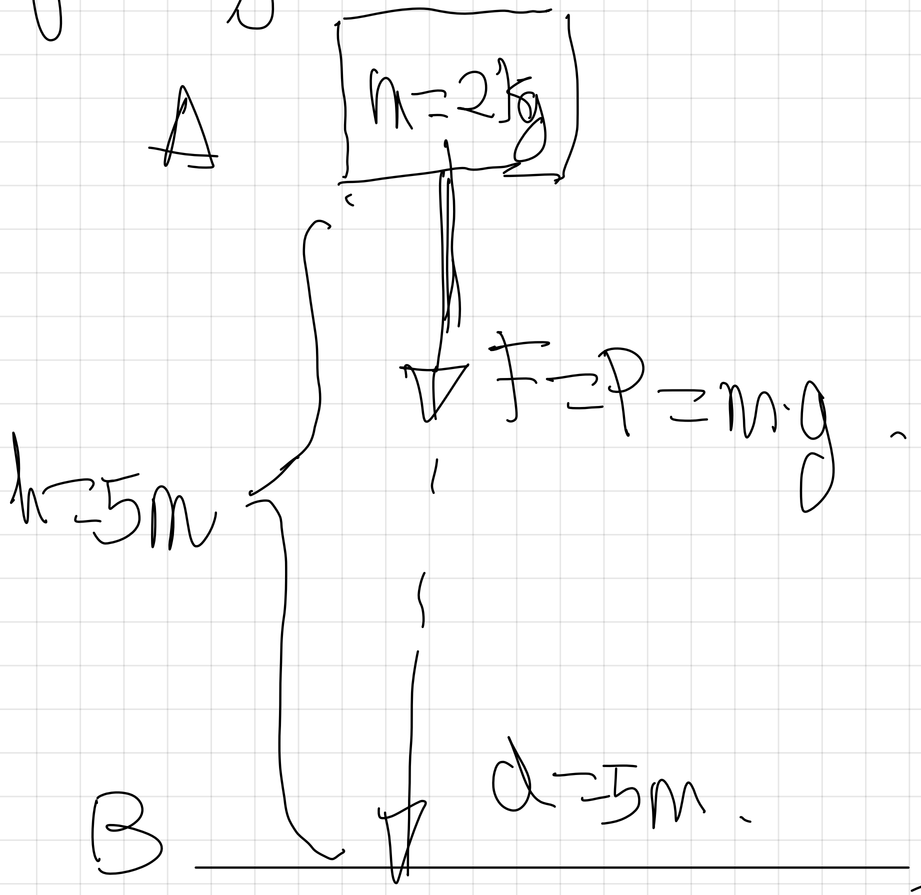
Campo gravitatorio

$W > 0 \Rightarrow$ el desplazamiento lo realiza la fuerza del campo (F_{gravit}) espontáneamente.

$W < 0 \Rightarrow$ el desplazamiento necesita una fuerza externa al campo

para poder realizarse.
(no es espontáneo por parte de la F gravitatoria)

$g = 10\ m/s^2$



$$\boxed{E_{pA} = m\cdot g\cdot h = 2\cdot 10\cdot 5 = 100\,J}$$

$W = F\cdot d\cdot \cos\alpha$

$W_{A\to B} = P\cdot h\cdot \cancel{\cos 0^\circ}^{\,1}$

$W_{A\to B} = m\cdot g\cdot h = 2\cdot 10\cdot 5 = 100\,J > 0$

lo realiza el peso.

$$\boxed{E_{pB} = m\cdot g\cdot \cancel{h}^{\,0} = 0\,J}$$

$$-\Delta E_{P\,A\to B} = W_{A\to B} = \Delta E_{C\,A\to B}.$$

$$-\Delta E_{P\,A\to B} = W_{A\to B} = \Delta E_{C\,A\to B}.$$

$$-\Delta E_{P\,A\to B} = \Delta E_{C\,A\to B}.$$

$$0 = \Delta E_{P\,A\to B} + \Delta E_{C\,A\to B}$$

$$0 = \Delta E_m.$$

$\Delta E_m = 0$

No varía.

$$\boxed{E_m = cte}$$

Todas las fuerzas centrales son conservativas

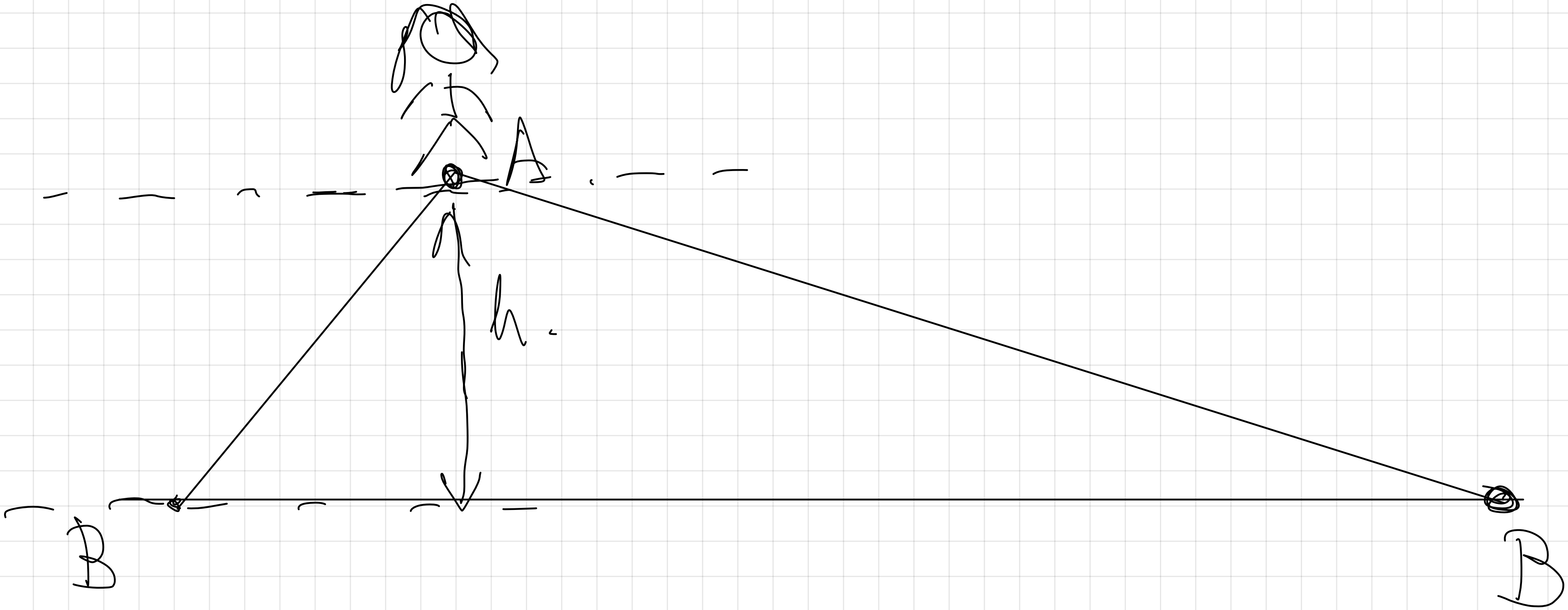
Fuerzas conservativas

- Fuerzas bajo cuya exclusiva acción se conserva la E_m.
- Fuerzas que llevan asociada una magnitud llamada E_p

$F_{gravitatoria} \Rightarrow E_{p\ gravitatoria}$.

$F_{eléctrica} \Rightarrow E_{p\ eléctrica}$.

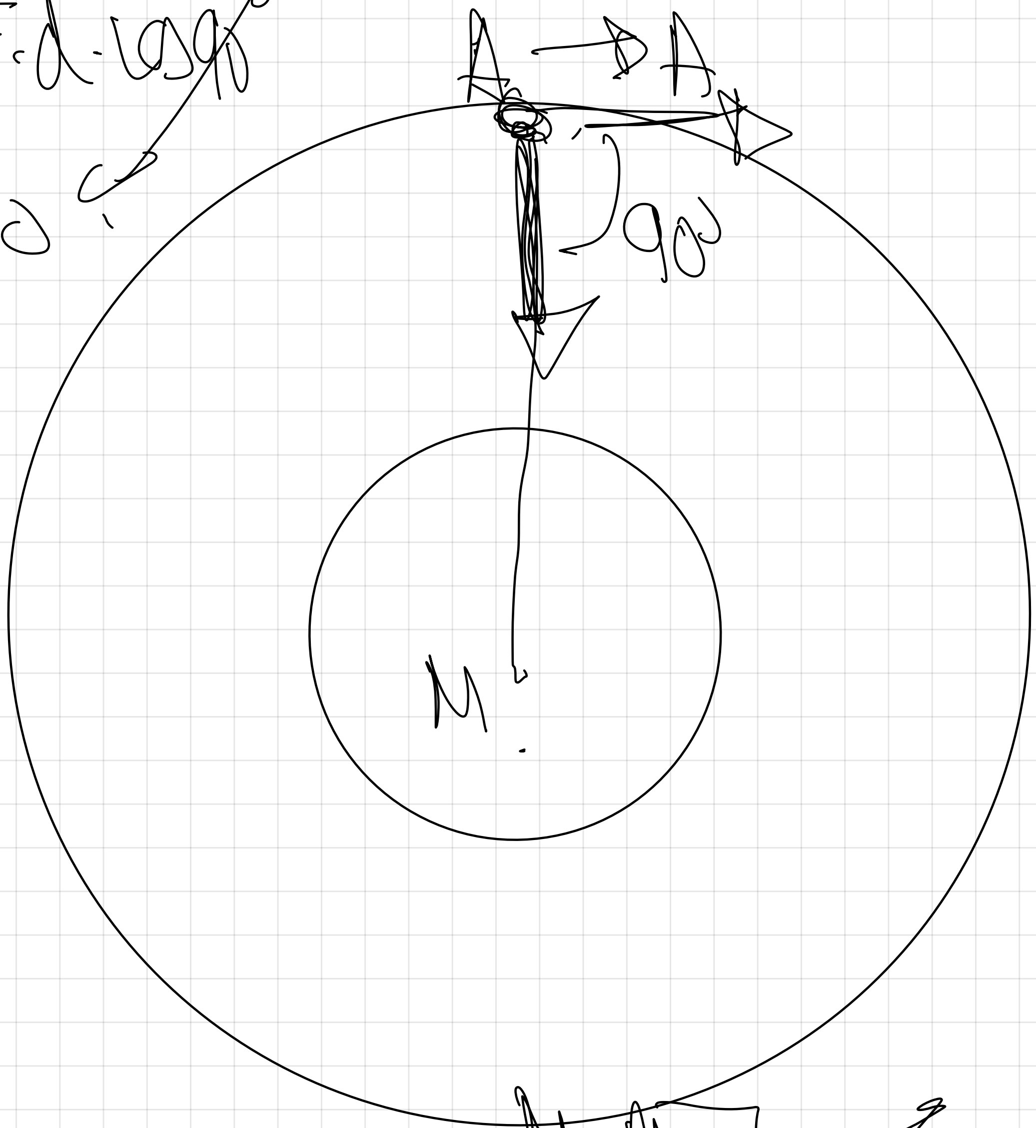
\# Fuerzas que realizan un trabajo que es independiente de la trayectoria seguida (solo dependen de las posiciones inicial y final, pero no del camino seguido)



$$\boxed{-\Delta E_{p_{A\to B}}} = W_{A\to B} = \boxed{\Delta E_{c_{A\to B}}}$$

se llega con igual v.

$W = F \cdot d \cdot \cos 90° = 0$



$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

$-\Delta E_{p_{A\to A'}} = W_{A\to A'} = \Delta E_{c_{A\to A'}} = 0$

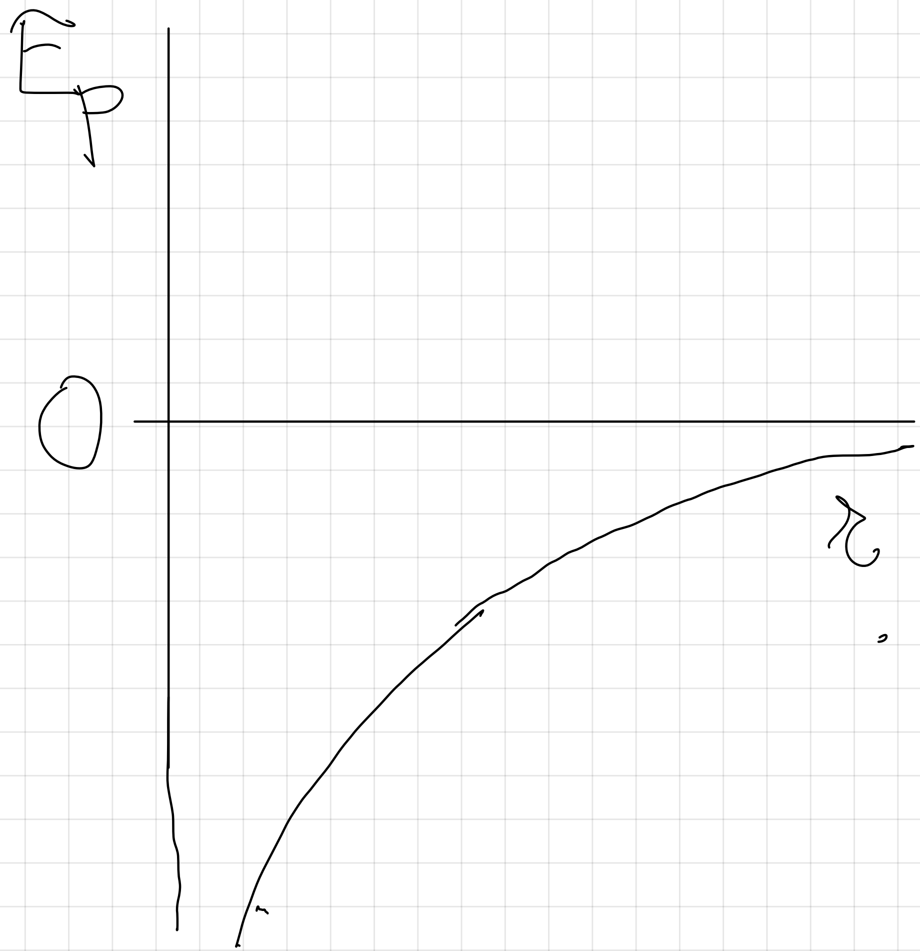
$0 = W_{A\to A'}$

Pag 8

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} \rightarrow J$$

(J)



Magnitudes vectoriales

Fuerza $\vec{F}$

$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ (N en S.I.)

Campo gravitatorio $\vec{g}$

$g = \frac{F}{m} \Rightarrow g = \frac{G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{M}{r^2}$

$\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2}$ $\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{g}}$

Magnitudes escalares

E_p

$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ (J en S.I.)

Potencial gravitatorio (V)

$V = \frac{E_p}{m} \Rightarrow V = \frac{-G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r}}{\cancel{m}} = -G \frac{M}{r}$

$\frac{J}{kg}$ $\boxed{E_p = m \cdot V}$

$g = 10 \dfrac{N}{kg}$

$F = m \cdot g = 600\,N$

$60\,\cancel{kg} \cdot 10 \dfrac{N}{\cancel{kg}}$

$V = 1000 \dfrac{J}{kg}$

$E_p = m \cdot V =$

$E_p = 60\,\cancel{kg} \cdot \dfrac{J}{\cancel{kg}}$

$E_p = 60000\,J$