

CUESTIONES Y EJERCICIOS CAMPO ELÉCTRICO

1. Un electrón se mueve con una velocidad de $2 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$ y penetra en un campo eléctrico uniforme de 400 N C^{-1} , de igual dirección y sentido que su velocidad.

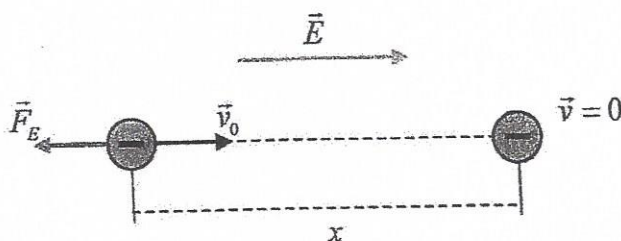
a) Explique cómo cambia la energía del electrón y calcule la distancia que recorre antes de detenerse.

b) ¿Qué ocurriría si la partícula fuese un positrón? Razone la respuesta.

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

MISMA MASA QUE EL ELECTRÓN
PERO CARGA POSITIVA.

4.- a) Al ser una carga negativa la fuerza eléctrica es de sentido contrario al campo y por lo tanto a la velocidad es decir es negativa



La disminución de la energía cinética del electrón se transforma en trabajo que se realiza contra el campo (negativo), aumentando así la energía potencial del electrón, como la energía cinética final es cero

$$W_{ELEC} = \Delta E_C = E_{CF} - E_{C0} = -E_{C0}$$

teniendo en cuenta que la fuerza eléctrica es negativa y que el camino recorrido es x

$$-q_e \cdot E \cdot x = -\frac{1}{2} m_e \cdot v_0^2$$

$$x = \frac{m_e \cdot v_0^2}{2 \cdot q_e \cdot E} = 0,028 \text{ m} \quad (2,8 \text{ cm})$$

4.- b) Si la partícula incidente fuera un positrón, que tiene la misma masa que el electrón e igual carga pero positiva, la fuerza eléctrica sería del mismo sentido que la velocidad y describiría un movimiento uniformemente acelerado de aceleración

$$a = \frac{q_{e+} \cdot E}{m_{e+}} = 7 \cdot 10^{13} \text{ ms}^{-2}$$

en este caso es el campo el que realiza el trabajo (positivo), aumentando la energía cinética a costa de la disminución de la energía potencial.

②

- a) Explique la relación entre campo y potencial electrostáticos.
 b) Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razone si, de ese comportamiento, puede deducirse el signo de la carga.

2.- a) Cuando situamos una carga de prueba Q' en el seno de un campo eléctrico, este ejerce sobre ella una fuerza $\vec{F} = Q' \vec{E}$. Esta fuerza realiza un trabajo a medida que la carga se desplaza bajo su acción en el campo. El trabajo realizado por el campo al desplazar la carga entre dos puntos cualesquiera A y B es:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = Q' \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Como el campo eléctrico es conservativo, podemos decir $W = -\Delta E_p$, quedándonos la expresión anterior de la siguiente manera

$$-\Delta E_p = Q' \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \Delta E_p = -Q' \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$E_p(B) - E_p(A) = -Q' \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

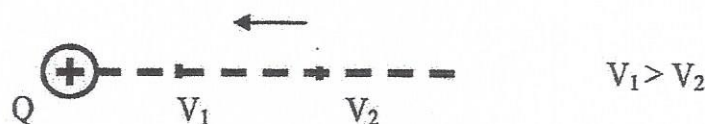
por la definición de potencial, V, en un punto, podemos escribir

$$\frac{E_p(B) - E_p(A)}{Q'} = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

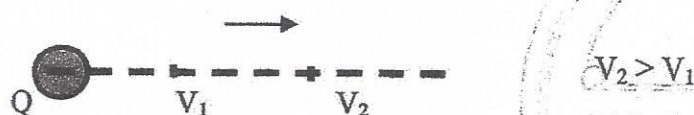
Esta expresión también podemos ponerla en su forma diferencial

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{d\vec{r}}$$

- 2 b) Teniendo en cuenta que el potencial creado por una carga en un punto es inversamente proporcional a la distancia entre la carga y el punto y que este es del mismo signo que la carga que crea el campo ($V = K \frac{Q}{r}$), si suponemos que la carga que crea el campo, Q, es positiva, al alejarnos de ella el potencial disminuye



Si Q' se mueve espontáneamente hacia V_1 está claro que será una carga negativa.
 Si suponemos que la carga que crea el campo es negativa (potenciales negativos)

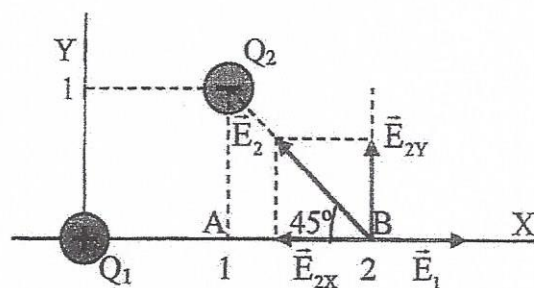


Si Q' se mueve espontáneamente hacia V_2 está claro que será una carga negativa, como en el caso anterior. Por lo tanto de ese comportamiento se deduce que la carga es negativa, independientemente del signo de la carga que crea el campo.

EN CLASSROOM
 VIENE UNA
 FORMA DE
 PLANTEAR LA
 CUESTIÓN SIN
 USAR CÁLCULO
 DIFERENCIAL
 Y ASÍ NO
 PLANTEAR
 INTEGRALES

- 3) Una carga de $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentra en el origen de coordenadas y otra carga de $-3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ está situada en el punto (1,1) m.
 a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico en el punto B (2,0) m y calcule su valor. ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto B?
 b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una carga de $10 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto A (1,0) m hasta el punto B (2,0) m.
 $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

2.- a) $Q_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $Q_2 = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ $r_1 = 2 \text{ m}$ $r_2 = \sqrt{2} \text{ m}$



$$\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{2^2 \text{ m}^2} = 6750 \vec{i} \text{ NC}^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{2x} + \vec{E}_{2y}$$

$$\vec{E}_{2x} = -E_2 \cos 45^\circ \vec{i} = -K \frac{Q_2}{r_2^2} \cos 45^\circ \vec{i} = -9546 \vec{i} \text{ NC}^{-1}$$

$$\vec{E}_{2y} = E_2 \sin 45^\circ \vec{j} = K \frac{Q_2}{r_2^2} \sin 45^\circ \vec{j} = 9546 \vec{j} \text{ NC}^{-1}$$

$$\vec{E}_B = 6750 \vec{i} + (-9546 \vec{i} + 9546 \vec{j}) = -2796 \vec{i} + 9546 \vec{j} \text{ NC}^{-1}$$

Calculamos el potencial en el punto B $V_B = V_1 + V_2$

$$V_1 = k \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{2 \text{ m}} = 13500 \text{ V}$$

$$V_2 = k \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{-3 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{2} \text{ m}} = -19092 \text{ V}$$

$$V_B = 13500 \text{ V} - 19092 \text{ V} = -5592 \text{ V}$$

b) Las cargas son iguales en valor numérico y de distinto signo, como las distancias de ambas al punto A son iguales, el potencial en A es cero ($V_A = 0$).

Calculamos el trabajo para trasladar $Q' = 10 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde A hasta B

$$W = Q'(V_A - V_B) = 10 \cdot 10^{-6} \text{ C} [0 - (-5592 \text{ V})] = 0,056 \text{ J}$$

4) El potencial eléctrico en un punto P, creado por una carga Q situada en el origen, es 800 V y el campo eléctrico en P es 400 N C^{-1} .

a) Determine el valor de Q y la distancia del punto P al origen.

b) Calcule el trabajo que se realiza al desplazar otra carga $q = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto (3, 0) m al punto (0, 3) m. Explique por qué no hay que especificar la trayectoria seguida.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

4) -a)

$$E = K \frac{Q}{d^2}$$

$$400 = K \frac{Q}{d^2}$$

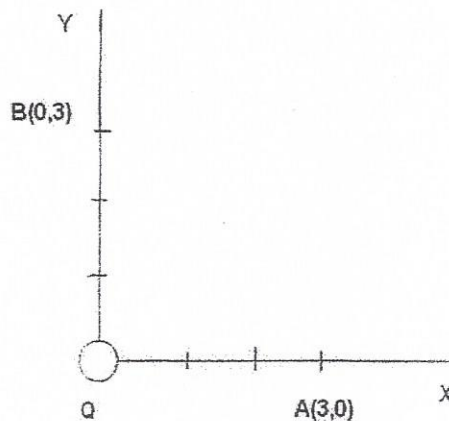
$$V = K \frac{Q}{d}$$

$$800 = K \frac{Q}{d}$$

$$\left. \begin{array}{l} 400 = K \frac{Q}{d^2} \\ 800 = K \frac{Q}{d} \end{array} \right\} \text{dividiendo: } \frac{1}{2} = \frac{1}{d} \quad d = 2 \text{ m}$$

$$Q = \frac{Vd}{K} = \frac{800 \text{ V} \cdot 2 \text{ m}}{9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}} = 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

b)



Como las distancias de A y B a la carga que crea el campo son iguales (3 m), los potenciales en ambos puntos son iguales, por lo tanto, $V_A - V_B = 0$

$$W = Q (V_A - V_B) = 0$$

no hay que especificar la trayectoria porque el campo eléctrico es conservativo.

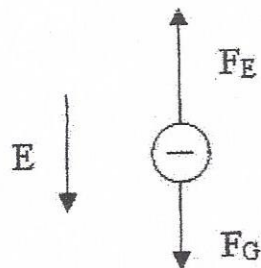
5 El campo eléctrico en las proximidades de la superficie de la Tierra es aproximadamente 150 N C^{-1} , dirigido hacia abajo.

a) Compare las fuerzas eléctrica y gravitatoria que actúan sobre un electrón situado en esa región.

b) ¿Qué carga debería suministrarse a un clip metálico sujetapapeles de 1 g para que la fuerza eléctrica equilibre su peso cerca de la superficie de la Tierra?

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} ; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} ; g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

2. - $E = 150 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ dirigido hacia abajo (centro de la Tierra)
a)



$$F_E = Q \cdot E = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 150 \text{ N/C} = 2,4 \cdot 10^{-17} \text{ N}$$

$$F_G = m_e \cdot g = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 9,1 \cdot 10^{-30} \text{ N}$$

es mucho mas pequeña la fuerza gravitatoria.

b) Como se ve en la figura del apartado anterior, la carga ha de ser negativa para que la fuerza eléctrica equilibre a la gravitatoria

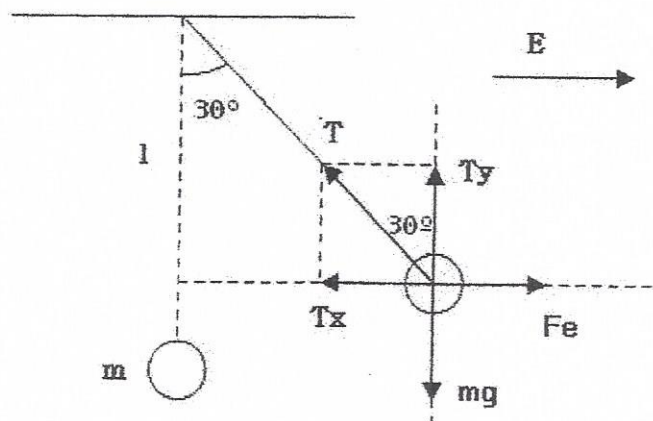
$$Q \cdot E = m \cdot g \quad Q = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{0,001 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2}{150 \text{ N/C}} = -6,67 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

6. Una esfera pequeña de 100 g, cargada con 10^{-3} C, está sujeta al extremo de un hilo aislante, inextensible y de masa despreciable, suspendido del otro extremo fijo.

a) Determine la intensidad del campo eléctrico uniforme, dirigido horizontalmente, para que la esfera se encuentre en reposo y el hilo forme un ángulo de 30° con la vertical.

b) Calcule la tensión que soporta el hilo en las condiciones anteriores.
 $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

6 - $m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ Kg}$ $Q = 10^{-3} \text{ C}$
a) $T_x = T \cdot \sin 30^\circ$ $T_y = T \cdot \cos 30^\circ$



Aplicando las condiciones de equilibrio en los ejes:

eje OX: $T_x = F_e$ $T \cdot \sin 30^\circ = Q \cdot E$ (1)

eje OY: $T_y = m \cdot g$ $T \cdot \cos 30^\circ = m \cdot g$ (2)

dividiendo entre sí las ecuaciones (1) y (2) $\tan 30^\circ = \frac{Q \cdot E}{m \cdot g}$

$$E = \frac{m \cdot g \cdot \tan 30^\circ}{Q} = \frac{0,1 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot \tan 30^\circ}{10^{-3} \text{ C}} = 577,35 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

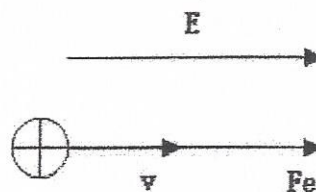
b) De la ecuación (1)

$$T = \frac{Q \cdot E}{\sin 30^\circ} = \frac{10^{-3} \text{ C} \cdot 577,35 \text{ N/C}}{0,5} = 1,15 \text{ N}$$

7) Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razona cómo varía su energía potencial electrostática si la carga se mueve:

- En la misma dirección y sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario?
- En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?

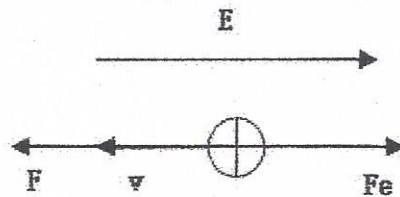
7 -
a)



como el campo eléctrico es conservativo $W = -\Delta E_p = E_{p(inicial)} - E_{p(final)}$

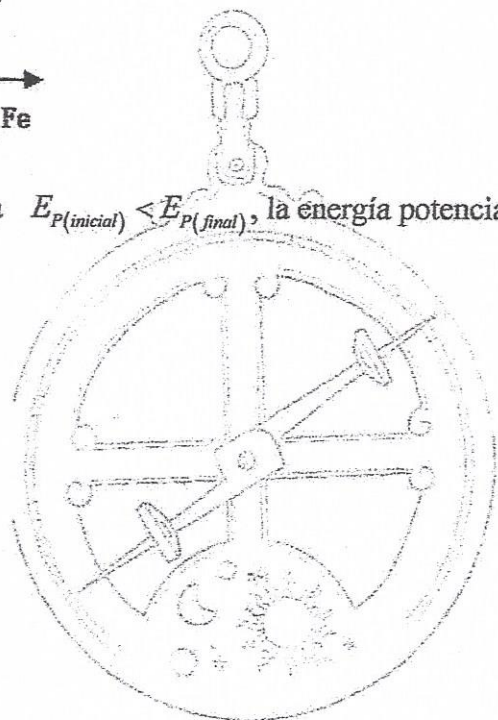
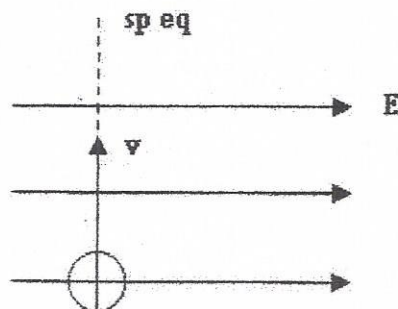
al moverse la carga positiva en la dirección del campo, el trabajo es positivo lo que implica $E_{p(inicial)} > E_{p(final)}$ luego la energía potencial disminuye.

Si la carga positiva se mueve en dirección contraria al campo



el trabajo eléctrico es negativo lo cual implica $E_{p(inicial)} < E_{p(final)}$, la energía potencial aumenta.

b)



como la carga positiva se mueve por una superficie equipotencial, no hay variación de la energía potencial.

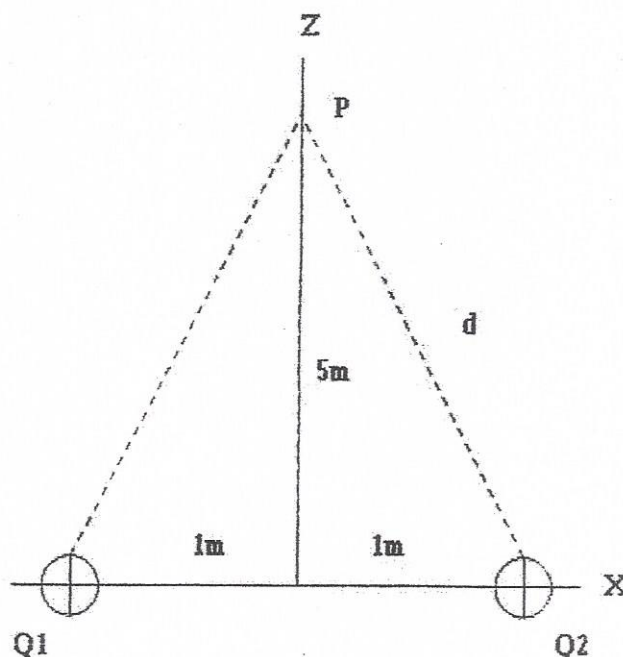
Si se desplaza por una línea cerrada (circunferencia), la posición inicial y final es la misma y como el campo eléctrico es conservativo, no hay variación de energía potencial.

8. Dos cargas puntuales de $+2 \mu\text{C}$, se encuentran situadas sobre el eje X, en los puntos $x_1 = -1 \text{ m}$ y $x_2 = 1 \text{ m}$, respectivamente.

a) Calcule el potencial electrostático en el punto $(0, 0, 5) \text{ m}$.

b) Determine el incremento de energía potencial electrostática al traer una tercera carga de $-3 \mu\text{C}$, desde el infinito hasta el punto $(0, 0, 5) \text{ m}$.

3. - a) $Q_1 = Q_2 = 2 \mu\text{C}$ $d = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26} \text{ m}$



$$V = K \cdot \frac{Q}{r} \quad V_1 = V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{\sqrt{26}} = 3.530 \text{ V} \quad V_T = V_1 + V_2 = 7.060 \text{ V}$$

b) La energía potencial del sistema formado por Q_1 y Q_2 es

$$E_p = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{2} = 0,018 \text{ J}$$

cuando traemos desde el infinito $Q_3 = -3 \mu\text{C}$ hasta el punto P, la nueva energía potencial del sistema viene dada por

$$E_p = K \cdot \left(\frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{1,2}} + \frac{Q_1 \cdot Q_3}{r_{1,3}} + \frac{Q_2 \cdot Q_3}{r_{2,3}} \right), \text{ sustituyendo los datos y teniendo en cuenta}$$

que $r_{1,2} = 2 \text{ m}$ y que $r_{1,3} = r_{2,3} = \sqrt{26} \text{ m}$ $E_p = -3,18 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

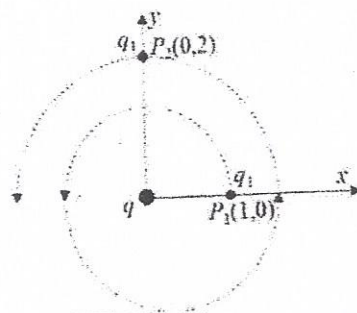
$$\Delta E_p = E_{p(\text{final})} - E_{p(\text{inicial})} = -0,021 \text{ J}$$

9. Una carga puntual, $q = 3 \mu\text{C}$, se encuentra situada en el origen de coordenadas, tal y como se muestra en la figura. Una segunda carga $q_1 = 1 \mu\text{C}$ se encuentra inicialmente en el punto $P_1(1,0)$ m y, recorriendo la espiral de la figura, llega al punto $P_2(0,2)$ m.

Determine:

- La diferencia de potencial entre los puntos P_1 y P_2 .
- El trabajo realizado para llevar la carga q_1 del punto P_1 al P_2 .

Datos: Constante de la Ley de Coulomb; $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$



a) El campo eléctrico es conservativo: el campo creado por la carga q asigna a cada punto del espacio un valor de potencial, por lo que la diferencia de potencial entre dos puntos solamente depende de dichos puntos.

$$V_{P_2} - V_{P_1} = \frac{Kq}{R_2} - \left(\frac{Kq}{R_1}\right) = Kq \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{1}{2} - 1\right) = -1,35 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Validación física: la carga q es positiva, luego el potencial que genera es positivo y su módulo es más pequeño cuanto más lejos estemos de la carga, luego al estar P_2 más alejado que P_1 tiene un potencial menor, y la diferencia de potencial es negativa.

b) El campo eléctrico es conservativo: el trabajo realizado por el campo para llevar una carga de un punto a otro solamente depende de la diferencia de potencial entre ambos puntos, no de la

trayectoria recorrida entre ambos.

$$W_{1 \rightarrow 2} = -q_1(V_{P_2} - V_{P_1}) = -10^{-6} \cdot (-1,35 \cdot 10^4) = 1,35 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

El signo positivo, según convenio, indica que se realiza a favor del campo: el trabajo lo realiza el campo. Una carga positiva se mueve hacia potenciales menores.

10.- Dos cargas de 2 nC se sitúan en los vértices de la base de un triángulo equilátero de lado 2 cm que se encuentra situada sobre el eje de abscisas. El punto medio de la base está en el origen de coordenadas y el vértice superior en el semieje positivo de ordenadas. Determine:
a) El campo eléctrico y el potencial eléctrico creado por las cargas en el vértice libre.
b) La fuerza que las cargas positivas ejercerían sobre una carga de -2 nC situada en el vértice libre del triángulo.

Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

a) Realizamos un diagrama según el enunciado, llamando q_1 a la carga en el vértice inferior izquierdo (punto A) y q_2 a la carga en el vértice inferior derecho (punto B).

Para calcular el campo lo podemos resolver de dos maneras equivalentes:

A. Utilizando la definición vectorial de campo

eléctrico $\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$ y que $\vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

La distancia de las dos cargas al tercer vértice es la misma, 2 cm = 0,02 m al ser un triángulo equilátero. Como los ángulos del triángulo equilátero son de 60° , para su altura, que es la coordenada y del tercer vértice (punto C), podemos plantear según el diagrama

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{OC}{AB/2}$$

$$OC = \frac{AB \operatorname{tg} 60^\circ}{2} = \frac{0,02 \cdot \sqrt{3}}{2} = 0,01 \cdot \sqrt{3} \text{ m}$$

El vector que va de A a C es $0,01 \vec{i} + 0,01 \sqrt{3} \vec{j}$

El vector que va de B a C es $-0,01 \vec{i} + 0,01 \sqrt{3} \vec{j}$

$$\vec{E}(C) = K \frac{q_1}{0,02^2} \frac{(0,01 \vec{i} + 0,01 \sqrt{3} \vec{j})}{0,02} + K \frac{q_2}{0,02^2} \frac{(-0,01 \vec{i} + 0,01 \sqrt{3} \vec{j})}{0,02}$$

$$\text{Como } q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-9}$$

$$\vec{E}(C) = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{0,02^3} 0,01 (\vec{i} + \sqrt{3} \vec{j} - \vec{i} + \sqrt{3} \vec{j}) = 18 \cdot \frac{0,01}{0,02^3} (2\sqrt{3} \vec{j})$$

$$\vec{E}(P) = 7,8 \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N/C}$$

B. Por trigonometría, calculando módulos y descomponiendo componentes x e y de cada vector en función del ángulo α . En este caso $\alpha = 60^\circ$

$|E_{q1x}| = |E_{q2x}|$; $|E_{q1y}| = |E_{q2y}|$ Por la simetría, por lo que solamente hay componente y, su valor será dos veces la componente y asociada a una única carga, ya que ambas son iguales.

$$|E(C)| = 2|E_{q1y}(C)| = 2 \cdot K \frac{q_1}{0,02^2} \operatorname{sen}(60^\circ) = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{0,02^2} \cdot 0,866 = 7,8 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

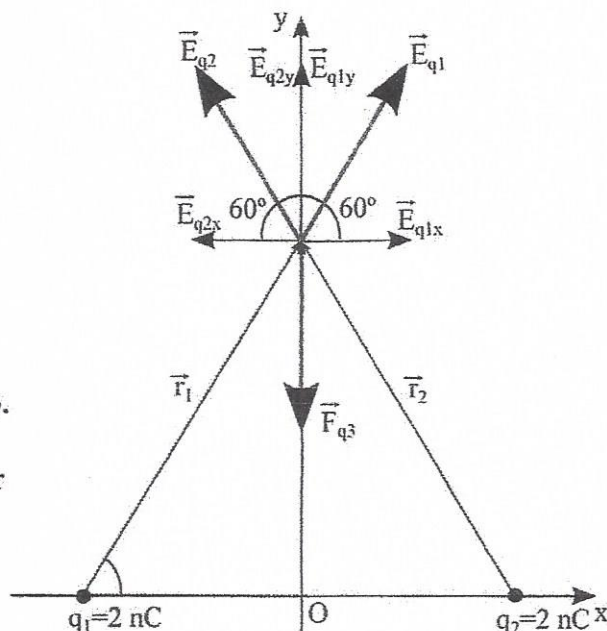
Tomando signos del diagrama y sumando vectorialmente, llegamos al mismo resultado.

El cálculo de potencial es más sencillo ya que es un escalar y no implica vectores; utilizando el principio de superposición el potencial total en C es la suma de los potenciales creados por las cargas en A y B. Como ambas cargas son iguales y están a la misma distancia de C, 0,02 m.

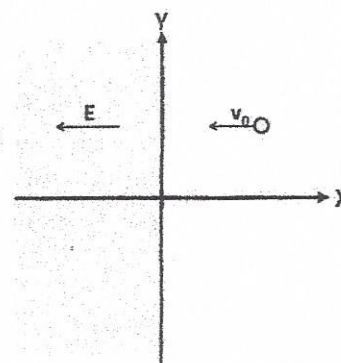
$$V(C) = 2K \frac{q_1}{r_1} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{0,02} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ V}$$

b) Al colocar una carga en el punto C, que llamamos $q_3 = -2 \cdot 10^{-9}$, la fuerza se obtendrá utilizando el campo total obtenido en el apartado a, y como la carga es negativa y las otras dos positivas, será una fuerza dirigida hacia el centro de coordenadas.

$$\vec{F}(C) = q \vec{E} = -2 \cdot 10^{-9} \cdot 7,8 \cdot 10^4 \vec{j} = -1,56 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$



41.- Un electrón se propaga en el plano XY con velocidad v_0 constante de 100 m s^{-1} en el sentido negativo del eje X. Cuando el electrón cruza el plano $x = 0$ se adentra en una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de $8 \times 10^{-9} \text{ N C}^{-1}$ en el sentido negativo del eje X, tal y como se indica en la figura.



a) Describa el tipo de movimiento que seguirá el electrón una vez se haya introducido en esa región del espacio. Discuta cual será la velocidad final del electrón.

b) Calcule la fuerza ejercida sobre el electrón así como la aceleración que éste experimenta.

Datos: Masa del electrón, $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$;

Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

a) El electrón tiene carga negativa, y como $\vec{F} = q\vec{E}$ la fuerza será opuesta al sentido del campo, de modo que según los sentidos del diagrama será frenado con una fuerza constante, se detendrá, y luego será acelerado en el sentido opuesto al que llegó, regresando a la posición $x=0$ con el mismo módulo de velocidad.

La velocidad final del electrón será en la misma dirección pero sentido opuesto, por lo que si

$$\vec{v}_0 = -100 \hat{i} \text{ m/s} \text{ será } \vec{v}_f = 100 \hat{i} \text{ m/s}$$

No se pide, pero podemos calcular en qué punto se detendría, utilizando conservación de energía. El campo siempre va dirigido hacia potenciales menores, por lo que el potencial en punto final donde se detiene será menor (tomamos $V=0$) que en el punto inicial de la región, $x=0$, donde será $V=-Ed$ positivo, considerando la distancia recorrida positiva, y la expresión es una visión simple de $E = -\text{grad } V$ para el caso de que el módulo del campo eléctrico sea constante como indica el enunciado.

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow \Delta E_c - \Delta E_p = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}mv^2 - q\Delta V = 0$$

$$-\frac{1}{2}mv^2 = -qEd \Rightarrow d = \frac{mv^2}{2qE} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 100^2}{2 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-8 \cdot 10^{-9})} = 3,55 \text{ m}$$

$$b) \quad \vec{F} = q\vec{E} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (-8 \cdot 10^{-9} \hat{i}) = 1,28 \cdot 10^{-27} \hat{i} \text{ N}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1,28 \cdot 10^{-27} \hat{i}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 1407 \hat{i} \text{ m/s}^2$$

Como tenemos la aceleración, podemos validar el cálculo de distancia recorrida hasta detenerse, ya que al ser MRUA se cumple $v^2 - v_0^2 = 2as$. Velocidad, aceleración y $s = x - x_0$ tienen signo según el sistema de referencia elegido.

-Si consideramos el tramo en el que es frenado (velocidad inicial negativa, velocidad final nula, aceleración positiva, y desplazamiento negativo)

$$v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-(-100)^2}{2 \cdot 1407} = -3,55 \text{ m} \text{ Como } s = x - x_0 \text{ y } x_0 = 0 \text{ m (empieza a detenerse al$$

entrar en la región con campo en $x < 0$), tenemos que $x = -3,55 \text{ m}$ al detenerse.

-Si consideramos el tramo en el que es acelerado (velocidad inicial nula, velocidad final positiva, aceleración positiva, y desplazamiento negativo)

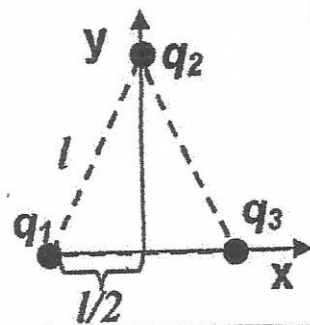
$$v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow \frac{v^2}{2a} = \frac{100^2}{2 \cdot 1407} = 3,55 \text{ m} \text{ Como } s = x - x_0 \text{ y } x_0 = -3,55 \text{ m, } x = 0 \text{ m cuando vuelve a adquirir$$

de nuevo la velocidad; como no hay fuerzas no conservativas regresa con la misma energía cinética al mismo punto.

12.- Se tienen tres cargas eléctricas situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado $l=0,25$ m tal y como se muestra en la figura. Si $q_1=q_2=5$ nC y $q_3=-5$ nC.

- a) Dibuje el diagrama de fuerzas de la carga q_3 debido a la presencia de q_1 y q_2 , y calcule el vector fuerza resultante que experimenta q_3 .
b) Calcule el trabajo necesario para llevar la carga q_3 desde el punto donde se encuentra a una distancia muy grande (considera que la distancia es infinita).

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \times 10^9$ N m² C⁻².



12

- a) Dibujamos el diagrama de fuerzas.

Utilizamos el principio de superposición para calcular la fuerza resultante $\vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{F}_{q_1} + \vec{F}_{q_2}$

Podemos resolver de dos maneras equivalentes:

A. Utilizando la definición vectorial de fuerza eléctrico

$$\vec{F} = K \frac{qq'}{r^2} \vec{u}_r \text{ y que } \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

El vector que va de q_1 a q_3 es $0,25 \vec{i}$ y el vector unitario $\vec{i}$

$$\vec{F}_{q_1} = K \frac{q_1 q_3}{r_{q_1 q_3}^2} \vec{u}_r = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot (-5 \cdot 10^{-9})}{0,25^2} \vec{i} = -3,6 \cdot 10^{-6} \vec{i} \text{ N}$$

El vector que va de q_2 a q_3 es $\frac{0,25}{2} \vec{i} - 0,25 \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j}$ y el vector unitario $\frac{1}{2} \vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j}$

$$\vec{F}_{q_2} = K \frac{q_2 q_3}{r_{q_2 q_3}^2} \vec{u}_r = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot (-5 \cdot 10^{-9})}{0,25^2} \cdot \frac{1}{2} (\vec{i} - \sqrt{3} \vec{j}) = -1,8 \cdot 10^{-6} \vec{i} + 3,12 \cdot 10^{-6} \vec{j} \text{ N}$$

Sumando vectorialmente: $\vec{F}_{\text{resultante}} = -5,4 \cdot 10^{-6} \vec{i} + 3,12 \cdot 10^{-6} \vec{j} \text{ N}$

B. Por trigonometría, calculando módulos y descomponiendo componentes x e y de cada vector en función del ángulo $\alpha=60^\circ$ en este caso, con $\cos(\alpha)=\frac{1}{2}$ y $\sin(\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{2}$, no es necesario F_{q_1} .

$$|\vec{F}_{q_2}| = K \frac{|q_2 q_3|}{r_{q_2 q_3}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9} \cdot (5 \cdot 10^{-9})}{0,25^2} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_{q_{2x}}| = |\vec{F}_{q_2}| \cos 60^\circ = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ N}; |\vec{F}_{q_{2y}}| = |\vec{F}_{q_2}| \sin 60^\circ = 3,12 \cdot 10^{-6} \text{ N};$$

Tomando signos del diagrama y sumando vectorialmente, llegamos al mismo resultado

- b) Llamamos A al punto que se encuentra a q_3 inicialmente, representado en el diagrama

$$W_{A \rightarrow \infty} = -\Delta E_p = -q \Delta V = -q (V_\infty - V_A) = q_3 V_{A \text{ total}}$$

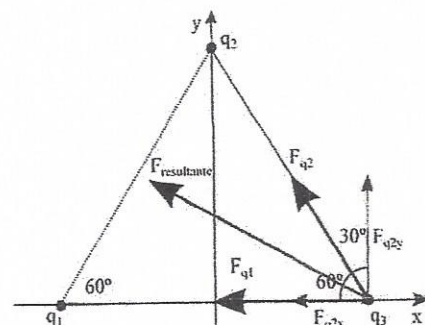
Aplicando superposición, y teniendo en cuenta que las cargas q_1 y q_2 son idénticas y su distancia al punto A es la misma

$$V_{A \text{ total}} = V_{A q_1} + V_{A q_2} = K \frac{q_1}{r_{q_1 q_3}} + K \frac{q_2}{r_{q_2 q_3}} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-9}}{0,25} = 360 \text{ V}$$

Sustituyendo para obtener el trabajo en la expresión anterior

$$W_{A \rightarrow \infty} = -5 \cdot 10^{-9} \cdot 360 = -1,8 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

El trabajo es negativo, luego debe ser realizado externamente al campo, no lo realiza el campo. Cualitativamente podemos ver que estamos alejando una carga negativa de dos cargas positivas.



(13) - Dos cargas eléctricas en reposo de valores $q_1 = 2 \mu\text{C}$ y $q_2 = -2 \mu\text{C}$, están situadas en los puntos (0,2) y (0,-2) respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:
a) El campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en el punto A de coordenadas (3,0).
b) El potencial en el citado punto A y el trabajo necesario para llevar una carga de $3 \mu\text{C}$ desde dicho punto hasta el origen de coordenadas.
Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$

a) Realizamos un diagrama representando los campos en función de la carga, y por simetría podemos ver que las componentes x se cancelarán y sólo tendremos componente y negativa.

Utilizando superposición

$$\vec{E}(A) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Podemos resolver de dos maneras equivalentes:

A. Utilizando la definición vectorial de campo eléctrico

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \text{ y que } \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

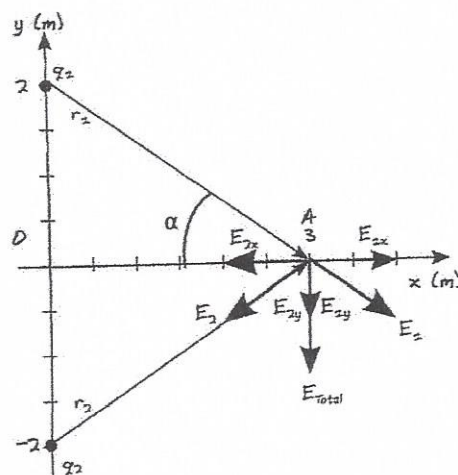
La distancia de q_1 a A y de q_2 a B es de $\sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \text{ m}$

El vector que va de q_1 a A es $3\vec{i} - 2\vec{j}$

El vector que va de q_2 a A es $3\vec{i} + 2\vec{j}$

$$\vec{E}(A) = K \frac{q_1}{13} \frac{(3\vec{i} - 2\vec{j})}{\sqrt{13}} + K \frac{q_2}{13} \frac{(3\vec{i} + 2\vec{j})}{\sqrt{13}}$$

$$\vec{E}(A) = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{13 \sqrt{13}} (-4\vec{j}) = -1536 \vec{j} \text{ N/C}$$



B. Por trigonometría, calculando módulos y descomponiendo componentes x e y de cada vector en función del ángulo α . En este caso $\alpha = \arctg(2/3) = 33,69^\circ$, $\cos(\alpha) = \frac{3}{\sqrt{13}}$, $\sin(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{13}}$. Por ser

las cargas iguales en módulo y estar ambas a la misma distancia del punto A tendremos que

$$|\vec{E}_{1x}| = |\vec{E}_{2x}|, \quad |\vec{E}_{1y}| = |\vec{E}_{2y}|, \quad |\vec{E}| = 2|\vec{E}_{1x}|$$

Tomando signos del diagrama y sumando vectorialmente, llegamos al mismo resultado.

b) Utilizando superposición

$$V(A) = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{13}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{13}} = 0 \text{ V}$$

Cualitativamente podemos ver que como ambas están a la misma distancia, tienen el mismo módulo pero signo puesto, el potencial es nulo

Llamamos O al origen de coordenadas

$$W_{A \rightarrow O} = -\Delta E_p = -q \Delta V = -q(V(O) - V(A))$$

$$V(O) = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{2} = 0 \text{ V}$$

$$W_{A \rightarrow O} = -3 \cdot 10^{-6} (0 - 0) = 0 \text{ J}$$

El trabajo es nulo porque ambos puntos están al mismo potencial.

(14)

- Se crea un campo eléctrico uniforme de intensidad $6 \times 10^4 \text{ N/C}$ entre dos láminas metálicas planas y paralelas que distan entre sí 2,5 cm. Calcule:

- La aceleración a la que está sometido un electrón situado en dicho campo.
- Si el electrón parte del reposo de la lámina negativa, ¿con qué velocidad llegará a la lámina positiva?

Nota: Se desprecia la fuerza gravitatoria.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Masa del electrón $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

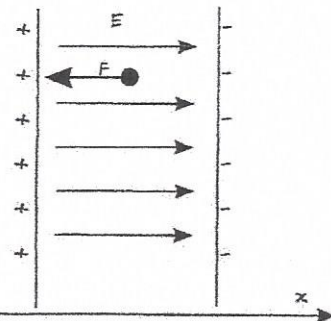
- Tomamos un sistema de referencia, de modo que el vector campo eléctrico está dirigido hacia x positivas

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = q \vec{E} \Rightarrow \vec{a} = q \frac{\vec{E}}{m} = \frac{(-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot 6 \cdot 10^4 \vec{i}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = -1,05 \cdot 10^{16} \vec{i} \text{ m/s}^2$$

Nota: si se pide aceleración, hay que dar como respuesta un vector, ya que es una magnitud vectorial. Se puede indicar el vector cualitativamente ("misma dirección y sentido opuesto que el campo por ser carga negativa"), aunque es más claro matemáticamente y de ahí la necesidad de diagrama y elegir sistema de referencia.

- Se trata de un problema de cinemática, que resolvemos de manera escalar en el eje x. Como no nos interesa el tiempo que tarda en llegar y la aceleración es constante. Aunque resolvamos escalarmente, de nuevo la velocidad es una magnitud vectorial, de modo que damos como respuesta un vector.

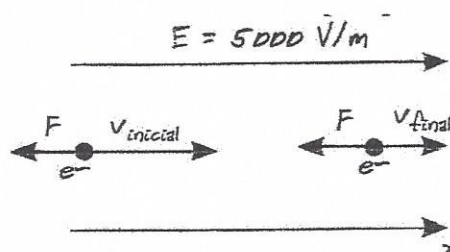
$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{16} \cdot 0,025} = 2,29 \cdot 10^7 \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v} = -2,29 \cdot 10^7 \vec{i} \text{ m/s}$$



15) Un electrón es lanzado con una velocidad de 2×10^6 m/s paralelamente a las líneas de un campo eléctrico uniforme de 5000 V/m. Determine:
a) La distancia que ha recorrido el electrón cuando su velocidad se ha reducido a $0,5 \times 10^6$ m/s.
b) La variación de la energía potencial que ha experimentado el electrón en ese recorrido.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C
Masa del electrón $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg

a) Si la velocidad se reduce, el electrón se ha lanzado de manera que está siendo frenado: en la misma dirección del campo. La energía mecánica se conserva (suma de energía potencial eléctrica y cinética, despreciamos la interacción gravitatoria), ya que sólo hay fuerzas conservativas. Por lo tanto toda la pérdida de energía cinética será ganancia de energía potencial.

$$\Delta E_p = -\Delta E_c$$



Por definición de energía potencial y potencial

$$\Delta E_p = q \Delta V$$

Como el campo es uniforme $E = \frac{-\Delta V}{\Delta x}$

Tomamos x positivas en la dirección del campo, por lo que $\Delta x > 0$ implica que $\Delta V < 0$ y estamos en potenciales mayores (una carga negativa es desplazada hacia potenciales mayores).

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m (v_{final}^2 - v_{inicial}^2) = 0,5 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot ((0,5 \cdot 10^6)^2 - (2 \cdot 10^6)^2) = -1,7 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Uniendo ambas expresiones

$$\text{Por lo tanto } \Delta E_p = q E \Delta x = -\Delta E_c \Rightarrow \Delta x = \frac{-\Delta E_c}{q E} = \frac{-1,7 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5000} = -2,13 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

b) La variación de energía potencial es la variación de energía cinética pero con sentido opuesto:

$$\Delta E_p = -\Delta E_c = 1,7 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Cualitativamente el electrón está siendo frenado, gana energía potencial, luego está dirigido hacia potenciales mayores, y la diferencia de energía potencial debe ser positiva.

16

a) Una partícula con carga positiva se encuentra dentro de un campo eléctrico uniforme. I) ¿Aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica al moverse en la dirección y sentido del campo?. ii) ¿Y si se moviera en una dirección perpendicular a dicho campo?. Razone las respuestas.

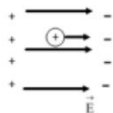
b) Una carga de $3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ está situada en el origen de un sistema de coordenadas. Una segunda carga puntual de $-4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ se coloca en el punto $(0,4) \text{ m}$. Ayudándose de un esquema, calcule el campo y el potencial eléctrico en el punto $(3,0) \text{ m}$.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

FISICA. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 6

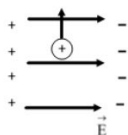
RESOLUCION

a) (i)



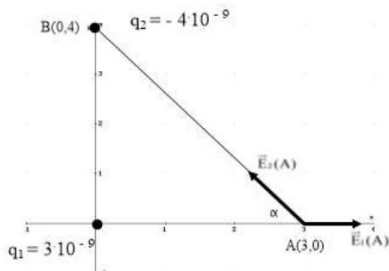
Sabemos que $E_{pe} = q \cdot V_e \Rightarrow$ La carga positiva se acerca a la zona de las cargas negativas, con lo cual V_e va disminuyendo y, por lo tanto, también disminuye E_{pe} .

(ii)



Al moverse perpendicularmente al campo eléctrico, el potencial eléctrico V_e no varía, es constante, luego, E_{pe} es constante, luego, la partícula se mueve en una línea equipotencial.

b)



Aplicamos el principio de superposición: $\vec{E}(A) = \vec{E}_1(A) + \vec{E}_2(A)$

$$\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}; \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$|\vec{E}_1(A)| = K \cdot \frac{q_1}{R_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{3^2} = 3 \text{ N/C}$$

$$|\vec{E}_2(A)| = K \cdot \frac{q_2}{R_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-9}}{5^2} = \frac{36}{25} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}(A) = \vec{E}_1(A) + \vec{E}_2(A) = 3\vec{i} + \frac{36}{25}(-\cos \alpha \vec{i} + \sin \alpha \vec{j}) = 3\vec{i} + \frac{36}{25}\left(-\frac{3}{5}\alpha \vec{i} + \frac{4}{5}\alpha \vec{j}\right) = 2'136\vec{i} + 1'152\vec{j} \text{ N/C}$$

Calculamos el potencial

$$V_e(A) = V_{e1}(A) + V_{e2}(A) = K \cdot \frac{q_1}{R_1} + K \cdot \frac{q_2}{R_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-9}}{3} + 9 \cdot 10^9 \frac{(-4 \cdot 10^{-9})}{5} = 1'8 \text{ voltios}$$

a) Una carga eléctrica puntual con valor Q se encuentra en el vacío. i) Escriba la expresión matemática del potencial eléctrico en un punto genérico situado a una distancia r de la carga e indique el significado de cada una de las magnitudes que aparecen en la expresión. ii) Si el potencial aumenta al alejarnos de la carga, indique razonadamente el signo de la misma.

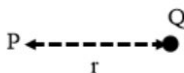
b) Considere una carga puntual de $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ localizada en el vacío. Determine: i) El potencial eléctrico creado por la carga puntual a una distancia de 0,5 m. ii) El trabajo necesario para transportar una carga puntual de $-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el infinito hasta una distancia de 0,5 m de la carga original, indicando razonadamente el significado del signo del trabajo obtenido.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$$

FISICA. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) (i)



La expresión matemática del potencial eléctrico es: $V_e = K \cdot \frac{Q}{r}$

- V_e = potencial eléctrico en el punto P (Voltios)
- K = constante eléctrica del medio ($\text{Nm}^2 \text{C}^{-2}$)
- Q = carga que produce el campo eléctrico (Culombios)
- r = distancia de la carga Q al punto P (metros)

(ii) Si el potencial aumenta al alejarse, como $V_e = K \cdot \frac{Q}{r}$, si la carga fuera positiva, al aumentar r , V disminuye. Si la carga es negativa, al aumentar r , el cociente disminuye, pero al ser un número negativo, entonces V aumenta. Luego, la carga es negativa.

b) (i) $V_e = K \cdot \frac{Q}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,5} = 90.000 \text{ Voltios}$

(ii) $W_{\infty \rightarrow P} = -[E_p(P) - E_p(\infty)] = -q \cdot V_e(P) = -(-2 \cdot 10^{-6}) \cdot 90.000 = 0'18 \text{ Julios}$

El trabajo es positivo porque la carga Q positiva atrae a la carga q negativa, por lo que las fuerzas eléctricas realizan el trabajo y no necesitan fuerzas exteriores para mover a q .

18) a) Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: (i) Cuando se aproximan dos cargas eléctricas del mismo signo la energía potencial electrostática aumenta. (ii) En un punto del espacio donde el campo eléctrico es nulo también lo es el potencial eléctrico.

b) Una partícula con carga $-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y masa 10^{-4} Kg se encuentra en reposo en el origen de coordenadas. Se aplica un campo eléctrico uniforme de $600 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ en sentido positivo del eje OX. Realice un esquema de la situación. La carga se desplaza 2 m hacia un punto P. Determine: (i) La diferencia de potencial entre el origen de coordenadas y el punto P. (ii) La velocidad de la partícula en el punto P. Considere despreciable la fuerza gravitatoria.

FISICA. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

a) (i) Verdadera. La energía potencial electrostática es: $E_{pe} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{d}$

Como d disminuye, el cociente aumenta. Al ser las cargas del mismo signo, su producto es positivo, luego, la energía potencial gravitatoria aumenta.

(ii) Falsa. Ejemplo: Dos cargas iguales positivas, en el punto medio del segmento que las une, el campo eléctrico es nulo: $\vec{E}_{\text{Total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$

Sin embargo, el potencial eléctrico no es nulo: $V_e = V_{e1} + V_{e2} = K \frac{q}{\frac{d}{2}} + K \frac{q}{\frac{d}{2}} \neq 0$

b)



Al ser la carga negativa se va a desplazar hacia la izquierda. El punto P tiene de coordenadas $(-2, 0)$

(i) Al ser un campo eléctrico conservativo: $\frac{W}{q} = \frac{E_{pe}(O) - E_{pe}(P)}{q}$

$\vec{E}$ es un campo uniforme: $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ es constante, luego:

$$\frac{W(\vec{F}_e)}{q} = \frac{F_e \cdot d \cdot \cos \alpha}{q} = \frac{q \cdot E \cdot d \cdot \cos 180^\circ}{q} = E \cdot d \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow V_e(O) - V_e(P) = -E \cdot d = -600 \cdot 2 = -1200 \text{ V}$$

(ii) La $\vec{F}_e$ produce aceleración a la partícula, luego:

$$\vec{F}_e = m \cdot a \Rightarrow q \cdot E = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 600}{10^{-4}} = 12 \text{ m/s}^2$$

Como es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, se cumple que:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2ae \Rightarrow v_f^2 - 0 = 2 \cdot 12 \cdot 2 \Rightarrow v_f = \sqrt{48} = 6.92 \text{ m/s}$$

a) Una carga eléctrica negativa se desplaza en un campo eléctrico uniforme desde un punto A hasta un punto B por la acción de la fuerza de dicho campo. Dibuje en un esquema la situación y responda razonadamente a las siguientes cuestiones: i) ¿Cómo variará su energía potencial. ii) ¿En qué punto será mayor el potencial eléctrico?.

b) Una partícula de carga Q , situada en el origen de coordenadas, $O(0,0)$ m, crea en un punto A situado en el eje OX, un potencial $V_A = -120$ V y un campo eléctrico $E_A = -80$ i $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$.

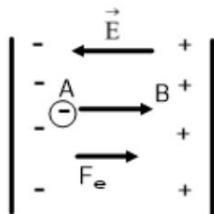
Dibuje un esquema del problema y calcule: i) El valor de la carga Q y la posición del punto A. ii) El trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto A hasta un punto B de coordenadas (2,2) m.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2} ; e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

RESOLUCION

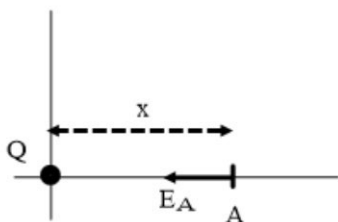
a) Hacemos un esquema



(i) En el esquema, al pasar de A hasta B, el V_e aumenta porque se acerca a potenciales positivos, pero al ser la carga q negativa, la E_{pe} disminuye.

(ii) V_e será mayor en el punto B, ya que este punto está más cerca de las cargas positivas y más lejos de las cargas negativas.

b) (i)



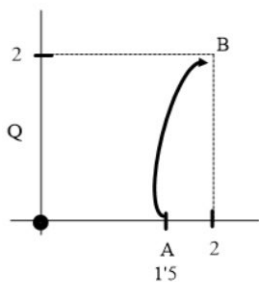
$$V_A = -120 \text{ V} \Rightarrow V_e (\text{en módulo}) = 120 = K \cdot \frac{Q}{x}$$

$$\vec{E}_A = -80\hat{i} \Rightarrow |\vec{E}_A| = \left| K \cdot \frac{Q}{x^2} \right| \Rightarrow 80 = K \cdot \frac{Q}{x^2}$$

Dividiendo las dos expresiones, tenemos que: $\frac{120}{80} = \frac{K \cdot \frac{Q}{x}}{K \cdot \frac{Q}{x^2}} \Rightarrow x = \frac{120}{80} = 1.5 \text{ m} \Rightarrow A = (1.5, 0)$

Calculamos la carga: $-120 = K \cdot \frac{Q}{x} \Rightarrow -120 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{1.5} \Rightarrow Q = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

(ii)



$$V_B = K \cdot \frac{Q}{R_B} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = -\frac{180}{\sqrt{8}}$$

$$\begin{aligned} W_{A \rightarrow B}(F_e) &= -[E_{pe}(B) - E_{pe}(A)] = -[q \cdot V(B) - q \cdot V(A)] = -q[V(B) - V(A)] = \\ &= -(-1.6 \cdot 10^{-19}) \cdot \left[-\frac{180}{\sqrt{8}} - (-120) \right] = 9.02 \cdot 10^{-18} \text{ Julios} \end{aligned}$$

a) Una partícula cargada positivamente se mueve en la misma dirección y sentido de un campo eléctrico uniforme. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones: (i) ¿Se detendrá la partícula?. (II) ¿Se desplazará la partícula hacia donde aumenta su energía potencial?.

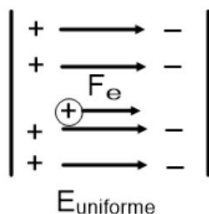
b) Dos cargas puntuales $q_1 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $q_2 = -5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están situadas en los puntos A (0,0) m y B (2,0) m respectivamente. Calcule el valor del campo eléctrico en el punto C (2,1) m.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

FISICA. 2018. JUNIO. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

RESOLUCION

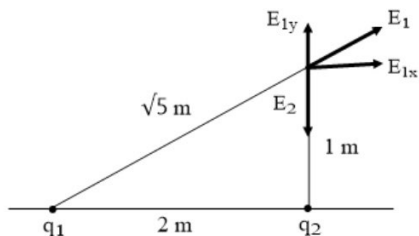
a) Hacemos un esquema



(i) La partícula cargada positivamente no se detendrá, ya que sufre una fuerza eléctrica $F_e = q \cdot E$ que le obliga a acelerar. Es repelida por la zona positiva y atraída por la zona negativa.

(ii) La partícula se mueve hacia las cargas negativas. Las cargas negativas producen potenciales eléctricos negativos y como la energía potencial eléctrica es $E_{pe} = q \cdot V_e$ irá disminuyendo conforme la carga positiva se acerca a la placa con cargas negativas.

b)



El campo eléctrico en el punto C se calcula aplicando el principio de superposición

$$\vec{E}(C) = \vec{E}_1(C) + \vec{E}_2(C)$$

Calculamos el módulo del campo eléctrico que produce la carga 1 en C:

$$E_1 = K \cdot \frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{(\sqrt{5})^2} = 9.000 \text{ N/C}$$

Calculamos las dos componentes:

$$\vec{E}_{1x} = E_1 \cdot \cos \alpha = 9.000 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 8.050 \vec{i} \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_{1y} = E_1 \cdot \sin \alpha = 9.000 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 4.025 \vec{j} \text{ N/C}$$

Calculamos el módulo del campo eléctrico que produce la carga 2 en C:

$$E_2 = K \cdot \frac{q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{(1)^2} = 45.000 \text{ N/C}$$

Calculamos su componente: $E_{2y} = K \cdot \frac{q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{(1)^2} = -45.000 \vec{j} \text{ N/C}$

Calculamos el campo eléctrico:

$$\vec{E} = 8.050 \vec{i} + 4.025 \vec{j} - 45.000 \vec{j} = 8.050 \vec{i} - 40.975 \vec{j}$$

Su módulo es: $|\vec{E}| = \sqrt{(8.050)^2 + (40.975)^2} = 41.758 \text{ N/C}$

(21)

a) En una región del espacio existe un campo eléctrico uniforme. Si una carga negativa se mueve en la dirección y sentido del campo, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Y si la carga fuera positiva? Razone las respuestas.

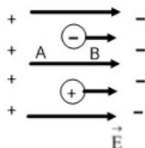
b) Una carga de $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se encuentra en el origen de coordenadas y otra carga de $-3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ está situada en el punto (1,1) m. Calcule el trabajo para desplazar una carga de $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto A (1,0) m hasta el punto B (2,0) m, e interprete el resultado.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

FISICA. 2017. RESERVA 3. EJERCICIO 2. OPCIÓN B

ESOLUCION

a)

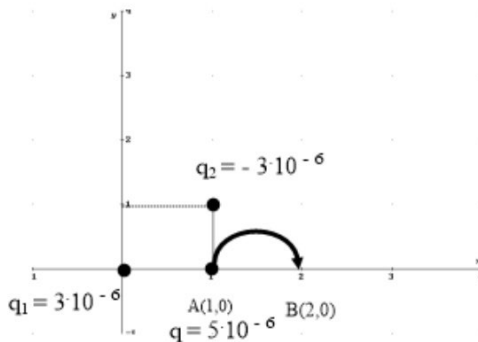


La energía potencial eléctrica es: $E_{pe} = q \cdot V_e$

$V_A > V_B \Rightarrow q \cdot V_A < q \cdot V_B$ (al ser negativa la carga) $\Rightarrow E_{pe}(A) < E_{pe}(B)$ luego aumenta la energía potencial eléctrica de la carga negativa.

Si la carga es positiva: $V_A > V_B \Rightarrow q \cdot V_A > q \cdot V_B \Rightarrow E_{pe}(A) > E_{pe}(B)$ luego disminuye la energía potencial eléctrica.

b)



Al ser conservativo la fuerza eléctrica, se cumple: $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = -[E_{pe}(B) - E_{pe}(A)]$

$$\begin{aligned} E_{pe}(B) &= E_{pe\ q_1}(B) + E_{pe\ q_2}(B) = K \cdot \frac{q_1 \cdot q}{R_1} + K \cdot \frac{q_2 \cdot q}{R_2} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{2} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-3 \cdot 10^{-6}) \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} = -2'8 \cdot 10^{-2} \text{ Julios} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{pe}(A) &= E_{pe\ q_1}(A) + E_{pe\ q_2}(A) = K \cdot \frac{q_1 \cdot q}{R_1^*} + K \cdot \frac{q_2 \cdot q}{R_2^*} = \\ &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(-3 \cdot 10^{-6}) \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{1} = 0 \text{ Julios} \end{aligned}$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_e) = -[E_{pe}(B) - E_{pe}(A)] = -[-2'8 \cdot 10^{-2} - 0] = 2'8 \cdot 10^{-2} \text{ Julios}$$

El trabajo sale positivo porque las fuerzas eléctricas, de forma espontanea, mueven a la carga q desde A hasta B.

22

a) Campo eléctrico creado por una carga puntual. Explique sus características y por qué es un campo conservativo.

b) Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico con velocidad paralela al campo y en sentido contrario al mismo. Describa cómo influye el signo de la carga eléctrica en su trayectoria.

FISICA. 2016. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

RESOLUCION

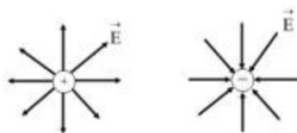
a) El campo eléctrico que produce una carga puntual, es el cociente entre la fuerza eléctrica y la carga que se coloca en un punto.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}}{q} = \frac{K \cdot Q}{r^2} \vec{u}_r$$

- K = Constante eléctrica.
- Q = Carga que produce el campo eléctrico.
- r = Distancia entre Q y q.
- $\vec{u}_r$ = Vector unitario en la dirección de la recta que une Q y q.

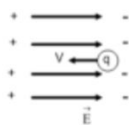
- Si Q es positiva, el campo eléctrico es un vector saliente de Q
- Si Q es negativa, el campo eléctrico es un vector entrante en Q
- El campo eléctrico va desde el centro de Q al centro de q
- El campo eléctrico varía con el inverso de la distancia al cuadrado y se extiende al infinito.
- El campo eléctrico depende del medio que rodea a Q, ya que K depende de dicho medio.
- El campo eléctrico es conservativo, ya que el trabajo de las fuerzas eléctricas no depende del camino seguido entre dos puntos.

Líneas de campo eléctrico



b) Si q es positiva, las cargas positivas repelen a q y producen una fuerza eléctrica $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ que frena a la carga q.

Si q es negativa, ocurre lo contrario, la fuerza eléctrica acelera a la carga q.



23

Un péndulo consta de una esfera de 20 g, carga eléctrica desconocida y dimensiones despreciables, que cuelga de un hilo de 1 m de longitud. Para determinar el valor de su carga se coloca en un campo eléctrico uniforme y horizontal de $E = 5'7 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$ y se observa que el hilo del péndulo se coloca formando 45° con la vertical.

a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico y todas las fuerzas que actúan sobre la esfera y explique, cualitativamente, cómo ha cambiado la energía del péndulo al aplicar el campo eléctrico.

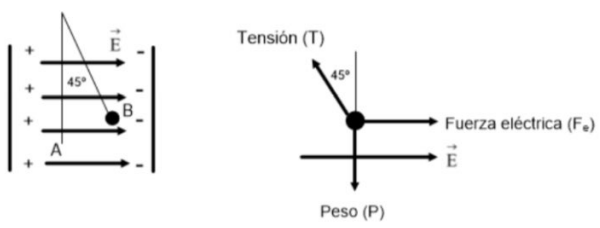
b) Calcule el valor de la carga de la esfera y de las fuerzas que actúan sobre ella.

$$g = 9'8 \text{ ms}^{-2}$$

FISICA. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

RESOLUCION

a)



El trabajo de la fuerza eléctrica es positivo y la energía potencial eléctrica disminuye y al mismo tiempo la energía potencial gravitatoria aumenta.

Al subir: $W(F_e) = -[E_{pe}(B) - E_{pe}(A)] > 0 \Rightarrow E_{pe}(A) - E_{pe}(B) > 0 \Rightarrow E_{pe}(A) > E_{pe}(B)$

b) En B está quieta, luego por la 1ª Ley de Newton: $\sum \vec{F} = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Eje X: } F_e = T \sin 45^\circ \\ \text{Eje Y: } P = T \cos 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{F_e}{P} = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow F_e = P \Rightarrow \begin{cases} P = mg = 0'02 \cdot 9'8 = 0'196 \text{ N} \\ F_e = 0'196 \text{ N} \end{cases}$$

$$F_e = q \cdot E \Rightarrow q = \frac{F_e}{E} = \frac{0'196}{5'7 \cdot 10^4} = 3'94 \cdot 10^{-6} \text{ Culombios}$$

$$T = \frac{F_e}{\sin 45^\circ} = \frac{0'196}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0'277 \text{ N}$$

Si q fuera negativa, el punto B estaría cerca de la placa positiva y el cálculo sería el mismo, obteniéndose los mismos valores de fuerza y carga.

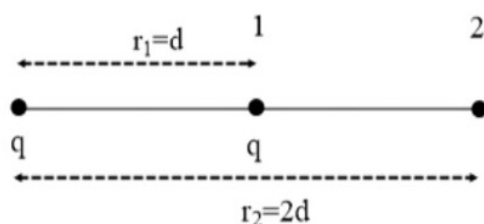
a) Dos partículas idénticas con carga q y masa m se encuentran separadas por una distancia d . A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera. i) Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final. ii) Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas.

b) Dos partículas idénticas con carga $q = +5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ están fijas en los puntos $(0, -3) \text{ m}$ y $(0, 3) \text{ m}$ del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con $Q = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ y masa $m = 8 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ en el punto $(4, 0) \text{ m}$, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto $(0, 0)$. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

FISICA. 2021. JULIO. EJERCICIO B1

RESOLUCION

a) i)



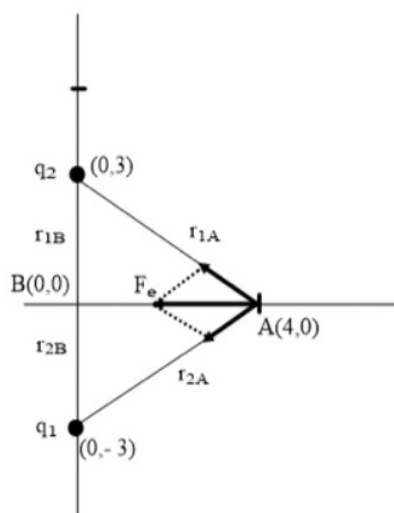
Al ser F_e una fuerza conservativa, se cumple que:

$$W(F_e) = -[E_{pe}(2) - E_{pe}(1)] = -\left[\frac{K \cdot q^2}{2d} - \frac{K \cdot q^2}{d}\right] = \frac{K \cdot q^2}{d} \left[1 - \frac{1}{2}\right] = \frac{K \cdot q^2}{2d} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{K \cdot q^2}{m \cdot d}}$$

$$\text{ii) Si } q^* = 2q \Rightarrow v^* = \sqrt{\frac{K \cdot q^{*2}}{m \cdot d}} = \sqrt{\frac{K \cdot 4q^2}{m \cdot d}} = 2\sqrt{\frac{K \cdot q^2}{m \cdot d}} = 2 \cdot v$$

Luego, vemos que la velocidad se duplica

b)



$$r_{1A} = r_{2A} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

$$r_{1B} = r_{2B} = 3 \text{ m}$$

$$E_{pe}(A) = E_{pe1}(A) + E_{pe2}(A) = K \frac{q \cdot Q}{r_{1A}} + K \frac{q \cdot Q}{r_{2A}} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^{-8})}{5} + 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^{-8})}{5} =$$

$$= -3'6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$E_{pe}(B) = E_{pe1}(B) + E_{pe2}(B) = K \frac{q \cdot Q}{r_{1B}} + K \frac{q \cdot Q}{r_{2B}} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^{-8})}{3} + 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^{-8})}{3} =$$

$$= -6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Aplicamos el principio de superposición:

$$\Delta E_c = E_c(B) + E_c(A) = -[E_{pe}(B) - E_{pe}(A)] \Rightarrow E_c(B) = E_{pe}(A) - E_{pe}(B) = -3'6 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-4} = 2'4 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$E_c(A) = 0$ ya que inicialmente está en reposo.

Luego:

$$E_c(B) = 2'4 \cdot 10^{-4} \text{ J} = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} 8 \cdot 10^{-6} \cdot v_B^2 \Rightarrow v_B = 7'75 \text{ m/s}$$

- a) Responda razonadamente a las siguientes cuestiones: i) ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza eléctrica?. ii) ¿Puede ser negativa la energía potencial eléctrica?.
- b) Dos cargas puntuales de $+10^{-6} \text{ C}$ y -10^{-6} C se encuentran situadas en las posiciones $(0, -4) \text{ m}$ y $(0, 4) \text{ m}$, respectivamente. i) Calcule el potencial en las posiciones $(8, 0) \text{ m}$ y $(0, 6) \text{ m}$. ii) Determine el trabajo realizado por el campo al trasladar una carga de $+5 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ desde el punto $(8, 0) \text{ m}$ y $(0, 6) \text{ m}$ e interprete el signo del trabajo.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

FISICA. 2020. RESERVA 2. EJERCICIO 6

RESOLUCION

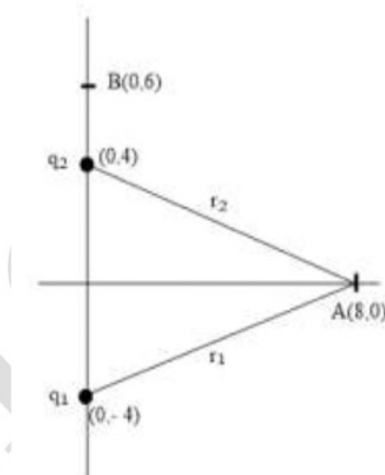
- a) i) El trabajo de una fuerza eléctrica puede ser negativo, basta que la fuerza eléctrica forme un ángulo mayor de 90° con el desplazamiento que produce en una carga eléctrica.

$$W(F_e) = F_e \cdot d \cdot \cos \alpha \quad \text{Si } \alpha > 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow W(F_e) < 0$$

- ii) La energía potencial eléctrica puede ser negativa

$$E_{pe} = q \cdot V_e \quad \text{Basta con que } V_e > 0 \text{ y } q < 0 \Rightarrow E_{pe} < 0$$

b)



$$i) r_1 = r_2 = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80}$$

Aplicamos el principio de superposición:

$$V_e(A) = V_{e1}(A) + V_{e2}(A) = K \frac{q_1}{r_1} + K \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{\sqrt{80}} + 9 \cdot 10^9 \frac{-10^{-6}}{\sqrt{80}} = 0 \text{ Voltios}$$

$$r_1^* = 8 + 2 = 10 \quad ; \quad r_2^* = 2$$

$$V_e(B) = V_{e1}(B) + V_{e2}(B) = K \frac{q_1}{r_1^*} + K \frac{q_2}{r_2^*} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{10} + 9 \cdot 10^9 \frac{-10^{-6}}{2} = -3600 \text{ Voltios}$$

$$ii) W_{A \rightarrow B}(F_e) = -[E_{pe}(B) - E_{pe}(A)] = -q[V_e(B) - V_e(A)] = -5 \cdot 10^{-3}[-3600 - 0] = 18 \text{ Julios}$$

El signo es positivo porque la fuerza eléctrica realiza espontáneamente el trabajo. La fuerza eléctrica traslada la carga positiva desde A hasta B. La carga positiva va de potenciales mayores a potenciales menores.



a) Dos cargas distintas Q y q , separadas una distancia d , producen un potencial eléctrico cero en un punto P situado en la línea que une ambas cargas. Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) Las cargas deben de tener el mismo signo. ii) El campo eléctrico debe ser nulo en P .

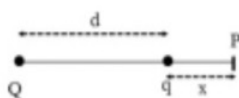
b) Considere dos cargas puntuales de $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ y $3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ situadas en los puntos de coordenadas $(0,0) \text{ m}$ y $(2,0) \text{ m}$, respectivamente. Determine apoyándose de un esquema, el punto donde el campo eléctrico resultante sea nulo.

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

FISICA. 2020. RESERVA 3. EJERCICIO 6

R E S O L U C I O N

a)



i) Las cargas no pueden tener el mismo signo, ya que si las dos cargas son positivas, los potenciales que producen son positivos y aplicando el principio de superposición, el potencial total en un punto sería positivo y no cero. Del mismo modo, si las dos cargas son negativas, los potenciales producidos son negativos y el potencial total sería negativo y no cero. La afirmación es falsa.

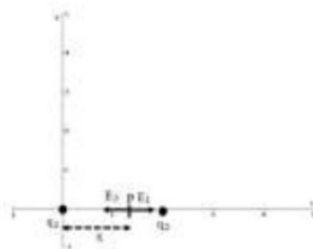
$$\text{ii) } V(P) = V_1(P) + V_2(P) = K \frac{Q}{d+x} + K \frac{q}{x} = 0 \Rightarrow \frac{Q}{d+x} = -\frac{q}{x} \text{ en módulo}$$

Si $\vec{E}(P) = 0$ entonces:

$$|\vec{E}_1(P)| = |\vec{E}_2(P)| \Rightarrow K \frac{Q}{(d+x)^2} = K \frac{q}{x^2} \Rightarrow \frac{Q}{(d+x)^2} = \frac{q}{x^2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = \frac{(d+x)^2}{x^2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = \left(\frac{d+x}{x}\right)^2 \Rightarrow \frac{Q}{q} = \frac{1}{\frac{x}{d+x}} \Rightarrow \frac{Q}{q} = \frac{1}{\frac{x}{d+x}} \Rightarrow d = 0$$

Es absurdo. Con lo cual no es posible que si $V(P) = 0$ se cumpla que $\vec{E}(P) = 0$.

b)



Si $\vec{E}(P) = 0$ entonces:

$$|\vec{E}_1(P)| = |\vec{E}_2(P)| \Rightarrow K \frac{q_1}{x^2} = K \frac{q_2}{(2-x)^2} \Rightarrow \frac{5 \cdot 10^{-6}}{x^2} = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(2-x)^2} \Rightarrow 5 \cdot (2-x)^2 = 3x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{5} \cdot (2-x) = \sqrt{3} \cdot x \Rightarrow 2\sqrt{5} - x\sqrt{5} = x\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = 1'127 \text{ m}$$

Luego, el punto P tiene de coordenadas : $(1'127, 0)$

a) Una partícula cargada se desplaza en la dirección y sentido de un campo eléctrico, de forma que su energía potencial aumenta. Deduzca de forma razonada, y apoyándose en un esquema, el signo que tiene la carga.

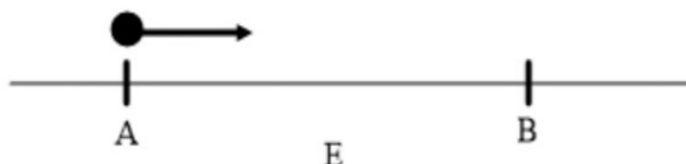
b) Un electrón dentro de un campo eléctrico uniforme, inicialmente en reposo, adquiere una aceleración de $1'25 \cdot 10^{13} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Obtener: i) La intensidad del campo eléctrico. ii) El incremento de energía cinética cuando ha recorrido $0'25 \text{ m}$.

$$e = 1'6 \cdot 10^{-19} \text{ C} ; m_e = 9'1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

FISICA. 2020. RESERVA 4. EJERCICIO 6

R E S O L U C I O N

a)



$$E_{pe}(B) > E_{pe}(A) \Rightarrow q \cdot V_e(B) > q \cdot V_e(A)$$

Como el campo eléctrico va de potenciales grandes a potenciales pequeños, entonces:

$$V_e(A) > V_e(B), \text{ luego, la carga es negativa para que: } q \cdot V_e(A) < q \cdot V_e(B) \Rightarrow E_{pe}(A) < E_{pe}(B)$$

$$\text{b) i) 2ª Ley de Newton: } F_e = m \cdot a \Rightarrow q \cdot E = m \cdot a \Rightarrow E = \frac{m \cdot a}{q} = \frac{9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 1'25 \cdot 10^{13}}{1'6 \cdot 10^{-19}} = 71'09 \text{ N/C}$$

ii) Es un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, luego:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot e \Rightarrow v_f^2 - 0 = 2 \cdot 1'25 \cdot 10^{13} \cdot 0'25 \Rightarrow v_f^2 = 6'25 \cdot 10^{12}$$

$$\Delta E_c = E_{c(\text{final})} - E_{c(\text{inicial})} = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 = \frac{1}{2} 9'1 \cdot 10^{-31} \cdot 6'25 \cdot 10^{12} = 2'84 \cdot 10^{-18} \text{ Julios}$$