REPASO M.A.S - ONDAS (II)

M.A.S

1

A. Pregunta 2.- Un cuerpo que se mueve describiendo un movimiento armónico simple a lo largo del eje X presenta, en el instante inicial, una aceleración nula y una velocidad de $-5\vec{i}$ cm s^{-1}. La frecuencia del movimiento es 0,25 Hz. Determine:
a) La elongación en el instante inicial. Justifique su respuesta.
b) La expresión matemática que describe la elongación del movimiento en función del tiempo.
2016- Junio

A. Pregunta 2.-
a) En un movimiento armónico simple $a=-kx=-\omega^2 x$, luego, para un instante dado, si la aceleración es nula, la elongación también es nula.
b) Al ser la elongación nula en t=0 tomamos seno, y la ecuación del movimiento es $x(t)=A\,sen(\omega t+\varphi_0)$ donde la fase inicial que consigue x=0 en t=0 puede ser 0 rad ó π rad, y para elegir entre ambos valores usamos el signo de la velocidad.

La velocidad es $v(t)=\frac{dx}{dt}=A\omega\cos(\omega t+\varphi_0)$, y como es negativa para t=0 tenemos que la fase inicial es π rad.

En el instante inicial la velocidad es máxima y su valor es -Aω (se puede razonar que la E_p es nula y la E_c es máxima al conservarse la E_m, y también con la expresión $v(x)=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$)

$\omega=2\pi f=2\pi 0{,}25=\frac{\pi}{2}rad/s \qquad -5=-A\frac{\pi}{2}\Rightarrow A=\frac{10}{\pi}cm$

La expresión matemática para la elongación es $x(t)=\frac{10}{\pi}sen\left(\frac{\pi}{2}t+\pi\right)[x\,en\,cm, t\,en\,s]$

2

A. Pregunta 2.- Un muelle de longitud en reposo 25 cm cuya constante elástica es k = 0,2 N cm^{-1} tiene uno de sus extremos fijos a una pared. El extremo libre del muelle se encuentra unido a un cuerpo de masa 300 g, el cual oscila sin rozamiento sobre una superficie horizontal, siendo su energía mecánica igual a 0,3 J. Calcule:

a) La velocidad máxima del cuerpo. Indique en qué posición, medida con respecto al extremo fijo del muelle, se alcanza dicha velocidad.

b) La máxima aceleración experimentada por el cuerpo.

2013 Septiembre

A. Pregunta 2.-

a) La energía mecánica máxima en un muelle ideal oscilando es igual a la energía cinética máxima, por lo que podemos plantear

$$E_m = E_{c\,máx} = \frac{1}{2} m v_{máx}^2 \Rightarrow 0{,}3 = \frac{1}{2} 0{,}3 \cdot v_{máx}^2 \Rightarrow v_{máx} = \sqrt{2} m/s \approx 1{,}41 m/s$$

La velocidad máxima se alcanza en los puntos en los que la energía potencial es mínima, que es en la posición de equilibrio; se puede ver con la expresión $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$ Como se pide posición medida respecto al extremo fijo del muelle, y el muelle en equilibrio tiene 25 cm, se alcanza cuando la masa está a 25 cm del extremo del muelle.

b) La máxima aceleración ocurrirá en los extremos de la oscilación, es decir cuando la elongación sea igual a la amplitud, ya que en un movimiento oscilatorio se cumple $a=-\omega^2 x$.

En el enunciado $K = 0{,}2 \frac{N}{\cancel{cm}} \cdot \frac{100\,\cancel{cm}}{1\,m} = 20\,N/m$ y m=0,3 kg, con los que podemos calcular directamente la frecuencia angular $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0{,}3}} \approx 8{,}16\,rad/s$, pero necesitamos calcular la x máxima.

La podemos calcular a partir de la energía

$$E_m = E_{p\,máx} = \frac{1}{2} K x_{máx}^2 \Rightarrow 0{,}3 = \frac{1}{2} 0{,}2 \cdot 100 \cdot x_{máx}^2 \Rightarrow x_{máx} = \sqrt{\frac{0{,}3}{10}}\, m \approx 0{,}17\, m$$

O bien con la velocidad máxima obtenida en el apartado anterior sabiendo que

$$v_{máx} = \omega\, x_{máx} \Rightarrow x_{máx} = \frac{v_{máx}}{\omega} \approx \frac{1{,}41}{8{,}16} \approx 0{,}17\, m$$

Operando

$$|a_{máx}| = \omega^2 x_{máx} = \frac{K}{m} x_{máx} \approx \frac{20}{0{,}3} \cdot 0{,}17 = 11{,}3\, m/s^2$$

2013 Septiembre

3

B. Pregunta 2.- La velocidad de una partícula que describe un movimiento armónico simple alcanza un valor máximo de 40 cm s^{-1}. El periodo de oscilación es de 2,5 s. Calcule:

a) La amplitud y la frecuencia angular del movimiento.

b) La distancia a la que se encuentra del punto de equilibrio cuando su velocidad es de 10 cm s^{-1}.

B. Pregunta 2.-

a) Si el periodo de oscilación es de 2,5 s, tenemos que la frecuencia angular será $\omega=2\pi/T= 2\pi/2{,}5=0{,}8\pi$ rad/s.

La velocidad máxima en módulo es $v_{máx}=A\omega$, luego la amplitud del movimiento será $A=v_{máx}/\omega=40/0{,}8\pi=15{,}9$ cm

b) Como tenemos que relacionar velocidad y posición, utilizamos la expresión $v=\pm\omega\sqrt{(A^2-x^2)}$

Sustituyendo el valor 10 cm/s en la expresión tenemos $100/(0{,}8\pi)^2=15{,}9^2-x^2$; $x=15{,}39$ cm. La velocidad tendría ese módulo a esa distancia del punto de equilibrio, tanto con x positiva como negativa, a ambos lados del punto de equilibrio a lo largo de su movimiento oscilatorio.

4

A. Pregunta 1.- Un objeto de 100 g de masa, unido al extremo libre de un resorte de constante elástica k, se encuentra sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Se estira, suministrándole una energía elástica de 2 J, comenzando a oscilar desde el reposo con un periodo de 0,25 s.
Determine:
a) La constante elástica y escriba la función matemática que representa la oscilación.
b) La energía cinética cuando han transcurrido 0,1 s.

a) El periodo está relacionado con la frecuencia y con la constante elástica, ya que $\omega=2\pi/T$, y $\omega^2=K/m$, luego sustituyendo
$K=\omega^2 m=(2\pi/T)^2\cdot m=(2\pi/0{,}25)^2\cdot 0{,}1=63{,}1$ N/m
Para escribir la función matemática $x(t)=A\cdot\cos(\omega t+\varphi_0)$ calculamos
Frecuencia angular $\omega= 2\pi/T= 2\pi/0{,}25= 8\pi$ rad/s
Amplitud A: como la energía potencial elástica inicial es el valor máximo, podemos plantear

$$E_{pmáx}=\frac{1}{2}KA^2\Rightarrow A=\sqrt{2\frac{E_{pmáx}}{K}}=\sqrt{2\cdot\frac{2}{63{,}1}}=0{,}25\,m$$

Respecto a la fase inicial, si tomamos t=0 en el momento que comienza a oscilar, será nula ya que hemos elegido como función trigonométrica el coseno.
La función es $x(t)=0{,}25\cdot\cos(8\pi t)\,(x\;en\;m,\;t\;en\;s)$
b) Si derivamos $v(t)=\dfrac{d\,x(t)}{dt}=-2\pi\,sen(8\pi t)\,(v\;en\;m/s,\;t\;en\;s)$

$$E_c(t)=\frac{1}{2}m\,v(t)^2\Rightarrow E_c(t=0{,}1\,s)=\frac{1}{2}0{,}1\left(-2\pi\,sen(8\pi\,0{,}1)\right)^2=0{,}68\,J$$

5

A. Problema 2.- Una partícula se mueve en el eje X, alrededor del punto x=0, describiendo un movimiento armónico simple de periodo 2 s, e inicialmente se encuentra en la posición de elongación máxima positiva. Sabiendo que la fuerza máxima que actúa sobre la partícula es 0,05 N y su energía total 0,02 J, determine:
a) La amplitud del movimiento que describe la partícula.
b) La masa de la partícula.
c) La expresión matemática del movimiento de la partícula.
d) El valor absoluto de la velocidad cuando se encuentre a 20 cm de la posición de equilibrio.

a) Planteamos dos maneras de resolverlo, que son realmente idénticas, la segunda algo más simple
En la primera no se introduce explícitamente K, que no se menciona en enunciado

$$F_{máx}=m\cdot a_{máx};\ \ a_{máx}=A\omega^2;\ \ E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

$$A^2=\frac{2E}{m\omega^2}=\frac{2E}{\frac{F\,máx}{a_{máx}}\cdot\omega^2}=\frac{2E\,A\omega^2}{F_{máx}\,\omega^2}=\frac{2E\,A}{F_{máx}}\Rightarrow A=\frac{2E}{F_{máx}}=\frac{2\cdot 0{,}02}{0{,}05}=0{,}8\,m$$

En la segunda introducimos K, ya que todo MAS hay una constante recuperadora

$$|F|=K\,x\Rightarrow F_{máx}=K\,A;\ \ E=\frac{1}{2}K\,A^2$$

Despejamos K en una expresión y sustituimos en la segunda , despejando A

$$A^2=\frac{2E}{K}=\frac{2E\,A}{F_{máx}}\Rightarrow A=\frac{2E}{F_{máx}}=\frac{2\cdot 0{,}02}{0{,}05}=0{,}8\,m$$

b) $$m=\frac{F_{máx}}{a_{máx}}=\frac{F_{máx}}{A\omega^2}=\frac{F_{máx}}{A(2\frac{\pi}{T})^2}=\frac{0{,}05}{0{,}8\cdot(2\frac{\pi}{2})^2}=0{,}0063\,kg=6{,}3\,g$$

c)
$$x(t)=A\cos(\omega t+\phi_0)=0{,}8\cos(\pi t+\phi_0)$$
$$x(t=0)=+A=A\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=0$$
$$x(t)=0{,}8\cos(\pi t)[x\,en\,m\,,t\,en\,s]$$

d) $$|v(x)|=\omega\sqrt{A^2-x^2}=\pi\sqrt{0{,}8^2-0{,}2^2}=2{,}43\,m/s$$

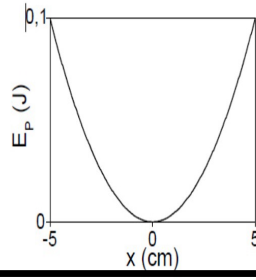
Problema 1.- En la figura se muestra la representación gráfica de la energía potencial (E_P) de un oscilador armónico simple constituido por una masa puntual de valor 200 g unida a un muelle horizontal, en función de su elongación (x).

a) Calcule la constante elástica del muelle

b) Calcule la aceleración máxima del oscilador.

c) Determine numéricamente la energía cinética cuando la masa está en la posición x = +2,3 cm.

d) ¿Dónde se encuentra la masa puntual cuando el módulo de su velocidad es igual a la cuarta parte de su velocidad máxima?



2008-Septiembre

Problema 1.-

a) Según la figura, $E_{p\,máx} = 0{,}1$ J y A = 0,05 m

$$E_{p\,máx}=\frac{1}{2}K\,A^2 \Rightarrow K=\frac{2\,E_{p\,máx}}{A^2}=\frac{2\cdot 0{,}1}{0{,}05^2}=80\,N/m$$

b) $$|a_{máx}|=A\,\omega^2=A\frac{K}{m}=\frac{0{,}05\cdot 80}{0{,}2}=20\,m/s^2$$

c) Podemos utilizar la expresión de v en función de x, o utilizar la conservación de energía para restar a la energía total la potencial y obtener la cinética, llegando en ambos casos a

$$E_c=\frac{1}{2}m\,v^2=\frac{1}{2}m\,\omega^2(A^2-x^2)=\frac{1}{2}K(A^2-x^2)=0{,}5\cdot 80\cdot(0{,}05^2-0{,}023^2)=0{,}079\,J$$

$$v(x)=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$$

d) $$v=\frac{1}{4}v_{máx}=\frac{1}{4}A\,\omega \Rightarrow \frac{1}{4}A\,\omega=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2} \Rightarrow \frac{A^2}{4^2}=A^2-x^2\,;\,x^2=A^2\left(1-\frac{1}{16}\right)$$

$$x=\pm A\sqrt{\frac{15}{16}}=\pm 0{,}05\sqrt{\frac{15}{16}}=\pm 0{,}048=\pm 4{,}8\,cm$$

2008-Septiembre

7

Cuestión 1.- Un cuerpo de masa m está suspendido de un muelle de constante elástica k. Se tira verticalmente del cuerpo desplazando éste una distancia X respecto de su posición de equilibrio, y se le deja oscilar libremente. Si en las mismas condiciones del caso anterior el desplazamiento hubiese sido 2X, deduzca la relación que existe, en ambos casos, entre: a) las velocidades máximas del cuerpo; b) las energías mecánicas del sistema oscilante.

a) $$\frac{v_{máx_1}}{v_{máx_2}}=\frac{A_1\omega_1}{A_2\omega_2}=\frac{X\sqrt{\frac{k}{m}}}{2X\sqrt{\frac{k}{m}}}=\frac{1}{2}$$ (ω sólo depende de k y m, no depende de la amplitud)

b) $$\frac{E_{m_1}}{E_{m_2}}=\frac{\frac{1}{2}kA_1^2}{\frac{1}{2}kA_2^2}=\frac{X^2}{(2X)^2}=\frac{1}{4}$$

8

Cuestión 2.- Una partícula que describe un movimiento armónico simple recorre una distancia de 16 cm en cada ciclo de su movimiento y su aceleración máxima es de 48 m/s². Calcule:
a) la frecuencia y el periodo del movimiento; b) la velocidad máxima de la partícula
2006-Junio

Cuestión 2.-
a) Si la distancia que recorre en cada ciclo son 16 cm, la amplitud es la cuarta parte, 4 cm.

$$a_{máx} = A\,\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_{máx}}{A}} = \sqrt{\frac{48}{0{,}04}} = 34{,}64\, rad/s$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{34{,}64}{2\pi} = 5{,}51\, Hz\, ;\, T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5{,}51} = 0{,}18\, s$$

b) $v_{máx} = A\,\omega = 0{,}04 \cdot 34{,}64 = 1{,}39\, m/s$

ONDAS

9

a) ¿Qué diferencias señalaría entre las ondas luminosas y las ondas sonoras?.

b) Por una cuerda tensa, colocada a lo largo del eje X, se propaga un movimiento ondulatorio transversal cuya función de onda es y=0,15 sen(4πx+400πt) (S.I.) Represente gráficamente la forma de la onda en el instante inicial y un cuarto de periodo después.

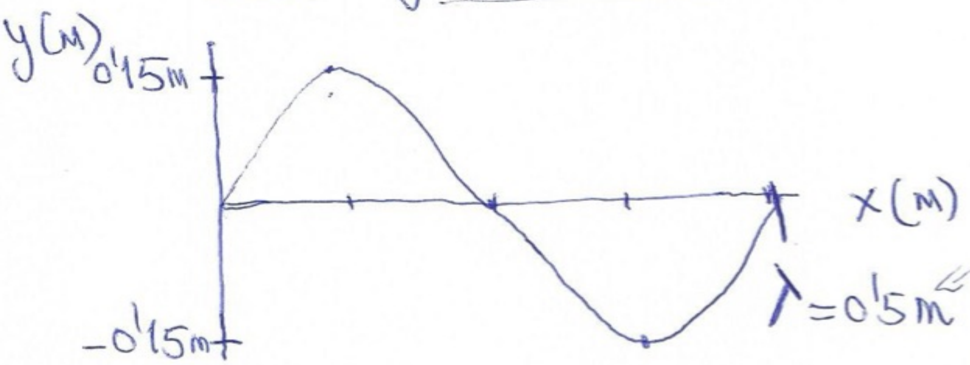
1) a) Las ondas luminosas, al igual que todas las ondas electromagnéticas son transversales, mientras que las sonoras son longitudinales. Las ondas luminosas, al igual que todas las ondas electromagnéticas no necesitan de un medio material para su propagación, pueden hacerlo en el vacío, mientras que las ondas sonoras, al igual que el resto de las ondas mecánicas, necesitan de un medio material para su propagación.

b) $\boxed{t=0} \Rightarrow y = 0'15 \cdot \text{sen}(4\pi x)$ (S.I)

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4\pi}$ m

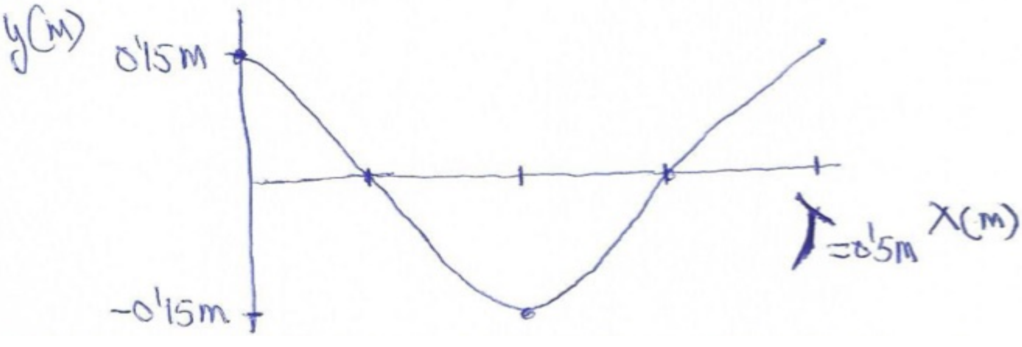
$\lambda = 0'5$ m



$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{400\pi} = \frac{1}{200}$ s

$t = \frac{T}{4} = \frac{1/200}{4} = \frac{1}{800}$ s $\Rightarrow y = 0'15 \cdot \text{sen}\left(4\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$



(10)

a) Por una cuerda tensa se propaga un movimiento ondulatorio caracterizado por la función de onda y=A · sen 2 π (x/λ-t/T). Razone y demuestre a qué distancia se encuentran dos puntos de esa cuerda si la diferencia de fase entre ellos es de π rad.

b) Un tabique móvil ha provocado, en la superficie del agua de un estanque un movimiento ondulatorio caracterizado por la función y=0,04 sen(10πx-4πt+π/2) S.I. Determine el tiempo que tarda en ser alcanzado por el movimiento un punto situado a una distancia de 3 m del tabique.

:)

a) La distancia a la que se encuentran esos dos puntos es $\frac{\lambda}{2}$, puesto que si su diferencia de fase es de π rad, estarán en oposición de fase.

$$y = A \cdot sen 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \Rightarrow y = A \cdot sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

$$y = A \cdot sen\,(kx - \omega t)$$

$$y_1 = A \cdot sen\,(\underbrace{kx_1 - \omega t}_{\varphi_1})$$

$$y_2 = A \cdot sen\,(\underbrace{kx_2 - \omega t}_{\varphi_2})$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = kx_1 - \omega t - (kx_2 - \omega t)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = kx_1 - \cancel{\omega t} - kx_2 + \cancel{\omega t}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = k\,(\underbrace{x_1 - x_2}_{distancia})$$

$$\cancel{\pi} = \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda} \cdot (x_1 - x_2)$$

$$\boxed{(x_1 - x_2) = \frac{\lambda}{2}}$$

b) Hallamos la velocidad de propagación.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k} = \frac{4\cancel{\pi}}{10\cancel{\pi}} = \frac{2}{5}\,m/s$$

Al ser la velocidad de propagación cte en el mismo medio, $v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{3\,m}{2/5\,m/s} = 7'5\,s$.

11

a) Una onda armónica es doblemente periódica. ¿Qué significado tiene esa afirmación?. Haga esquemas para representar ambas periodicidades y coméntelos.

b) Una onda transversal se propaga por una cuerda en el sentido negativo del eje X con las siguientes características: A=0,2 m, λ=0,4 m, f=10 Hz. Escriba la ecuación de la onda sabiendo que la perturbación y(x,t) toma su valor máximo en el punto x=0, en el instante t=0.

a) Estudiar apuntes de teoría.

b) $y = A \cdot sen(\omega t + kx + \varphi_0)$

Para hallar φ_0 sabemos que: Si $t=0$, en $x=0 \Rightarrow y=A$

$A = 0'2\ m$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0'4} = 5\pi\ \frac{rad}{m}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 20\pi\ \frac{rad}{s}$

$A = A \cdot sen(\omega \cancel{t}^{0} + k \cancel{x}^{0} + \varphi_0)$

$1 = sen\ \varphi_0$

$\varphi_0 = arcsen\ 1 = \frac{\pi}{2}\ rad$

$y(x,t) = 0'2 \cdot sen\left(20\pi t + 5\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI)

$y(x,t) = 0'2 \cdot \cos(20\pi t + 5\pi x)$ (SI)

12

a) Dos ondas viajeras se propagan por el mismo medio y la frecuencia de una es doble que la otra. Explique la relación entre las diferentes magnitudes de ambas ondas.

b) La ecuación de una onda armónica que se propaga por una cuerda es y=0,08 cos (16t-10x) (S.I.). Represente gráficamente la velocidad del foco en función del tiempo y calcule su velocidad máxima.

a) La amplitud A es la misma al ser independiente del periodo.
La velocidad de propagación v es la misma al propagarse en el mismo medio

$T = \frac{1}{f}$, $T' = \frac{1}{2f} = \frac{1}{2} T \Rightarrow$ El periodo es mitad.

$v = \lambda \cdot f$

$\lambda = \frac{v}{f}$, $\lambda' = \frac{v}{2f} = \frac{1}{2}\lambda \Rightarrow$ La longitud de onda es mitad.

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$, $K' = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}\lambda} = 2K \Rightarrow$ El nº de onda K es doble.

$\omega = 2\pi f$, $\omega' = 2\pi \cdot 2f = 2\omega \Rightarrow$ La frecuencia angular ω es doble

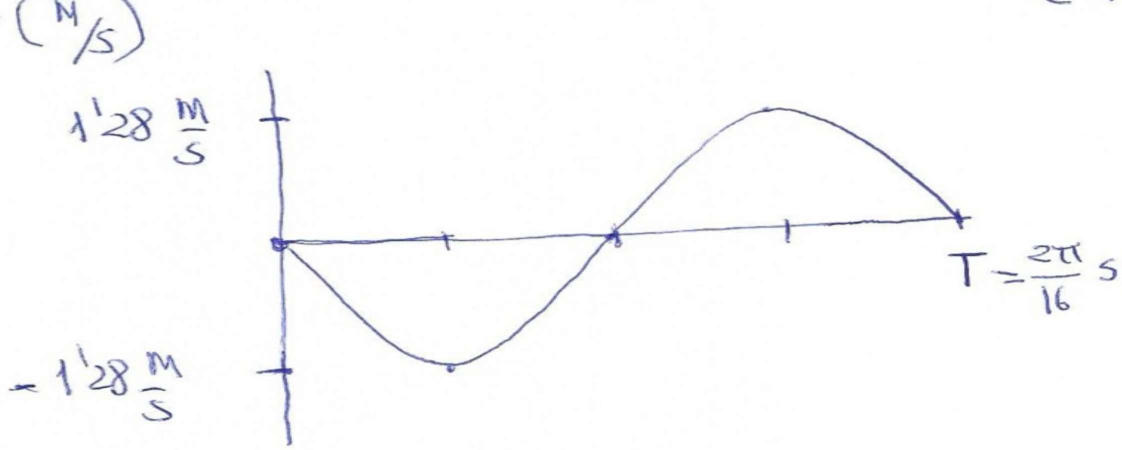
b) El foco es $x=0$ (donde se origina la perturbación)

$$v = \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{x=cte} = 0'08 \cdot 16 \cdot [-\text{sen}(16t - 10x)]$$

$$v(x,t) = -1'28 \cdot \text{sen}(16t - 10x) \text{ (S.I)}$$

$$x = 0 \Rightarrow v = -1'28 \cdot \text{sen}(16t) \text{ (S.I)} \Rightarrow v_{max} = \pm 1'28 \frac{m}{s}$$

$$(v_{max} = \pm A \cdot \omega)$$



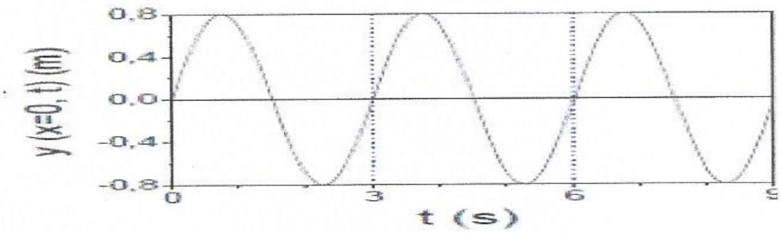
$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

13

a) Se tiene una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa. Si se reduce a la mitad su frecuencia, razone que ocurre con el período, la velocidad de propagación, la longitud de onda y la amplitud.

b) Una onda armónica transversal de longitud de onda λ=1 m se desplaza en el sentido positivo del eje X. En la gráfica se muestra la elongación y del punto de coordenada x=0 en función del tiempo. Determine la expresión matemática que describe esta onda.



a) $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T' = \frac{1}{f/2} \Rightarrow T' = 2T$. (El periodo se duplica)

$v = cte$ (no cambia de medio) $\Rightarrow$ La velocidad de propagación sigue igual

$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda' = \frac{v}{f/2} \Rightarrow \lambda' = 2\lambda$ (La longitud de onda se duplica)

La amplitud no varía.

b) $y = A \cdot sen(\omega t - Kx + \varphi_0)$ $\quad \varphi_0 = 0$

(Como para $x=0$ $y=0$ en $t=0$ y su valor es creciente al aumentar t, tomamos $\varphi_0 = 0°$ (en vez de π rad, para una función decreciente))

$A = 0'8\,m$

$T = 3s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2}{3}\pi \frac{rad}{s}$

$\lambda = 1m \Rightarrow K = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{rad}{s}$

$$\boxed{y = 0'8 \cdot sen\left(\frac{2}{3}\pi t - 2\pi x\right) \ (S.I)}$$

(14)

a) Explicar el fenómeno de difracción de ondas. ¿Cuándo es significativa?.

b) Un punto material oscila en torno al origen de coordenadas en la dirección del eje Y, según la expresión y=2·sen ($\frac{\pi}{4}$t+π/2) (y en cm, t en s) originando una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X. Sabiendo que dos puntos materiales que oscilan con un desfase de π rad están separados una distancia mínima de 20 cm, determinar la expresión matemática que representa la onda armónica.

a) Ver teoría, es significativa cuando el tamaño de la abertura es del orden de λ.

b) Es la ecuación de un m.a.s., de la que extraemos los siguientes datos.

$$A = 2\,cm = 0'02\,m$$
$$\omega = \frac{\pi}{4}\,rad/s$$
$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\,rad.$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pi\ rad.$$
$$Kx_1 - \omega t - (Kx_2 - \omega t) = \pi$$
$$Kx_1 - \cancel{\omega t} - Kx_2 + \cancel{\omega t} = \pi$$
$$K\underbrace{(x_1 - x_2)}_{0'2\,m} = \pi \qquad K = 5\pi\,\frac{rad}{m}$$

$$y = 0'02 \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}t - 5\pi x + \frac{\pi}{2}\right)\ (S.I)$$
$$y = 0'02 \cdot cos\left(\frac{\pi}{4}t - 5\pi x\right)\ (S.I)$$

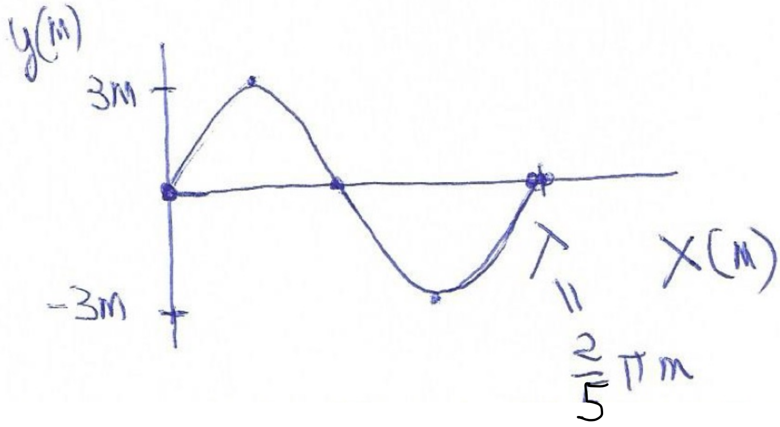
a) Describa el fenómeno de polarización de ondas. ¿Tiene sentido hablar de polarización en el sonido?.

b) La ecuación de una onda armónica en una cuerda es $y(x,t)=3\cdot sen(200\pi t-5x+\pi)$(S.I). Representar la forma de la cuerda en el instante inicial.

[redacted] a) Ver apuntes, no tiene sentido hablar de polarización del sonido puesto que al ser una onda longitudinal su dirección de oscilación y de propagación coinciden y no se forma plano.

b) $t=0 \Rightarrow y(x,0) = 3\cdot sen\cdot(0-5x+\pi)$ (S.I)

↳ Al sumar π rad cambia dos cuadrantes.



$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{5} \text{ m}$$

16

a) Explique el principio de Huygens.

b) La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje X es y=0,5 sen (6πt-2πx) (S.I). Hallar la distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que, en un mismo instante vibran desfasados 2π radianes.

a) Estudiarlo en apuntes de clase.

b) Se podría razonar diciendo que desfasados 2π rad significa que estarán en fase, y por ello la distancia que los separa es $\lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\,m$ O bien,

$$y_1 = 0'5 \cdot sen\,(\overbrace{6\pi t - 2\pi x_1}^{\varphi_1}) \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi$$

$$y_2 = 0'5 \cdot sen\,(\underbrace{6\pi t - 2\pi x_2}_{\varphi_2}) \qquad 6\pi t - 2\pi x_1 - (6\pi t - 2\pi x_2) = 2\pi$$

$$\cancel{6\pi t} - 2\pi x_1 - \cancel{6\pi t} + 2\pi x_2 = 2\pi$$

$$\cancel{2\pi}(x_2 - x_1) = \cancel{2\pi}$$

$$(x_2 - x_1) = 1\,m$$

a) ¿De qué características de las ondas depende la energía que transportan?.

b) Una onda armónica transversal de frecuencia 80 Hz y amplitud 25 cm se propaga a lo largo de una cuerda tensa de gran longitud. Calcular la velocidad y aceleración máximas de un punto cualquiera de la cuerda.

a) De la amplitud y la frecuencia (ver apuntes de teoría)

b) Primero deducimos teóricamente la velocidad máxima de oscilación para después hacerlo con la aceleración máxima.

$$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega t - Kx + \varphi_0)$$

$$v = \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)_{x=cte} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - Kx + \varphi_0) \Rightarrow v_{max} = \pm A \cdot \omega$$

$$a = \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_{x=cte} = \cdot A \omega^2 \cdot \left[\operatorname{sen}(\omega t - Kx + \varphi_0)\right] \Rightarrow a_{max} = \pm A \omega^2$$

$A = 0'25$ m

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 80 = 160\pi \ \frac{rad}{s}$

$v_{max} = \pm 0'25 \cdot 160\pi = 125'6 \ \frac{m}{s}$

$a_{max} = \pm 0'25 \cdot (160\pi)^2 = 63101'44 \ \frac{m}{s^2}$

(18)

a) ¿Qué diferencias existen entre el movimiento de una onda a través de un medio y el movimiento de las partículas del medio?.

b) Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s. ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3}s?.

a) La onda se mueve a través de un mismo medio con una velocidad de propagación constante, mientras que las partículas del medio se mueven con la velocidad de oscilación que no será constante. Con la propagación de la onda se transmite el movimiento y la energía, pero no las partículas del medio, las cuales se moverán con un cierto desfase entre ellas.

b)

$$Y_1 = A \cdot sen(\underbrace{\omega t - Kx}_{\varphi_1})$$

$$Y_2 = A \cdot sen(\underbrace{\omega(t+10^{-3}) - Kx}_{\varphi_2})$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \omega t - Kx - [\omega(t+10^{-3}) - Kx]$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \cancel{\omega t} - \cancel{Kx} - \cancel{\omega t} - 10^{-3}\omega + \cancel{Kx}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -10^{-3}\omega$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 10^{-3}\omega$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 10^{-3} \cdot 10^{3}\pi$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi \text{ rad.}$$ → Los puntos están en oposición de fase

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi \cdot 500$$

$$\omega = 1000\pi \ \frac{rad}{s}$$

$$\omega = 10^{3}\pi \ \frac{rad}{s}$$

19

a) i) ¿Qué información ofrece la ecuación de una onda armónica si fijamos una posición concreta?. Realice una representación gráfica. ii) ¿Y si fijamos una posición y un tiempo concretos simultáneamente?.

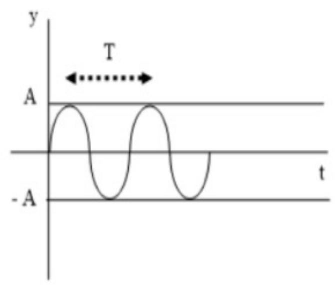
b) La siguiente ecuación corresponde a una onda armónica que se desplaza por un medio elástico: $\mathbf{y(x,t)=0'1\,sen\left[5\pi t-\frac{5}{2}\pi x+\frac{\pi}{2}\right]}$ **(S.I.).**

Determine: i) Su periodo, su longitud de onda y su velocidad de propagación. ii) La velocidad de oscilación del punto $\mathbf{x=2\ m}$ en el instante $\mathbf{t=1\ s}$.

FISICA. 2021. RESERVA 2. EJERCICIO C1

R E S O L U C I O N

a) i) $y(x,t)=A\,sen(\omega t-kx)$ Si se fija una posición concreta $x=x_0\Rightarrow y(x_0,t)=A\,sen(\omega t-kx_0)$



Lo que se observa es un movimiento armónico simple del punto $x=x_0$ y en la elongación, se observa como el punto $x=x_0$ oscila entorno a la posición de equilibrio con periodicidad T.

ii) Si fijamos a la vez posición y tiempo: $\left.\begin{cases}x=x_0\\ t=t_0\end{cases}\right\}\Rightarrow y(x_0,t_0)=A\,sen(\omega t_0-kx_0)$ se obtiene la elongación del punto $x=x_0$ en el instante $t=t_0$.

b) $y(x,t)=0'1\,sen\left[5\pi t-\frac{5}{2}\pi x+\frac{\pi}{2}\right]$ (S.I.)

i) Identificando coeficientes, tenemos que: $\begin{cases}\omega=5\pi=\dfrac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\dfrac{2}{5}\ s\quad \text{Periodo}\\ k=\dfrac{5}{2}\pi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\dfrac{4}{5}\ m\quad \text{Longitud de onda}\end{cases}$

Luego: $v=\dfrac{\lambda}{T}=\dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{5}}=2\ m/s$ Velocidad de propagación

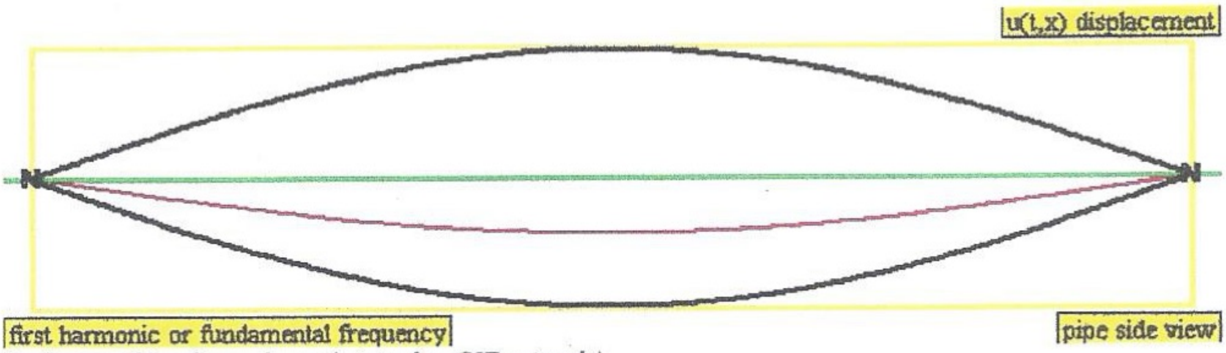
ii) $v_{oscilación}=\dfrac{dy}{dt}=0'1\cdot 5\pi\cdot\cos\left[5\pi t-\frac{5}{2}\pi x+\frac{\pi}{2}\right]$

$$v\begin{pmatrix}x=2\\ t=1\end{pmatrix}=0'1\cdot 5\pi\cdot\cos\left[5\pi-\frac{5}{2}\pi\cdot 2+\frac{\pi}{2}\right]=0'1\cdot 5\pi\cdot\cos\frac{\pi}{2}=0\ m/s$$

ONDAS ESTACIONARIAS

20.- Una onda estacionaria en una cuerda de una guitarra de 70 cm de longitud posee un armónico fundamental de frecuencia 300 Hz. a) Dibuje el primer armónico; b) ¿cuánto vale la longitud de onda del armónico fundamental? c) ¿cuánto vale la velocidad de propagación? d) dibuje el tercer armónico; e) ¿cuánto vale la longitud de onda del tercer armónico?

a)



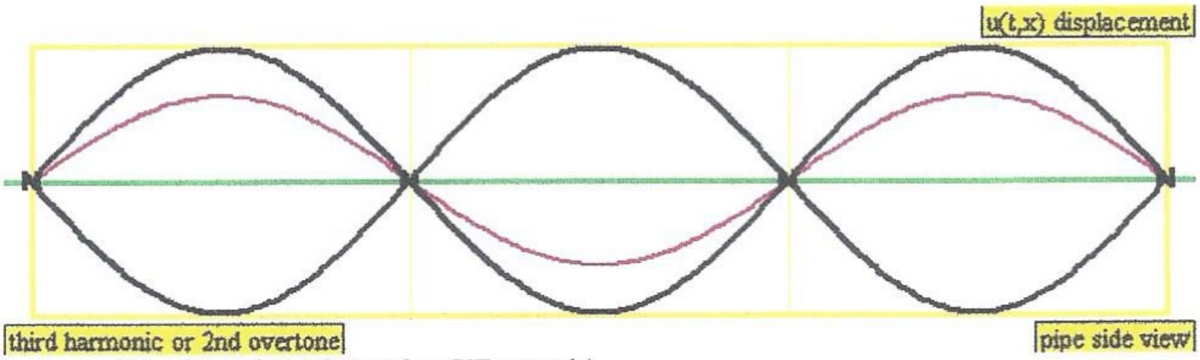
Lookang, wikimedia, cc-by-sa (original es GIF animado)

b) Podemos razonar que en el estado fundamental $L=\lambda/2$, luego $\lambda=2L$, la longitud de onda es el doble de la longitud de la cuerda, ya que ambos extremos están fijos: $\lambda=2L=1,4$ m

También podemos utilizar la expresión general para ambos extremos fijos $\lambda=2L/n$ con $n=1$.

c) $v=\lambda f=1,4\cdot300=420$ m/s

d)



Lookang, wikimedia, cc-by-sa (original es GIF animado)

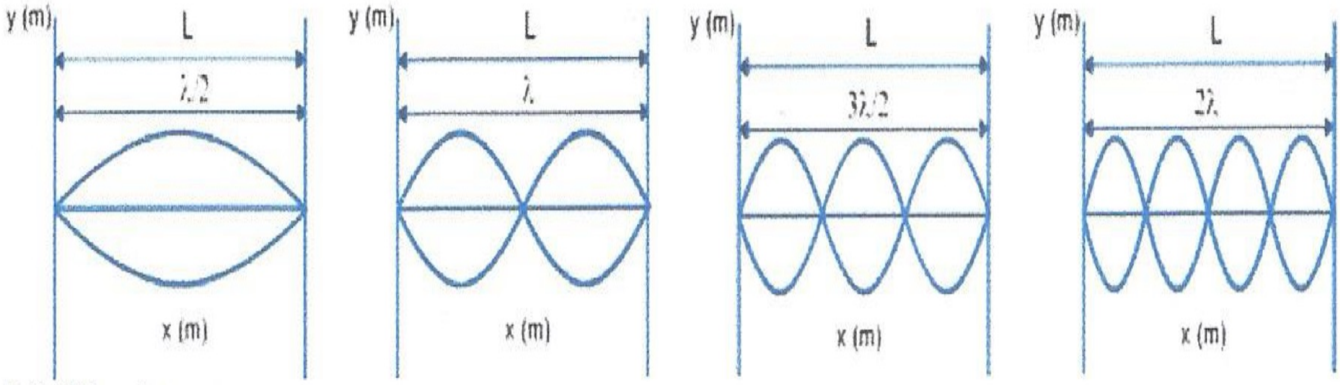
e) Podemos razonar que en el tercer armónico $L=3\lambda/2$, luego $\lambda=2L/3=1,4/3=0,47$ m

También podemos utilizar la expresión general para ambos extremos fijos $\lambda=2L/n$ con $n=3$.

21 1.- Realice un dibujo del cuarto armónico de una onda estacionaria en una cuerda de piano sujeta por ambos extremos. a) Si la longitud de la cuerda es de 100 cm, ¿cuánto vale la longitud de onda? b) Si la frecuencia generada por ese cuarto armónico es de 925 Hz, ¿cuánto vale la velocidad de propagación? c) ¿cuánto vale la frecuencia del primer armónico?

1)

Se incluye un dibujo de los cuatro primeros armónicos / modos de vibración para una cuerda que vibra con ambos extremos fijos.



FisQuiWeb, cc-by-nc-sa

a) Podemos razonar que en el cuarto armónico $L=4\lambda/2=2\lambda$, luego $\lambda=L/2=0{,}5$ m

b) $v=\lambda f=0{,}5\cdot 925=462{,}5\,m/s$

c) Podemos razonar que en el primer armónico / estado fundamental $L=\lambda/2$, luego $\lambda=2L$, la longitud de onda es el doble de la longitud de la cuerda, ya que ambos extremos están fijos: $\lambda=2L=2$ m

También podemos utilizar la expresión general para ambos extremos fijos $\lambda=2L/n$ con $n=1$.

Como la velocidad de propagación es constante para esa cuerda

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{462{,}5}{2}=231{,}25\,Hz$$

22. Una onda estacionaria en una cuerda tensa tiene por función de ondas: $y=0{,}040\ \text{m}\ \cos(40\pi\ s^{-1}\ t)\ \text{sen}\ (5{,}0\pi\ m^{-1}\ x)$ Determine: a) La localización de todos los nodos en $0 \le x \le 0{,}40$ m b) El periodo del movimiento de un punto cualquiera de la cuerda diferente de un nodo. c) La velocidad de propagación de la onda en la cuerda.

a) Los nodos implican que y=0 independientemente de t, por lo que
$0=\text{sen}(5{,}0\pi x) \rightarrow 5{,}0\pi x = 0 + n\pi$, con n=0,1,2,3,...
Luego $x= 0+n\cdot 0{,}2$, con n=0,1,2,3,...
Los valores en el rango indicado son x=0 m, x=0,2 m y x=0,4 m
Cualitativamente se puede ver que $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{5\pi}=0{,}4\,m$, y que los valores serán múltiplos de medias longitudes de onda.

b) $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{40\pi}=0{,}05\,s$

c) $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{40\pi}{5\pi}=8\,m/s$

23 7. a) Comente la siguiente afirmación: “Las ondas estacionarias no son ondas propiamente dichas” y razone si una onda estacionaria transporta energía.

b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua y al pulsar la cuerda se producen fenómenos ondulatorios. Razone qué tipo de onda se ha producido en cada caso y comente las diferencias entre ambas.

a) Una onda “propiamente dicha” representa el movimiento de propagación de una perturbación de un punto a otro sin que exista transporte neto de materia, en una onda lo que se propaga es energía. Hay muchos tipos de ondas, por ejemplo, las armónicas son las producidas por un oscilador armónico y su ecuación es

$$y(x,t) = A\,sen(k\,x \pm \omega t)$$

como vemos en la ecuación en una onda que se propaga por un medio todos los puntos oscilan con la misma amplitud.

Una onda estacionaria es un fenómeno peculiar de superposición entre ondas idénticas que se propagan en el mismo medio en sentidos opuestos, el resultado que se aprecia es el de una onda confinada entre los extremos, en la que existen unos puntos determinados que oscilan con amplitud máxima llamados vientres y otros puntos fijos que no oscilan llamados nodos. La ecuación resultante es

$$y(x,t) = (2A\,sen\,k\,x) \cdot \cos \omega t$$

Al estar la perturbación confinada entre los nodos, no transporta energía.

b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua se produce una onda armónica en la superficie de separación del aire y el agua, es decir es una onda bidimensional. Al pulsar la cuerda de una guitarra se produce una onda estacionaria ya que la cuerda está fija por ambos extremos.

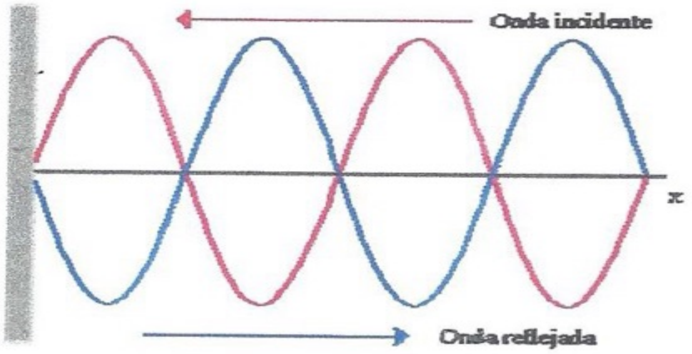
Las diferencias entre ambas están comentadas en el apartado anterior.

24

4.- a) Defina qué es una onda estacionaria e indique cómo se produce y cuáles son sus características. Haga un esquema de una onda estacionaria y coméntelo.

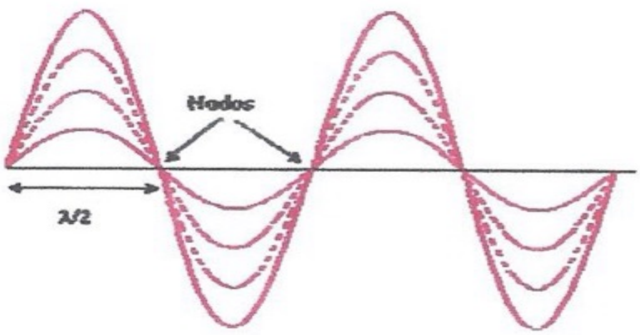
b) Explique por qué cuando en una guitarra se acorta la longitud de una cuerda, el sonido resulta más agudo.

5.- a) Una onda estacionaria es un fenómeno peculiar de superposición. Consideremos el caso de dos ondas iguales que se propagan en la misma dirección pero sentido contrario. (Es el caso de una onda que se encuentra con su onda reflejada)



Si la onda incidente es $y_1 = A\,sen(k\,x - \omega t)$ la reflejada será $y_2 = A\,sen(k\,x + \omega t)$, de la superposición de ambas se obtiene una onda del tipo $y = (2A\,sen\,k\,x)\cdot \cos \omega t$

5.- a) (continuación) es decir se obtiene una "onda" que no viaja, no es una onda de propagación, los puntos de la cuerda vibran con la misma frecuencia pero con distinta amplitud y hay unos puntos donde la amplitud es cero ($sen\,k\,x = 0$) que se llaman **nodos** y otros donde la amplitud es máxima que se llaman **vientres**. Por tanto las ondas estacionarias no encajan dentro de la definición general de ondas. La amplitud de la vibración en un punto cualquiera viene dada por la expresión $2A\,sen\,k\,x$, es decir es función de la posición y todos los puntos vibran con la frecuencia angular ω que es igual a las de las ondas armónicas que se superponen



La existencia de nodos o puntos que no oscilan implica que una onda estacionaria, a diferencia de las viajeras, no transporta energía de un punto a otro.

b) Se puede demostrar (ver páginas 228 y 229 del libro de texto) que la frecuencias de las ondas estacionarias que se producen en una cuerda de longitud l y densidad lineal μ, fija por ambos extremos y expuesta a una tensión T viene dada por la expresión

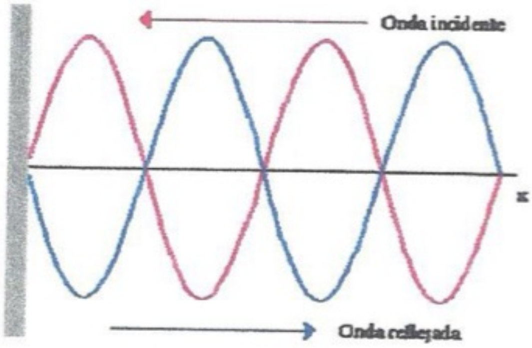
$$f = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

dándole valores a n (1, 2, 3,...) obtenemos los distintos armónicos. Para un determinado armónico, si disminuimos la longitud de la cuerda, aumenta la frecuencia de la vibración y el sonido que produce es más agudo.

25.- a) Escriba la ecuación de una onda estacionaria en una cuerda con sus dos extremos fijos y explique el significado físico de cada uno de los parámetros que aparecen en ella.

b) Explique qué puntos de la cuerda del apartado anterior permanecen en reposo. ¿Qué puntos oscilan con amplitud máxima?.

9.- **a)** Una onda estacionaria es un fenómeno peculiar de superposición de dos ondas iguales que se propagan en la misma dirección pero sentido contrario (es el caso de una onda que se encuentra con su onda reflejada)

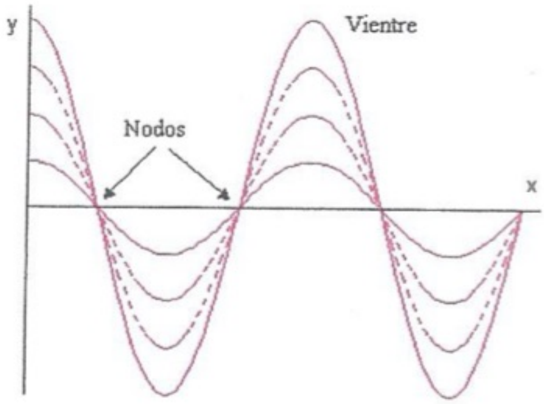


Su ecuación se obtiene por el principio de superposición y es la siguiente

$$y = (2A\,sen\,k\,x)\cdot\cos\omega t$$

donde A, k y ω son respectivamente la amplitud, el número de onda y la frecuencia angular de las ondas que por superposición generan la onda estacionaria. La amplitud de la vibración en un punto cualquiera viene dada por la expresión $A' = 2A\,sen\,k\,x$, es decir es función de la posición.

9.- **b)** Como hemos visto en el apartado anterior la amplitud de la vibración en un punto cualquiera viene dada por la expresión $A' = 2A\,sen\,k\,x$, es decir es función de la posición en consecuencia los puntos de la cuerda que no vibran son aquellos en los que se cumpla que $A' = 0$ y esto ocurre cuando sen kx = 0. Estos puntos reciben el nombre de nodos. Al contrario, cuando sen kx = 1 la amplitud será máxima, estos puntos reciben el nombre de vientres



26

a) Justifique la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones acerca de las ondas estacionarias: i) La amplitud de la oscilación para cada punto del medio no depende de su posición. ii) La distancia entre dos nodos consecutivos es igual a la longitud de onda.
b) Una onda viene dada por la expresión:

$$\mathbf{y(x,t) = 0'5\cos(0'8x)\,sen(20t)\ \ (S.I.)}$$

Indique qué tipo de onda es y calcule su amplitud, frecuencia y longitud de onda, así como la velocidad de oscilación máxima de un punto situado en $x = 0'2$ m.
FISICA. 2022. RESERVA 1. EJERCICIO C2

R E S O L U C I O N

a) i) Falsa. Para una onda estacionaria, la elongación es: $y(x,t) = 2A\,\text{sen}\,\omega t \cos kx$. Para un punto del medio $x = x_0 \Rightarrow y(x_0,t) = 2A\,\text{sen}\,\omega t \cos kx_0$.

El valor de $2A\cos kx_0$ no es un valor constante, es la elongación para cada punto del medio, luego la elongación depende de la posición del punto x_0.

ii) Falsa. La distancia es $\dfrac{\lambda}{2}$

Los nodos tienen siempre elongación cero $\Rightarrow 0 = y = 2A\,\text{sen}\,\omega t \cos kx$.

Como $\text{sen}\,\omega t$ no es cero siempre

$$\Rightarrow \cos kx = 0 \Rightarrow kx = 0, \pi, 2\pi, ... \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = 0, \pi, 2\pi, ... \begin{cases} 1^{er}\text{ nodo}: \dfrac{2\pi}{\lambda}x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \\ 2^{o}\text{ nodo}: \dfrac{2\pi}{\lambda}x_2 = \pi \Rightarrow x_2 = \dfrac{\lambda}{2} \end{cases}$$

Luego, la distancia es $\dfrac{\lambda}{2}$.

b) Debido a la forma matemática, la onda es estacionaria.

$$\left.\begin{array}{l} y(x,t) = 0'5\cos(0'8x)\,\text{sen}(20t) \\ y(x,t) = 2A\,\text{sen}\,kx\cos\omega t \end{array}\right\} \Rightarrow \text{ Identificando coeficientes, tenemos que:}$$

- $2A = 0'5 \Rightarrow A = 0'25$ m (Amplitud)
- $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = 0'8 \Rightarrow \lambda = \dfrac{2\pi}{0'8} = \dfrac{5}{2}\pi$ m (longitud de onda)
- $\omega = 2\pi f = 20 \Rightarrow f = \dfrac{20}{2\pi} = \dfrac{10}{\pi}$ Hz (frecuencia)

$$v_{\text{oscilación}} = \frac{dy}{dt} = 0'5\cos(0'8x)\cdot 20\cdot\cos(20t)$$

$$v_{\text{oscilación}}(x = 0'2) = 0'5\cos(0'8\cdot 0'2)\cdot 20\cdot\cos(20t)$$

$$v_{\text{oscilación máxima}} \Rightarrow \cos(20t) = 1 \Rightarrow v_{\text{oscilación máxima}} = 0'5\cos(0'8\cdot 0'2)\cdot 20\cdot 1 = 9'87 \text{ m/s}$$

a) Explique qué características deben tener dos ondas armónicas para que su superposición origine una onda estacionaria y cómo depende la amplitud de esta última con la posición.
b) Una onda estacionaria viene dada por la expresión:

$$y(x,t) = 0'02\,\text{sen}\,(0'25\pi x)\cos(10\pi t) \quad \text{(S.I.)}$$

i) Determine las posiciones de los vientres de la onda estacionaria. ii) Determine la amplitud, la frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación de las ondas armónicas cuya superposición da lugar a la onda estacionaria.
FISICA. 2022. RESERVA 2. EJERCICIO C2

R E S O L U C I O N

a) Las características que deben tener son: igual ω (frecuencia angular) e igual k (nº de onda); dicho de otra forma, igual frecuencia (f) e igual longitud de onda (λ). Además las ondas armónicas deben propagarse en el mismo medio con velocidades de sentido contrario.
Una onda estacionaria es de la forma matemática: $y(x,t) = 2A\,\text{sen}\,kx\cos\omega t$. La amplitud de cada punto del medio $x = x_0$ no es constante, depende de $x_0 \Rightarrow y(x_0,t) = 2A\,\text{sen}\,kx_0\cos\omega t$.
El término $2A\,\text{sen}\,kx_0$ es la amplitud de cada punto del medio y como se ve, depende del valor de x_0 según la función seno.

b) i) Los vientres son los puntos que vibran al máximo. Debe cumplirse que:

$$\text{sen}\,(0'25\pi x) = 1 \Rightarrow 0'25\pi x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2 \text{ m } 1^{\text{er}} \text{ vientre}$$

Los siguientes vientres están a $\frac{\lambda}{2}$ de distancia $\Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0'25\pi \Rightarrow \lambda = 8\,\text{m} \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 4\,\text{m}$

$$\begin{cases} 1^{\text{er}} \text{ vientre}: x_1 = 2\,\text{m} \\ 2^{\text{o}} \text{ vientre}: x_2 = 6\,\text{m} \\ 3^{\text{er}} \text{ vientre}: x_3 = 10\,\text{m} \\ \ldots\ldots \end{cases}$$

b) Identificando coeficientes, tenemos que: $\left.\begin{array}{l} y(x,t) = 0'02\,\text{sen}(0'25\pi x)\cos(10\pi t) \\ y(x,t) = 2A\,\text{sen}\,kx\cos\omega t \end{array}\right\} \Rightarrow$

- $2A = 0'02 \Rightarrow A = 0'01$ m (Amplitud)
- $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0'25\pi \Rightarrow \lambda = 8$ m (longitud de onda)
- $\omega = 2\pi f = 10\pi \Rightarrow f = 5$ Hz (frecuencia)

Velocidad de las ondas viajeras: $v = \lambda \cdot f = 8 \cdot 5 = 40$ m / s

28

a) i) Justifique que en una onda estacionaria la amplitud varía en cada punto. ii) Realice una representación gráfica de una onda estacionaria en función del espacio y explique qué se entiende por un nodo en este tipo de ondas.
b) Una onda estacionaria queda descrita mediante la ecuación:

$$y(x,t)=0'5\,\mathrm{sen}(\frac{\pi}{3}x)\cos(40\pi t)\ \ (\mathrm{S.I.}).$$

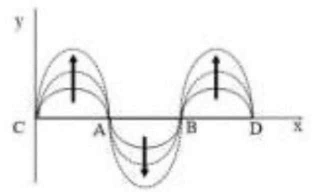
Determine razonadamente: i) Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de las ondas armónicas cuya superposición da lugar a esta onda estacionaria. ii) Posición de los vientres y amplitud de los mismos.
FISICA. 2021. JULIO. EJERCICIO C1

R E S O L U C I O N

a) La expresión matemática de una onda estacionaria es de la forma $y(x,t)=2A\,\mathrm{sen}\,kx\cos\omega t$

Si fijamos el tiempo t, $t=t_0 \Rightarrow y(x,t_0)=2A\,\mathrm{sen}\,kx\cos\omega t_0$. La expresión $2A\,\mathrm{sen}\,kx$ expresa la amplitud de un punto x, que como se ve, no es un valor constante, sino que varía en función de x.

ii)



Por ejemplo, una cuerda atada en dos extremos y tiene 2 nodos en medio. Los puntos van oscilando, cada punto vibra diferente. Todos los puntos alcanzan a la vez su amplitud máxima. Cada punto sube , luego baja y así sucesivamente. El nodo es un punto que no vibra nunca, es decir, los puntos A, B, C y D. Cada punto tiene energía, excepto los nodos.

b) i)

$$\left.\begin{array}{l} y(x,t)=0'5A\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{3}x\cos 40\pi t \\ y(x,t)=2A\,\mathrm{sen}\,kx\cos\omega t \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Identificando coeficientes, tenemos que:}$$

- $2A=0'5 \Rightarrow A=0'25\ \mathrm{m}$ (Amplitud)
- $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow \lambda=6\ \mathrm{m}$ (longitud de onda)
- $v=\frac{\omega}{k}=\frac{40\pi}{\frac{\pi}{3}}=120\ \mathrm{m/s}$ (velocidad de propagación)

ii) Los vientres tienen de amplitud $2A=0'5\ \mathrm{m}$

Los vientres están entre nodo y nodo

$$y(x,t)=0=0'5\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{3}x\cos 40\pi t \Rightarrow 0=\mathrm{sen}\,\frac{\pi}{3}x \Rightarrow \frac{\pi}{3}x=n\pi$$

$$n=0\Rightarrow x=0\ \mathrm{m}\ ;\ n=1\Rightarrow x=3\ \mathrm{m}\ ;\ n=2\Rightarrow x=6\ \mathrm{m}\ ;\ n=3\Rightarrow x=9\ \mathrm{m}\ \text{etc...}$$

1^er^ vientre en $x=1'5\ \mathrm{m}$; 2º vientre en $x=4'5\ \mathrm{m}$; 3^er^ vientre en $x=7'5\ \mathrm{m}$ etc…

La distancia entre vientre y vientre $=\frac{\lambda}{2}=3\ \mathrm{m}$

b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos de amplitud cero.

(15-E) Las ondas sísmicas S, que viajan a través de la Tierra generando oscilaciones durante los terremotos, producen gran parte de los daños sobre edificios y estructuras. Una onda armónica S, que se propaga por el interior de la corteza terrestre, obedece a la ecuación:

$$y\,(x,t) = 0{,}6\ \text{sen}\ (3{,}125\cdot10^{-7}\ x - 1{,}25\cdot10^{-3}\ t)\quad \text{(S.I.)}.$$

a) Indique qué tipo de onda es y calcule su longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación.

b) Si se produce un seísmo a una distancia de 400 km de una ciudad, ¿cuánto tiempo transcurre hasta que se perciben los efectos del mismo en la población? ¿Con qué velocidad máxima oscilarán las partículas del medio?

[redacted]

$$y(x,t) = 0'6\cdot \text{sen}\,(\underbrace{3'125\cdot10^{-7}}_{K}x - \underbrace{1'25\cdot10^{-3}}_{\omega}t)\ (SI)$$

a) Onda transversal, se propaga en el sentido positivo del eje X. Es una onda viajera.

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{K} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{3'125\cdot10^{-7}} = 6'4\cdot10^{6}\pi\ m = 2\cdot10^{7}\ m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\overset{f}{\boxed{\frac{1}{T}}} \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1'25\cdot10^{-3}}{2\pi} = 2\cdot10^{-4}\ Hz.$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \lambda\cdot\frac{1}{T} \Rightarrow v_p = \lambda\cdot f \Rightarrow v_p = 2\cdot10^{7}\cdot2\cdot10^{-4} = 4000\ \frac{m}{s}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T}$$

b) $s = 400\ Km = \boxed{4\cdot10^{5}\ m} \Rightarrow \boxed{v_p = \frac{s}{t}} \Rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{4\cdot10^{5}\ m}{4\cdot10^{3}\ m/s} = \boxed{100\ s.}$

$$v_{osc} = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{x=cte} = 0'6\cdot\left[\cos(3'125\cdot10^{-7}x - 1'25\cdot10^{-3}t)\right]\cdot(-1'25\cdot10^{-3})$$

$$v_{max\ osc} = \pm 0'6\cdot1'25\cdot10^{-3} = \pm\boxed{7'5\cdot10^{-4}\ m/s}$$