

113

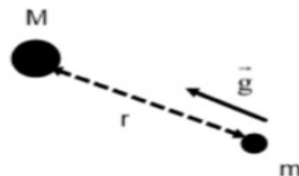
a) Explique las características del campo y del potencial gravitatorios creados por una masa puntual.

b) Una partícula de masa m , situada en un punto A se mueve en línea recta hacia otro punto B, en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por una masa M . Si el valor del potencial gravitatorio en el punto B es menor que en el punto A, razone si la partícula se acerca o se aleja de M .

FISICA. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

RESOLUCION

a)



Una masa puntual M produce a su alrededor un campo gravitatorio $\vec{g}$, que es el cociente entre la fuerza gravitatoria y la masa m que se coloca a una distancia r de M

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m} \quad |\vec{g}| = G \frac{M}{r^2}$$

- $\vec{g}$ es un vector atractivo, es un vector central (de centro de M a centro de m)
- $\vec{g}$ no depende del medio que rodea a M y m , ya que G (constante de gravitación universal) no depende del medio.
- La M produce también un potencial gravitatorio (V_g) a su alrededor. Es una magnitud escalar.

$$V_g = \frac{E_{pg}}{m} = -G \frac{M}{r}$$

- V_g no depende de la masa m que se coloque.
- V_g es el trabajo de las fuerzas gravitatorias por unidad de masa.

$$b) V_g(B) < V_g(A) \Rightarrow -G \frac{M}{R_B} < -G \frac{M}{R_A} \Rightarrow -\frac{1}{R_B} < -\frac{1}{R_A} \Rightarrow \frac{1}{R_B} > \frac{1}{R_A} \Rightarrow R_B < R_A$$

Luego, al pasar de A a B, se acerca a M

195

Un cuerpo de 50 kg se eleva hasta una altura de 500 km sobre la superficie terrestre.

a) Calcule el peso del cuerpo en ese punto y compárelo con su peso en la superficie terrestre.

b) Analice desde un punto de vista energético la caída del cuerpo desde dicha altura hasta la superficie terrestre y calcule con qué velocidad llegaría al suelo.

$R_T = 6370 \text{ km}$; $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

Diagrama de la altura $h = 500 \text{ km}$ sobre la superficie terrestre (radio R_T).

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2}$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \approx m \cdot g_T = 490 \text{ N}$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{(6370)^2}{(6370 + 500)^2}$$

$$\frac{P_h}{P_T} = 0,86$$

$$P_h = 0,86 P_T$$

Comparación: el peso a esa altura es 0,86 veces que el P_T (es menor). Sería el 86% del peso terrestre.

$$P_h = 0,86 \cdot 490 = 421,4 \text{ N}$$

b)

Diagrama de la caída desde la altura h hasta la superficie terrestre (radio R_T).

$$E_{p_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}, E_{c_h} = \frac{1}{2} m v_h^2$$

$$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}, E_{c_T} = \frac{1}{2} m v_T^2$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$$

Principio de conservación de la E_m

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_T} + E_{c_T}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_T^2$$

$$\frac{1}{2} m v_T^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$v_T = \sqrt{2 G M_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)} \right)}$$

$$v_T = \sqrt{2 g_T R_T^2 \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h} \right)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot (6370 \cdot 10^3)^2 \cdot \left(\frac{1}{6370 \cdot 10^3} - \frac{1}{6370 \cdot 10^3 + 500 \cdot 10^3} \right)} = 3088,69 \text{ m/s}$$

196

~~E6A S2014~~

Un satélite artificial de 400 kg describe una órbita circular a una altura h sobre la superficie terrestre. El valor de la gravedad a dicha altura es la tercera parte de su valor en la superficie de la Tierra.

- a) Explique si hay que realizar trabajo para mantener el satélite en esa órbita y calcule el valor de h .
 b) Determine el periodo de la órbita y la energía mecánica del satélite.

$$g = 9,8 \text{ m s}^{-2}; R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

a) No hay que realizar ningún trabajo porque, al tratarse de un campo de fuerzas centrales, la fuerza gravitatoria y el vector desplazamiento siempre forman 90° . Haz un dibujo para aclararlo.

$$g_{\text{SupT}} = G \frac{M}{R^2} = 9,8 \rightarrow G M = 4,01 \cdot 10^{14} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}$$

$$g_h = G \frac{M}{r^2} = 9,8 / 3 \rightarrow r = \sqrt{\frac{3 G M}{9,8}} = 1,11 \cdot 10^7 \text{ m} \rightarrow h = 1,11 \cdot 10^7 - R_T = 4,69 \cdot 10^6 \text{ m}$$

b) ~~deduce que el periodo de la órbita es~~ $T^2 = \frac{4\pi^2}{G M} r^3 \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G M} r^3} = 11574,38 \text{ seg}$

deduce que $E = E_c + E_p = -\frac{1}{2} G \frac{M m}{r} = -7,24 \cdot 10^9 \text{ Julios}$

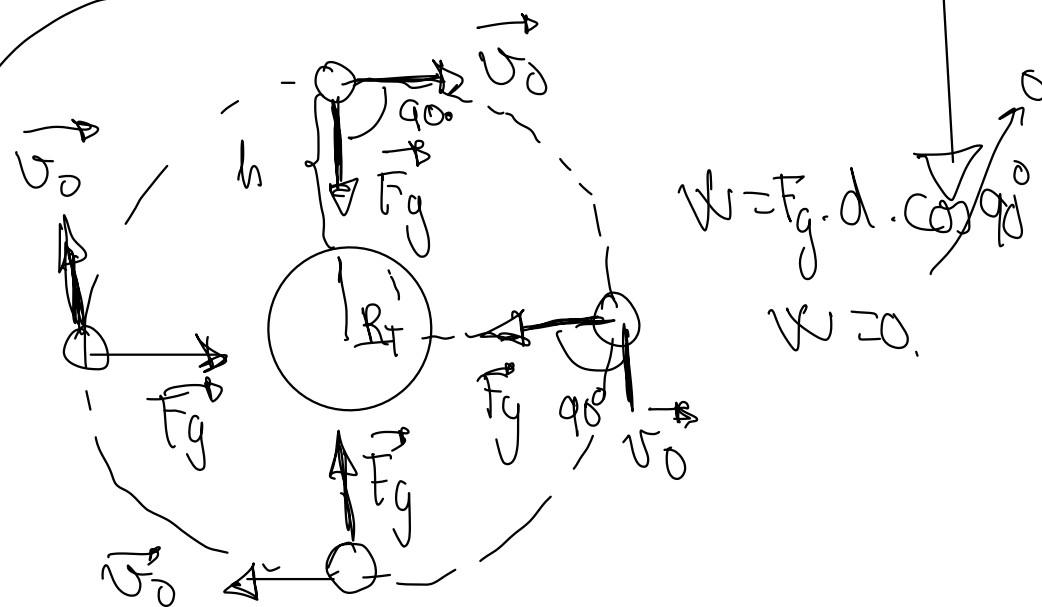
$F_g = F_n$

$G \cdot \frac{M_T m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r}$

$G M_T = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2}$

$G M_T T^2 = 4\pi^2 r^3$

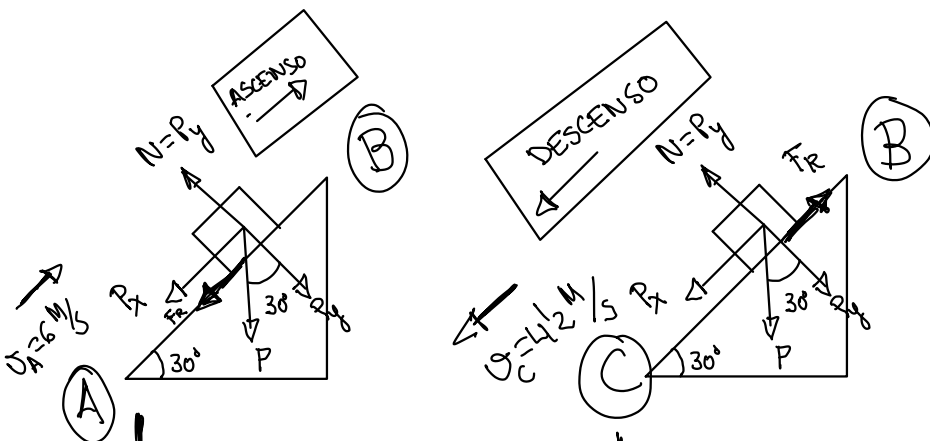
$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G M_T}}$



203

Un bloque de 2 kg se lanza hacia arriba por una rampa rugosa ($\mu = 0,2$), que forma un ángulo de 30° con la horizontal, con una velocidad de 6 m s^{-1} . Tras su ascenso por la rampa, el bloque desciende y llega al punto de partida con una velocidad de $4,2 \text{ m s}^{-1}$.
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando asciende por la rampa y, en otro esquema, las que actúan cuando desciende e indique el valor de cada fuerza.

b) Calcule el trabajo de la fuerza de rozamiento en el ascenso del bloque y comente el signo del resultado obtenido.
 $g = 10 \text{ m s}^{-2}$



$$P = m \cdot g = 2 \cdot 10 = 20 \text{ N}$$

$$P_x = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ = 10 \text{ N}$$

$$P_y = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = 17,32 \text{ N}$$

$$N = P_y = 17,32 \text{ N}$$

$$F_R = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 17,32 = 3,46 \text{ N}$$

$$E_{CA} + E_{PA} + W_{FR_{A \rightarrow B}} + W_{FR_{B \rightarrow C}} = E_{PC} + E_{CC}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + m g h + 2 W_{FR} = m g h + \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$2 W_{FR} = \frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$W_{FR} = \frac{\frac{1}{2} 2 \cdot (4,2)^2 - \frac{1}{2} 2 \cdot 6^2}{2} = -9,18 \text{ J}$$

El signo negativo indica que disipa energía, es decir, que hace disminuir la energía mecánica transformándose este descenso en calor. Ese trabajo negativo siempre será negativo en el caso de la fuerza de rozamiento al tener sentido contrario al desplazamiento en cualquier caso.

229

a) Explique brevemente el concepto de potencial gravitatorio. Discuta si es posible que existan puntos en los que se anule el campo gravitatorio y no lo haga el potencial en el caso de dos masas puntuales iguales separadas una distancia d .

b) Un cuerpo de 3 kg se lanza hacia arriba con una velocidad de $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ por un plano inclinado 60° con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,3, calcule la distancia que recorre el cuerpo sobre el plano durante su ascenso y el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, comentando su signo.

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

FISICA. 2017. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) El potencial gravitatorio es el cociente entre la energía potencial gravitatoria que adquiere un cuerpo y la masa de ese cuerpo.

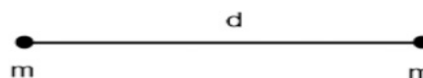
$$V_g = \frac{E_{pg}}{m} = -G \cdot \frac{M}{r} \quad \text{J/kg}$$

G = constante de gravitación universal

M = masa del cuerpo que produce el potencial gravitatorio sobre m .

r = distancia entre M y m

El potencial gravitatorio se puede interpretar como el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para trasladar la masa unidad desde un punto hasta el infinito.



Principio de superposición: $V_g(P) = V_{g1}(P) + V_{g2}(P) = -G \cdot \frac{m}{r_1} - G \cdot \frac{m}{r_2}$

Esta suma nunca vale cero, ya que son dos números negativos. Luego, no hay puntos donde el potencial valga 0

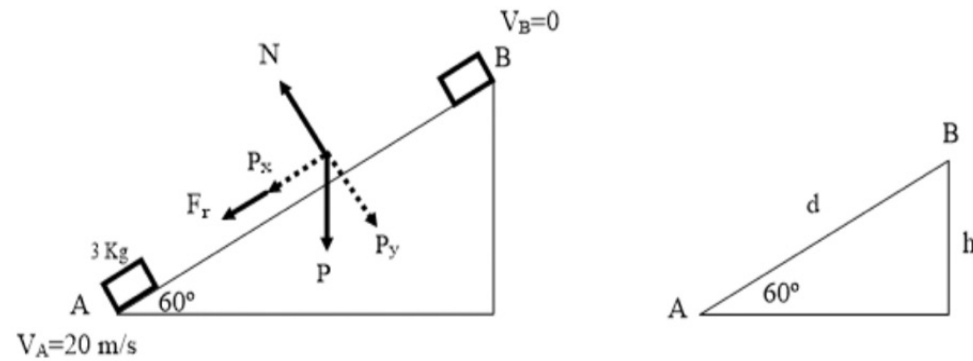
Calculamos el campo gravitatorio: $\vec{g}(P) = \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P) = 0$

Para que la suma de dos vectores sea 0, deben ser opuestos y de igual módulo, es decir:

$$|\vec{g}_1(P)| = |\vec{g}_2(P)| \Rightarrow G \frac{M}{R_1^2} = G \frac{M}{R_2^2} \Rightarrow R_1 = R_2$$

Luego, el campo gravitatorio se hace cero en el punto medio del segmento que une las masas.

b)



$$\sin 60^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{d} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot d$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P \cdot \cos 60^\circ = 0.3 \cdot 3 \cdot 9.8 \cdot \cos 60^\circ = 4.41 \text{ N}$$

Balance de energías entre A y B:

$$E_c(A) = E_{pg}(B) + |W_{AB}(f_{roz})| \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = mgh + |F_{roz} \cdot d \cdot \cos 180^\circ| \Rightarrow \frac{1}{2} 3 \cdot 20^2 = 3 \cdot 9.8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} d + 4.41 \cdot d \Rightarrow \\ \Rightarrow d = 20.09 \text{ m}$$

Calculamos el trabajo de la fuerza de rozamiento

$$W_{AB}(f_{roz}) = -f_{roz} \cdot d = -4.41 \cdot 20.09 = -88.6 \text{ J}$$

El trabajo es negativo porque la fuerza de rozamiento se opone al movimiento.

235

a) Una partícula de masa m se desplaza desde un punto A hasta otro punto B en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por otra masa M . Si el valor del potencial gravitatorio en el punto B es mayor que en el punto A, razone si el desplazamiento de la partícula es espontáneo o no.

b) Una masa m_1 , de 500 kg, se encuentra en el punto (0,4) m y otra masa m_2 , de 500 kg, en el punto (-3,0) m. Determine el trabajo de la fuerza gravitatoria para desplazar una partícula m_3 , de 250 kg, desde el punto (3,0) m hasta el punto (0,-4) m.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

FISICA. 2017. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

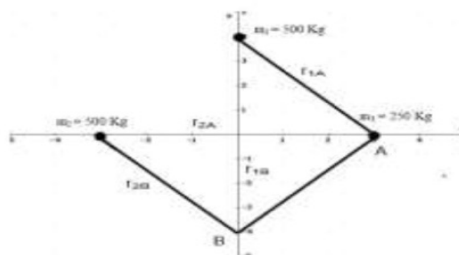
RESOLUCION

a) Sabemos que: $V_g(B) > V_g(A)$

$$\text{Luego: } W_{A \rightarrow B} = -[E_p(B) - E_p(A)] = -m \cdot [V_g(B) - V_g(A)] < 0$$

El trabajo realizado por las fuerzas gravitatorias sale negativo, luego el desplazamiento de la partícula no es espontáneo. Para que el desplazamiento fuera espontáneo, el trabajo debería ser positivo. Por ejemplo: cuando cae una piedra, el trabajo realizado por el peso es positivo y el potencial gravitatorio va disminuyendo. Cuando sube una piedra, ocurre lo contrario.

b)



En el dibujo vemos que: $r_{1A} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}$; $r_{2A} = 6 \text{ m}$; $r_{1B} = 8 \text{ m}$; $r_{2B} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}$

Calculamos la energía potencial en A y en B

$$\begin{aligned} E_p(A) &= E_{p1}(A) + E_{p2}(A) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_3}{r_{1A}} - G \cdot \frac{m_2 \cdot m_3}{r_{2A}} = -G \cdot m_1 \cdot m_3 \left(\frac{1}{r_{1A}} + \frac{1}{r_{2A}} \right) = \\ &= -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 500 \cdot 250 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right) = -3'057 \cdot 10^{-6} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_p(B) &= E_{p1}(B) + E_{p2}(B) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_3}{r_{1B}} - G \cdot \frac{m_2 \cdot m_3}{r_{2B}} = -G \cdot m_1 \cdot m_3 \left(\frac{1}{r_{1B}} + \frac{1}{r_{2B}} \right) = \\ &= -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 500 \cdot 250 \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{5} \right) = -2'709 \cdot 10^{-6} \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{Calculamos el trabajo: } W_{A \rightarrow B} = E_p(A) - E_p(B) = -3'057 \cdot 10^{-6} - (-2'709 \cdot 10^{-6}) = -3'48 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

237

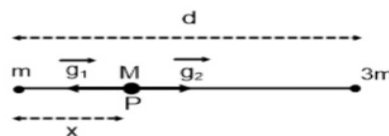
- a) Dos partículas, de masas m y $3m$, están situadas a una distancia d la una de la otra. Indique razonadamente en qué punto habría que colocar otra masa M para que estuviera en equilibrio.
- b) Dos masas iguales, de 50 kg , se encuentran situadas en los puntos $(-3,0)\text{ m}$ y $(3,0)\text{ m}$. Calcule el trabajo necesario para desplazar una tercera masa de 30 kg desde el punto $(0,4)\text{ m}$ al punto $(0,-4)\text{ m}$ y comente el resultado obtenido.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

FISICA. 2017. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

RESOLUCION

a)

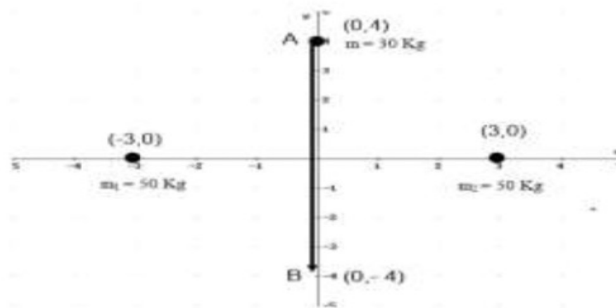


Aplicamos el principio de superposición.

$$\text{Para que } \vec{g}(P) = 0 \Rightarrow \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P) = 0 \Rightarrow |\vec{g}_1(P)| = |\vec{g}_2(P)|$$

$$\text{Luego: } G \cdot \frac{m \cdot M}{x^2} = G \cdot \frac{3m \cdot M}{(d-x)^2} \Rightarrow (d-x)^2 = 3x^2 \Rightarrow 2x^2 + 2dx - d^2 = 0 \Rightarrow x = 0'37 d$$

b)



El trabajo va a resultar nulo, ya que las distancias y las masas son iguales.

Calculamos la energía potencial en A y en B

$$E_{pg}(B) = E_{pgm_1}(B) + E_{pgm_2}(B) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m}{R_1} - G \cdot \frac{m_2 \cdot m}{R_2} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{50 \cdot 30}{5} + \frac{50 \cdot 30}{5} \right) = -4'002 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$E_{pg}(A) = E_{pgm_1}(A) + E_{pgm_2}(A) = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m}{R_1} - G \cdot \frac{m_2 \cdot m}{R_2} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{50 \cdot 30}{5} + \frac{50 \cdot 30}{5} \right) = -4'002 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$\text{Calculamos el trabajo: } W_{A \rightarrow B} = E_p(A) - E_p(B) = -4'002 \cdot 10^{-8} - (-4'002 \cdot 10^{-8}) = 0 \text{ J}$$

a) Si la masa y el radio de la Tierra se duplican, razone si las siguientes afirmaciones son correctas: (i) el periodo orbital de la Luna se duplica. (ii) su velocidad orbital permanece constante.

b) La masa de Marte es aproximadamente la décima parte de la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. Calcule cuál sería la masa y el peso en la superficie de Marte de una persona que en la superficie terrestre tuviera un peso de 700 N.

$$g_T = 9.8 \text{ m s}^{-2}$$

FISICA. 2018. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

RESOLUCION

a) Los datos son: $\begin{cases} M_T^* = 2 M_T \\ R_T^* = 2 R_T \end{cases}$

(i). Falsa. El periodo orbital de la Luna es: $T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi R}{v_0}$, el nuevo periodo orbital será:

$$T^* = \frac{2\pi R}{v_0^*} = \frac{2\pi R}{\sqrt{2} v_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

Luego, el periodo orbital disminuye en $\sqrt{2}$.

(ii). Falsa. La velocidad orbital de la Luna es: $v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{R_L}}$, la nueva velocidad orbital será:

$$v_0^* = \sqrt{G \frac{M_T^*}{R_L}} = \sqrt{G \frac{2M_T}{R_L}} = \sqrt{2} \sqrt{G \frac{M_T}{R_L}} = \sqrt{2} \cdot v_0$$

Luego, la velocidad orbital aumenta en $\sqrt{2}$.

Es razonable que así sea, ya que si aumenta la masa de la Tierra, la fuerza gravitatoria sobre la Luna debe aumentar, para mantener a la Luna en su órbita, debe de ir más rápido por lo que tardará menos en dar una vuelta completa a la Tierra.

b) Sabemos por el enunciado que: $M_m = \frac{M_T}{10}$ y $R_m = \frac{R_T}{2}$

Calculamos la masa de esa persona, que no varía al estar en la Tierra o en Marte

$$P_T = m \cdot g_T \Rightarrow m = \frac{P_T}{g_T} = \frac{700}{9.8} = 71.43 \text{ kg}$$

Calculamos la gravedad en Marte:

$$\frac{g_m}{g_T} = \frac{G \cdot \frac{M_m}{R_m^2}}{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{M_m \cdot R_T^2}{M_T \cdot R_m^2} = \frac{\frac{M_T}{10} \cdot R_T^2}{M_T \cdot \frac{R_T^2}{4}} = \frac{4}{10} = 0.4 \Rightarrow g_m = g_T \cdot 0.4 = 9.8 \cdot 0.4 = 3.92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Por lo tanto, el peso de esa persona en Marte es: $P_m = m \cdot g_m = 71.43 \cdot 3.92 = 280 \text{ N}$

a) Analice las siguientes proposiciones, razonando si son verdaderas o falsas: (i) sólo las fuerzas conservativas realizan trabajo; (ii) si sobre una partícula únicamente actúan fuerzas conservativas la energía cinética de la partícula no varía.

b) En la superficie de un planeta de 2000 km de radio, la aceleración de la gravedad es de $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Calcule: (i) La masa del planeta; (ii) la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

FISICA. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)

(i) Es Falsa. Por ejemplo, la fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa y realiza trabajo cuando se desplaza un cuerpo (trabajo negativo porque se opone al movimiento).

(ii) Es Falsa. Por ejemplo, en ausencia de rozamiento, al soltar un cuerpo desde una altura, el peso (que es fuerza conservativa) hace que el cuerpo acelere, por lo que aumenta la energía cinética.

b)

(i) 2ª Ley de Newton:

$$F_g = G \frac{M_p \cdot m}{R_p^2} = m \cdot a_p \Rightarrow a_p = G \frac{M_p}{R_p^2} \Rightarrow 3 = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{M_p}{(2 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow M_p = 1'8 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

(ii) La velocidad de escape es:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{2G \frac{M_p}{R_p}} = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{1'8 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^6}} = 3464'97 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

243

a) Indique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.

b) Un cuerpo de 20 kg de masa se encuentra inicialmente en reposo en la parte más alta de una rampa que forma un ángulo de 30° con la horizontal. El cuerpo desciende por la rampa recorriendo 15 m, sin rozamiento, y cuando llega al final de la misma recorre 20 m por una superficie horizontal rugosa hasta que se detiene. Calcule el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie horizontal haciendo uso de consideraciones energéticas.

$$g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

FISICA. 2018. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) La fuerza gravitatoria viene dada por la ley de gravitación universal.

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{d^2}$$

F = Fuerza gravitatoria (N)

G = Constante de gravitación universal

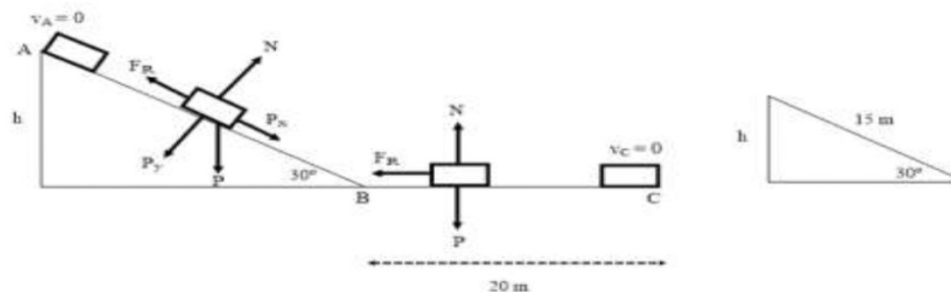
M = Masa de un cuerpo (kg)

m = Masa de un cuerpo (kg)

d = Distancia entre las masas (m)

- Las fuerzas gravitatorias son siempre atractivas.
- Las fuerzas gravitatorias son centrales (de centro de M a centro de m).
- Las fuerzas gravitatorias son conservativas (el trabajo realizado entre dos puntos no depende del camino seguido).
- Las fuerzas gravitatorias son independientes del medio que las rodeen (G es constante universal, no depende del medio).
- Las fuerzas gravitatorias varían con el inverso del cuadrado de la distancia, extiende su acción hasta el infinito.
- El movimiento de las masas no influye en las fuerzas gravitatorias, mientras se mantenga la distancia entre las masas.

b)



$$\text{sen } 30^\circ = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 7'5 \text{ m}$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

Al no haber rozamiento entre A y B se puede aplicar el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) + E_{pg}(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 9'8 \cdot 7'5} = 12'12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$E_c(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}20 \cdot 147 = 1470 \text{ J}$$

Balance de energías entre B y C:

$$E_c(B) = E_c(C) + |W_{BC}(f_{roz})| \Rightarrow 1470 = F_{roz} \cdot \overline{BC} \Rightarrow 1470 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \overline{BC} = \mu \cdot 20 \cdot 9'8 \cdot 20 \Rightarrow \mu = 0'375$$

247

a) Explique qué se entiende por velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite que describe una órbita circular alrededor de la Tierra. ¿Cuál es mayor, la velocidad orbital de un satélite de 2000 kg o la de otro de 1000 kg? Razone sus respuestas.

b) Un satélite de masa $2 \cdot 10^3$ kg describe una órbita circular de 5500 km en torno a la Tierra. Calcule: (i) La velocidad orbital; (ii) la velocidad con que llegaría a la superficie terrestre si se dejara caer desde esa altura con velocidad inicial nula.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$

FISICA. 2018. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

RESOLUCION

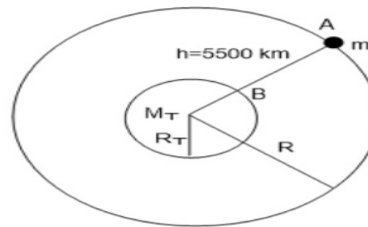
a) La velocidad orbital es la velocidad que lleva un cuerpo en una órbita determinada. Usamos la 2ª Ley de Newton aplicada al satélite:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F_g = m \cdot a_n \Rightarrow G \frac{M_T \cdot m}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R_T + h}}$$

Si los dos satélites se encuentran en la misma órbita, la velocidad orbital es la misma para los dos satélites, ya que la velocidad orbital no depende de la masa del satélite.

Si están en órbitas diferentes, el satélite que esté más cerca de la Tierra, tendrá mayor velocidad orbital.

b)



$$(i) v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R_T + h}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \frac{5'98 \cdot 10^{24}}{6.370.000 + 5.500.000}} = 5.796'8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(ii) En ausencia de rozamiento se aplica el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_p(A) + E_c(A) = E_p(B) + E_c(B) \Rightarrow -G \frac{M_T m}{R_A} = -G \frac{M_T m}{R_B} + \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 2 \cdot \left(G \frac{M_T}{R_B} - G \frac{M_T}{R_A} \right) = 2 \cdot G \cdot M_T \cdot \left(\frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_A} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24} \left(\frac{1}{6370000} - \frac{1}{6370000 + 5500000} \right)} = 7.617'54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Es la velocidad con la que chocaría con la superficie terrestre.

a) Razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación y justifique la respuesta: “Si en un punto del espacio la intensidad del campo gravitatorio creado por varias masas es nulo, también lo será el potencial gravitatorio”.

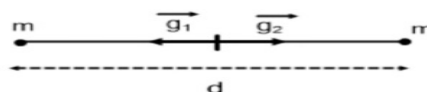
b) Dos cuerpos, de 10 kg de masa, se encuentran en dos de los vértices de un triángulo equilátero, de 0'5 m de lado. (i) Calcule el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo. (ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria de las dos masas para traer otro cuerpo de 10 kg desde el infinito hasta el tercer vértice del triángulo.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

FISICA. 2019. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

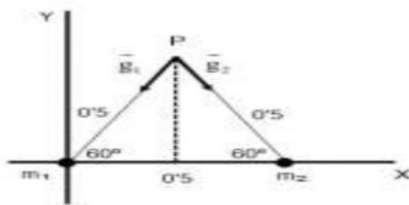
a) Falsa. Supongamos dos masas idénticas, en el punto medio del segmento que las une, el campo gravitatorio es nulo, pero el potencial gravitatorio no vale cero.



Aplicamos el principio de superposición:

$$V_g = V_{g1} + V_{g2} = -G \frac{M}{R} - G \frac{M}{R} = -G \frac{M}{\frac{d}{2}} - G \frac{M}{\frac{d}{2}} = -4G \frac{M}{d} \neq 0$$

b)



(i) Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g}(P) = \vec{g}_1(P) + \vec{g}_2(P)$

$$|\vec{g}_1(P)| = |\vec{g}_2(P)| = G \frac{M}{R^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{10}{0'5^2} = 2'67 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$|\vec{g}(P)| = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 = 4'62 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \Rightarrow \vec{g}(P) = -4'62 \cdot 10^{-9} \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

(ii) $W_{\infty \rightarrow P}(F_g) = -[E_{pg}(P) - E_{pg}(\infty)]$

Como: $r_1 = r_2 = 0'5$ y $m = m_1 = m_2 = 10$, entonces:

$$E_{pg}(P) = E_{pg1}(P) + E_{pg2}(P) = -G \frac{m_1 \cdot m}{r_1} - G \frac{m_2 \cdot m}{r_2} = -2G \frac{10^2}{0'5} = -2'67 \cdot 10^{-8} \text{ J} \Rightarrow W(F_g) = 2'67 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

a) i) Defina velocidad orbital y deduzca su expresión para un satélite en órbita circular en torno a la Tierra. ii) ¿Qué relación existe entre las velocidades de escape de un cuerpo si cambia su altura sobre la superficie terrestre de $2R_T$ a $3R_T$?

b) El satélite Astra 2C, empleado para emitir señales de televisión, es un satélite en órbita circular geoestacionaria. Calcule: i) La altura a la que orbita respecto de la superficie de la Tierra y su velocidad. ii) La energía invertida para llevar el satélite desde la superficie de la Tierra hasta la altura de su órbita.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_T = 5'98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; $m_{\text{satélite}} = 4500 \text{ kg}$

FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

RESOLUCION

a) i) La velocidad orbital es la velocidad que lleva un cuerpo en una órbita determinada.

Usamos la 2ª Ley de Newton aplicada al satélite:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F_g = m \cdot a_n \Rightarrow G \frac{M_T \cdot m}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R_T + h}}$$

ii) Sabemos que: $v_{\text{escape}} = \sqrt{2 G \frac{M_T}{R}}$, luego: $\frac{v_{\text{escape}} \text{ a } 2R_T}{v_{\text{escape}} \text{ a } 3R_T} = \frac{\sqrt{2 G \frac{M_T}{2R_T}}}{\sqrt{2 G \frac{M_T}{3R_T}}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

b)(i) Órbita geoestacionaria $\Rightarrow \omega_{\text{satélite}} = \omega_{\text{Tierra}} = \frac{1 \text{ vuelta}}{24 \text{ horas}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \cdot 3600 \text{ s}}$

2ª Ley de Newton $\Rightarrow v_{\text{orbital}} = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$

Sabemos que:

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega \cdot R = \sqrt{G \frac{M_T}{R}} \Rightarrow \omega^2 \cdot R^2 = G \frac{M_T}{R} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{\left(\frac{2\pi}{24 \cdot 3600}\right)^2}} = 42250'47 \text{ km}$$

y como: $R = R_T + h \Rightarrow h = R - R_T = 42.250'47 - 6.370 = 35.880'47 \text{ km}$

(ii) Por el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) + E_{pg}(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) \Rightarrow E_c(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) - E_{pg}(A) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_c(A) = \frac{1}{2} m \cdot G \frac{M_T}{R} - G \frac{M_T m}{R} + G \frac{M_T m}{R_T} = G \cdot M_T \cdot m \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2R} \right) =$$

$$= 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24} \cdot 4500 \cdot \left(\frac{1}{6370000} - \frac{1}{2 \cdot 42250470} \right) = 2'6 \cdot 10^{11} \text{ Julios}$$

a) Tenemos una fuerza no conservativa actuando sobre una partícula de masa m que está en un campo gravitatorio. i) ¿Existe alguna relación entre el trabajo realizado por la fuerza no conservativa y la energía mecánica de la masa? ii) ¿Y entre el trabajo total de las fuerzas y la energía cinética? Justifique las respuestas.

b) Por un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal se lanza hacia arriba un bloque de 10 kg con una velocidad inicial de $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. El coeficiente de rozamiento entre el plano y el bloque es $0,1$. A partir del balance de energías, determine: i) La altura máxima que alcanzará en su ascenso. ii) La velocidad al regresar al punto de partida.

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

FISICA. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a) (i) Haciendo un balance de energías, tenemos:

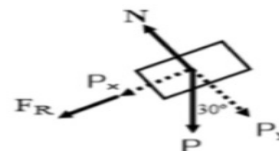
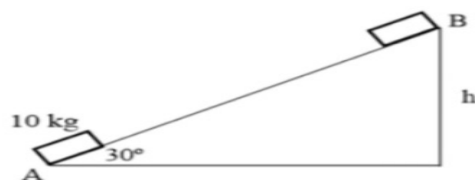
$$E_m(A) = E_m(B) + |W(F_{\text{no conservativa}})| \Rightarrow |W(F_{\text{no conservativa}})| = E_m(A) - E_m(B)$$

Esto significa que la pérdida de energía mecánica de la masa m es igual al trabajo de la fuerza no conservativa.

(ii) Haciendo uso del teorema de la energía cinética, el trabajo de las fuerzas que actúan sobre m es igual a la variación de energía cinética que sufre m .

$$|W(F_{\text{resultante}})| = E_c(\text{final}) - E_c(\text{inicial})$$

b)



$$(i) \quad \text{sen } 30^\circ = \frac{h}{AB} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{h}{\text{sen } 30^\circ} = 2h; F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P \cdot \cos 30^\circ = 0,1 \cdot 10 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ = 8,49 \text{ N}$$

Hacemos un balance de energía entre A y B

$$E_m(A) = E_m(B) + |W_{AB}(f_{\text{roz}})| \Rightarrow E_c(A) = E_{pg}(B) + |W_{AB}(f_{\text{roz}})| \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh + F_{\text{roz}} \cdot \overline{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}10 \cdot 5^2 = 10 \cdot 9,8 \cdot h + 8,49 \cdot 2h \Rightarrow 125 = 98h + 16,98h \Rightarrow h = \frac{125}{114,98} = 1,087 \text{ m}$$

(ii) Hacemos un balance de energía entre B y A

$$E_{pg}(B) = E_c(A) + |W_{AB}(f_{\text{roz}})| \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_A^2 + F_{\text{roz}} \cdot \overline{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot 9,8 \cdot 1,087 = \frac{1}{2}10 \cdot v_A^2 + 8,49 \cdot 2 \cdot 1,087 \Rightarrow 106,526 = 5 \cdot v_A^2 + 18,457 \Rightarrow v_A = 4,2 \text{ m/s}$$