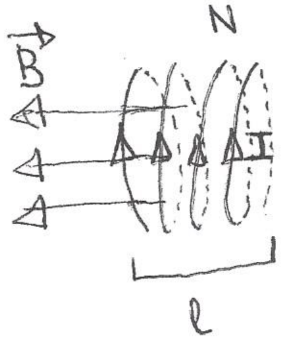
ANEXO ELECTROMAGNETISMO

CAMPO MAGNÉTICO PRODUCIDO EN EL INTERIOR DE UN SOLENOIDE



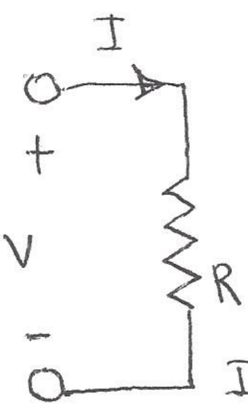
En el interior de un solenoide de longitud l y N espiras por donde circula una intensidad de corriente I, se crea un campo magnético uniforme $\vec{B}$ cuyas características son las siguientes:

- Módulo $\boxed{B = \mu_0 \cdot N \cdot \frac{I}{l}}$

B: T (S.I)
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$
I: A $\left(\frac{C}{s}\right)$ (SI)
l: m (S.I)

- Dirección: perpendicular al plano de las espiras.
- Sentido: regla del sacacorchos (como en la espira)

LEY DE OHM



$\boxed{I = \frac{V}{R}}$

$I \Rightarrow A\left(\frac{C}{s}\right)$
$V \Rightarrow$ Voltio (V)
$R \Rightarrow \Omega$ (ohmio)

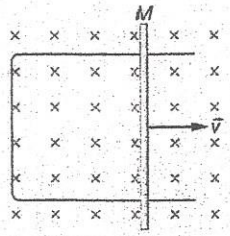
Esta ley nos dice que la intensidad I que circula por un conductor de electricidad es directamente proporcional a la diferencia de potencial e inversamente proporcional a la resistencia eléctrica a través del conductor.

1

a) Enuncia las leyes de Faraday y Lenz.

b) Sobre el conductor metálico en forma de C se puede desplazar la barra metálica M. Todo el conjunto se encuentra en un plano en presencia de un campo magnético uniforme de módulo B y dirección perpendicular al plano y entrante, como se observa en la figura. La barra se desliza con velocidad constante v, por lo que se induce una corriente en el circuito.

Di, razonando la respuesta, en qué sentido circula la corriente en el conductor.



a) La ley de Faraday-Henry y Lenz establece que la variación de flujo magnético que atraviesa un circuito crea una fuerza electromotriz inducida que es directamente proporcional a la rapidez de variación del flujo (Faraday).

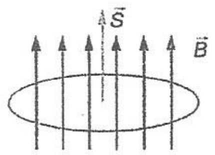
El sentido de la corriente es tal que se opone a la causa que la origina, de acuerdo con la ley de Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \; ; \; \varepsilon_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

El flujo magnético a través de una superficie S es el producto escalar del vector campo magnético, $\vec{B}$, por el vector superficie, $\vec{S}$:

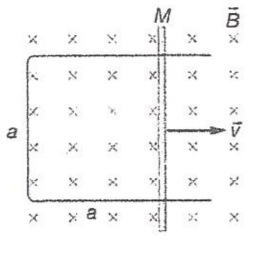
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

donde α es el ángulo formado por el vector campo magnético y el vector superficie. El vector superficie, $\vec{S}$, es un vector que tiene por módulo la superficie y es perpendicular a ella. El flujo magnético máximo se obtendrá cuando la superficie se encuentre situada perpendicular al campo:



$$\phi_{máx} = B \cdot S \cdot \cos 0° = B \cdot S$$

b) Al desplazar la barra metálica M sobre el conductor, aumenta la superficie atravesada por el campo magnético:



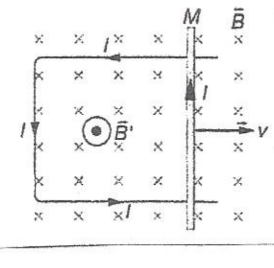
$$S = a \cdot (a + v \cdot t)$$

$$\phi = B \cdot a \cdot (a + v \cdot t) \cdot \cos 0° = B \cdot a^2 + B \cdot a \cdot v \cdot t$$

Al aumentar la superficie, aumenta el flujo magnético. Por tanto, al haber variación de flujo, se inducirá corriente en el circuito. La fuerza electromotriz inducida será proporcional a la velocidad v:

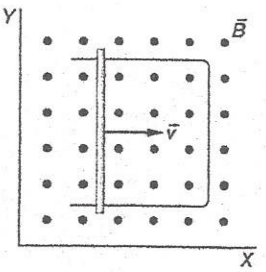
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d \cdot (B \cdot a^2 + B \cdot a \cdot v \cdot t)}{dt} = -B \cdot a \cdot v$$

Como al desplazar la barra metálica aumenta el flujo magnético, cada vez entran más líneas de fuerza a través de la superficie. De acuerdo con la ley de Lenz, la corriente generada ha de ser tal que se oponga a la causa que la crea; es decir, la corriente generada debe ser tal que genere un campo magnético, $\vec{B}'$, saliente para compensar el aumento del entrante:



2

Una varilla metálica de 1 m de longitud se desplaza con una velocidad constante $v = 2 \cdot \vec{i}$ m/s, sobre un alambre metálico doblado en forma de U paralelo al plano XY. En la región hay definido un campo magnético $\vec{B} = 0{,}4 \cdot \vec{k}$ (T) perpendicular al plano XY, según se indica en la figura adjunta. ¿Cuánto vale la *f.e.m.* inducida en el circuito?



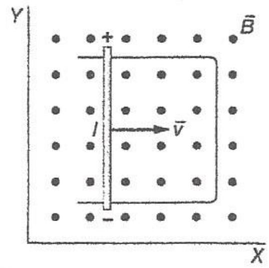
Simultáneamente a los experimentos de Faraday, Henry descubrió que cuando un conductor de longitud l se mueve perpendicularmente a sí mismo y a un campo magnético, se crea una diferencia de potencial en los extremos del conductor. Si se cierra el circuito, esa diferencia de potencial origina una corriente.

La fuerza electromotriz creada en los extremos del conductor de longitud l que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en el seno de un campo magnético $\vec{B}$ viene dada por:

$$\varepsilon = \Delta V = B \cdot l \cdot v \cdot sen\,(\vec{v}, \vec{B})$$

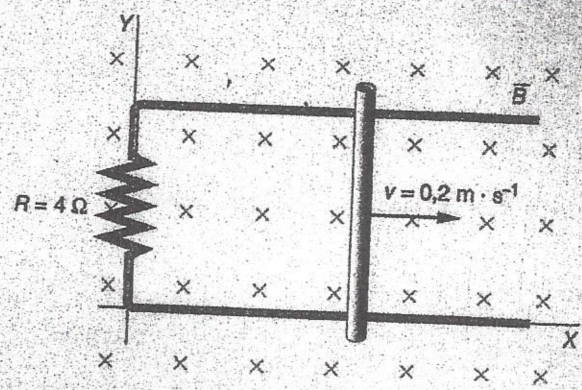
En este caso, la velocidad, $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i}$, es perpendicular al campo magnético, $\vec{B} = 0{,}4\,\vec{k}$; por tanto, *sen* 90° = 1. El valor de la fuerza electromotriz inducida en el circuito será:

$$\Delta V \equiv \varepsilon = 0{,}4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 0{,}8 \text{ V}$$



3

Una varilla conductora desliza sin rozamiento con una velocidad de $0{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sobre unos raíles también conductores separados 2 cm, tal y como se indica en la figura. El sistema se encuentra en el seno de un campo magnético constante de 5 mT, perpendicular y entrante al plano definido por la varilla y los raíles. Sabiendo que la resistencia del sistema es de 4 Ω, determina:



a) El flujo magnético en función del tiempo a través del circuito formado por la varilla y los raíles, y el valor de la fuerza electromotriz inducida en la varilla.

b) La intensidad y el sentido de la corriente eléctrica inducida.

a) La ley de Faraday-Henry y Lenz establece que la variación de flujo magnético que atraviesa un circuito crea una fuerza electromotriz inducida que es directamente proporcional a la rapidez de variación del flujo (Faraday). El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la origina (Lenz):

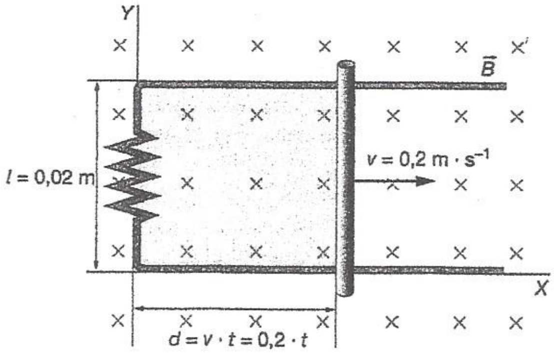
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad ; \quad \varepsilon_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

El flujo magnético a través de una superficie S es el producto escalar del vector campo magnético, $\vec{B}$, por el vector superficie, $\vec{S}$:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha$$

Donde α es el ángulo formado por el vector campo magnético y el vector superficie. El vector superficie es un vector que tiene por módulo la superficie y es perpendicular a ella.

En el caso del problema, el campo magnético es constante y perpendicular a la superficie ($\cos 90° = 1$). La superficie va variando con el tiempo; su valor es:



$$S = \text{lado} \cdot \text{lado}$$
$$S = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}2 \cdot t =$$
$$= 4 \cdot 10^{-3} \cdot t \text{ m}^2$$

El valor del flujo magnético a través de la superficie será:

$$\phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot t \cdot 1 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot t \text{ Wb}$$

La fuerza electromotriz inducida en el circuito será:

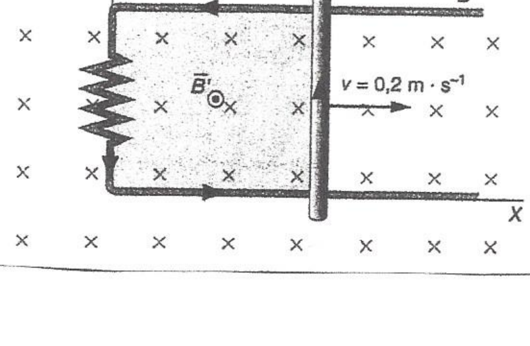
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -2 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

---

b) Aplicando la ley de Ohm, se tiene la intensidad que circula por el circuito:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \quad \rightarrow \quad I = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{4} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

El sentido de la corriente inducida ha de ser tal que se oponga al fenómeno que la crea. Al desplazarse la varilla conductora cada vez entran más líneas de campo en el circuito perpendiculares al papel hacia abajo; la corriente inducida ha de tener un sentido tal que el campo creado por ella sea hacia arriba. Para ello, según la regla de la mano derecha, la corriente debe circular en el sentido dibujado en la figura siguiente:



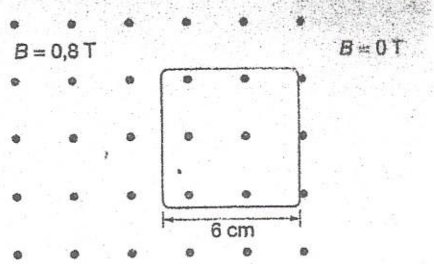
4

Una espira cuadrada de 6 cm de lado está en el interior de un campo magnético uniforme (véase la figura en la página siguiente). Sabiendo que el valor del campo magnético B (perpendicular al papel y dirigido hacia afuera) es de 0,8 T, determina el valor de la f.e.m. inducida e indica el sentido de la corriente en la espira en los siguientes casos:

a) El valor del campo magnético se duplica en 4 segundos.

b) El campo magnético cambia de sentido en 2 segundos.

c) La espira se mueve hacia la derecha con una velocidad de 2 cm/s durante 1 s.



La ley de Faraday-Henry establece que la variación de flujo magnético que atraviesa una espira crea en esta una fuerza electromotriz inducida que es directamente proporcional a la rapidez de variación del flujo:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \ ; \ \varepsilon_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

El signo negativo indica que el sentido de la corriente es tal que se opone a la causa que la origina (ley de Lenz).

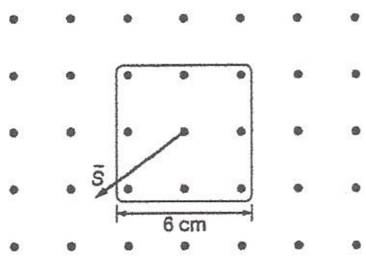
El flujo magnético, ϕ, a través de una superficie, es el producto escalar del vector campo, $\vec{B}$, por el vector superficie, $\vec{S}$, cuyo módulo es el valor de la superficie, y cuya dirección es perpendicular a ella:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot cos\ \varphi$$

donde φ es el ángulo que forman $\vec{B}$ y $\vec{S}$.

a) Inicialmente, la espira está colocada perpendicularmente al campo magnético. Por tanto, los vectores forman un ángulo de 0°, como se indica en la figura, y el flujo magnético vale:

$$\phi_0 = B \cdot S \cdot cos\ \varphi = 0{,}8 \cdot 0{,}06^2 \cdot cos\ 0° = 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$



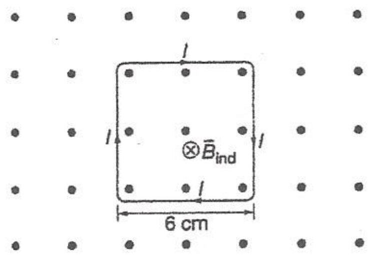
El flujo magnético al cabo de 4 s será:

$$\phi\,(t = 4s) = B \cdot S \cdot cos\ \varphi = 1{,}6 \cdot 0{,}06^2 \cdot cos\ 0° = 5{,}76 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

El valor de la f.e.m inducida en la espira será, entonces:

$$\varepsilon_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{5{,}76 \cdot 10^{-3} - 2{,}88 \cdot 10^{-3}}{4} = -7{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{V}$$

El sentido de la corriente inducida viene dado por la ley de Lenz; de acuerdo con ella, dicho sentido se opone a la causa que origina la corriente indicada. En este caso, a medida que transcurre el tiempo, el campo magnético se duplica y, por tanto, el flujo magnético crece. Por ello, se crea una corriente inducida en la espira. Esta corriente inducida crea un campo magnético inducido de sentido contrario al existente; al aplicar la regla de la mano derecha para las espiras, se determina el sentido de la corriente inducida, que resulta ser horario.



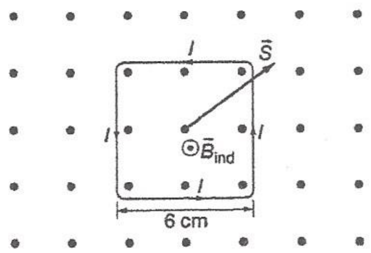
b) Si el campo magnético cambia de sentido, varía el ángulo que forman $\vec{B}$ y $\vec{S}$, y, por tanto, variará el flujo magnético, que será:

$$\phi(t = 2\text{s}) = B \cdot S \cdot cos\ \varphi = 0{,}8 \cdot 0{,}6^2 \cdot cos\ 180° = -2{,}88 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

El valor de la f.e.m inducida en la espira será, entonces:

$$\varepsilon_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{-2{,}88 \cdot 10^{-3} - 2{,}88 \cdot 10^{-3}}{2} = 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ \text{V}$$

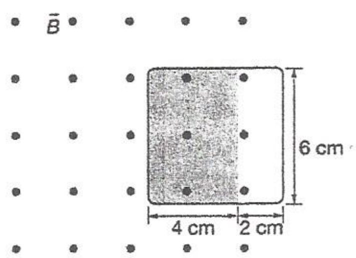
En este caso, a medida que transcurre el tiempo, el flujo magnético disminuye. Por ello, se induce una corriente en la espira que creará un campo magnético inducido de igual sentido al existente; aplicando la regla de la mano derecha, se determina que el sentido de la corriente inducida es antihorario.



c) En este caso, el flujo varía porque cambia el área de la espira que se encuentra en el interior del campo magnético.

Al cabo de 1 segundo, la espira se habrá desplazado fuera del campo magnético 2 cm. Por tanto, el área de la espira en el interior del campo será:

$$S = 6 \cdot (6 - 2) = 24\ \text{cm}^2$$



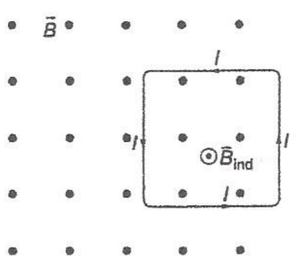
El flujo magnético valdrá, entonces:

$$\phi(t = 1\text{s}) = B \cdot S \cdot cos\ \varphi = 0{,}8 \cdot 0{,}0024 \cdot cos\ 0° = 1{,}92 \cdot 10^{-3}\ \text{Wb}$$

El valor de la f.e.m inducida en la espira será:

$$\varepsilon_m = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{1{,}92 \cdot 10^{-3} - 2{,}88 \cdot 10^{-3}}{1} = 9{,}6 \cdot 10^{-4}\ \text{V}$$

A medida que transcurre el tiempo, el flujo magnético disminuye. Por ello, se induce una corriente en la espira que creará un campo magnético inducido de igual sentido al existente; aplicando la regla de la mano derecha, se determina que el sentido de la corriente inducida es antihorario.



5

a) Una corriente uniforme circula por una espira circular. Representa en un dibujo las líneas del campo magnético generado por dicha corriente. *(1 punto)*

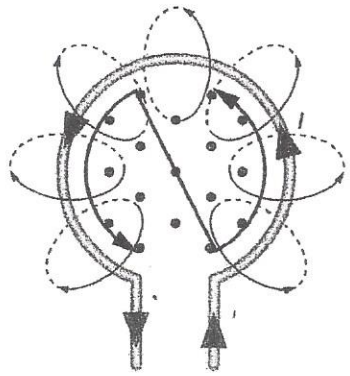
b) Un solenoide tiene 100 espiras, su longitud es 30 cm y su diámetro, 4 cm. Si por él circula una corriente de intensidad 2 A, determina el campo magnético en su interior. *(1 punto)*

a) El módulo del campo magnético creado por una corriente circular en su centro es:

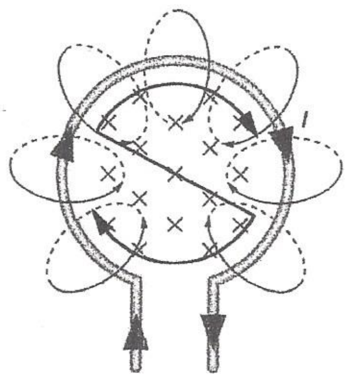
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R}$$

La dirección es la del eje de la espira (eje perpendicular al plano de la espira por su centro) y su sentido viene indicado por la regla del sacacorchos; esto es, el sentido de avance de un sacacorchos que gira en el mismo sentido que la corriente.

Con la regla de la mano derecha podemos dibujar las líneas de campo (si los dedos señalan el sentido en el que circula la corriente, el pulgar indica el sentido del campo magnético creado por dicha corriente). Si la corriente circula en sentido antihorario, diremos que la espira muestra su cara norte y en caso contrario, la sur.



Sentido antihorario
(polo norte)



Sentido horario
(polo sur)

Observa que las letras N y S sirven de regla nemotécnica para reconocer las caras de la espira. La espira se comporta como un imán.

b) El campo magnético en el interior del solenoide se calcula a partir de la expresión:

$$B = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot I}{L}$$

Donde I es la intensidad de la corriente que circula por el solenoide; N, el número total de espiras; L, su longitud y μ_0, la permeabilidad magnética en el vacío.

Sustituyendo valores en la expresión anterior, se obtiene el campo magnético en el interior del solenoide:

$$B = \frac{N \cdot \mu_0 \cdot I}{L} = \frac{100 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{0,3} = 8,38 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{T}$$

6

El *Large Hadron Collider* (LHC) del CERN es un enorme acelerador de partículas en el que se llevan a cabo experimentos de física de partículas. Uno de ellos ha permitido demostrar en 2012 la existencia del bosón de Higgs.

1 En el LHC se generan campos magnéticos de 2 T mediante un solenoide de 5,3 m de longitud por el que circula una corriente de 7 700 A:

a) ¿Cuántos electrones circulan cada segundo por el cable del solenoide? *(1 punto)*

b) Calcula la fuerza que experimenta un electrón que entra al acelerador a 1 m/s perpendicularmente al campo magnético. *(1 punto)*

c) Obtén el número de espiras que contiene el solenoide. *(1 punto)*

Datos: $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ T · m /A

a) La intensidad de la corriente eléctrica mide la carga que circula por un conductor cada segundo:

$$I = \frac{Q}{t} \quad ; \quad \text{Amperio (A)} = \frac{\text{Culombio (C)}}{\text{segundo (s)}}$$

Como cada electrón tiene una carga de $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, el número de electrones que hay en 7 700 C son:

$$7\,700 \text{ C} = n_e \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{C}}{e^-} \quad ; \quad n_e = \frac{7\,700}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4{,}8 \cdot 10^{22}\, e^-$$

Por tanto, cada segundo circulan por el solenoide $4{,}8 \cdot 10^{22}$ electrones.

b) Cuando una carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ penetra en el seno de un campo magnético $\vec{B}$, aparece sobre ella una fuerza $\vec{F}$ llamada fuerza de Lorentz, que se corresponde con la siguiente expresión:

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

El módulo de esta fuerza es:

$$|\vec{F}| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot sen\,(\vec{v}, \vec{B})$$

Sustituyendo valores, se obtiene la fuerza sobre cada electrón que entra al solenoide con una velocidad de 1 m/s perpendicular al campo magnético:

$$|\vec{F}| = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 2 \cdot sen\,90° = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\, \cancel{T}\ \text{N}$$

c) El campo magnético en el interior de un solenoide se deduce a partir de la ley de Ampère, y viene dado por:

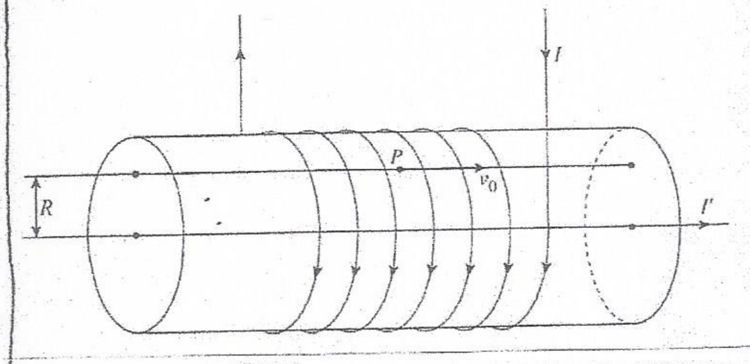
$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$$

donde N es el número de espiras; I, la intensidad de la corriente, y l, la longitud del solenoide expresada en metros. Despejando N y sustituyendo valores, resulta:

$$N = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot I} \rightarrow N = \frac{2 \cdot 5{,}3}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7\,700} = 1\,095 \text{ espiras}$$

7

Por el solenoide de la figura, que tiene 100 espiras por metro, circula una corriente de intensidad $I = 1$ A. En el eje del solenoide se dispone un conductor rectilíneo que transporta otra corriente de intensidad $I' = 20 \cdot \pi$ A.



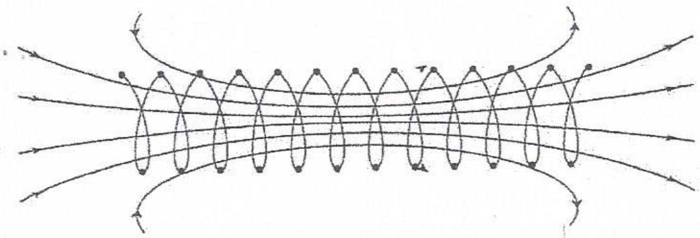
a) Calcula el campo magnético total en el punto P de la figura, que dista $R = 0{,}1$ m del eje del solenoide. (1,5 puntos.)

b) Si se abandona un electrón en el punto P con una velocidad inicial $v_0 = 100$ m/s, calcula el radio de curvatura de su trayectoria. (1,5 puntos.)

Nota: Es imprescindible incluir en la resolución de ambos apartados los diagramas o esquemas oportunos.

a) Campo magnético total en el punto P de la figura, que dista 0,1 m del eje del solenoide.

El campo magnético de un solenoide es esencialmente el de una serie de bobinas o espiras idénticas situadas unas junto a otras. La siguiente figura muestra las líneas de campo correspondientes a un solenoide largo y enrollado de forma compacta:



Dentro del solenoide, las líneas de campo son aproximadamente paralelas al eje y están espaciadas estrecha y uniformemente, indicando la existencia de un campo uniforme intenso.

Fuera del solenoide las líneas son menos densas:

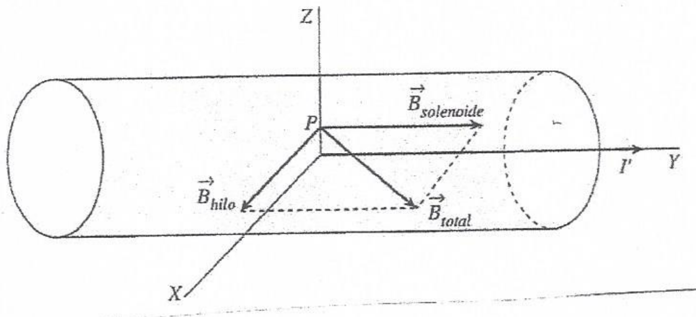
Para calcular el campo magnético uniforme creado por el solenoide en P, calculamos primeramente el módulo de B.

En el solenoide, el campo en el punto P es:

$$B_{solenoide} = \mu \cdot n \cdot I = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 1 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

$$\vec{B}_{solenoide} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \cdot \vec{j}\ \text{T}$$

El campo magnético creado por el solenoide se compone con el campo magnético creado por el conductor rectilíneo por el que circula una corriente.



El módulo del campo magnético creado por el conductor rectilíneo se calcula a partir de la expresión de Biot y Savart:

$$B_{hilo} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot d} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot \pi}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}1}$$

$$B_{hilo} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

Su dirección es perpendicular al plano formado por el eje del solenoide y el conductor rectilíneo y su sentido el de salida del papel.

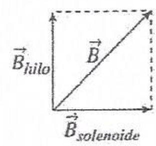
El campo resultante es la suma vectorial de $B_{solenoide}$ y B_{hilo}.

B_{hilo} no está dirigido según el eje del solenoide, sino que forma con él un ángulo de 90°. Por tanto, el campo magnético resultante:

$$\vec{B} = \vec{B}_{solenoide} + \vec{B}_{hilo} =$$

$$= 4 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \cdot \vec{i} + 4 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \cdot \vec{j}$$

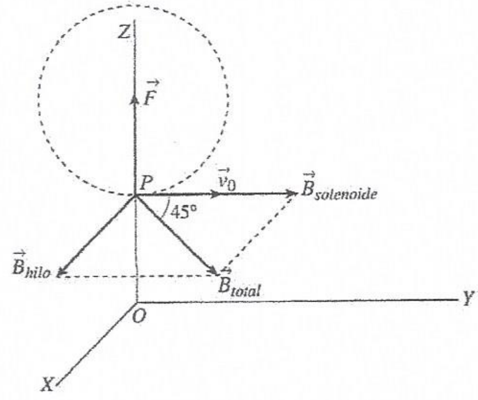
$$|\vec{B}| = \sqrt{2 \cdot (4 \cdot \pi \cdot 10^{-5})^2} = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$



b) Toda partícula cargada que se mueva en el interior de un campo magnético, en una dirección que no sea paralela a las líneas del campo, estará sometida a una fuerza magnética. Esta fuerza es, precisamente, la fuerza centrípeta que la hace girar. Por tanto:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \rightarrow q \cdot v \cdot B \cdot sen\ \theta = F_c = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Si la velocidad forma un ángulo, θ, con la inducción magnética, la trayectoria de la partícula no es plana. En este problema el vector velocidad de la partícula que se desplaza en el interior del campo magnético, forma un ángulo de 45° con el vector B resultante:



$$q \cdot v \cdot B \cdot sen\ 45° = \frac{m \cdot v^2}{R} \rightarrow$$

$$\rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B \cdot sen\ 45°} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 100}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \sqrt{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \cdot (\sqrt{2}/2)} =$$

$$= 4{,}53 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$$