CORRECCIÓN EXAMEN GRAVITATORIO 2ºA

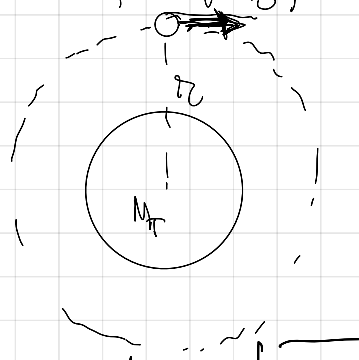
1.

a) Un satélite describe una órbita circular alrededor de la Tierra.

i) Deduzca razonadamente la relación existente entre su energía cinética y su energía potencial.

ii) Explique qué ocurriría si de repente aumentásemos su energía cinética hasta hacerla igual en valor absoluto a su energía potencial.

i) $|v_0| = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$



$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G\frac{M_T}{r}}\right)^2$

$E_c = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$ $\Rightarrow$ $\frac{E_c}{E_p}$ $\quad E_c = |E_p|$

$E_p = - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$ $\quad \boxed{0'5p}$ $\quad E_c + E_p =$

$\frac{E_c}{E_p} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{E_c = -\frac{1}{2} E_p} \Rightarrow \boxed{E_c = \frac{1}{2} |E_p|}$

ii) $E_c = |E_p| \Rightarrow$ El satélite escapa siguiendo parábola $\boxed{0'5p}$ $E_m = 0$

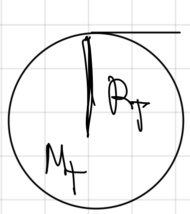
b) De un planeta se desconoce su masa, aunque se sabe que la gravedad en su superficie es la misma que en la superficie de la Tierra y que su radio es un 80% del radio terrestre.

i) Determine la masa del planeta.

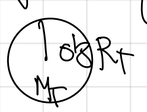
ii) Calcule la velocidad de escape del planeta.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$ $\quad M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$ $\quad R_T = 6370\ Km$

i)



$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$



$g = G \cdot \frac{M_p}{(0'8 R_T)^2}$

Otra forma equivalente

$\cancel{G} \frac{M_T}{\cancel{R_T^2}} = \cancel{G} \cdot \frac{M_p}{(0'8)^2 \cancel{R_T^2}}$

$\frac{\cancel{g}}{\cancel{g}} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{M_T}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{M_p}{0'64 \cancel{R_T^2}}}$ $\quad 1 = \frac{M_T \cdot 0'64}{M_p}$ $\quad M_p = 0'64 M_T$

$M_p = 0'64 \cdot 5'98 \cdot 10^{24}\ Kg$

$M_p = 3'83 \cdot 10^{24}\ Kg$

ii) $E_{p_T} + E_{c_T} = \cancel{E_{p_\infty}} + \cancel{E_{c_\infty}}$ (0, 0)

Deducción

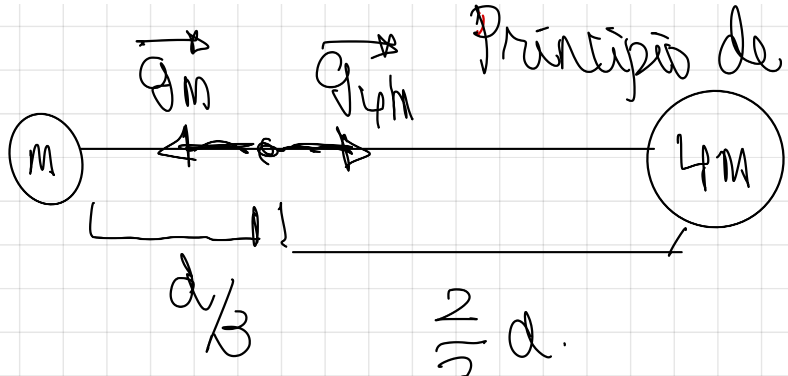
$-G\frac{M_p \cdot m}{R_p} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0$ $\quad \frac{1}{2} \cancel{m} v_e^2 = G\frac{M_p \cancel{m}}{R_p}$ $\quad v_e = \sqrt{\frac{2 G M_p}{R_p}}$

$v_e = \sqrt{\frac{2 G \cdot M_p}{R_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 3'83 \cdot 10^{24}}{0'8 \cdot 6'37 \cdot 10^{6}}} = \sqrt{\frac{5'11 \cdot 10^{14}}{5'1 \cdot 10^{6}}} \simeq \boxed{10.009'8\ m/s}$

2.

a) Razone junto con las operaciones necesarias la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: “Dos masas de valor m y 4m separadas una distancia d, generarán un campo gravitatorio nulo en un punto entre ambas situado a una distancia d/3 de la masa más pequeña”

Principio de superposición.



$$|\vec g_m| = G\cdot\frac{m}{\left(\frac{d}{3}\right)^2} = G\cdot\frac{m}{\frac{d^2}{9}} = 9G\frac{m}{d^2}$$

$$|\vec g_{4m}| = G\cdot\frac{4m}{\left(\frac{2}{3}d\right)^2} = G\cdot\frac{\cancel{4}m}{\frac{\cancel{4}}{9}d^2} = 9\cdot G\frac{m}{d^2}$$

$|\vec g_m| = |\vec g_{4m}|$

$\Downarrow$

Misma dirección y sentido

$\Downarrow$

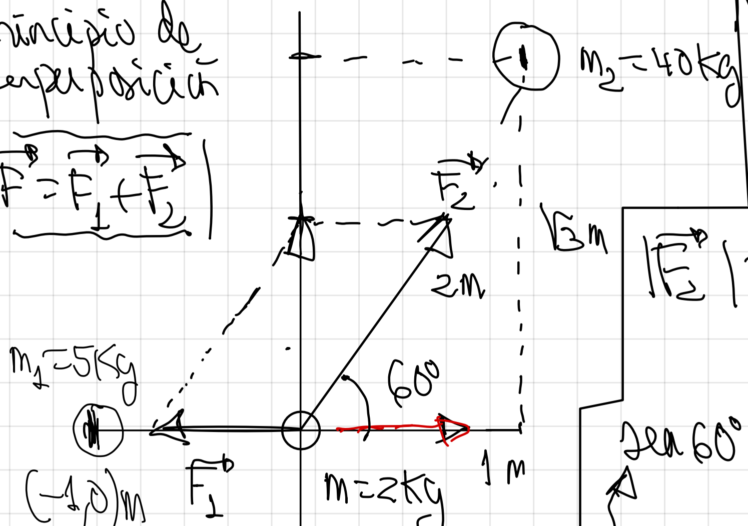
verdadera.

b) Sea una masa m_1= 5 Kg situada en el punto (-1,0) m y otra masa m_2=40 kg situada en el punto $(1, \sqrt{3})$ m. Calcular el vector fuerza gravitatoria que actúa sobre una tercera masa m=2Kg situada en (0,0) m y representarlo gráficamente.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

$$\vec F = \vec F_1 + F_2 = \cancel{-6'67\cdot10^{-10}\vec i} + \cancel{6'67\cdot10^{-10}\vec i} + 1'15\cdot10^{-9}\vec j \Rightarrow \boxed{\vec F = +1'15\cdot10^{-9}\vec j}$$

Principio de superposición

$\boxed{\vec F = \vec F_1 + \vec F_2}$



$$|\vec F_1| = G\cdot\frac{m\cdot m_1}{r_1^2} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5\cdot 2}{1^2} = 6'67\cdot10^{-10}\ N$$

$$\vec F_1 = -6'67\cdot10^{-10}\vec i\ (N)$$

$$|\vec F_2| = G\cdot\frac{m\cdot m_2}{r_2^2} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{2\cdot40}{2^2} = 1'334\cdot10^{-9}\ N$$

$$\text{sen }60° = \frac{F_{2y}}{F_2} \qquad F_{2y} = F_2\cdot\text{sen }60° = 1'15\cdot10^{-9}\ N$$

$$\cos 60° = \frac{F_{2x}}{F_2} \Rightarrow F_{2x} = F_2\cdot\cos 60° = 6'67\cdot10^{-10}\ N$$

$$\vec F_2 = +6'67\cdot10^{-10}\vec i + 1'15\cdot10^{-9}\vec j\ (N).$$

$$\text{sen }\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m$$

$$\alpha = \text{arcsen }\frac{\sqrt{3}}{2} = 60°.$$

3.

a) Si la Tierra disminuyese su radio a la cuarta parte manteniendo su masa, explicar cómo variarían i) La gravedad en la superficie terrestre II) la velocidad orbital de la Luna.

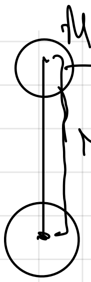
a) i)

$$g = G\cdot\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g' = G\cdot\frac{M_T}{\left(\frac{1}{4}\cdot R_T\right)^2}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{G\cdot\frac{\cancel{M_T}}{\frac{1}{16}\cancel{R_T^2}}}{G\cdot\frac{\cancel{M_T}}{\cancel{R_T^2}}} \Rightarrow \boxed{g' = 16g}$$

ii



r no varía

$$v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

no cambia

b) Syncom 3 fue un satélite de telecomunicaciones que describía órbitas circulares a una altura de 35800 km sobre la superficie terrestre. Calcular razonadamente su período y explicar porque el satélite no cae sobre la Tierra.
Datos: gravedad en la superficie terrestre g_T=9,8 m/s^2, R_T = 6400 km

$\rightarrow F_g = F_n \Rightarrow$ se razona justificando el MCU del satélite

Condición de orbitación

$$G\cdot\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{(R_T+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\cdot\frac{v^2}{\cancel{(R_T+h)}} \Rightarrow G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2(R_T+h)^2}{T^2} \Rightarrow G\cdot M_T\cdot T^2 = 4\pi^2(R_T+h)^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{\boxed{G\cdot M_T}}\cdot(R_T+h)^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{g_T\cdot R_T^2}\cdot(R_T+h)^3} = \sqrt{\frac{4\pi^2\cdot(6{,}4\cdot10^6+3{,}58\cdot10^7)^3}{9{,}8\cdot(6{,}4\cdot10^6)^2}}$$

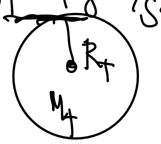
$$T \simeq \sqrt{\frac{2{,}96\cdot10^{24}}{4{,}01\cdot10^{14}}} = 85915{,}92\,s$$

$$g_T = \frac{\boxed{G\cdot M_T}}{R_T^2}$$

$$\boxed{G\cdot M_T} = g_T\cdot R_T^2$$

$$85915{,}92\,s\cdot\frac{1\,h}{3600\,s} \simeq 23{,}86\,h \simeq \boxed{24\,h}$$

$g_T = 9{,}8\ m/s^2$



Satélite geoestacionario.

La F gravitatoria es una fuerza normal (⊥ a $\vec{v}$) que cambia la dirección de $\vec{v}$ (no su módulo), de forma que no impacta
→ (MCU)

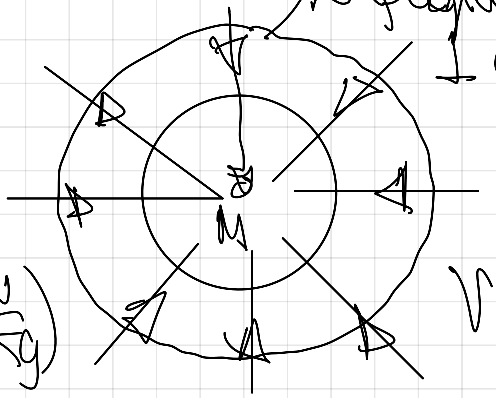
4.

a) Explique los conceptos de campo y potencial gravitatorio y la relación entre ellos.

Ver apuntes de clase.

$\vec{g}$ → vectorial

V → escalar

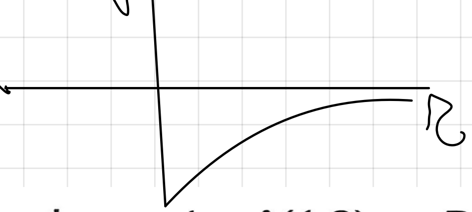


Superficies equipotenciales ⊥ a las líneas de campo

$$g = \frac{F}{m} = \frac{G\cdot\frac{M\cdot m}{r^2}}{m} = G\cdot\frac{M}{r^2}\ \left(\frac{N}{kg}\right)$$

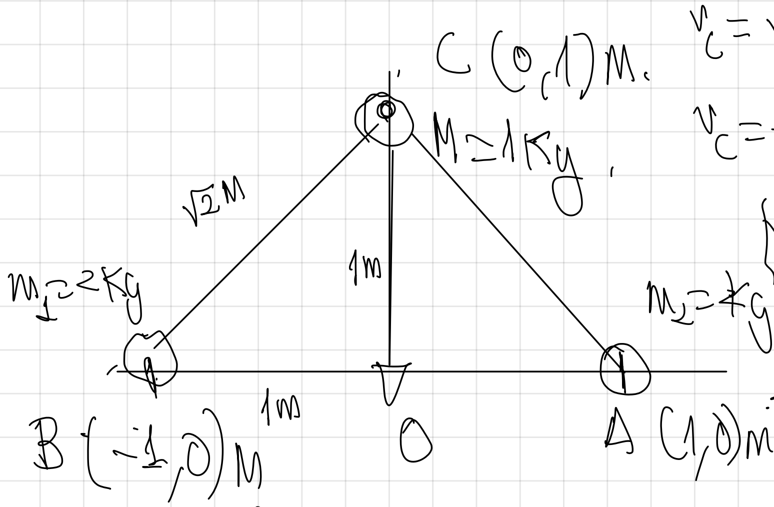
$$V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G\cdot\frac{M\cdot m}{r}}{m} = -G\frac{M}{r}\ \left(\frac{J}{kg}\right)$$

Al alejarnos de la masa M creadora del campo g↓ y V↑



b) Dos masas iguales y fijas de 2 kg están situadas en los puntos A(1,0)m y B(-1,0) m.
I) Calcule el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa M de 1 kg se desplaza partiendo del reposo desde el punto C (0,1) m hasta el origen de coordenadas. Comentar el resultado obtenido.
II) Razonar sin cálculos si la velocidad con la que la tercera masa M llega al origen de coordenadas dependerá o no del origen de energía potencial tomado.
G = 6,67 · 10⁻¹¹ N m² kg⁻²

Principio de superposición.



$V_C = V_1 + V_2$

$V_C = -G\cdot\frac{m_1}{r_1} + \left(-G\frac{m_2}{r_2}\right)$

$\boxed{V_C = -1'89\cdot10^{-10}\ J/kg}$

$V_0 = V_1' + V_2'$

$V_0 = -G\frac{m_1}{r_1'} + \left(-G\cdot\frac{m_2}{r_2'}\right)$

$\boxed{V_0 = -2'67\cdot10^{-10}\ J/kg}$

$\boxed{0'75\ P.}$

I)

$W_{C\to O} = m\cdot(V_C - V_O) = 1\left(-1'89\cdot10^{-10} - (-2'67\cdot10^{-10})\right)$

$W_{C\to O} = 7'8\cdot10^{-11}\ J > 0$ Espontáneo.

II) $\boxed{-\Delta E_p} = W = \Delta E_c$ → Independientemente del origen elegido las diferencias de E_p no cambian tampoco el ΔE_c ni tampoco la v.