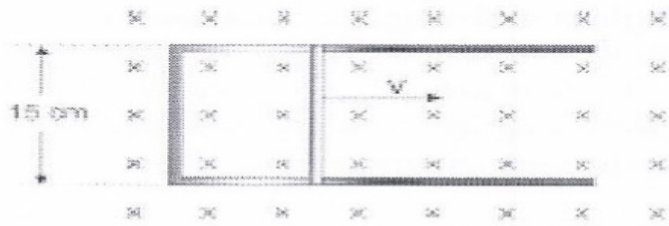
164

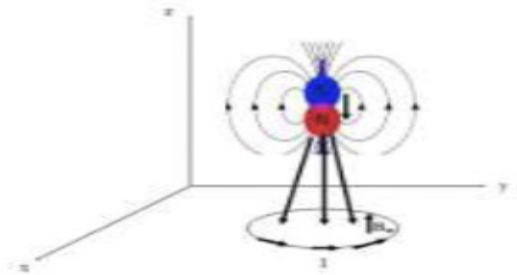
(19-E) a) Razone qué sentido tendrá la corriente inducida en una espira cuando: i) Acercamos perpendicularmente al plano de la espira el polo norte de un imán. Haga un esquema explicativo. ii) El plano de la espira se aleja del polo norte de un imán. Haga un esquema explicativo.

b) Una espira rectangular como la de la figura posee uno de sus lados móvil que se mueve dentro de un campo magnético uniforme de 0,8 T con una velocidad constante de 0,12 $m \cdot s^{-1}$. Calcule: i) La f.e.m. inducida en la espira en función del tiempo. ii) La intensidad y el sentido de la corriente que recorre la espira si su resistencia eléctrica es de 0,2 Ω.

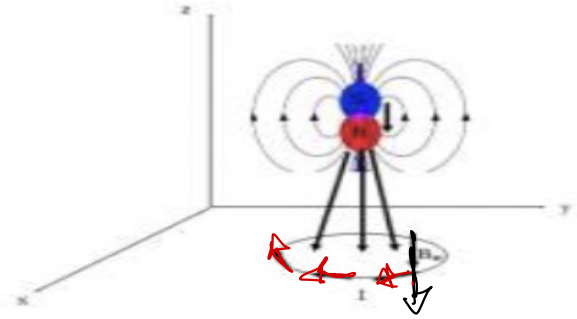


R E S O L U C I O N

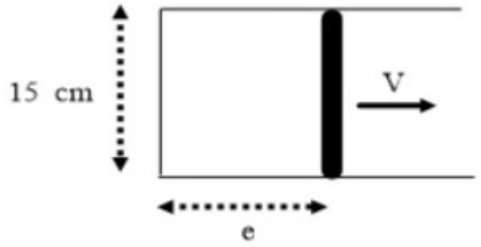
a)



(i) Al acercar el polo norte del imán a la espira aumenta el flujo magnético (líneas de campo magnético) que atraviesa la espira. La espira se opone a esto produciendo un campo magnético hacia arriba. (ver dibujo).
El sentido de la corriente eléctrica se deduce aplicando la regla de la mano derecha.
(ii) Al alejarse el plano de la espira ocurre que disminuye el flujo magnético que atraviesa la espira. La espira se opone a esto produciendo un campo magnético hacia abajo. El sentido de la corriente, por la regla de la mano derecha es contrario al caso anterior.



b) (i) Se aplica la Ley de Faraday-Henry: $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$



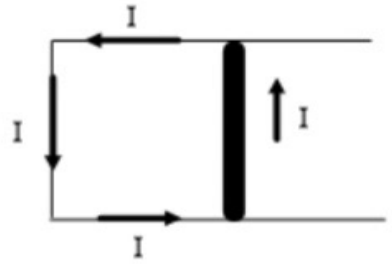
El área del rectángulo va creciendo con velocidad constante, luego: $e = v \cdot t = 0'12 \cdot t$

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int B \cdot ds \cdot \cos 0^o = B \int ds = B \cdot S = 0'8 \cdot 0'15 \cdot e = 0'8 \cdot 0'15 \cdot 0'12 \cdot t = 0'0144\, t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -0'0144 \text{ Voltios}$$

(ii) Ley de Ohm: $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0'0144}{0'2} = 0'072$ Amperios

Al aumentar la superficie, aumenta el flujo magnético que atraviesa la espira. La espira se opone produciendo un campo magnético saliente. Por la regla de la mano derecha, el sentido de la corriente inducida es antihorario.



1

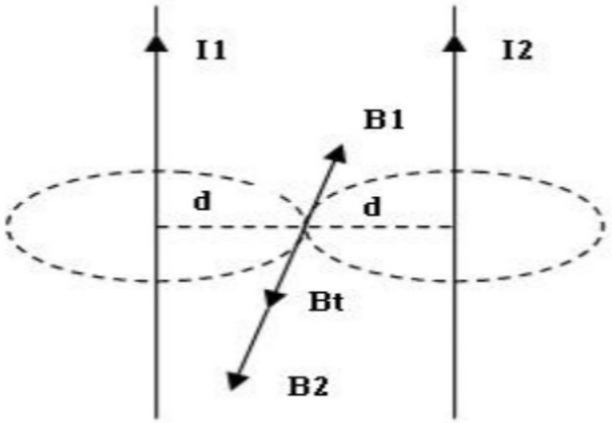
Suponga dos hilos metálicos largos, rectilíneos y paralelos, perpendiculares al plano del papel y separados 60 mm, por los que circulan corrientes de 9 y 15 A en el mismo sentido.

a) Dibuje en un esquema el campo magnético resultante en el punto medio de la línea que une ambos conductores y calcule su valor.

b) En la región entre los conductores, ¿a qué distancia del hilo por el que circula la corriente de 9 A será cero el campo magnético?

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N\ m^{2}\ A^{-2}$

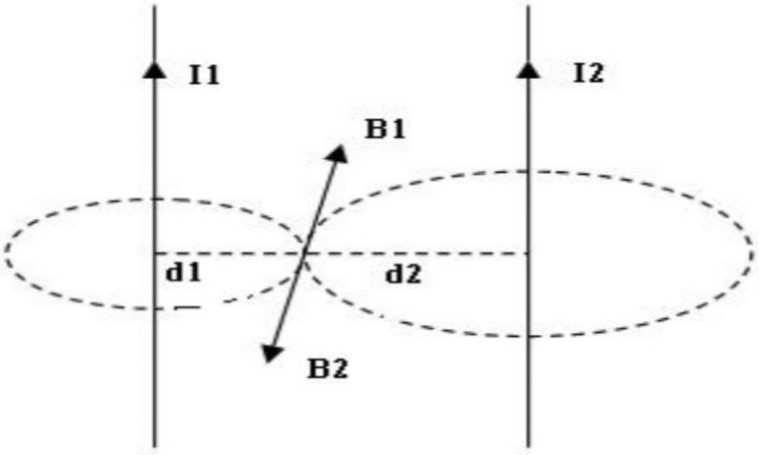
a) $I_1 = 9\ A$ $I_2 = 15\ A$ $d = 0{,}03\ m$



$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot d} \qquad B_1 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 9}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}03} = 6 \cdot 10^{-5}\ T \qquad B_2 = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 15}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}03} = 10^{-4}\ T$$

$$B_T = B_2 - B_1 = 4 \cdot 10^{-5}\ T$$

b) $d_1 = x$ $d_2 = 0{,}06 - x$



para que $B_T = 0$ tiene que cumplirse que $B_1 = B_2$

$$\frac{\mu_0 \cdot 9}{2 \cdot \pi \cdot x} = \frac{\mu_0 \cdot 15}{2 \cdot \pi \cdot (0{,}06 - x)}$$

$$9 \cdot (0{,}06 - x) = 15 \cdot x$$

$$x = 0{,}0225\ m$$

2. a) Un haz de electrones atraviesa una región del espacio sin desviarse, ¿se puede afirmar que en esa región no hay campo magnético? De existir, ¿cómo tiene que ser?

b) En una región existe un campo magnético uniforme dirigido verticalmente hacia abajo. Se disparan dos protones horizontalmente en sentidos opuestos. Razone qué trayectorias describen, en qué plano están y qué sentidos tienen sus movimientos.

a) La fuerza que actúa sobre una carga eléctrica al entrar con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$ viene dada por la expresión de Lorentz

$$\vec{F}_M = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

por lo tanto, si existe, es siempre perpendicular a la velocidad y haría desviarse a la carga de su trayectoria rectilínea. Esto significa que si la carga no se desvía, es porque no hay fuerza magnética ($F_M = 0$).

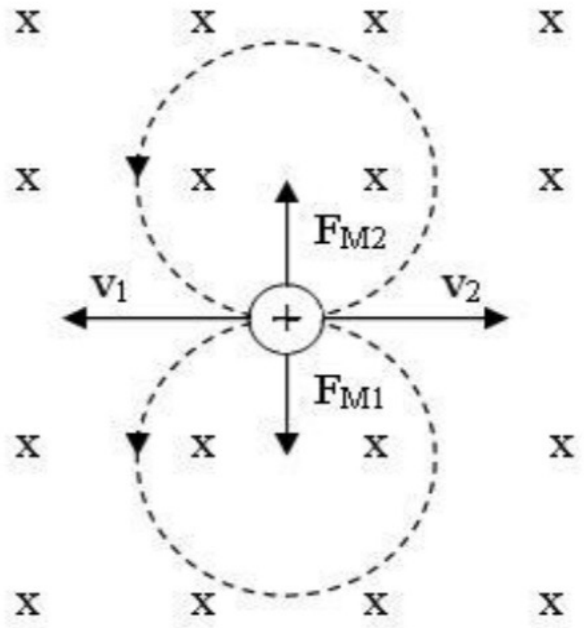
Si observamos la expresión del módulo de la fuerza de Lorentz (θ es el menor ángulo formado entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$)

$$F_M = Q \cdot v \cdot B \cdot sen\,\theta$$

vemos que no se puede afirmar que en esa región no existe un campo magnético, basta con que sen $\theta = 0$, es decir $\theta = 0^o$ ó $\theta = 180^o$, para que $F_M = 0$ y la carga no se desvíe.

El campo ha de ser de la misma dirección que la velocidad.

b)



Como se ve en la figura ambos siguen trayectorias circulares en el plano del papel, porque la fuerza magnética, perpendicular a la velocidad y de módulo constante, actúa de fuerza centrípeta. Los sentidos de giro en ambos casos, son antihorarios

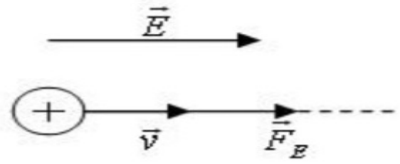
3. Razone las respuestas a las siguientes cuestiones:

a) Observando la trayectoria de una partícula con carga eléctrica, ¿se puede deducir si la fuerza que actúa sobre ella procede de un campo eléctrico uniforme o de un campo magnético uniforme?

b) ¿Es posible que sea nula la fuerza que actúa sobre un hilo conductor, por el que circula una corriente eléctrica, situado en un campo magnético?

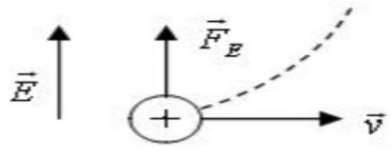


a) Supongamos que la carga es positiva y el campo es eléctrico uniforme. Si entra con una velocidad de la misma dirección y sentido que el campo, su trayectoria es rectilínea y su aceleración positiva, como se ve en la figura



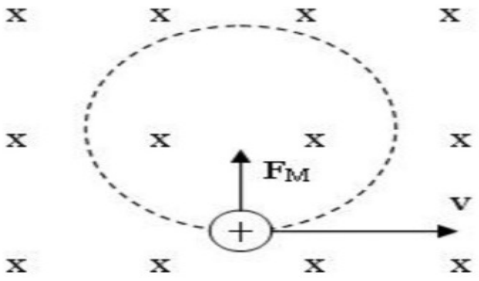
si la velocidad y el campo fueran de sentido contrario, la trayectoria también sería rectilínea y su aceleración negativa.

Si la partícula entra con una velocidad perpendicular al campo, su trayectoria es parabólica (composición de dos movimientos perpendiculares, uno uniforme y el otro uniformemente acelerado), como se ve en la figura.



En el caso de tratarse de un campo magnético uniforme, si la partícula entra con una velocidad de la misma dirección que el campo, ($\theta = 0^o$ ó $\theta = 180^o$), como la expresión que regula el módulo de la fuerza magnética es $F_M = Q \cdot v \cdot B \cdot sen\,\theta$ y como $sen\,90^o = sen\,180^o = 0$ la fuerza sería nula y la trayectoria de la partícula sería recta con movimiento uniforme.

Si la velocidad es perpendicular al campo magnético, al actuar la fuerza magnética como fuerza centrípeta, la trayectoria sería una circunferencia.



Vistos los razonamientos anteriores podemos decir que si los vectores velocidad y campo tienen la misma dirección, no se puede identificar el tipo de campo en función de la trayectoria que sigue la partícula, puesto que tanto el eléctrico como el magnético

a) (continuación)
producen trayectorias rectilíneas. Sin embargo, si la velocidad y el campo son perpendiculares, si se puede deducir si la fuerza que actúa es eléctrica o magnética porque la trayectoria sería parabólica o circular respectivamente.

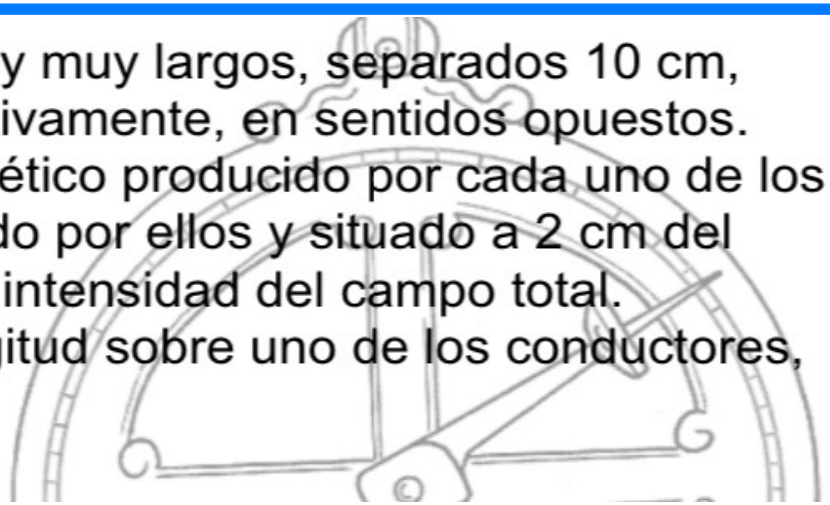
b) La fuerza que actúa sobre un hilo conductor rectilíneo de longitud l, por el que circula una corriente de intensidad I, situado en un campo magnético B viene dada por la siguiente expresión $\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$ siendo $\vec{l}$ un vector de la misma dirección que el conductor y el mismo sentido que la corriente. El módulo de dicha fuerza es $F = I \cdot l \cdot B \cdot sen\,\theta$ siendo θ el ángulo que forma el conductor con el campo magnético. De aquí se deduce que la fuerza es nula, si el conductor se sitúa paralelamente al campo (θ = 0º y por lo tanto sen 0º = 0).

4) Dos conductores rectilíneos, paralelos y muy largos, separados 10 cm, transportan corrientes de 5 y 8 A, respectivamente, en sentidos opuestos.

a) Dibuje en un esquema el campo magnético producido por cada uno de los conductores en un punto del plano definido por ellos y situado a 2 cm del primero y 12 cm del segundo y calcule la intensidad del campo total.

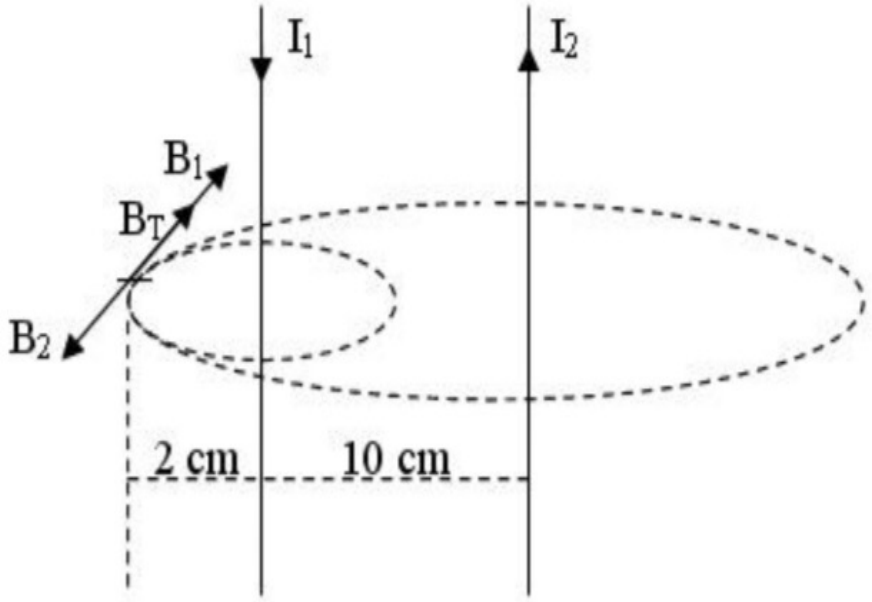
b) Determine la fuerza por unidad de longitud sobre uno de los conductores, indicando si es atractiva o repulsiva.

$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N\ A^{-2}$



5. -

a) $I_1 = 5\ A$ $I_2 = 8\ A$ $d_1 = 0{,}02\ m$ $d_2 = 0{,}12\ m$



$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot d_1} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ N \cdot A^{-2} \cdot 5\ A}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}02\ m} = 5 \cdot 10^{-5}\ T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d_2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ N \cdot A^{-2} \cdot 8\ A}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}12\ m} = 1{,}33 \cdot 10^{-5}\ T$$

$$B_T = B_1 - B_2 = 3{,}67 \cdot 10^{-5}\ T$$

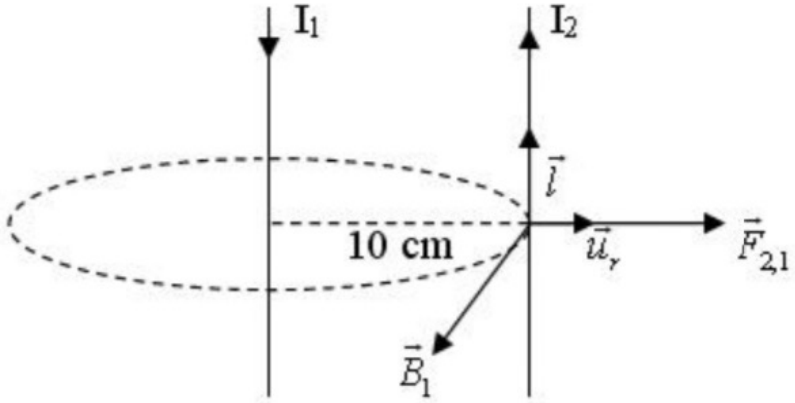
en la dirección y sentido que indica la figura.

5. -

b) La fuerza ejercida sobre el conductor 2 por el campo magnético creado por el conductor 1 ($F_{2,1}$) viene dada por la expresión $\vec{F}_{2,1} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2 \cdot l}{d} \cdot \vec{u}_r$ así que la fuerza por unidad de longitud es $\frac{\vec{F}_{2,1}}{l} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot \vec{u}_r$ cuyo módulo es

$$\frac{\vec{F}_{2,1}}{l} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\, N \cdot A^{-2}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{5\,A \cdot 8\,A}{0{,}1\,m} = 8 \cdot 10^{-5}\, \frac{N}{m}$$

la fuerza es repulsiva al tener la misma dirección y sentido que el producto vectorial $\vec{l} \times \vec{B}$ ($\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$), como se ve en la figura.



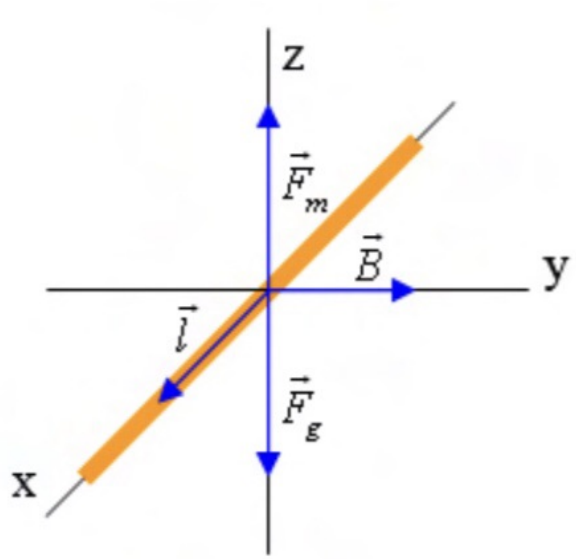
5.- Un hilo recto, de longitud 0,2 m y masa $8 \cdot 10^{-3}$ kg, está situado a lo largo del eje OX en presencia de un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = 0{,}5\ \mathbf{j}$ T

a) Razone el sentido que debe tener la corriente para que la fuerza magnética sea de sentido opuesto a la fuerza gravitatoria, $\mathbf{F_g} = -F_g\ \mathbf{k}$

b) Calcule la intensidad de corriente necesaria para que la fuerza magnética equilibre al peso del hilo.

$g = 10\ \text{m s}^{-2}$

a) El sentido de la corriente ha de ser el mismo que el del vector $\vec{l}$ (sentido positivo del eje OX), para que al multiplicarlo vectorialmente por el vector $\vec{B}$ nos salga la fuerza magnética en el sentido positivo del eje OZ, oponiéndose así a la fuerza gravitatoria como se ve en la figura



b) Para que ambas fuerzas se equilibren ha de cumplirse que sus módulos sean iguales

$$F_m = F_g \qquad \bullet \qquad I \cdot l \cdot B = m \cdot g$$

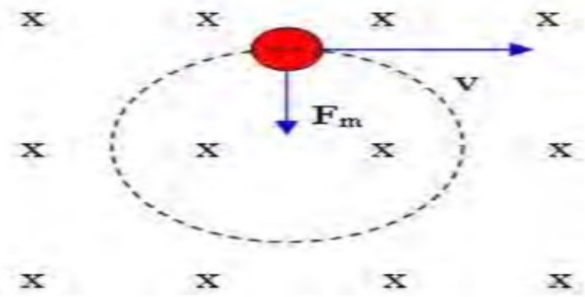
$$I = \frac{m \cdot g}{l \cdot B} = \frac{8 \cdot 10^{-3}\, Kg \cdot 10\, m \cdot s^{-2}}{0,2\, m \cdot 0,5\, T} = 0,8\, A$$

6- **a)** Un electrón incide en un campo magnético perpendicular a su velocidad. Determine la intensidad del campo magnético necesaria para que el período de su movimiento sea 10^{-6} s.

b) Razone cómo cambiaría la trayectoria descrita si la partícula incidente fuera un protón.

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg ; $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg

a) $T = 10^{-6}$ s



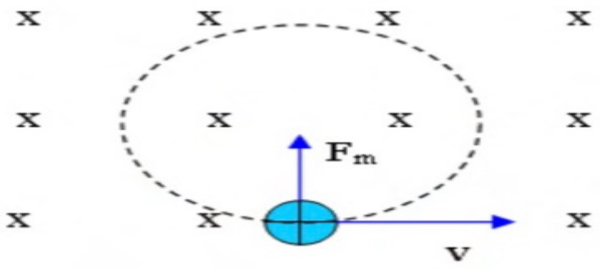
La fuerza magnética ejerce de fuerza centrípeta $F_{cent} = F_m$ sustituyendo obtenemos

$$m\frac{v^2}{r} = Q \cdot v \cdot B \quad \text{eliminando } v \text{ nos queda} \quad m\frac{v}{r} = Q \cdot B$$

como $v = \omega \cdot r$ sustituimos $m \cdot \omega = Q \cdot B$ como $\omega = \frac{2\pi}{T}$ nos queda $T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{Q \cdot B}$

despejamos $$B = \frac{2 \cdot \pi \cdot m_e}{Q \cdot T} = 3{,}57 \cdot 10^{-5}\ T$$

b)



En el ejemplo de las figuras (campo magnético perpendicular y entrante al papel) el electrón describe una trayectoria circular en sentido horario y el protón lo hace en sentido contrario (antihorario), para las mismas condiciones ($B = 3{,}57 \cdot 10^{-5}$ T) podemos calcular el periodo de giro del protón

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m_p}{Q \cdot B} = 1{,}87 \cdot 10^{-3}\ s$$

También cambiaría su radio.

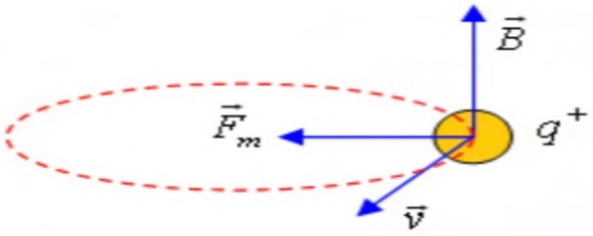
7- Una partícula con carga q y velocidad v penetra en un campo magnético perpendicular a la dirección de movimiento.

a) Analice el trabajo realizado por la fuerza magnética y la variación de energía cinética de la partícula.

b) Repita el apartado anterior en el caso de que la partícula se mueva en dirección paralela al campo y explique las diferencias entre ambos casos.

6.-

a) Cuando una partícula con carga q (consideremos que es positiva) y velocidad v penetra en un campo magnético perpendicular a la dirección de movimiento, esta describe una trayectoria circular porque la fuerza de Lorentz es, por definición, perpendicular a la velocidad y por lo tanto actúa de fuerza centrípeta



en estas condiciones dicha fuerza no realiza trabajo alguno sobre la partícula porque la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares (cos 90º = 0), tampoco cambia el módulo de la velocidad, solo cambia su dirección, por lo tanto la energía cinética de la partícula permanece constante.

Fco. González Funes

CAMPO MAGNÉTICO FCA 06 ANDALUCÍA

6.-

b) En el caso de que la partícula se mueva en dirección paralela al campo, la fuerza que actúa sobre una carga en movimiento viene dada por la fuerza de Lorentz

$$\vec{F}_m = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$\vec{v}$ y $\vec{B}$ forman un ángulo de 0º, por lo tanto no existe fuerza magnética (sen 0º = 0). En consecuencia no se realiza trabajo y no cambia la energía cinética.

8. a) Explique las experiencias de Öersted y comente cómo las cargas en movimiento originan campos magnéticos.
b) ¿En qué casos un campo magnético no ejerce ninguna fuerza sobre una partícula cargada? Razone la respuesta.

1.-a) En 1820 Öersted impartía clases de física en la universidad de Copenhague, mientras explicaba a sus alumnos la generación de calor por corrientes eléctricas, dejó casualmente una brújula debajo del hilo conductor. Cuando el circuito entró en funcionamiento, la brújula cambió de dirección y se orientó de forma perpendicular al hilo. Tantas veces repitió la prueba, tantas veces obtuvo el mismo resultado.

Öersted publicó sus observaciones en un documento, la conclusión era: "Una corriente eléctrica (cargas en movimiento) produce un campo magnético".

Cuando analizamos el campo eléctrico y el gravitatorio, centramos nuestra atención en el efecto que producen sobre ciertas partículas testigo (carga o masa en uno u otro caso) situadas en su seno. Este efecto se manifiesta en forma de fuerza que actúa sobre la entidad testigo.

El campo magnético lo definiremos según su acción sobre partículas cargadas en movimiento, por tanto el agente testigo de un campo magnético será una carga eléctrica en movimiento, ya que los campos magnéticos no ejercen influencia sobre cargas en reposo.

b) Sólo en dos casos, cuando la partícula esté en reposo, o bien cuando la partícula se mueva en dirección paralela al campo, como la fuerza que actúa sobre una carga en movimiento en el interior de un campo magnético viene dada por la fuerza de Lorentz

$$\vec{F}_m = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$\vec{v}$ y $\vec{B}$ forman un ángulo de 0º, por lo tanto no existe fuerza magnética (sen 0º = 0).

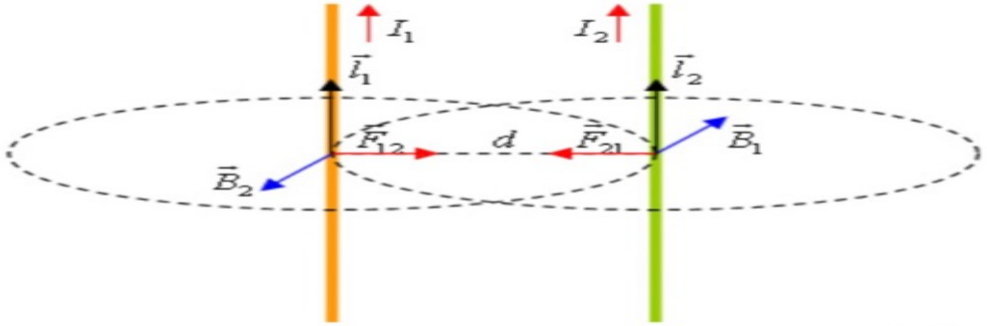
9) Dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos distan entre sí 1,5 cm. Por ellos circulan corrientes de igual intensidad y del mismo sentido.

a) Explique con la ayuda de un esquema la dirección y sentido del campo magnético creado por cada una de las corrientes y de la fuerza que actúa sobre cada conductor.

b) Calcule el valor de la intensidad de la corriente que circula por los conductores si la fuerza que uno de ellos ejerce sobre un trozo de 25 cm del otro es de 10^{-3} N.

$\mu_0 = 4\ \pi \cdot 10^{-7}\ N\ A^{-2}$

2.-a) El origen de las fuerzas que se ejercen ambos conductores está en la corriente eléctrica que circula por ellos, cada conductor crea un campo magnético a su alrededor que afecta al otro ejerciéndole una fuerza que viene dada por la expresión $\vec{F} = I\,\vec{l} \times \vec{B}$



para saber el sentido de la fuerza ($\vec{F}_{21}$) que ejerce el campo magnético creado por el conductor 1 ($\vec{B}_1$) sobre el conductor 2, hemos de multiplicar vectorialmente $\vec{l}_2$ (en el sentido de I_2) por $\vec{B}_1$, si hacemos lo mismo para la fuerza $\vec{F}_{12}$, vemos que son atractivas como se observa en la figura.

Fco. González Funes

CAMPO MAGNÉTICO FCA 08 ANDALUCÍA

2.-b) Ambas fuerzas son iguales y de sentido contrario y como las intensidades son iguales, su expresión es

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2 l}{d} \vec{u}_r$$

despejamos la intensidad y sustituimos

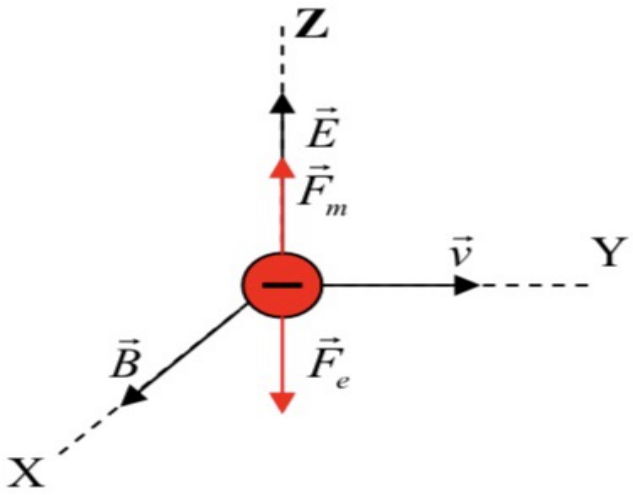
$$I = \sqrt{\frac{2\pi F d}{\mu_0 l}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 10^{-3}\ N \cdot 0,015\,m}{4\pi \cdot 10^{-7}\ NA^{-2} \cdot 0,25\,m}} = 17,3\,A$$

10) Un electrón entra con velocidad $\vec{v} = 10\,\vec{j}$ m s^{-1} en una región en la que existen un campo eléctrico, $\vec{E} = 20\,\vec{k}$ N C^{-1}, y un campo magnético, $\vec{B} = B_0\,\vec{i}$ T.

a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre el electrón en el instante en que entra en la región donde existen los campos eléctrico y magnético y explique las características del movimiento del electrón.

b) Calcule el valor de B_0 para que el movimiento del electrón sea rectilíneo y uniforme.

6.-a)



El movimiento del electrón dependerá de los valores de la fuerza magnética y de la fuerza eléctrica, que como vemos en el esquema son de la misma dirección pero de sentidos opuestos.

- En el caso en que $\vec{F}_m > \vec{F}_e$ la trayectoria será una rama parabólica hacia arriba (composición de dos movimientos perpendiculares, uno uniforme horizontal y otro uniformemente acelerado hacia arriba).
- En el caso en que $\vec{F}_e > \vec{F}_m$ la trayectoria será una rama parabólica hacia abajo. (composición de dos movimientos perpendiculares, uno uniforme horizontal y otro uniformemente acelerado hacia abajo).
- En el caso en que $\vec{F}_e = \vec{F}_m$ la trayectoria será rectilínea y el movimiento uniforme (a=0)

b) Para que el movimiento del electrón sea rectilíneo y uniforme, como hemos visto en el apartado anterior, los módulos de la fuerza eléctrica y magnética han de ser iguales

$$QE = Q\,vB_0 \qquad B_0 = \frac{E}{v} = \frac{20\,NC^{-1}}{10\,ms^{-1}} = 2\,T$$

11 Un protón tiene una energía cinética de $2 \cdot 10^{-12}$ J y se mueve en una región en la que existe un campo magnético de 0,6 T, en dirección perpendicular a su velocidad.

a) Razone con ayuda de un esquema la trayectoria del protón y calcule el periodo de su movimiento.

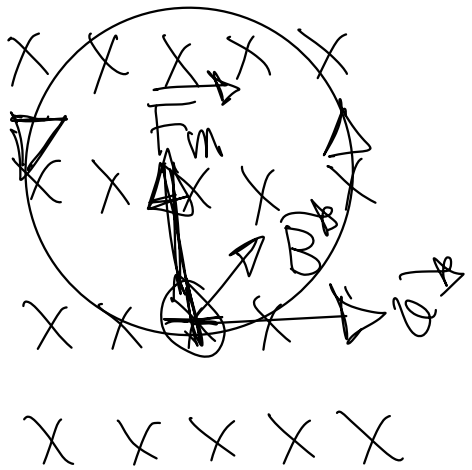
b) ¿Cómo variarían las características de su movimiento si la energía cinética se redujera a la mitad?

$m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

SOL: a) $T = 1{,}1 \cdot 10^{-7}$ s

b) $r' = r/\sqrt{2}$; $T' = T$

a) → Razonar la trayectoria (ver teoría)



$F_m = F_n$; $\sin 90 = 1$.

$q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90 = m_p \frac{v^2}{r}$ (2)

$q \cdot B = m_p \frac{2\pi r / T}{r}$

$T = \frac{m_p \cdot 2\pi}{q \cdot B}$

$T = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot 2\pi}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}6}$

$T = 1{,}11 \cdot 10^{-7}$ s.

Su periodo no cambiaría (no influye v)

b) Seguiría siendo M.C.U.

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$

$v' = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{2E_c}{m}}$

$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

$v' = \frac{v}{\sqrt{2}}$

Su velocidad se reduciría en esa proporción y su radio también $r' = \frac{r}{\sqrt{2}}$

$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$

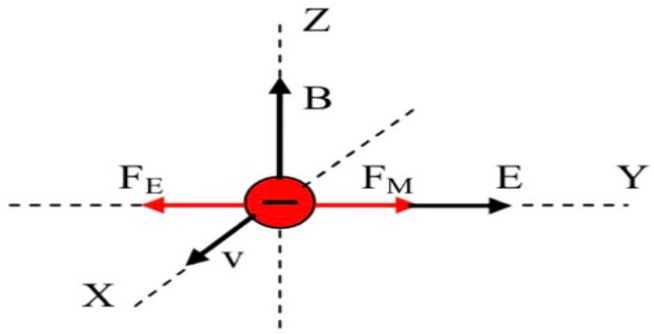
12. Un electrón se mueve con velocidad $\mathbf{v} = 200\,\mathbf{i}$ m s^{-1} en una región en la que existen un campo eléctrico $\mathbf{E} = 100\,\mathbf{j}$ V m^{-1} y un campo magnético $\mathbf{B}$

a) Explique con ayuda de un esquema la dirección del campo magnético y calcule su intensidad.

b) En un instante dado, se suprime el campo eléctrico. Razone cuál sería la nueva trayectoria del electrón e indique en un esquema el sentido en que se mueve.

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

1.- a) Como el electrón mantiene su velocidad constante, la fuerza resultante que actúa sobre él ha de ser cero, lo que significa que las fuerzas magnética y eléctrica han de anularse, para lo cual han de tener el mismo módulo y dirección, y sentidos opuestos, en consecuencia el campo magnético ha de ser perpendicular al campo eléctrico y a la velocidad, es decir ha de ir en el sentido positivo del eje Z como se ve en la figura

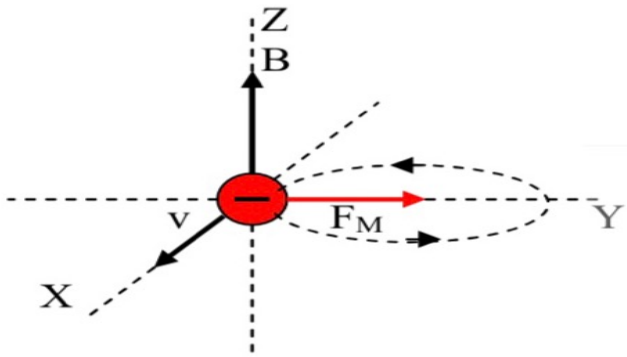


Calculamos el módulo de B igualando $F_M = F_E$

$$qvB = qE \qquad B = \frac{E}{v} = \frac{100\,Vm^{-1}}{200\,ms^{-1}} = 0,5\,T$$

por lo tanto el vector campo magnético será $\vec{B} = 0,5\,\vec{k}\,T$

b) Al suprimir el campo eléctrico, sobre el electrón sólo actúa la fuerza magnética que como sabemos es centrípeta y hace al electrón describir una trayectoria circular en el plano XY en sentido antihorario visto desde arriba.



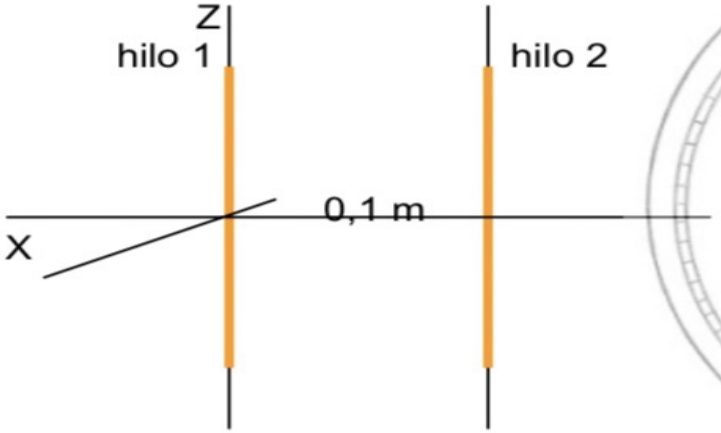
13

Considere los dos hilos conductores rectilíneos e indefinidos mostrados en la figura. Por el hilo 1 circula una corriente de intensidad $I_1 = 10$ A dirigida en el sentido positivo del eje Z.

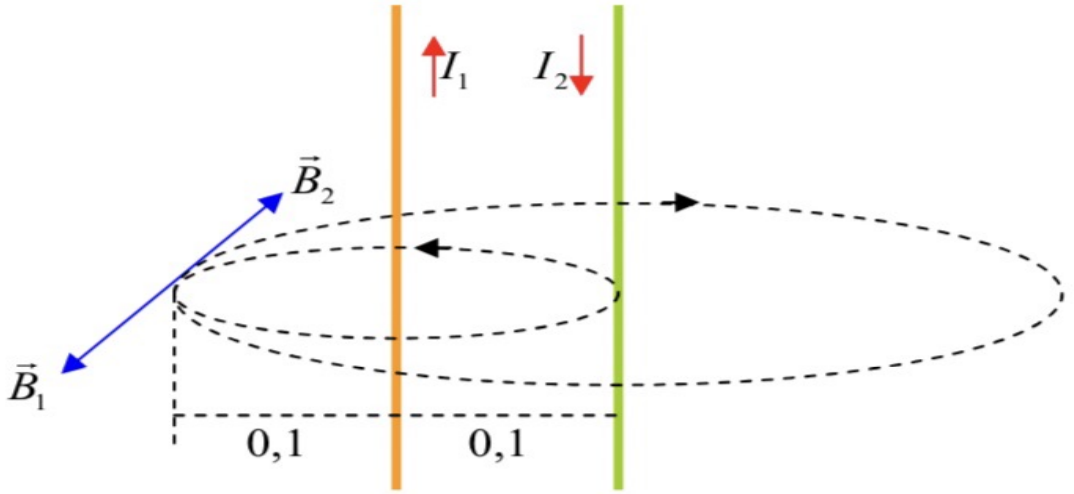
a) Determine el sentido de la corriente en el hilo 2 y el valor de su intensidad si el campo magnético es cero en un punto del eje Y situado 0,1 m a la izquierda del hilo 1.

b) Razone cuál sería el campo magnético en un punto del eje Y situado 0,1m a la derecha del hilo 2, si por éste circulara una corriente del mismo valor y sentido que por el hilo 1.

$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}



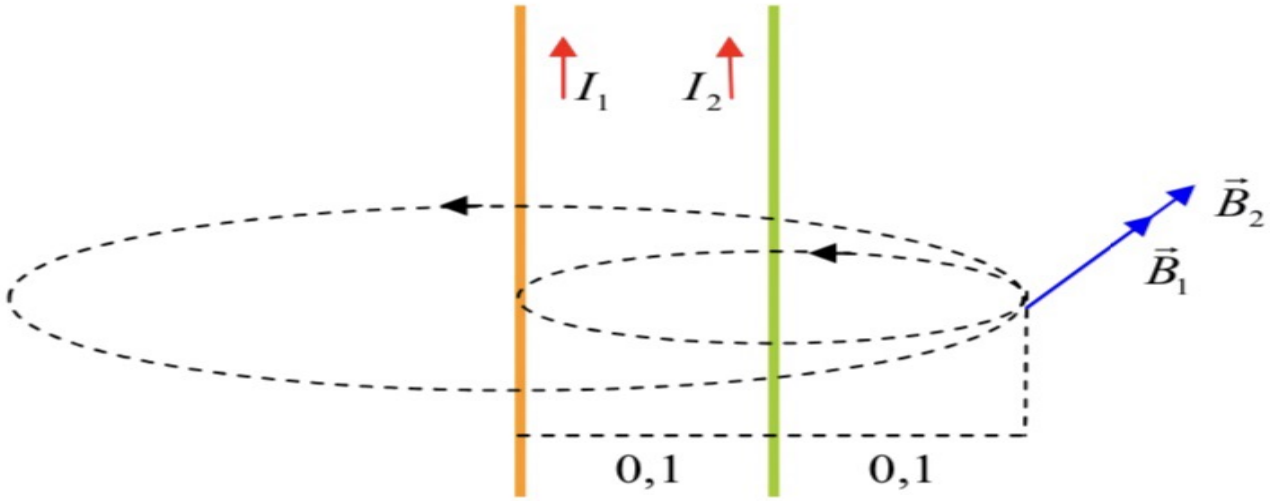
4.- a) Para que el campo magnético sea cero en el punto señalado, han de anularse los campos creados por los conductores 1 y 2 , por lo tanto han de tener el mismo módulo y sentidos opuestos, ello se consigue haciendo circular la corriente eléctrica en el hilo 2 en sentido contrario que en el hilo 1, es decir hacia abajo como se explica en el siguiente esquema



aplicamos la igualdad de módulos $B_1 = B_2$

$$\frac{\mu_o I_1}{2\pi \cdot 0,1} = \frac{\mu_o I_2}{2\pi \cdot 0,2} \qquad I_2 = \frac{0,2}{0,1} I_1 = 2I_1 = 20\ A$$

4.- b) Realizamos el esquema para la nueva situación



calculamos los campos magnéticos 1 y 2

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi \cdot 0,2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0,2} = 10^{-5}\, T \qquad \vec{B}_1 = -10^{-5}\vec{i}\, T$$

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi \cdot 0,1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 0,1} = 2 \cdot 10^{-5}\, T \qquad \vec{B}_2 = -2 \cdot 10^{-5}\vec{i}\, T$$

calculamos el campo total

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -3 \cdot 10^{-5}\vec{i}\, T$$

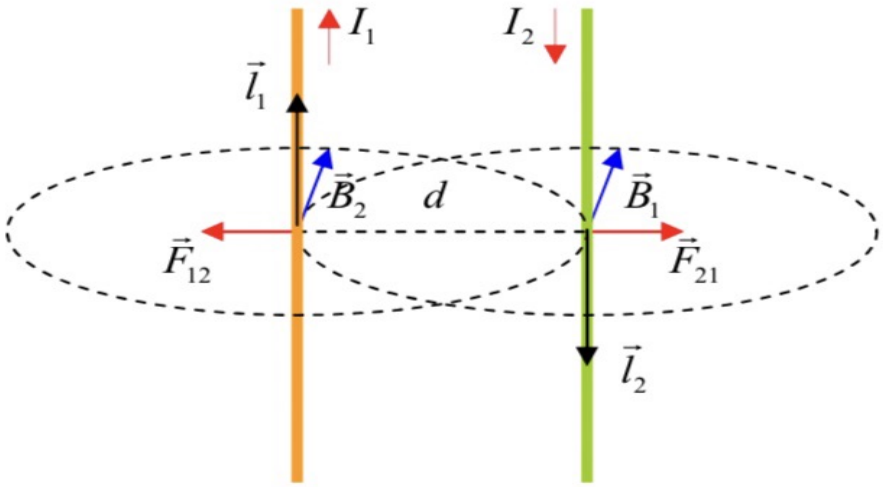
14. Dos conductores rectilíneos, largos y paralelos están separados 5 m. Por ellos circulan corrientes de 5 A y 2 A en sentidos contrarios.

a) Dibuje en un esquema las fuerzas que se ejercen los dos conductores y calcule su valor por unidad de longitud.

b) Calcule la fuerza que ejercería el primero de los conductores sobre una carga de 10^{-6} C que se moviera paralelamente al conductor, a una distancia de 0,5 m de él, y con una velocidad de 100 m s^{-1} en el sentido de la corriente.

$\mu_0 = 4\ \pi \cdot 10^{-7}\ N\ A^{-2}$

3.- a)



El origen de las fuerzas que se ejercen ambos conductores está en la corriente eléctrica que circula por ellos, cada conductor crea un campo magnético a su alrededor que afecta al otro ejerciéndole una fuerza que viene dada por la expresión $\vec{F} = I\,\vec{l} \times \vec{B}$.

Para saber el sentido de la fuerza ($\vec{F}_{21}$) que ejerce el campo magnético creado por el conductor 1 ($\vec{B}_1$) sobre el conductor 2, hemos de multiplicar vectorialmente $\vec{l}_2$ (en el sentido de I_2) por $\vec{B}_1$, si hacemos lo mismo para la fuerza $\vec{F}_{12}$, vemos que son repulsivas, como se observa en la figura.

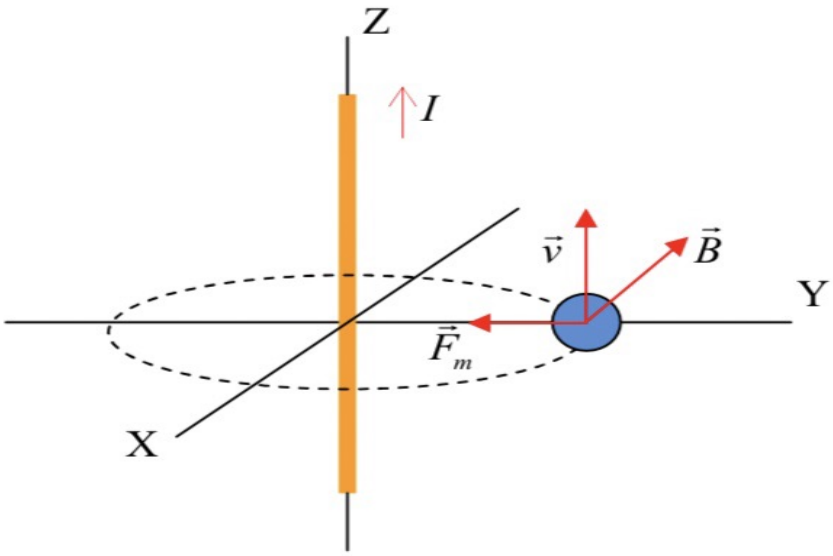
Ambas fuerzas son iguales y de sentido contrario y su expresión es

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 l}{d} \vec{u}_r$$

3.- a) (continuación) para calcular la fuerza que actúa sobre uno de los conductores por unidad de longitud despejamos de la ecuación anterior

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = 4 \cdot 10^{-7}\ N$$

3.- b)



calculamos primero el campo magnético creado por el conductor a los 5 cm de distancia

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ N \cdot A^{-2} \cdot 5\ A}{2\pi \cdot 0{,}5\ m} = 2 \cdot 10^{-6}\ T$$

aplicamos la ley de Lorentz para calcular la fuerza ejercida sobre el electrón

$$F_m = Q \cdot v \cdot B = 10^{-6}\ C \cdot 100\ ms^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ T = 2 \cdot 10^{-10}\ N$$

15 El flujo de un campo magnético que atraviesa cada espira de una bobina de 250 vueltas, entre t = 0 y t = 5 s, está dado por la expresión:

$$\Phi(t) = 3 \cdot 10^{-3} + 15 \cdot 10^{-3}\, t^2 \text{ (S.I.)}$$

a) Deduzca la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la bobina en ese intervalo de tiempo y calcule su valor para t = 5 s.

b) A partir del instante t = 5 s el flujo magnético comienza a disminuir linealmente hasta anularse en t = 10 s. Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en la bobina en función del tiempo, entre t = 0 y t = 10 s.

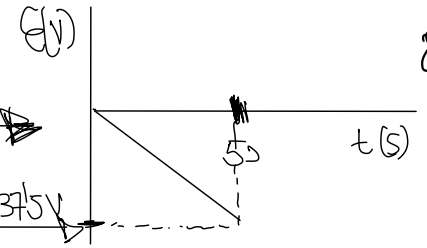
SOL: a) $\varepsilon(t) = -\,7{,}5t$ V; $\varepsilon = -\,37{,}5$ V.

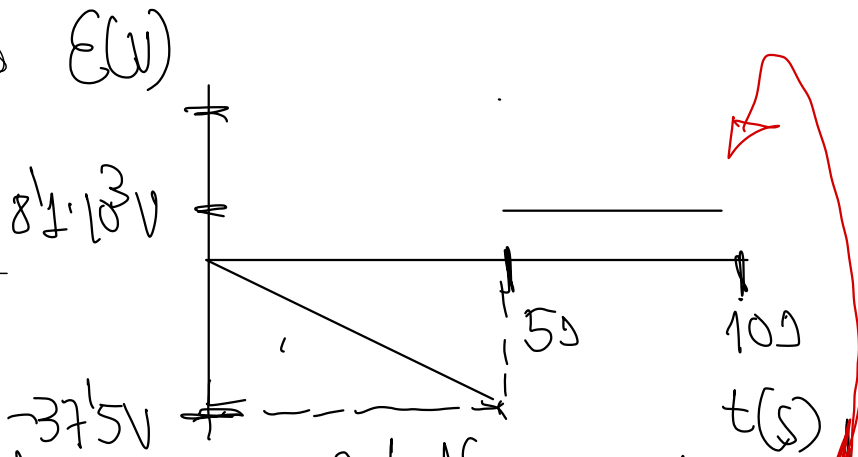
a) $\Phi(t) = 3\cdot10^{-3} + 15\cdot10^{-3}t^2$ ⇒ el flujo es por cada espira así que cuando aplique la ley de Faraday multiplicaré por el nº de espiras

$\varepsilon = -N\cdot\frac{d\Phi}{dt} = -\left[250\cdot(30\cdot10^{-3}t)\right] = -7{,}5t\ (V)$

$\boxed{\varepsilon(t) = -7{,}5t\ (V)}$ FUNCIÓN A REPRESENTAR.

$\varepsilon(t=5) = -37{,}5$ V.



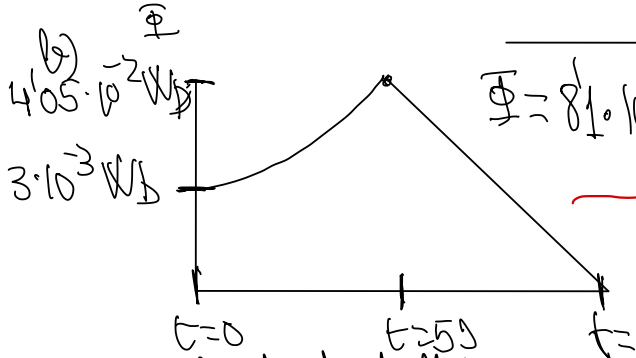


f.e.m media e instantánea coinciden aquí

b) Mejor vertlo por la f.e.m inducida media

$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{(0 - 4'05\cdot10^{-2})}{10-5} = 8'1\cdot10^{-3}$ V

b)



$\Phi = 8'1\cdot10^{-3}\cdot(10-t) = 8'1\cdot10^{-2} - 8'1\cdot10^{-3}t$

$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = 8'1\cdot10^{-3}$ V

Al disminuir linealmente el flujo y tener una función lineal de t, derivando sale ε independiente del tiempo

$\Phi_{inicial} = 3\cdot10^{-3} + 1'5\cdot10^{-3}\cdot5^2 = 4'05\cdot10^{-2}$ Wb → $\Phi_{final} = 0$

16. a) Enuncie la ley de la inducción electromagnética.

b) Describa cómo podría generarse una corriente eléctrica en una espira.

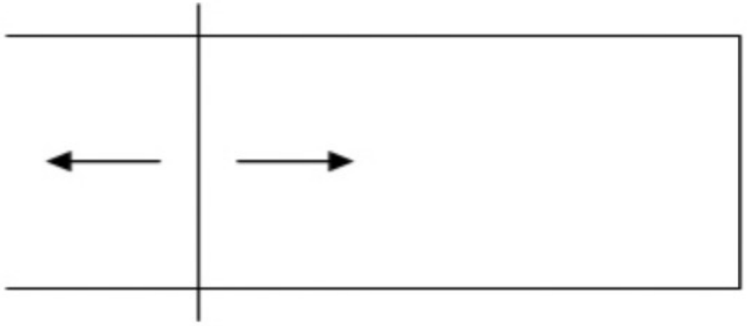
1. –

a) Ver teoría (Ley de Faraday).

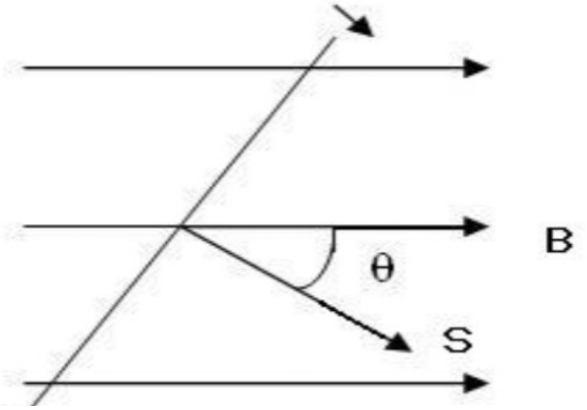
b) La corriente eléctrica es inducida en la espira por la variación del flujo magnético que la atraviesa, como

$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

la variación de flujo se consigue de varias formas:
-Variando B (intensificándolo o debilitándolo)
-Variando S (fabricando una espira con un lado móvil)



-Variando θ (haciendo girar la espira)





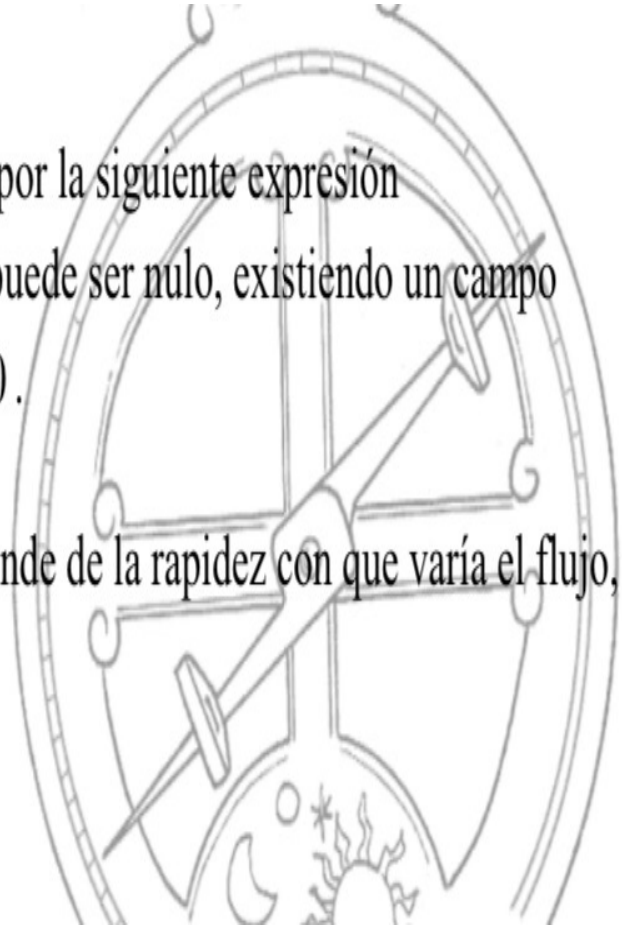
17

2. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:

a) Si no existe flujo magnético a través de una superficie, ¿puede asegurarse que no existe campo magnético en esa región?

b) La fuerza electromotriz inducida en una espira, ¿es más grande cuanto mayor sea el flujo magnético que la atraviesa?

2. –



a) No puede asegurarse, el flujo viene dado por la siguiente expresión $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$ por lo tanto el flujo puede ser nulo, existiendo un campo magnético, cuando $\theta = 90^o$ ya que $\cos 90^o = 0$.

b) No, la fuerza electromotriz inducida depende de la rapidez con que varía el flujo, no del valor de este

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

18

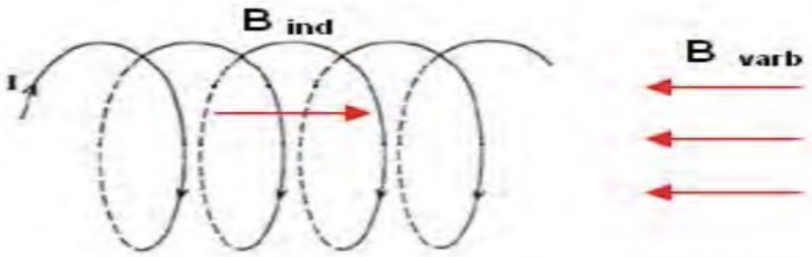
8.- Sea un solenoide de sección transversal $4 \cdot 10^{-4}\ m^2$ y 100 espiras. En el instante inicial se aplica un campo magnético, perpendicular a su sección transversal, cuya intensidad varía con el tiempo según $B = 2\,t + 1$ T, que se suprime a partir del instante $t = 5$ s.

a) Explique qué ocurre en el solenoide y represente el flujo magnético a través del solenoide en función del tiempo.

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en el solenoide en los instantes $t = 3$ s y $t = 10$ s.

2.- $S = 4 \cdot 10^{-4}\ m^2$ $N = 100$ espiras $B = 2t + 1\ T$

a)

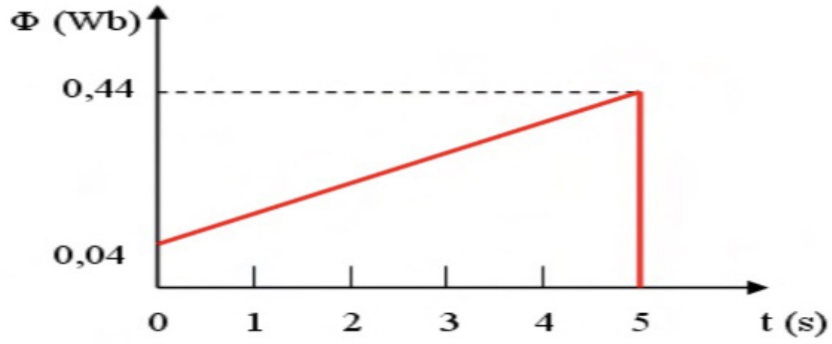


como el campo magnético variable aumenta con el tiempo, también lo hace el flujo magnético que atraviesa el solenoide, por lo tanto se induce en este una corriente eléctrica en el sentido de la figura, que crea un campo magnético inducido que se opone a dicho aumento.

Para representar el flujo magnético en función del tiempo, lo calculamos para los instantes t = 0 y t = 5 s y como es lineal, los unimos mediante una recta

$$\Phi_m(t=0) = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot B \cdot S \cdot \cos 0^o = 100\,esp \cdot 1T \cdot 4 \cdot 10^{-4}\ m^2 = 0,04\,Wb$$

$$\Phi_m(t=5) = 100\,esp \cdot 11T \cdot 4 \cdot 10^{-4}\ m^2 = 0,44\,Wb$$



como el campo magnético se suprime a partir del instante t = 5 s, el flujo desciende a cero.

2.-

b) Como es B el que varía con el tiempo, podemos calcular la fuerza electromotriz de la siguiente manera

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = -N\frac{d\left(B\cdot S\right)}{dt} = -N\cdot S\frac{dB}{dt} = -100\,esp\cdot 4\cdot 10^{-4}\,m^2\cdot 2\frac{Wb}{s} = -0,08\,V$$

como observamos durante los primeros cinco segundos, la fuerza electromotriz no depende del tiempo, es constante.

A los diez segundos, es cero el campo, también el flujo y por lo tanto no hay fuerza electromotriz inducida.

19. Cuando una espira circular, situada en un campo magnético uniforme de 2 T, gira con velocidad angular constante en torno a uno de sus diámetros perpendicular al campo, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon\ (t) = -10\ \text{sen}\ (20\ t)\ \text{(S.I.)}$$

a) Deduzca la expresión de la f.e.m. inducida en una espira que gira en las condiciones descritas y calcule el diámetro de la espira y su periodo de revolución.

b) Explique cómo variarían el periodo de revolución y la f.e.m. si la velocidad angular fuese la mitad.

1.- B = 2 T ε (t) = -10 sen (20 t) (S.I.)

a) Al girar periódicamente la espira con una velocidad angular ω, el ángulo girado será función de dicha velocidad angular, según la expresión $\theta = \omega \cdot t$. De este modo podemos expresar el flujo magnético en un instante dado de la siguiente forma:

$$\Phi_m = BS\cos\theta = BS\cos\omega t$$

así pues, la fuerza electromotriz inducida al girar la espira será:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = BS\omega\, sen\,\omega t = \varepsilon_0\, sen\,\omega t$$

siendo ε_0 el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida se obtiene cuando sen ωt = 1

$$\varepsilon_0 = BS\,\omega$$

comparando la expresión de la fuerza electromotriz con los datos del problema sacamos las siguientes conclusiones $\omega = 20$ rad s^{-1} y que $\varepsilon_0 = 10$ V, despejando en la ecuación anterior obtenemos

$$S = \frac{\varepsilon_0}{B\cdot\omega} = \frac{10\,V}{2\,T\cdot 20\,rad\,s^{-1}} = 0,4\,m^2$$

como $S = \pi\cdot r^2$ $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0,357\,m$ $D = 2r = 0,714\,m$

calculamos el periodo de revolución

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,314\,s$$

b) Si la velocidad angular fuese la mitad el periodo sería el doble

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{10\,rad\,s^{-1}} = 0,628\,s$$

y la f.e.m. quedaría representada por la siguiente ecuación

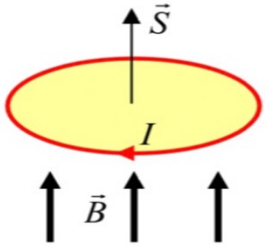
$$\varepsilon' = BS\,\omega'\,sen\,(\omega' t) = 2\,T\cdot 0,4\,m^2\cdot 10\,rad\,s^{-1} sen\,(10t)$$

$$\varepsilon_0 = 8\cdot sen(10t)$$

20. Una espira circular de 0,5 m de radio está situada en una región en la que existe un campo magnético perpendicular a su plano, cuya intensidad varia de 0,3 T a 0,4 T en 0,12 s.

a) Dibuje en un esquema la espira, el campo magnético y el sentido de la corriente inducida y explique sus características.

b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira y razone cómo cambiaría dicha fuerza electromotriz si la intensidad del campo disminuyese en lugar de aumentar.



Como vemos en la figura, la corriente inducida es de sentido horario, esto es debido a que al aumentar la intensidad del campo magnético en sentido vertical ascendente, aumenta el flujo magnético en el mismo sentido, con lo que según la ley de Lenz el sentido de la corriente inducida es tal que el campo magnético creado por dicha corriente tiende a oponerse a la variación del flujo magnético que la ha originado, es decir la corriente inducida ha de crear un campo magnético en sentido vertical descendente y para ello ha de girar en sentido horario.

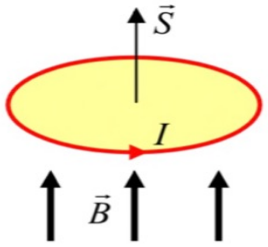
b) Como el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ forman un ángulo de 0º, por lo tanto

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos 0^{\circ} = BS$$

La fuerza electromotriz inducida se define como la rapidez con la que varía el flujo magnético, cambiada de signo

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = -\frac{S\Delta B}{\Delta t} = -\frac{\pi \cdot 0,5^2\, m^2 (0,4\,T - 0,3\,T)}{0,12\,s} = -0,65\,V$$

Si la intensidad del campo disminuyese en lugar de aumentar, la fuerza electromotriz cambiaría de signo, lo que significa que el sentido de la corriente inducida ahora sería antihorario como puede apreciarse en la siguiente figura



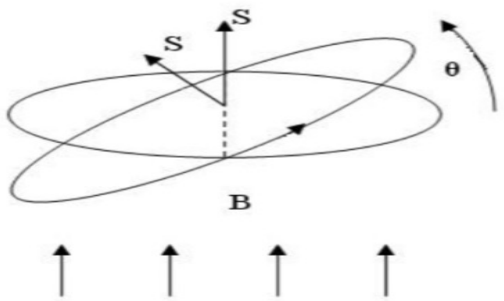


21 Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.

a) Dibuje en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes t=0 s y t=2 s e indique el valor máximo de dicho flujo.

b) Escriba la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo e indique su valor en el instante t=1 s.

1.- a) r = 0,05 m f = 60 rpm = 1 Hz B = 0,2 T



Como inicialmente los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son paralelos, no hay fase inicial, por lo tanto la expresión del ángulo en función del tiempo es $\theta = \omega \cdot t$ y como $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ nos queda $\theta = 2\pi f t$

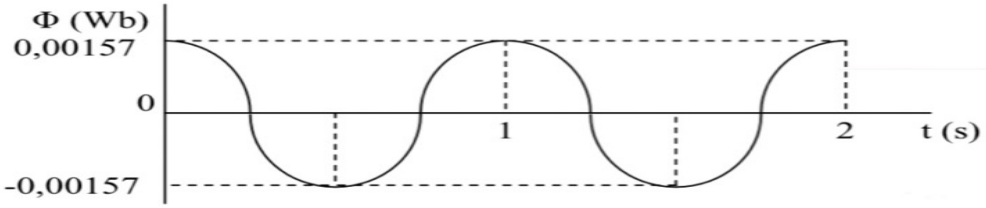
Al ser la espira circular $S = \pi \cdot r^2$ de esta manera nos queda la siguiente expresión para el flujo en función del tiempo

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot S \cdot \cos(\omega \cdot t) = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

sustituyendo los datos del ejercicio

$$\Phi = 1,57 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t) \ Wb$$

siendo su valor máximo (cos = 1) $\Phi_{max} = 1,57 \cdot 10^{-3} \ Wb$



b) para calcular la fuerza electromotriz inducida utilizamos la ley de Faraday

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = 1,57 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot sen(2\pi t) = 9,86 \cdot 10^{-3} \cdot sen(2\pi t) \ V$$

Para t = 1 s $\varepsilon_{ind} = 0$ ya que sen (2π) = 0

22. A una espira circular de 5 cm de radio, que descansa en el plano XY, se le aplica durante el intervalo de tiempo de t = 0 a t = 5 s un campo magnético $\vec{B} = 0{,}1\,t^2\,\vec{k}\ T$ donde t es el tiempo en segundos.

a) Calcule el flujo magnético que atraviesa la espira y represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) Razone cómo cambiaría la fuerza electromotriz inducida en la espira si: i) el campo magnético fuera $\vec{B} = (2 - 0{,}01\,t^2)\,\vec{k}\ T$; ii) la espira estuviera situada en el plano XZ.

1.- a) $r = 0{,}05$ m $\quad B = 0{,}1\ t^2$ T $\quad S = \pi r^2 = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ m^2

El flujo magnético se define como el producto escalar entre el campo magnético y el vector superficie de la espira

$$\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta$$

como el campo magnético es de dirección normal al plano de la espira $\theta = 0^\circ$ y por lo tanto $\cos\theta = 1$

$$\Phi_m = B \cdot S = 0{,}1t^2 \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\ Wb = 7{,}85 \cdot 10^{-3} t^2\ Wb$$

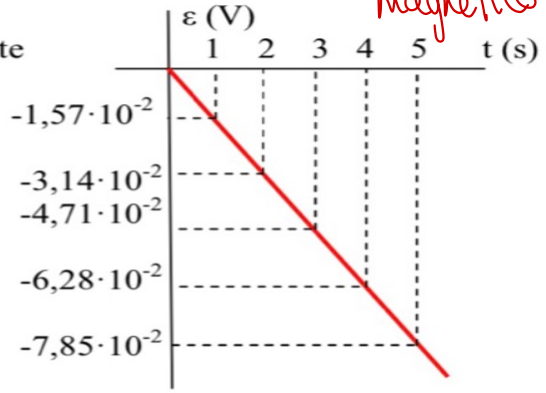
Calculamos primero la expresión de la f.e.m. en función del tiempo

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -1{,}57 \cdot 10^{-2} t\ V$$

Campo magnético creciente con el tiempo y flujo magnético también

realizamos la tabla y la gráfica correspondiente

t (s)	ε (V)
0	0
1	$-1{,}57 \cdot 10^{-2}$
2	$-3{,}14 \cdot 10^{-2}$
3	$-4{,}71 \cdot 10^{-2}$
4	$-6{,}28 \cdot 10^{-2}$
5	$-7{,}85 \cdot 10^{-2}$



b) i) Calculamos el nuevo flujo magnético ($\vec{B} = (2 - 0{,}01t^2)\vec{k}$ T), como el campo magnético es de dirección normal al plano de la espira $\theta = 0^\circ$ y por lo tanto $\cos\theta = 1$

$$\Phi_m = B \cdot S = (2 - 0{,}01t^2) \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\ Wb = 1{,}57 \cdot 10^{-2} - 7{,}85 \cdot 10^{-4} t^2\ Wb$$

Calculamos la nueva expresión de la f.e.m.

$\Phi = 1{,}57\,10^{-2} - 7{,}85 \cdot 10^{-4} t^2$ (Wb)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = +1{,}57 \cdot 10^{-3} t\ V$$

Campo magnético decreciente con el tiempo y flujo magnético también, por ello nos da una corriente inducida en sentido contrario que el anterior caso

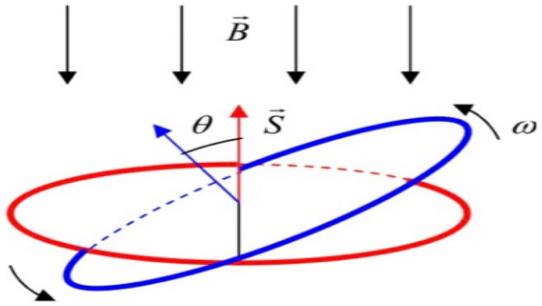
ii) Si la espira estuviera situada en el plano XZ, como el campo magnético es de la misma dirección que el plano de la espira, $\theta = 90^\circ$ y por lo tanto $\cos\theta = 0$, en consecuencia, el flujo magnético sería, constantemente, cero y no se induciría corriente eléctrica.

23 Una espira de 0,1 m de radio gira a 50 rpm alrededor de un diámetro en un campo magnético uniforme de 0,4 T y dirección perpendicular al diámetro. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.

a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor de la f.e.m. inducida.

b) Razone cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase la frecuencia de giro de la espira.

3.- a) $r = 0,1\ m$ $\omega = 50\,rpm = \frac{5}{3}\pi\,rad\,s^{-1}$ $B = 0,4\,T$



Como inicialmente los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son paralelos, no hay fase inicial, por lo tanto la expresión del ángulo en función del tiempo es $\theta = \omega \cdot t$.

Al ser la espira circular, $S = \pi \cdot r^2$, de esta manera nos queda la siguiente expresión para el flujo en función del tiempo

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

sustituyendo los datos del ejercicio

$$\Phi = 4 \cdot 10^{-3} \pi \cdot \cos\left(\frac{5}{3}\pi t\right)\ Wb$$

para calcular la fuerza electromotriz inducida utilizamos la ley de Faraday

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = 4 \cdot 10^{-3} \pi \cdot \frac{5}{3}\pi \cdot sen\left(\frac{5}{3}\pi t\right) = 6,67 \cdot 10^{-3} \pi^2 \cdot sen\left(\frac{5}{3}\pi t\right)\ V$$

b) La expresión del flujo es $\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\omega t)$, su valor es máximo cuando el coseno vale 1, por lo tanto, $\Phi_{max} = B \cdot S$, vemos que el flujo máximo no depende de la frecuencia de giro de la espira.

La expresión de la f.e.m. inducida es

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot sen(\omega t)$$

su valor es máximo cuando el coseno vale 1, por lo tanto, $\varepsilon_{ind\,max} = B \cdot S \cdot \omega$, en consecuencia, al duplicar la frecuencia de giro de la espira, se duplicaría la f.e.m. inducida.

24. Un protón, que se encuentra inicialmente en reposo, se acelera por medio de una diferencia de potencial de 6000 V. Posteriormente, penetra en una región del espacio donde existe un campo magnético de 0,5 T, perpendicular a su velocidad.

a) Calcule la velocidad del protón al entrar en el campo magnético y el radio de su trayectoria posterior.

b) ¿Cómo se modificarían los resultados del apartado a) si se tratara de una partícula alfa, cuya masa es aproximadamente cuatro veces la del protón y cuya carga es dos veces la del mismo?

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ; $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg

SOL: a) $v_p = 1{,}06 \cdot 10^{6}$ ms^{-1} y $r_p = 2{,}2$ cm.

b) $v_\alpha = 7{,}51 \cdot 10^{5}$ ms^{-1} y $r_\alpha = 3{,}2$ cm.

a) A → B → $\vec{v}$

$W_{A\to B} = \Delta E_{c\,A\to B}$

$e\cdot(V_A - V_B) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m v_0^2$ ($v_0 = 0$)

$v = \sqrt{\frac{2e(V_A - V_B)}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 6000}{1{,}7\cdot 10^{-27}}} = 1{,}06\cdot 10^{6}$ m/s



$F_m = F_n$

$e\,v\,B\cdot \operatorname{sen}90 = m\cdot\frac{v^2}{R}$

$R = \frac{m\cdot v}{e\cdot B} = \frac{1{,}7\cdot 10^{-27}\cdot 1{,}06\cdot 10^{6}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}5} = 0{,}02$ m

b) $v' = \sqrt{\frac{2}{4}\frac{e(V_A - V_B)}{m}} = \frac{v}{\sqrt{2}} = 7{,}5\cdot 10^{5}$ m/s

$R' = \frac{4\cdot m\cdot \frac{v}{\sqrt{2}}}{2e\cdot B} = 0{,}03$ m

25

Un imán recto que cae verticalmente con su cara norte hacia el suelo, pasa a través de una espira horizontal situada en su camino. Describa cualitativamente, con la ayuda de un esquema, el fenómeno físico que tiene lugar en la espira:

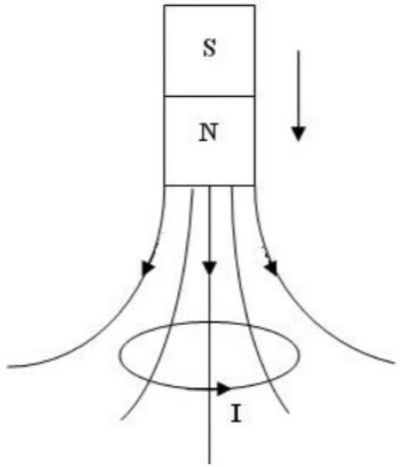
a) Mientras el imán esta cayendo hacia la espira.

b) Después de que el imán ha atravesado la espira y se aleja de ella.



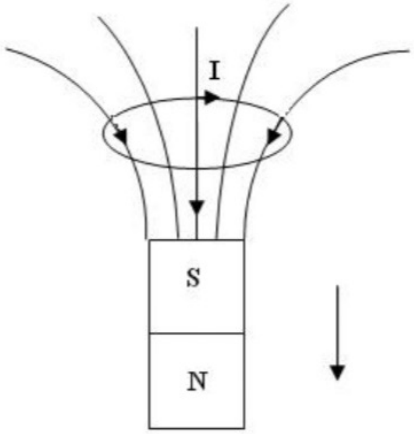
4. –

a)



Al caer, el flujo entrante (hacia abajo) aumenta. La f.e.m. inducida crea una intensidad que se opone al aumento antes mencionado, creando un flujo hacia arriba, por lo tanto la intensidad circula en sentido “antihorario”.

b)





Al alejarse, el flujo entrante (hacia abajo) disminuye. La intensidad inducida crea un flujo entrante que se opone a dicha variación, por lo tanto la intensidad circula en sentido “horario”.