https://fisicacucurella.enceuta.es

FÍSICA 2º BACH A/B

PROFESOR: JOSÉ MANUEL GARCÍA CUCURELLA.

LIBRO EN COPISTERÍA. 1ª EVALUACIÓN.

1ª EVALUACIÓN

- CAMPO GRAVITATORIO
- CAMPO ELÉCTRICO

2ª EVALUACIÓN

- ELECTROMAGNETISMO
- ONDAS

3ª EVALUACIÓN

- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS, FÍSICA CUÁNTICA, FÍSICA NUCLEAR.

- ÓPTICA Y MECÁNICA.

* EXAMEN FINAL.

TEMA 1.

CAMPO GRAVITATORIO.

1.- Fuerzas por contacto y a distancia.

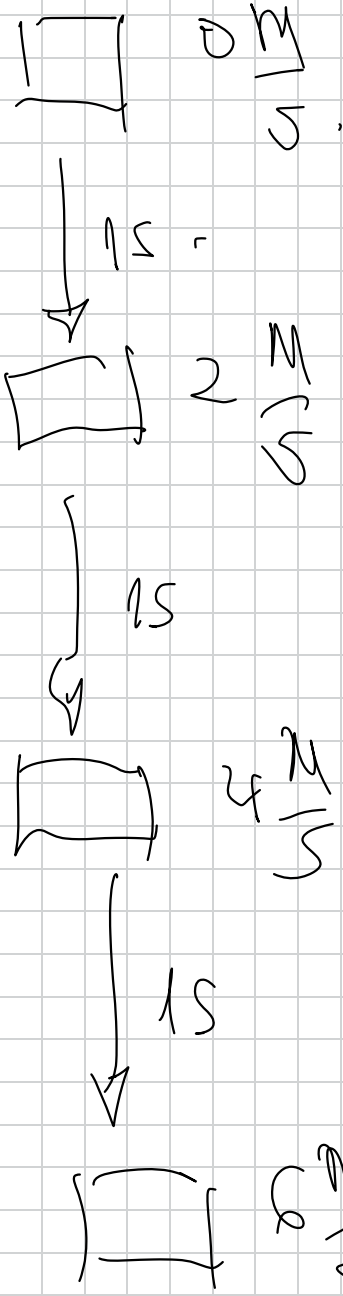
$$F = m \cdot a$$

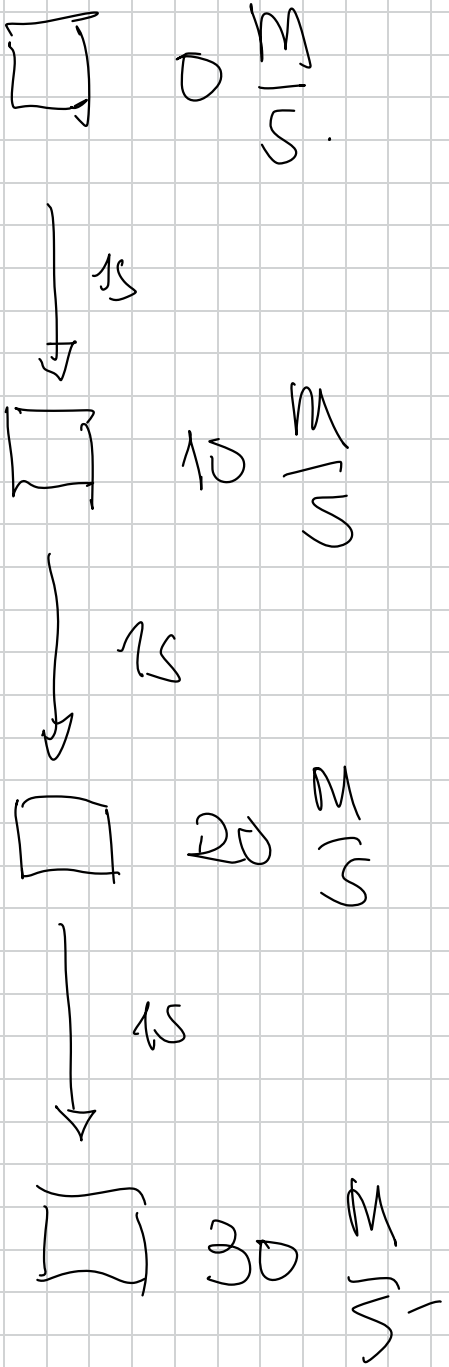
$$N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

(SI) (SI)

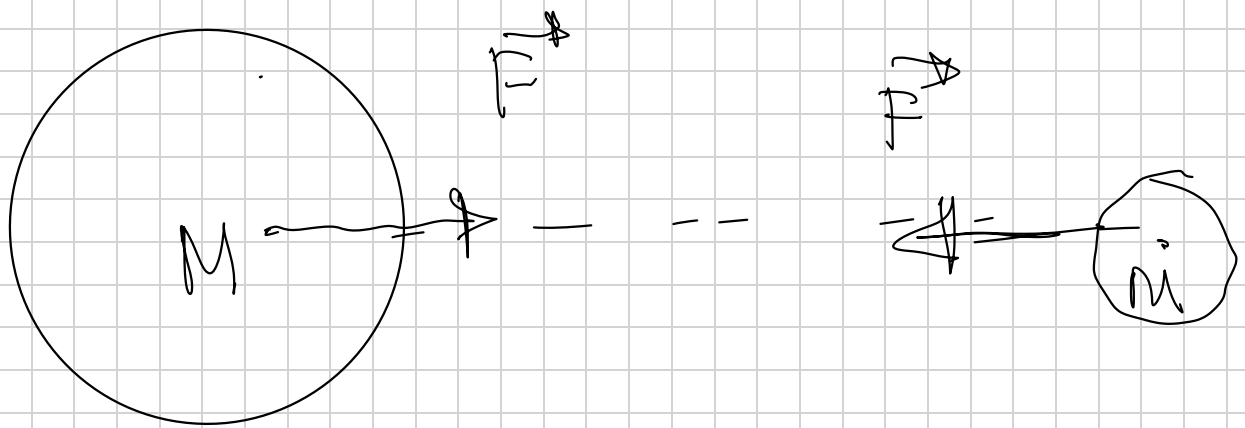
$$1\,N = 1\,kg \cdot 1\,\frac{m}{s^2}.$$

$a = 2 \frac{m}{s^2}$





$g_{Jupiter} = 10 \frac{m}{s^2}$.


M
N

Ley de la gravitación Universal.



r ⇒ distancia centro - centro

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$G = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m}$$

M y m ⇒ kg en S.I.

r ⇒ m en S.I.

F ⇒ N en S.I.

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \; \frac{N \cdot m^2}{kg^2}.$$

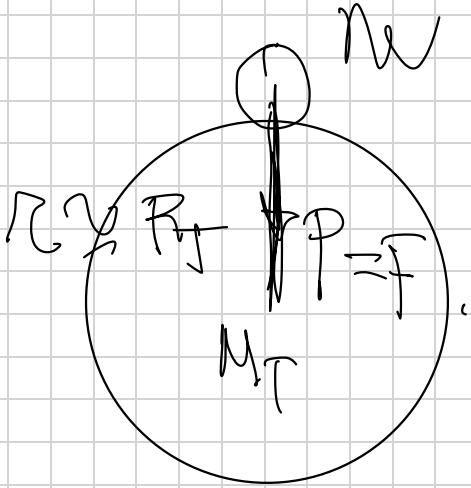
$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \; N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}.$$

$M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$

$R_T = 6400\ km$

$R_T = 6{,}4 \cdot 10^6\ m$

$$F = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$



$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 50}{(6{,}4 \cdot 10^6)^2}$$

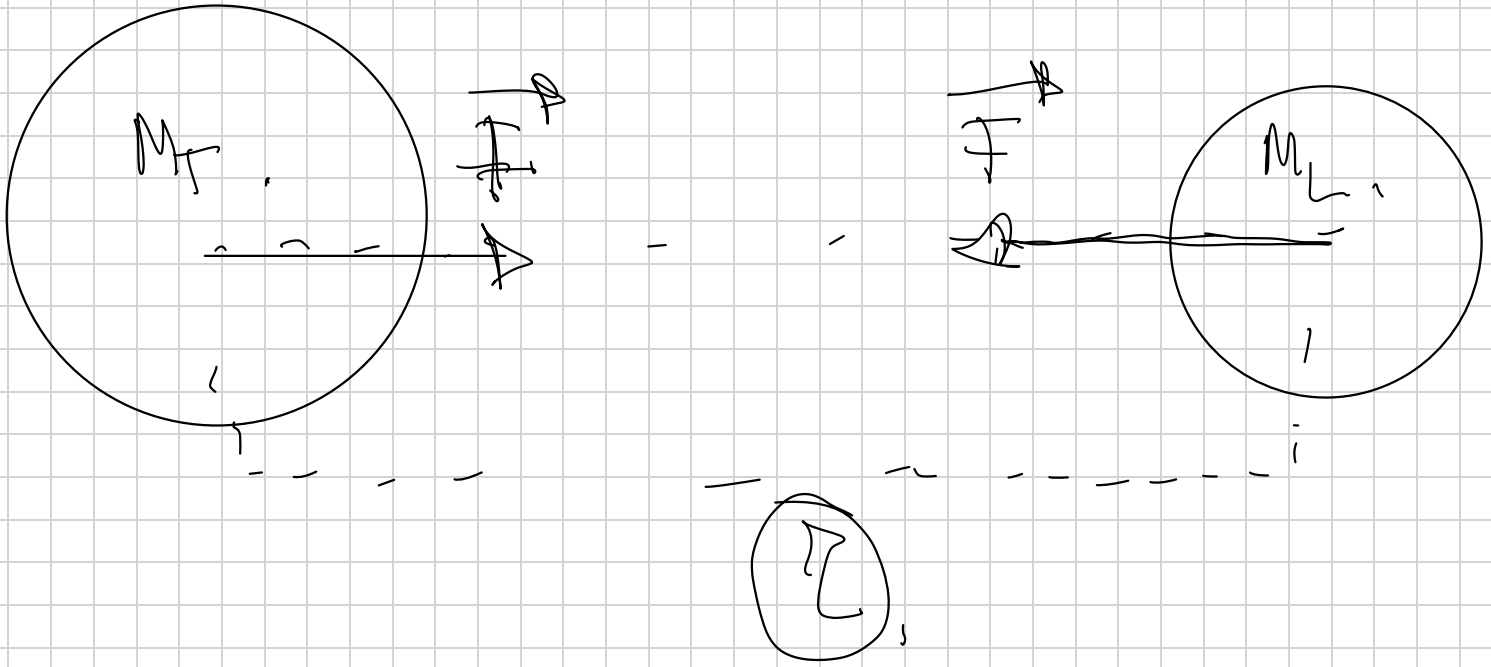
$$\boxed{F = 488{,}52\ N}$$

$$P = m g$$

$$P = 50\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 490\ N$$

1.- La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa de la Luna es de $7{,}2 \cdot 10^{22}$ Kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es de $1{,}9 \cdot 10^{20}$ N, ¿Cuál será la distancia entre sus centros? .G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m^2 · Kg^{-2}

1º Dibujo de la situación.



2º Aplico ley de la gravitación Universal.

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2}$$ → Despejo r.

$$F \cdot r^2 = G \cdot M_T \cdot M_L$$

$$r^2 = \frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}$$

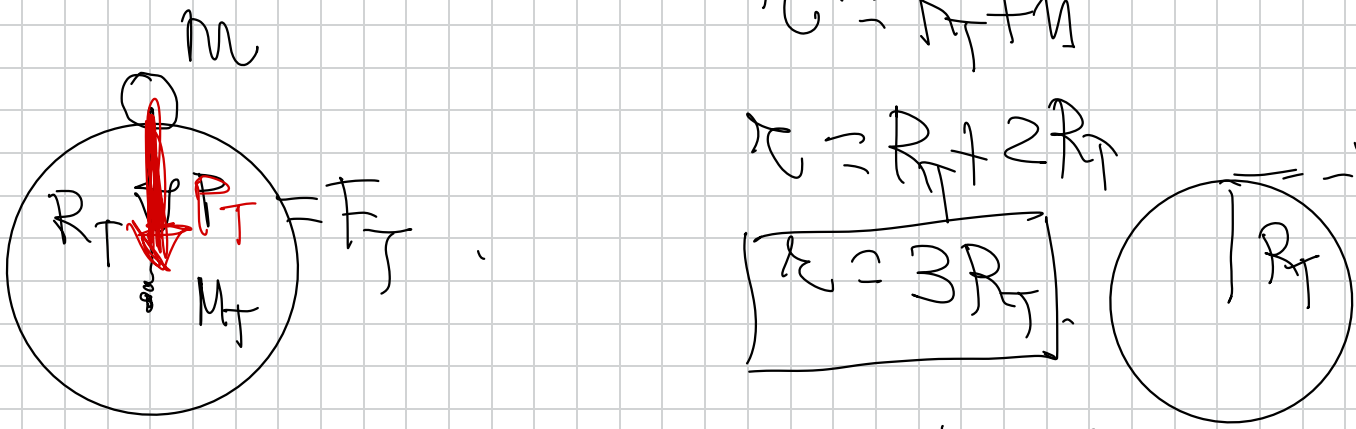
Todo en S.I.

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 7{,}2 \cdot 10^{22}}{1{,}9 \cdot 10^{20}\ N}}$$

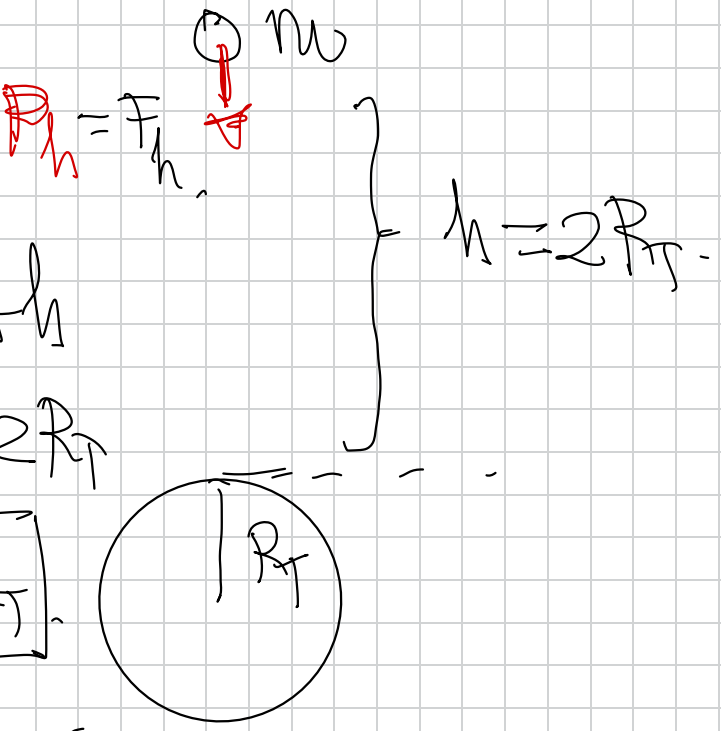
$$r = 3{,}9 \cdot 10^{8}\ m$$

2.- ¿A cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se eleva desde el nivel del mar a una altura igual al doble del radio terrestre?

1º dibujo las dos situaciones con sus correspondientes expresiones, por separado.



$r \geq R_T$.



$r = R_T + h$

$r = R_T + 2R_T$

$\boxed{r = 3R_T}$.

ley de la gravitación universal

1

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$P_T = F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_h = F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2}$$

r

$$P_h = F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(3R_T)^2}$$

r

$$F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9 R_T^2}$$

2) Divido ambas expresiones

↓

$$\frac{F_h}{F_t} = \frac{G \cdot \frac{M_t \cdot M}{q R_t^2}}{G \cdot \frac{M_t \cdot M}{R_t^2}} \rightarrow \frac{\frac{1}{q}}{1}$$

$$\frac{F_h}{F_t} = \frac{1}{q}$$

$$\boxed{F_R = \frac{1}{q} F_T}$$

El peso a una altura igual a la novena parte que en la tierra.

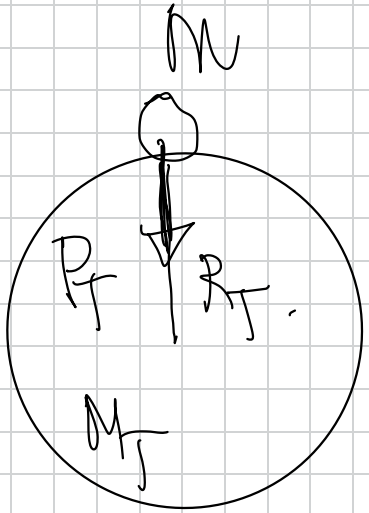
Moda Alberta

$$\frac{F_T}{F_h} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9 R_T^2}}$$

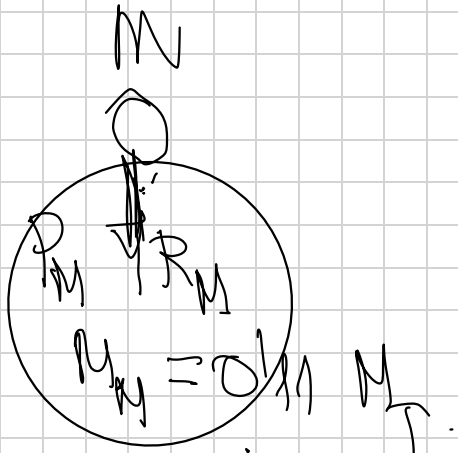
$$\frac{F_T}{F_h} = \frac{1}{1/9}$$

$$\frac{F_T}{F_h} = 9 \Rightarrow \boxed{F_T = 9 F_h}.$$

4.- El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 Km, mientras que el de Marte viene a ser de unos 3440 Km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿Cuál sería su peso en Marte?. Dato: Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.



$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$



$$M_M = 0{,}11\ M_T$$

$$P_M = G \cdot \frac{M_M \cdot m}{R_M^2}$$

Divide

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{0{,}11 M_T \cdot m}{R_M^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}$$

$$\frac{0{,}11}{R_M^2} = \frac{1}{R_T^2}$$

$R_T = 6370\,km = 6{,}37 \cdot 10^6\,m$

$R_M = 3440\,km = 3{,}44 \cdot 10^6\,m$

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{0{,}11 R_T^2}{R_M^2}$$

$$P_M = \frac{0{,}11 R_T^2}{R_M^2} \cdot P_T = 200\,N.$$

$$P_M = \frac{6{,}11 \cdot (6{,}37 \cdot 10^6\,m)^2}{(3{,}44 \cdot 10^6\,m)^2} \cdot 200\,N = 75{,}43\,N.$$

$$6370\,km = 6370000\,m$$

$$6{,}370000 \cdot 10^6\,m$$

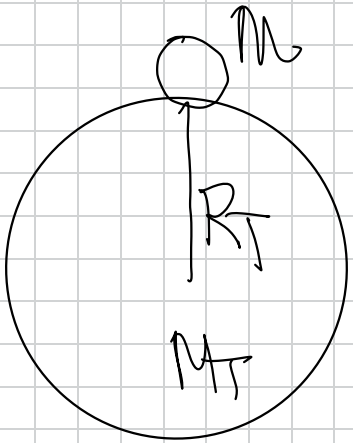
$$6{,}37 \cdot 10^6\,m.$$

5.- Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 735 N, aterriza en el planeta Venus y al medir su peso observa que éste es de 600 N. Teniendo en cuenta que el diámetro de Venus es el mismo que el de la Tierra:

a) Halla la relación que existe entre las masas de la Tierra y Venus

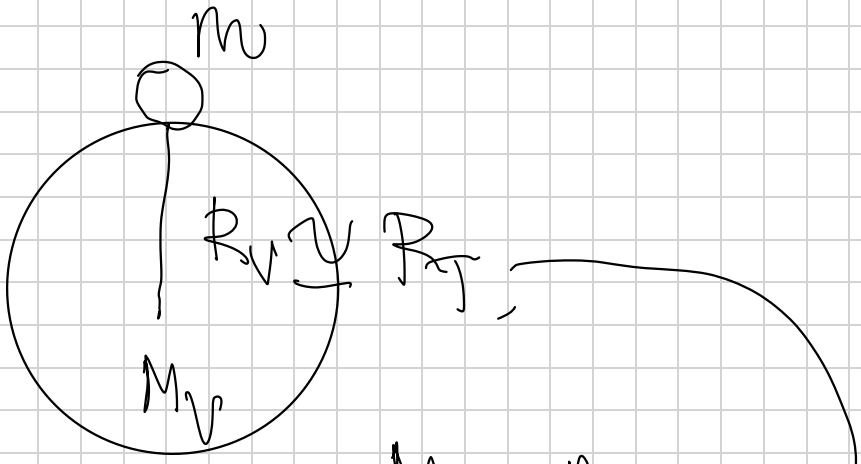
b) Calcula la masa de Venus, sabiendo que la masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg

$P_T = 735\ N$



$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$P_V = 600\ N$



$$P_V = G \cdot \frac{M_V \cdot m}{R_T^2}$$

$$\frac{P_T}{P_V} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}{G \cdot \frac{M_V \cdot m}{R_T^2}}$$

$$\frac{P_T}{P_V} = \frac{M_T}{M_V}$$

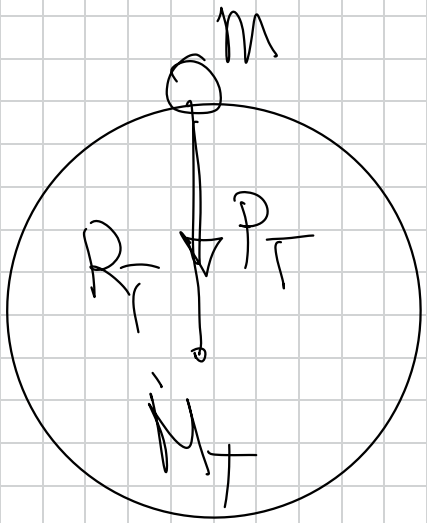
$$\frac{735\,N}{600\,N} = \frac{M_T}{M_V}$$

$$\frac{M_T}{M_V} = 1{,}22$$

$$M_T = 1{,}22\, M_V$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{1{,}22}} M_T = M_V$$

$$M_V = 0{,}82\, M_T$$



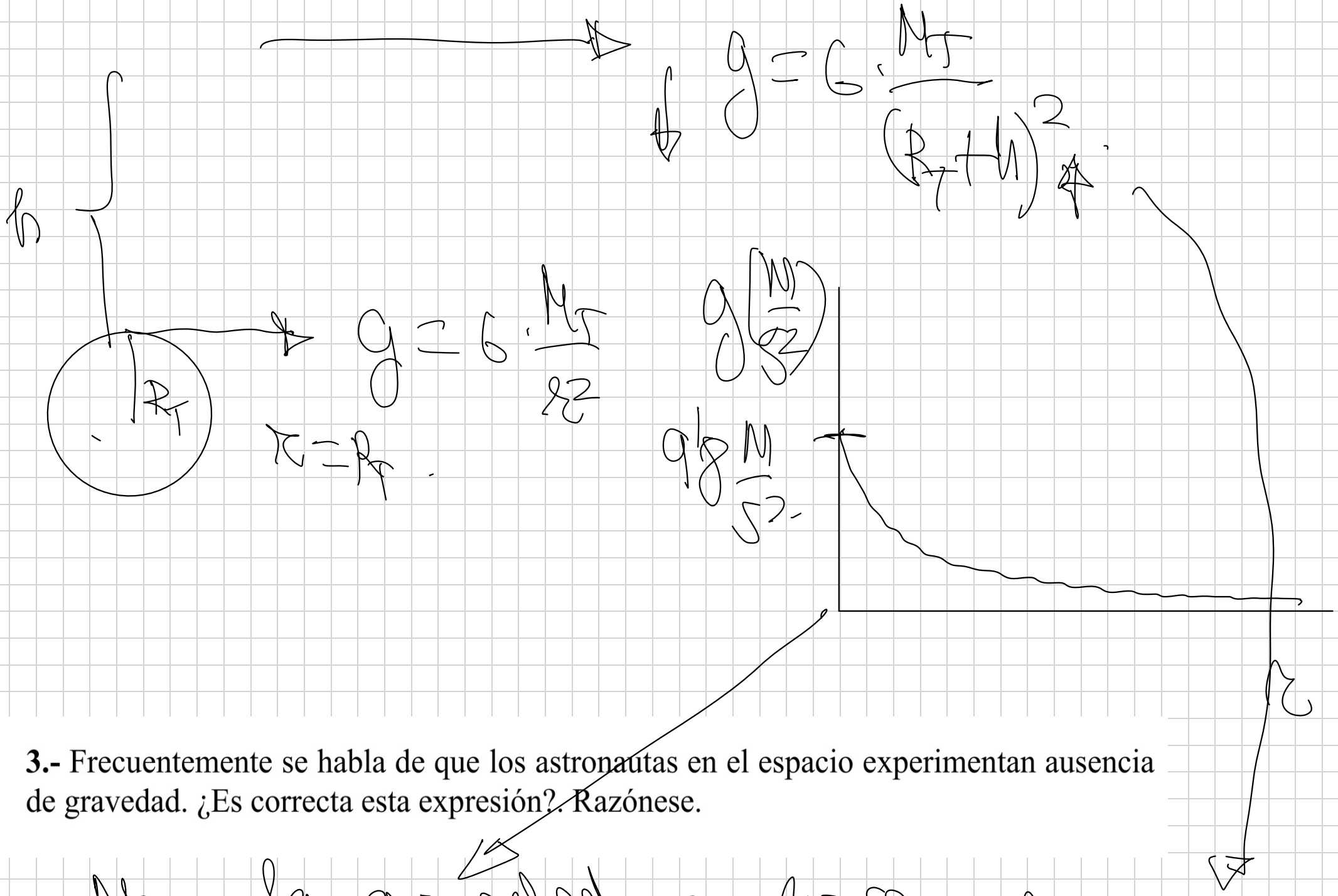
$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_T = m \cdot g_T$$

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{(6{,}4 \cdot 10^6)^2} = 9{,}76 \frac{N}{kg} =$$

$$9{,}8 \frac{N}{kg}.$$



3.- Frecuentemente se habla de que los astronautas en el espacio experimentan ausencia de gravedad. ¿Es correcta esta expresión?. Razónese.

No, la gravedad se hace menor

pero solamente sería nula en el eje.

$$d = \frac{m}{V} \quad \left(\frac{g}{\ell}\right)$$

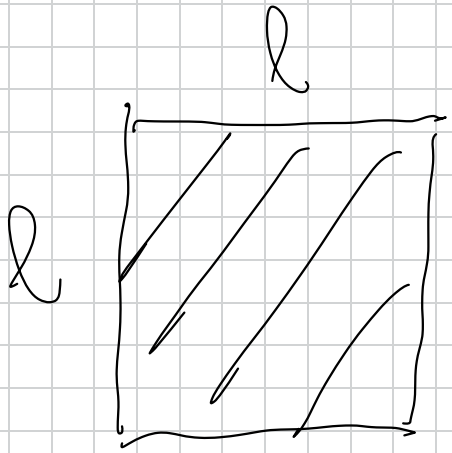
FÍSICA.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{Kg}{m^3} \text{ en S.I.}$$

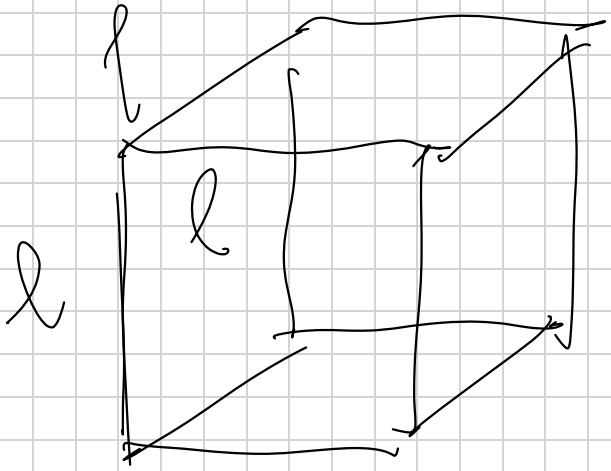
l

---

m en SI.



$S = l \cdot l$ m^2 en SI.



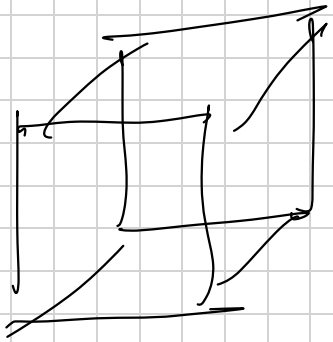
$S = l \cdot l \cdot l$ m^3 en SI.

1 дм

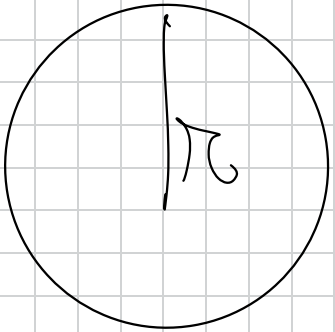
1 дм

1 дм

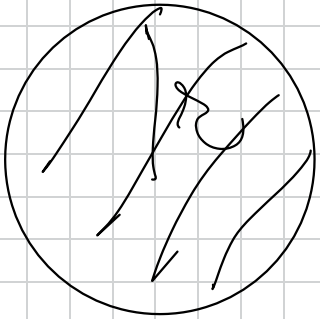
1 дм^2



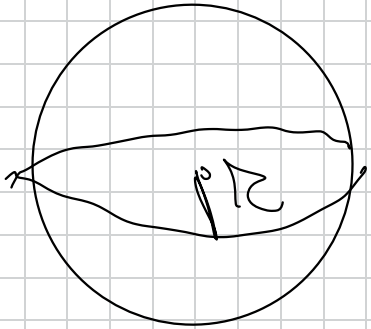
1 дм^3 = 1 л



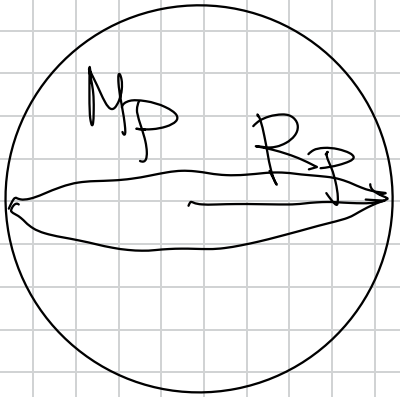
$l = 2\pi r$ $\left(\frac{m}{cm}\right)$



$S = \pi r^2$ $\left(\frac{m^2}{cm^2}\right)$



$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$ $\left(\frac{m^3}{cm^3}\right)$

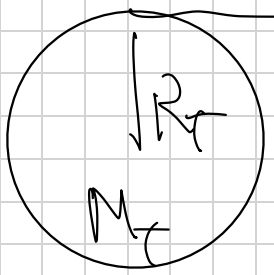


$$\rho_p = \frac{M_p}{V_p} = \frac{M_p}{\frac{4}{3}\pi R_p^3} \left(\frac{кг}{м^3} \right)$$

6.- Calcular la densidad media de la Tierra a partir de los siguientes datos:
$g = 9{,}8\ m/s^2$, $R_T = 6370\ Km$, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

$$\rho = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi \cdot R_T^3} \Rightarrow \frac{g_T \cdot R_T^2 / G}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

→ la paso en función de los datos conocidos.



$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \rightarrow \text{despejo } M_T$$

$$M_T = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G}$$

$$\rho = \frac{g_T}{G \cdot \frac{4}{3} \pi R_T} = \frac{9{,}8 \ m/s^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{4}{3} \pi \, 6{,}37 \cdot 10^6 \, m}$$

$$R_T = 6370 \, km = 6{,}37 \cdot 10^6 \, m$$

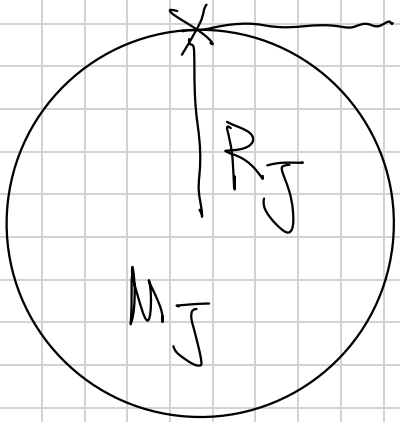
$$\rho = 5{,}5 \cdot 10^3 \ \frac{kg}{m^3}$$

7.- Júpiter tiene una densidad media de $\rho = 1{,}34 \cdot 10^3$ Kg/m^3 y un radio medio R= $0{,}718 \cdot 10^5$ Km. Sabiendo que G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m$^2 \cdot$ Kg^{-2}.

a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter?

b) ¿Pesará un cuerpo lo mismo en Júpiter que en la Tierra?. Razónese

$R_J = 0{,}718 \cdot 10^5 \text{ km} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 0{,}718 \cdot 10^8 \text{ m}$.



$g_J = G \frac{M_J}{R_J^2} = G \frac{\rho_J \frac{4}{3} \pi R_J^3}{R_J^2} = G \rho_J \frac{4}{3} \pi R_J$.

$\rho_J = \frac{M_J}{\frac{4}{3} \pi R_J^3} \Rightarrow M_J = \rho_J \cdot \frac{4}{3} \pi R_J^3$.

$$g_J = 6 \cdot \rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R_J = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}34 \cdot 10^{3} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}718 \cdot 10^{8}$$

$$g_J = 26{,}86 \ m/s^2.$$

b)

$$F_T = m \cdot g_T$$

$$P_J = m \cdot g_J$$

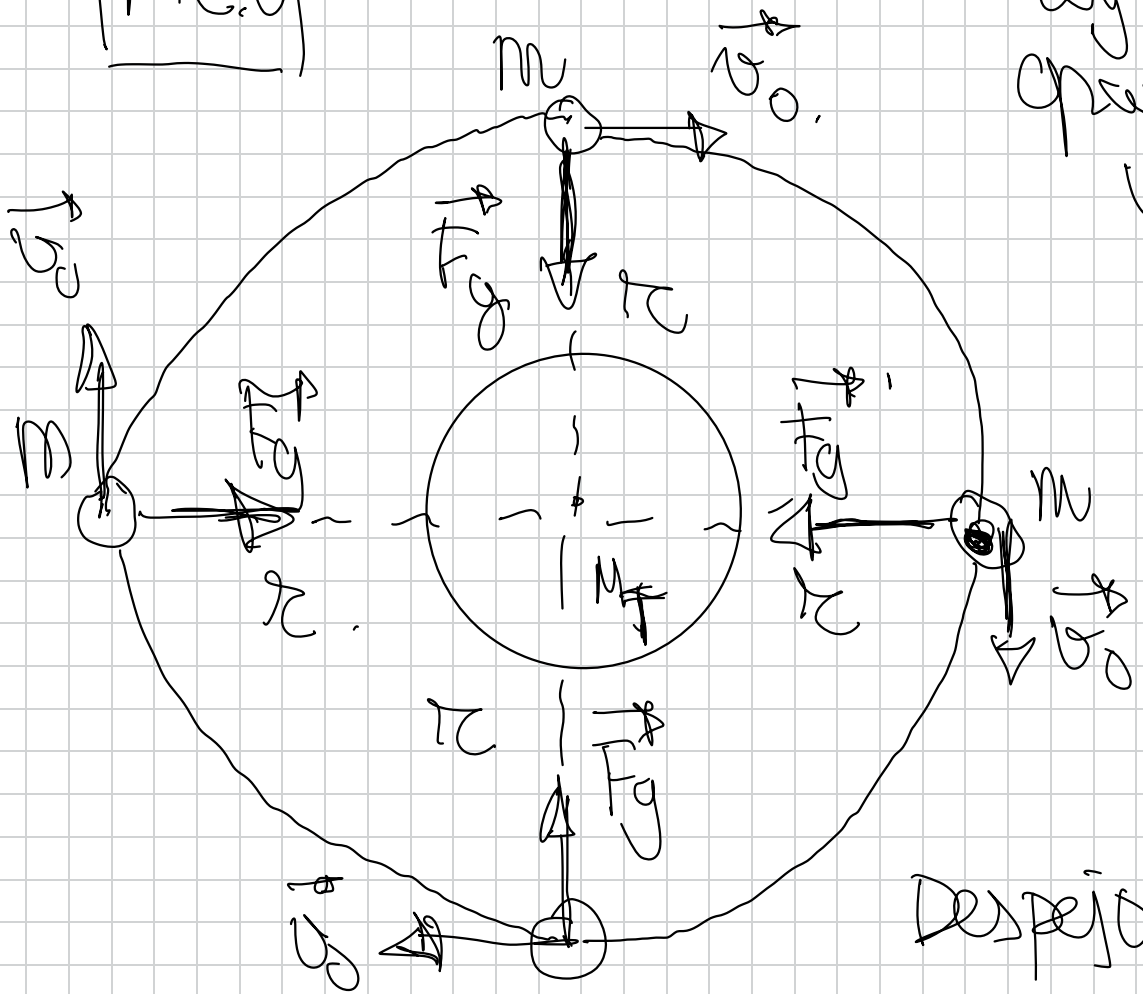
$g_J > g_T \longrightarrow P_J > P_T$.

pag 13 del libro.

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

M.C.U

1.- Velocidad orbital de un satélite



ley de la gravitación universal

$$F_g$$

2ª ley de Newton.

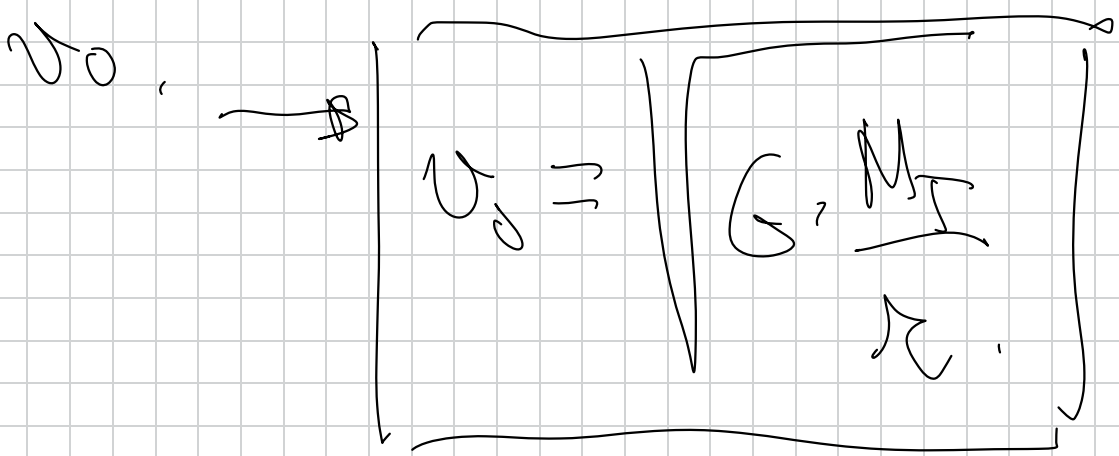
(I)

CONDICIÓN DE ORBITACIÓN

$$= m \cdot |\vec{a}_n|$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

Despejo



18.- Un satélite describe una órbita circular de radio $2R_T$ en torno a la Tierra.

a) Determinar su velocidad orbital

b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita?.

c) Explicar la fuerza que actúa sobre el satélite.

d) Si otro satélite de masa doble al anterior se encontrase orbitando a la misma altura, ¿Con qué velocidad lo haría?.

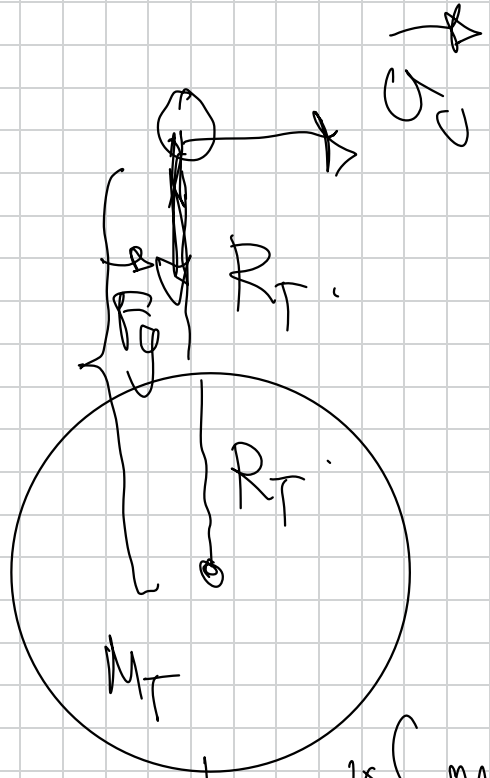
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

a)

Condición de orbitación.

$F_g = F_n$.

$F_N = m \cdot a_n$.



$r = 2R_T$.

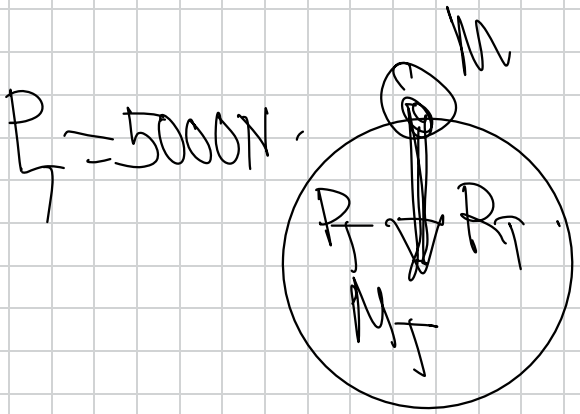
$R_T = 6400\ Km = 6'4 \cdot 10^6\ m$

$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_o^2}{r}$

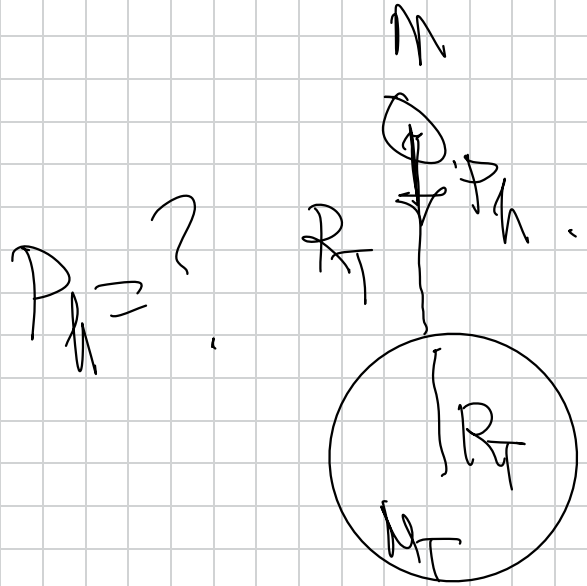
$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} = \sqrt{6 \cdot \frac{M_T}{2R_T}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot (6'4 \cdot 10^6)}}$

$v_o = -5591'57\ m/s$.

6)



$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$



$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(2R_T)^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{4R_T^2}$$

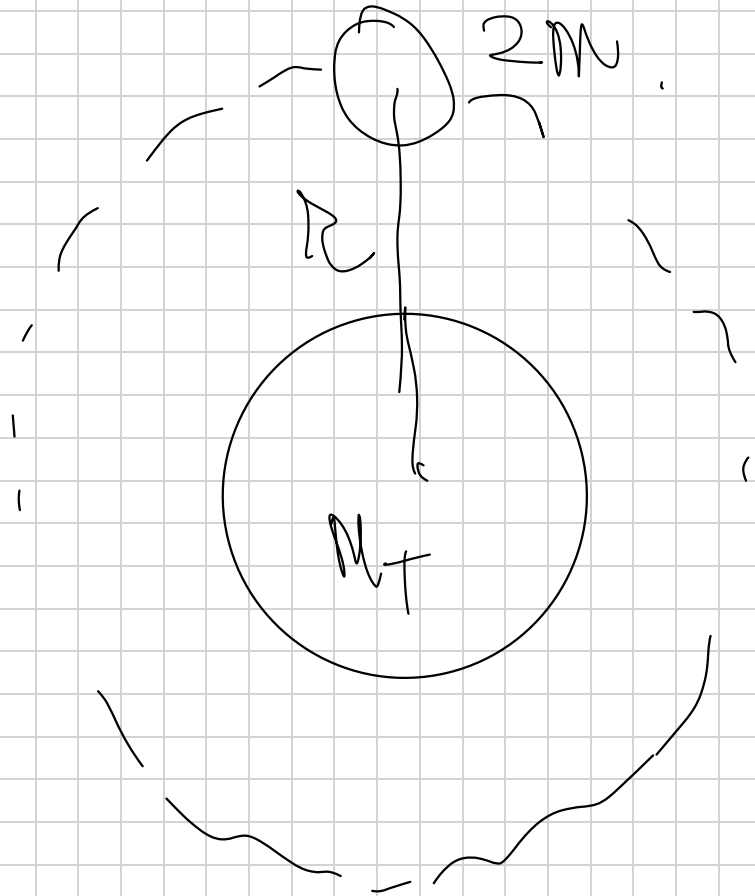
$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{4R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}} \rightarrow \left[\frac{P_h}{P_T} = \frac{1}{4}\right] \quad P_h = \frac{1}{4} P_T = \frac{1}{4} 5000N = \boxed{1250N}$$

c)

c) Según la ley de la Gravitación Universal, sobre el satélite actúa una fuerza gravitatoria (F_g) cuyo carácter es atractivo y que va dirigida hacia el centro de la Tierra. En este caso, dicha fuerza es perpendicular (o normal) a la velocidad con la que orbita el satélite, por lo que podemos expresar la fuerza gravitatoria F_g como una fuerza normal F_n que proporcionará al satélite una aceleración normal a_n que hará cambiar la velocidad del satélite en dirección, de forma que se describe una órbita circular que coincidirá con la curvatura de la Tierra, no llegando el satélite a impactar sobre ella.

La aceleración normal proporcionada por la fuerza hace cambiar la velocidad del satélite en dirección pero no en módulo, permaneciendo su valor constante ($v = cte$), y por ello se dice que el satélite describirá un movimiento circular uniforme (M.C.U)

d)



$r = 2R_T$.

v_o^2.

$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$ → también la misma $v_{orbital}$.

↓

La velocidad orbital es independiente de la masa del satélite.

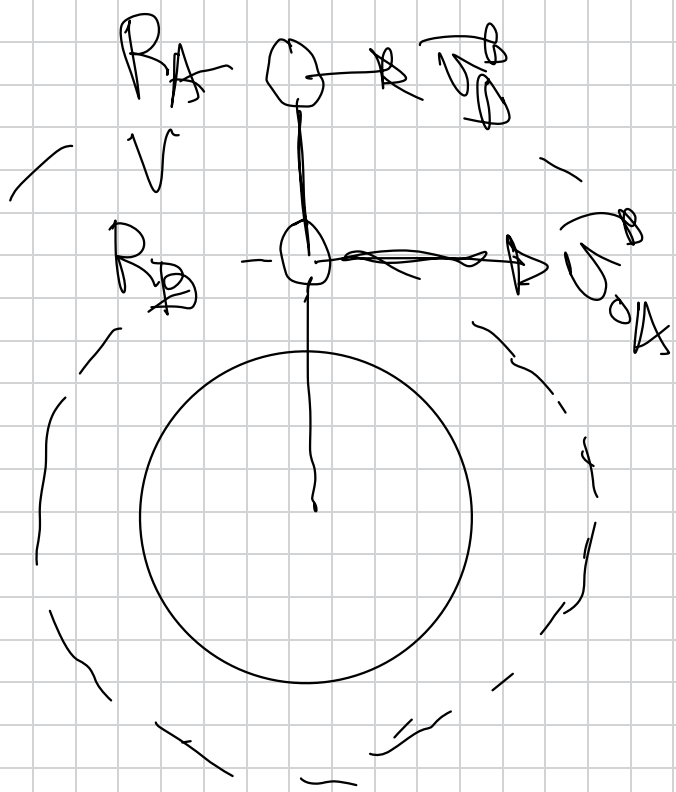
$$G \cdot \frac{M_T \cdot 2m}{R^2} = \frac{2m \cdot v_0^2}{r}$$

19.- Dos satélites idénticos A y B están orbitando en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra, siendo $R_A > R_B$.

a) Indicar cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad orbital.

b) Si la Tierra aumentase su masa al cuádruple manteniendo su radio, ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital de ambos satélites?.

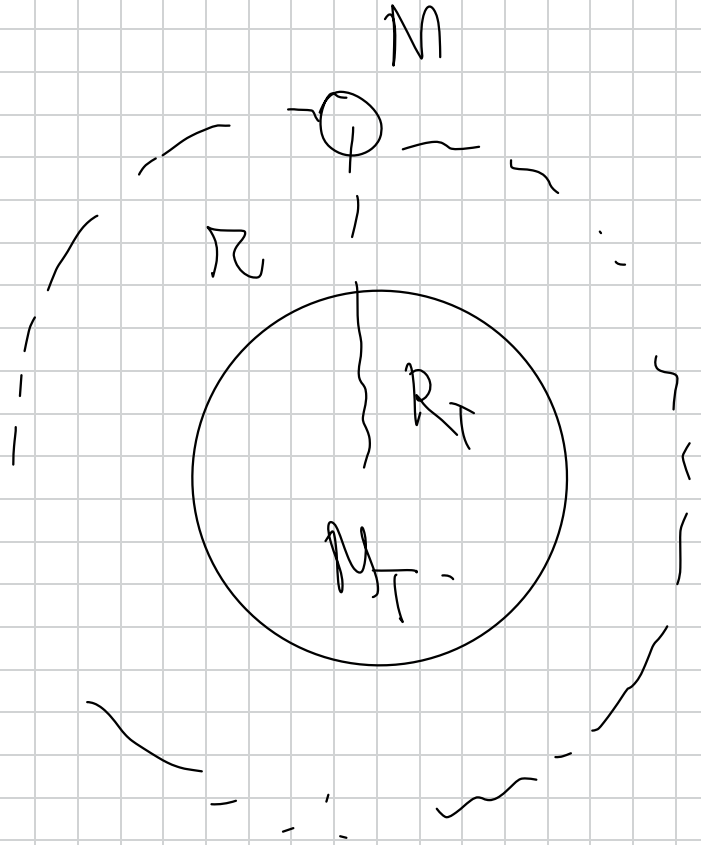
Deducción de la velocidad.



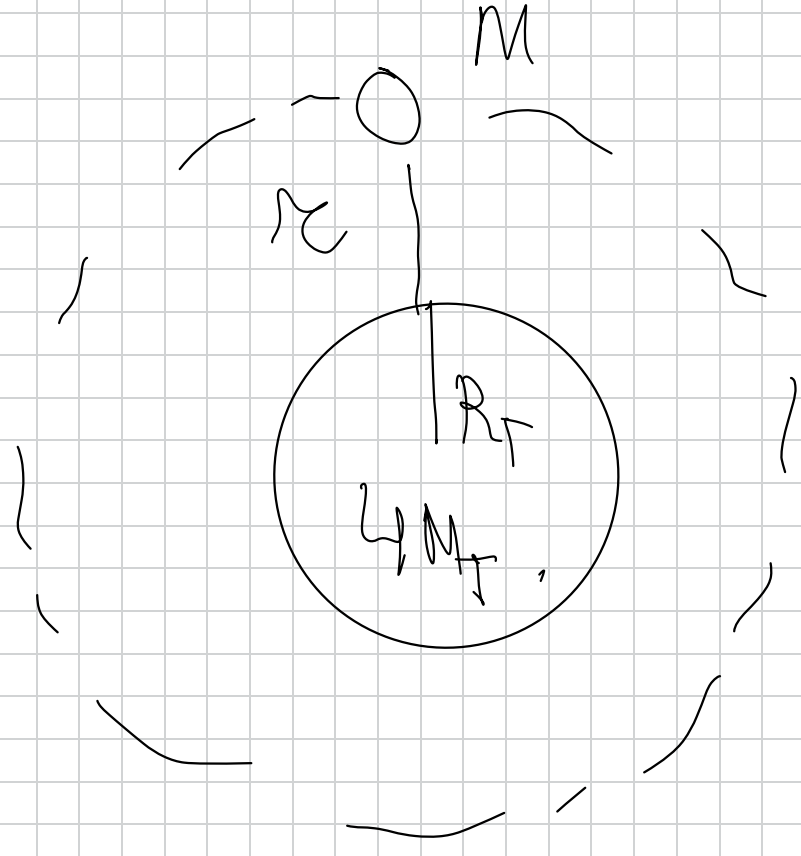
$$v_1 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

$R_A > R_B$ →

$v_B > v_A$.



$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$



$$v_0' = \sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}}$$

La v_0 aumenta

$$\frac{v_0'}{v_0} = \frac{\sqrt{G\cdot\frac{4M_T}{2r}}}{\sqrt{G\cdot\frac{M_T}{r}}} = \sqrt{\frac{G\cdot\frac{4M_T}{2r}}{G\cdot\frac{M_T}{r}}}$$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \sqrt{4} \Rightarrow v_0' = \sqrt{4}\, v_0$$

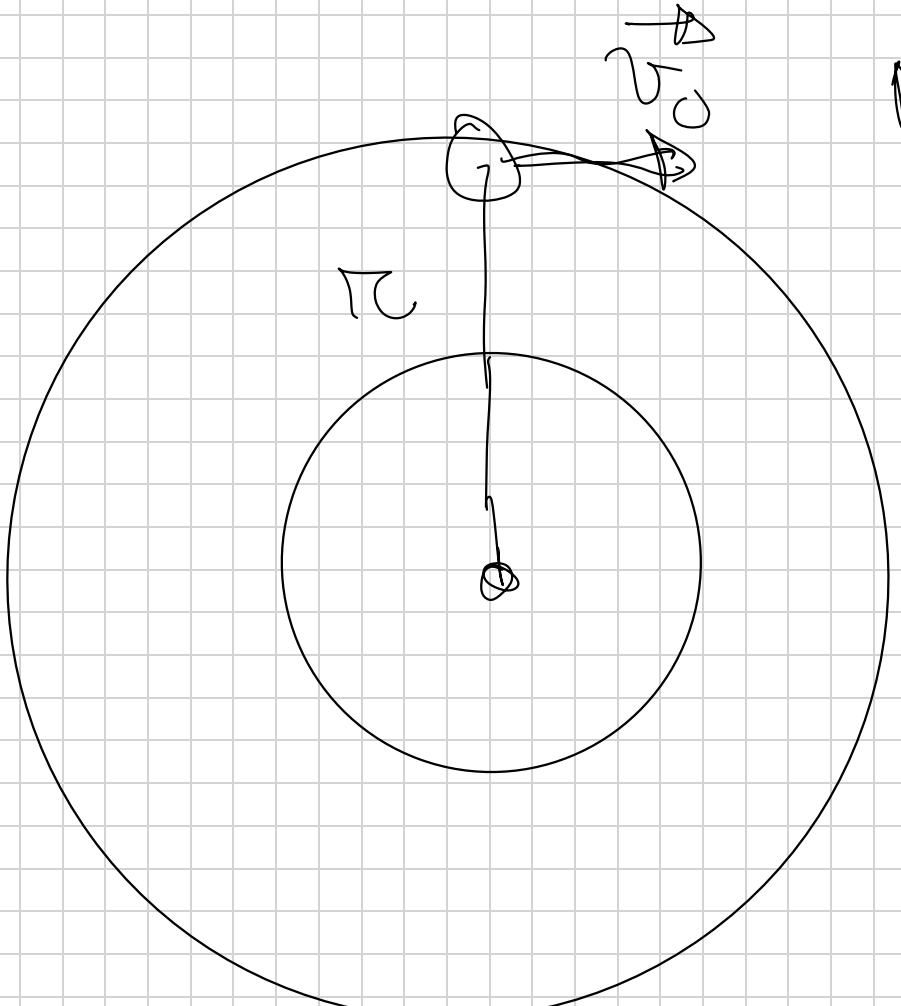
$$\boxed{v_0' = 2 v_0}$$

La velocidad de estos satélites se duplicará.

Período de un satélite. T

tiempo que tarda en describir una órbita completa.

$T \Rightarrow$ S en S.I.



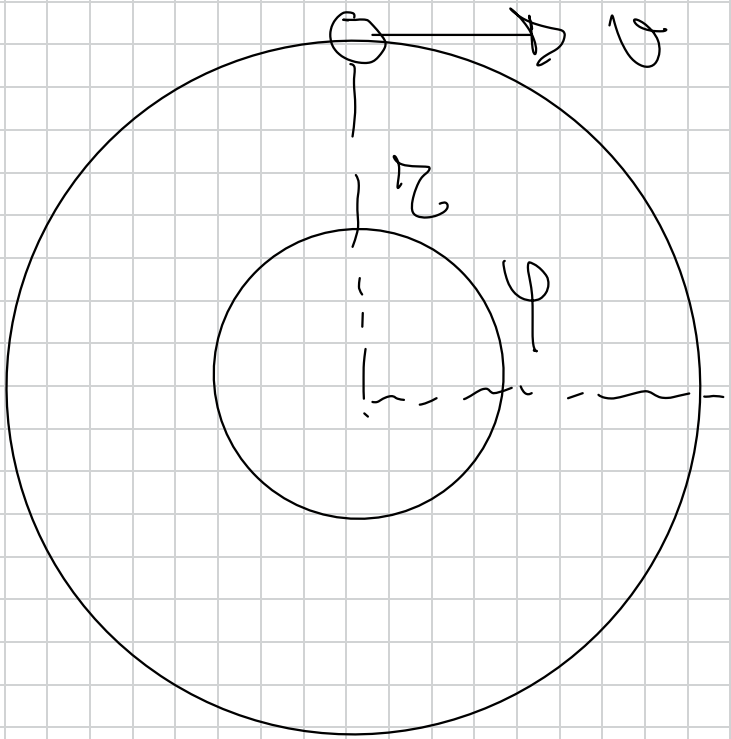
MCU. $\Rightarrow$

$v =$ cte en módulo, no en dirección.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

Teoría pag 14.

M.C.U.



T

· M.C.U. v = cte en módulo, no en dirección.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} \cdot \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} \quad \left(\frac{rad}{s}\right)$$

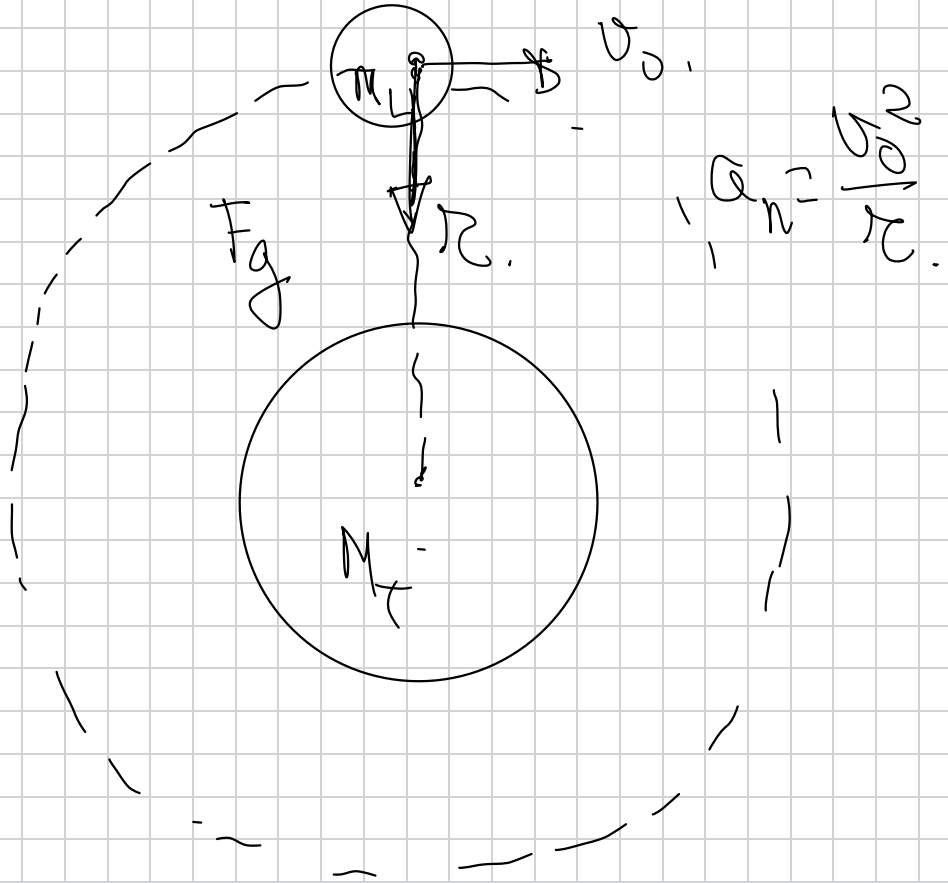
$$\boxed{v = \omega \cdot r}$$

22.- La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

a) Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

b) Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa m podría estar en equilibrio en un punto alineado con los centros de la Tierra y de la Luna, a una distancia del ecntro de la Tierra de $3{,}4 \cdot 10^8$ m.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ Kg$



$a_n = \frac{v_0^2}{R}$

¿R?

CONDICIÓN DE ORBITACIÓN.

$F_g = F_n$

$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{R^2} = M_L \cdot a_n$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T}$$

Me dan el dato del T.
y debo hacer que aparezca en la expresión.

Despejando (1):

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 \cdot r^3 \quad (3)$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (28 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$\boxed{r = 3{,}19 \cdot 10^8 \text{ m}}$$

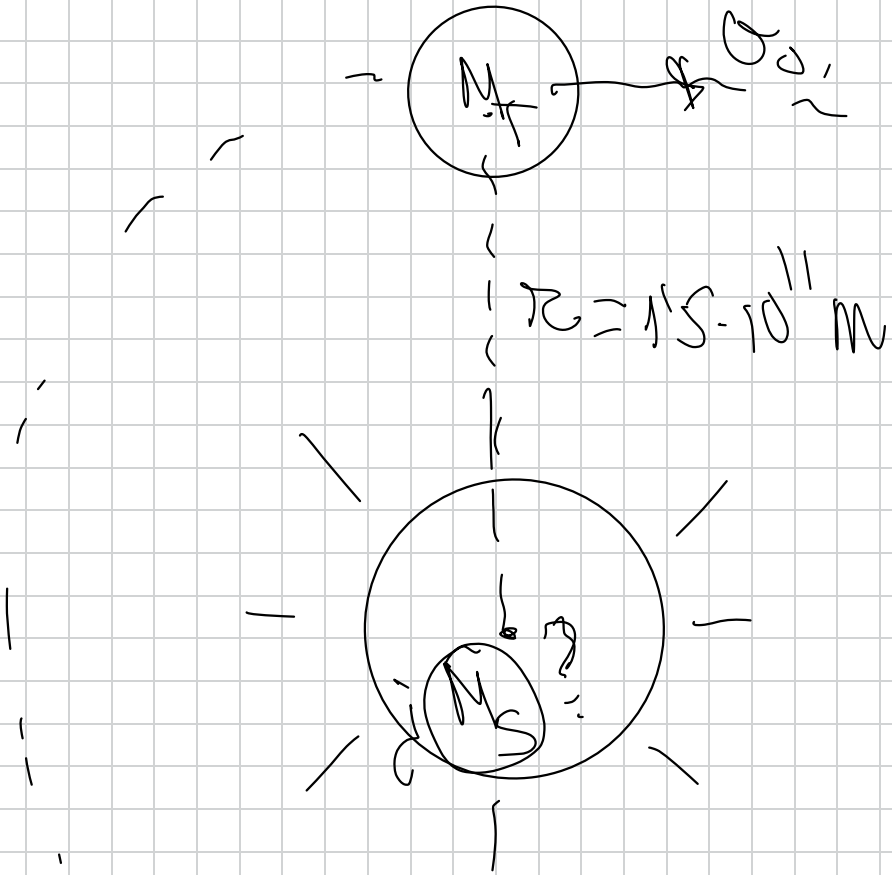
$$T = 28 \text{ días} \cdot \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{1 \text{ día}}$$

21.- Suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m y que la Tierra tarda $3{,}15 \cdot 10^7$ s en completar dicha órbita:

a) Calcular la masa del Sol.

b) Calcular el potencial gravitatorio debido al Sol en el punto en el que se halla la Tierra.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



$T = 3'15 \cdot 10^7$ s.

CONDICIÓN DE ORBITACIÓN.

$F_G = F_n = M_T \cdot a_n$

$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v^2}{r}$

$G \cdot \frac{M_S}{r} = v^2$

$v^2 = G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi(r)}{T}\right)^2$

$F_n = M \cdot a_n$

$F_n = M_T \cdot \frac{v_o^2}{r}$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (15 \cdot 10^{11})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (3{,}15 \cdot 10^7)^2} = 2{,}01 \cdot 10^{30}\ kg$$

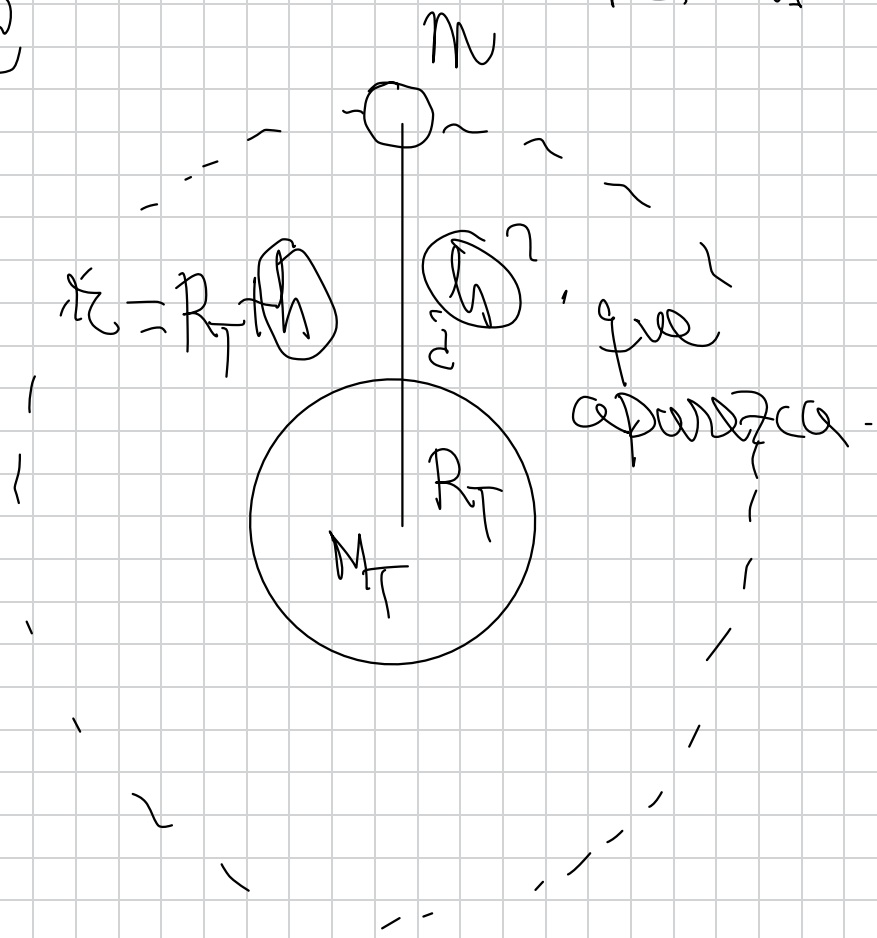
20.- ¿A qué altura de la superficie terrestre deberá estar situado un satélite si queremos que describa una órbita circular con un período de 2 horas?

$g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$, $R_T = 6400\ Km$

h^2.

$T = 2h$

$2h^2$.



$r = R_T + h$

h^2, que aparezca.

CONDICIÓN DE ORBITACIÓN

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)^2} = m \cdot a_n = \frac{v_o^2}{r}$$

$(r = R_T + h)$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)^2} = m \cdot \frac{v_o^2}{(R_T+h)}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_T+h)^2$$

$$(R_T+h)^2 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

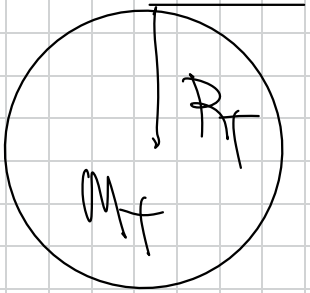
$$R_T+h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

No tengo ni G ni M_T pero me dan la gravedad en la superficie terrestre.

$g = 9{,}8\ m/s^2$. Sabemos despejar de ese producto

$$g_T = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}, \qquad \boxed{G \cdot M_T}$$



$$\boxed{G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2}$$

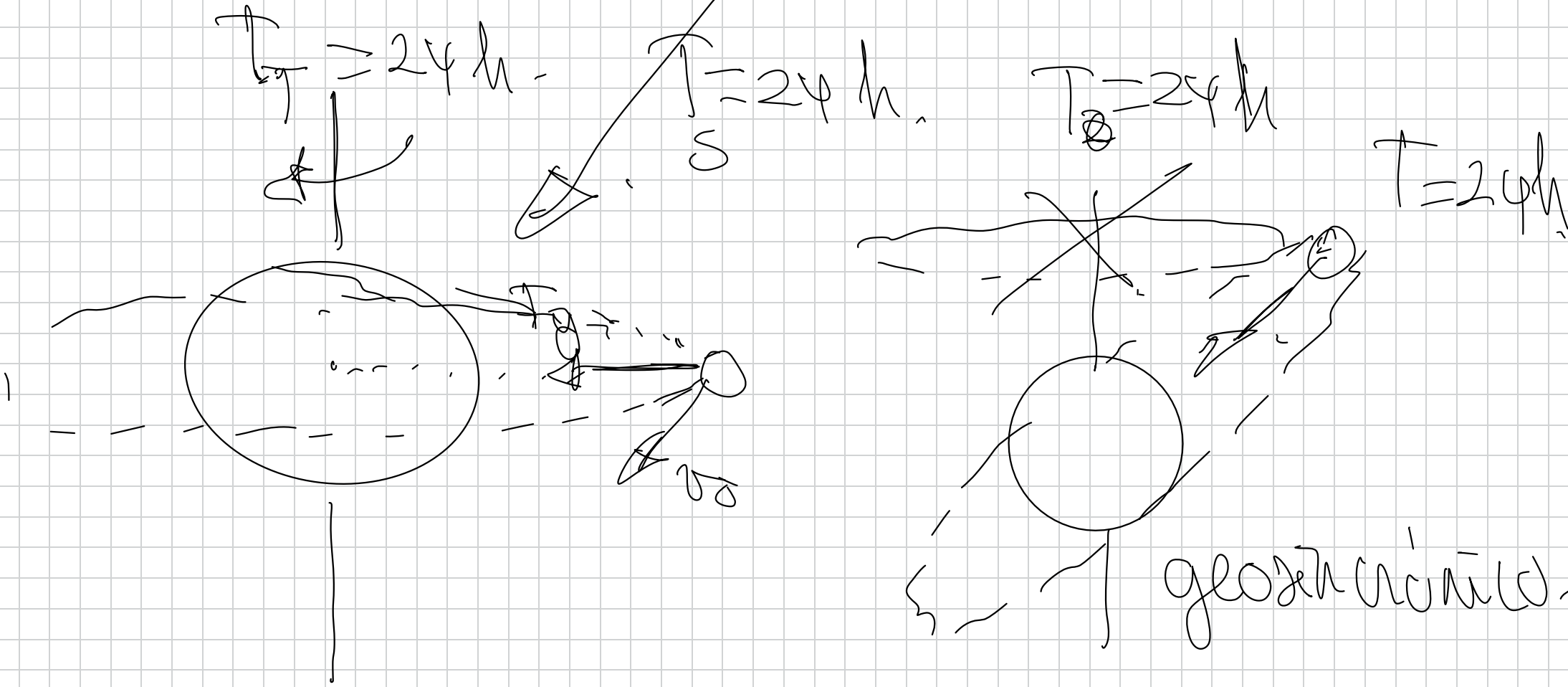
$$h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9{,}8\,\frac{m}{s^2}\,(6{,}4 \cdot 10^6)^2\,(2 \cdot 3600\,s)^2}{4\pi^2}} \approx 6{,}4 \cdot 10^6$$

$h = 1{,}68 \cdot 10^6 \text{ m}$

Satélites geoestacionarios



25.- Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

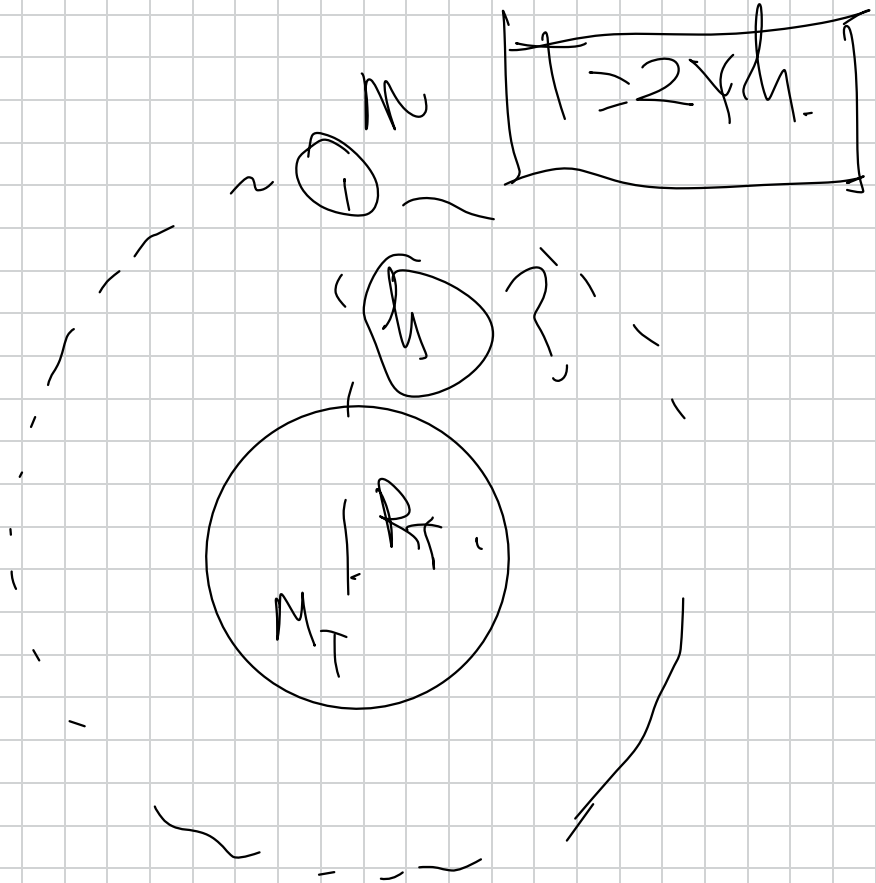
c) Calcular su aceleración normal

d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400\ Km$

$T = 24\ h$ $T = 24\ h.$

$T = 24\ h.$



$$F_g = F_n$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot M}{(R_T+h)^2} = M\cdot\frac{v^2}{(R_T+h)}$$

$$G\cdot\frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(R_T+h)}{T}\right)^2$$

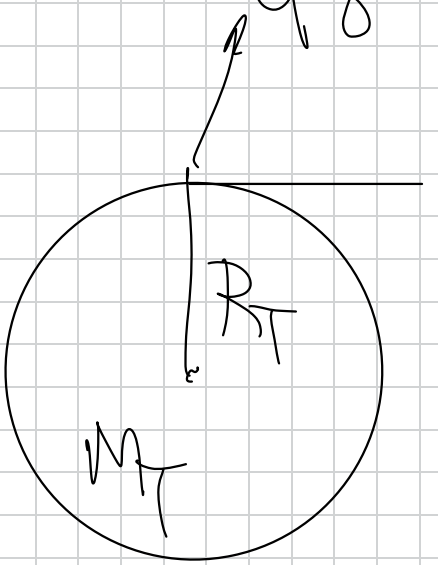
$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_T+h)^3$$

$$(R_T+h)^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$



$$g_T = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

$$G M_T = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g\,(6{,}4\cdot 10^6)^2\cdot (24\cdot 3600)^2}{4\pi^2}} - 6{,}4\cdot 10^6 \qquad T = 24\,h$$

$$h = 35{,}87\ m$$

a)

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\ rad}{(24\cdot 3600\ s)}$$

$$\boxed{\omega = 7{,}27\cdot 10^{-5}\ \frac{rad}{s}}$$

25.- Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

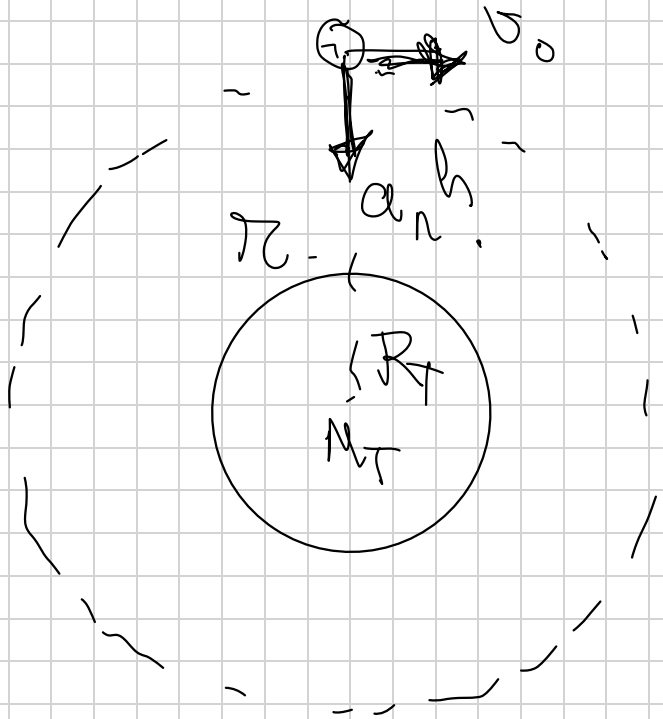
a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

c) Calcular su aceleración normal

d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400$ Km



Teoría.

M.C.U. $\Rightarrow v = \omega \cdot r$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r} = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{r}$$

$$a_n = \omega^2 \cdot r$$

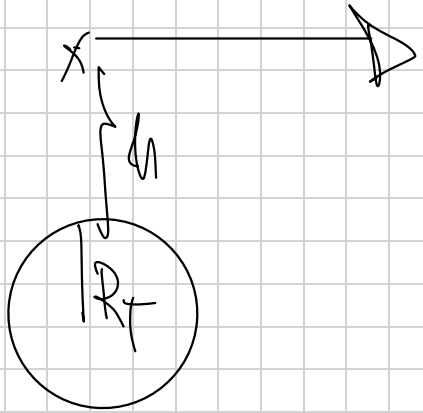
$r = (R_T + h)$

$a_n = \omega^2 \cdot (R_T + h)$

$a_n = (7'27 \cdot 10^{-5})^2 \cdot (6'4 \cdot 10^6 m + 3'6 \cdot 10^7 m)$

$a_n = 0'22 \ m/s^2$.

También se podría calcular como la gravedad a esa altura.

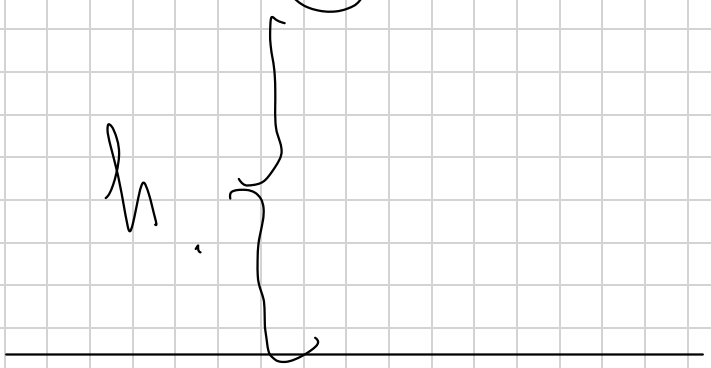


$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} = 0'22 \ m/s^2$.

Repaso 4º ESO y 1º BACH.

- Energía potencial. E_p.

Es la energía que presenta un cuerpo de masa m en función de su posición. (en un campo de fuerzas conservativo)



$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = \left[\frac{Kg \cdot m}{s^2}\right] \cdot m$$

$$E_p = N \cdot m$$

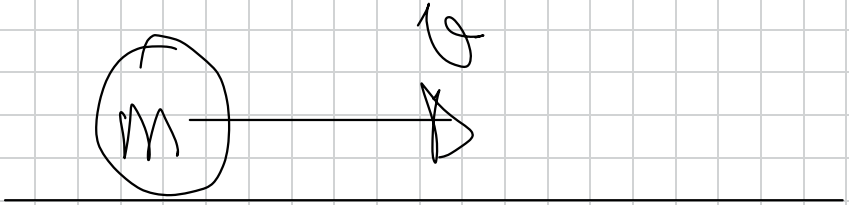
$E_p =$ ——— J (Julio en S.I)

- Energía cinética E_c.

Es la energía que posee un cuerpo de masa m en función de su velocidad v

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_c = kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2$$



$$E_c = Kg \frac{m}{s^2} \cdot m$$

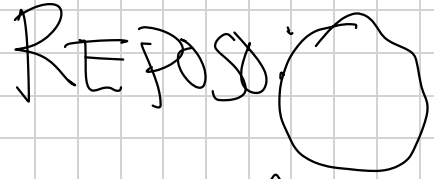
$$E_c = N \cdot m$$

$$E_c = \text{Julio (J en SI)}$$

Energía mecánica (E_m)

$$E_m = E_p + E_c = J + J = \text{Julio en SI}$$

Principio de conservación de la E_m.



$m = 1\,kg$.

$E_{p_A} = m \cdot g \cdot h$

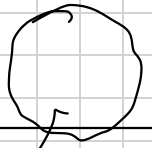
$E_c = \frac{1}{2} m v^2$ (0)

$h = 5m$

$g = 10 \frac{m}{s^2} = cte$.

$E_{p_A} = 1 \cdot 10 \cdot 5 = 50J$.

$E_{c_A} = 0J$.



$E = E_{p_{SUELO}} = 0J$

$E_{c_{SUELO}} = 50J$.

Origen de E_p $E_p = m \cdot g \cdot h = 0$ (0).

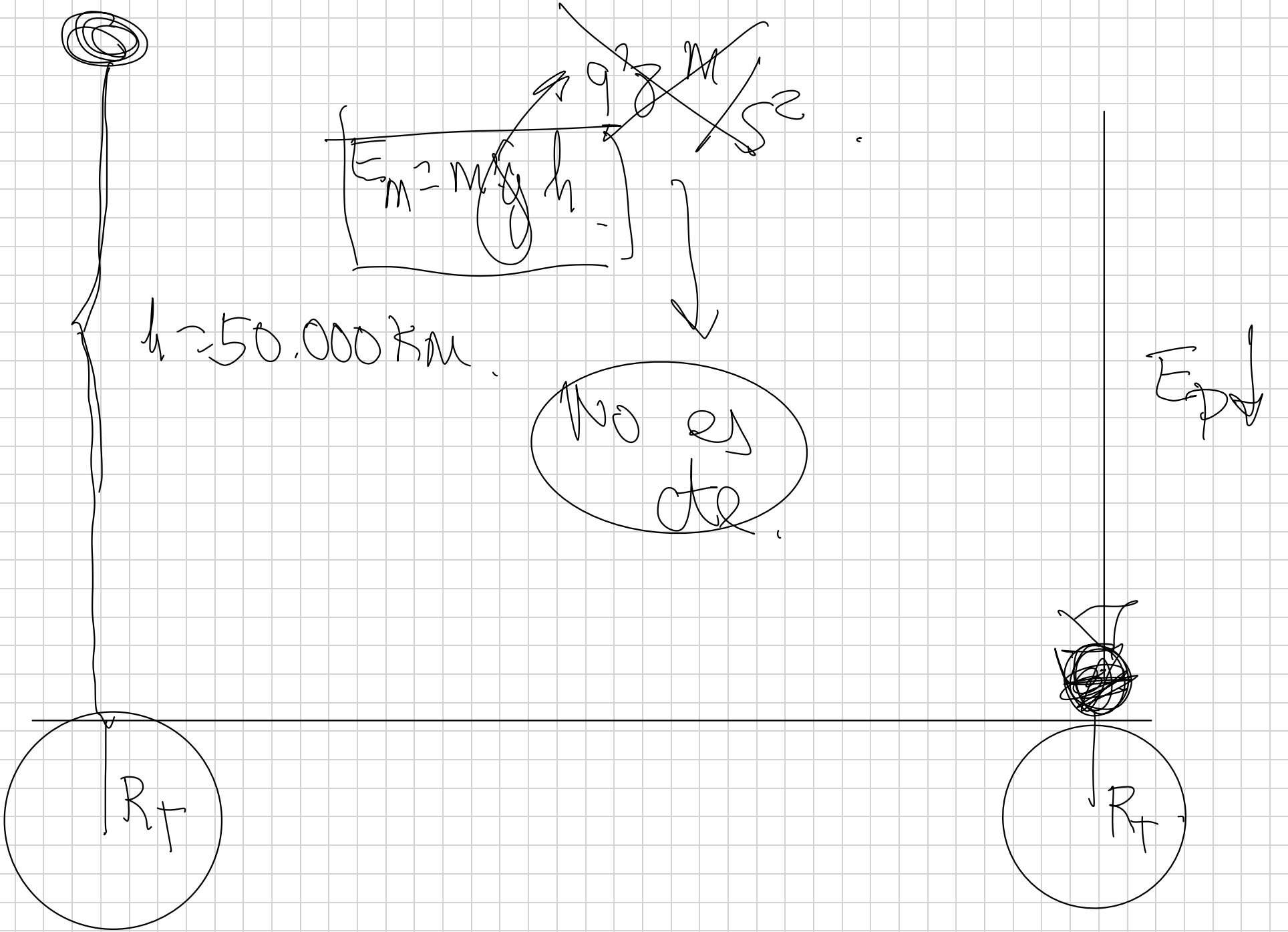
$$E_{M_h} = E_{M\,SUELO}.$$

$$E_{P_h} + E_{C_h} = E_{P_{suelo}} + E_{C_{suelo}}.$$

$$50J + 0J = 0J + 50J.$$

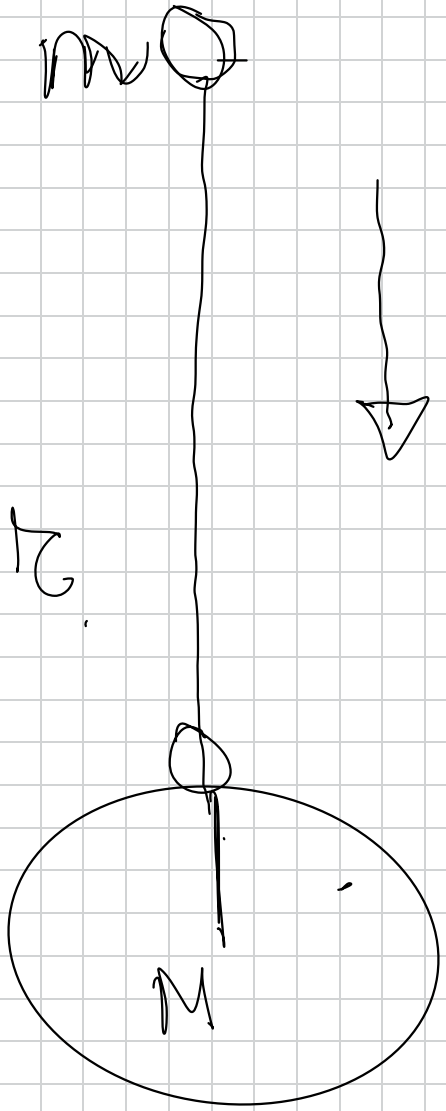
origen de E_p

v?


9,8 m/s²
$E_m = m \cdot g \cdot h$
h = 50.000 Km.
No es
$E_p \downarrow$
R_T
R_T

E_p gravitatòria.

$\infty \longrightarrow E_{p\infty} = 0$. (origen de E_p en ∞)

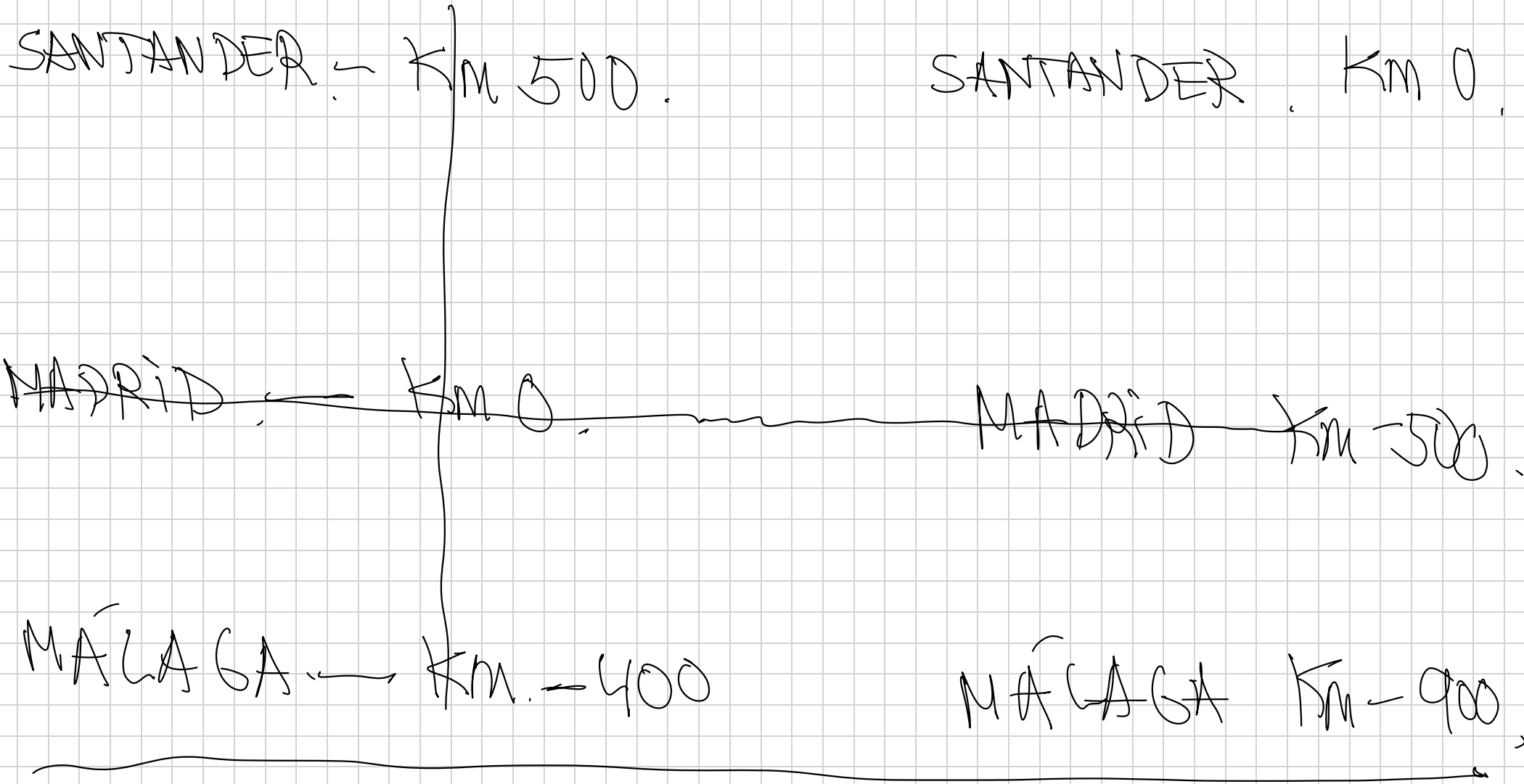


↓ Pierde.

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

↓

Julios (J).


SANTANDER — KM 500
SANTANDER KM 0
MADRID — KM 0
MADRID KM 500
MÁLAGA — KM — 400
MÁLAGA KM — 900

Lo que realmente tiene significado físico son las diferencias de Ep, y no la Ep en una posición ya que su valor depende del origen de Ep tomado (arbitrariamente se toma el ∞).

G= 6,67 · 10 $^{-11}$ N· m^2 · Kg^{-2}, M_T = 5,98 · 10^{24} Kg

29.- Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

a)¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c)¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}, R_T= 6400 Km, M_T = 6 · 10^{24} Kg

∞

perde toda su E_c.

$$E_{PH} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T} \quad / \quad E_{CH} = 0\,J.$$

$h = 6R_T$

$r = R_T + h$

$r = R_T + 6R_T$

$r = 7R_T$



disminuye

aumenta

$$E_P = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} \quad / \quad E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_{MH} = E_{MT}$$

$$E_{p_A} + E_{c_A} = E_{p_T} + E_{c_T}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T} + 0 = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m \cdot v_T^2$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T} = \frac{1}{2} m v_T^2$$

FACTOR COMÚN

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} \left(1 - \frac{1}{7}\right) = \frac{1}{2} m v_T^2$$

$$\frac{6}{7} \cdot G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} = \frac{1}{2} m v_T^2 ,$$

$$v_T = \sqrt{\frac{12}{7} \frac{G M_T}{R_T}} = 1{,}035 \cdot 10^4 \frac{m}{s} .$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7 R_T} .$$

$$7\left[\frac{GM_T \cdot m}{7R_T}\right] - \left[\frac{GM_T \cdot m}{7R_T}\right] = \left[\frac{6GM_T \cdot m}{7R_T}\right]$$

$$1 - \frac{1}{7} = \frac{7}{7} - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

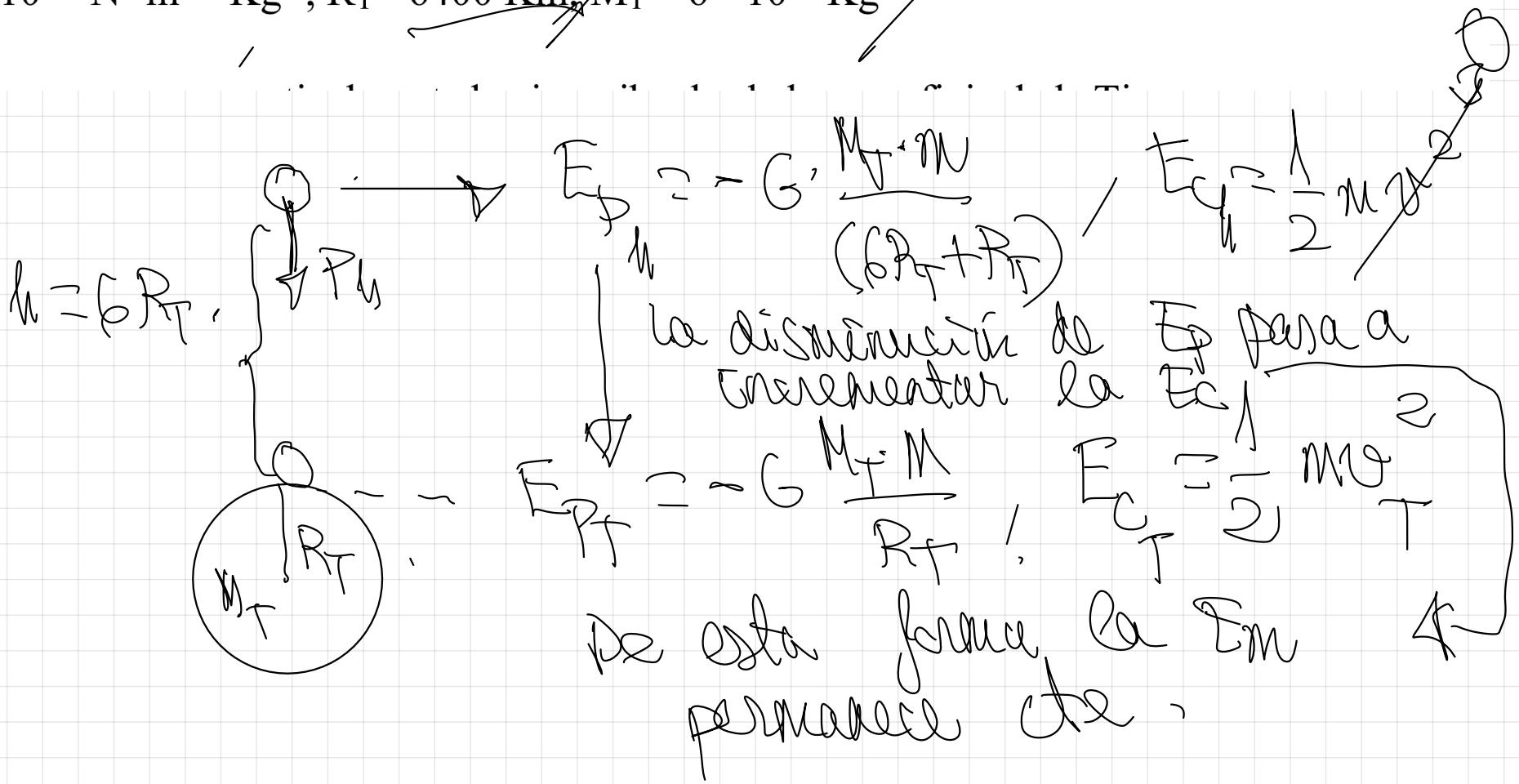
29.- Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

a)¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c)¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg



$$P_M = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(6R_T + R_T)^2} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{49 R_T^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10^{24} \cdot 1000}{49 (6{,}4 \cdot 10^6)^2}$$

$$P_M = 200\,W$$

---

b) Conservación de la E_M

$$E_{M_M} = E_{M_T}$$

$$E_{P_M} + E_{C_M} = E_{P_T} + E_{C_T}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T} + \frac{1}{2} m v^2 = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_T^2$$

(1) (2)

$$-G\cdot\frac{M_T}{7R_T}=-G\cdot\frac{M_T}{R_T}+\frac{1}{2}v_T^2\cdot$$

$$\frac{1}{2}v_T^2=G\frac{M_T}{R_T}-G\frac{M_T}{7R_T}\Big]\cdot$$

$$\frac{1}{2}v_T^2=G\frac{7M_T}{7R_T}-G\frac{M_T}{7R_T}\cdot$$

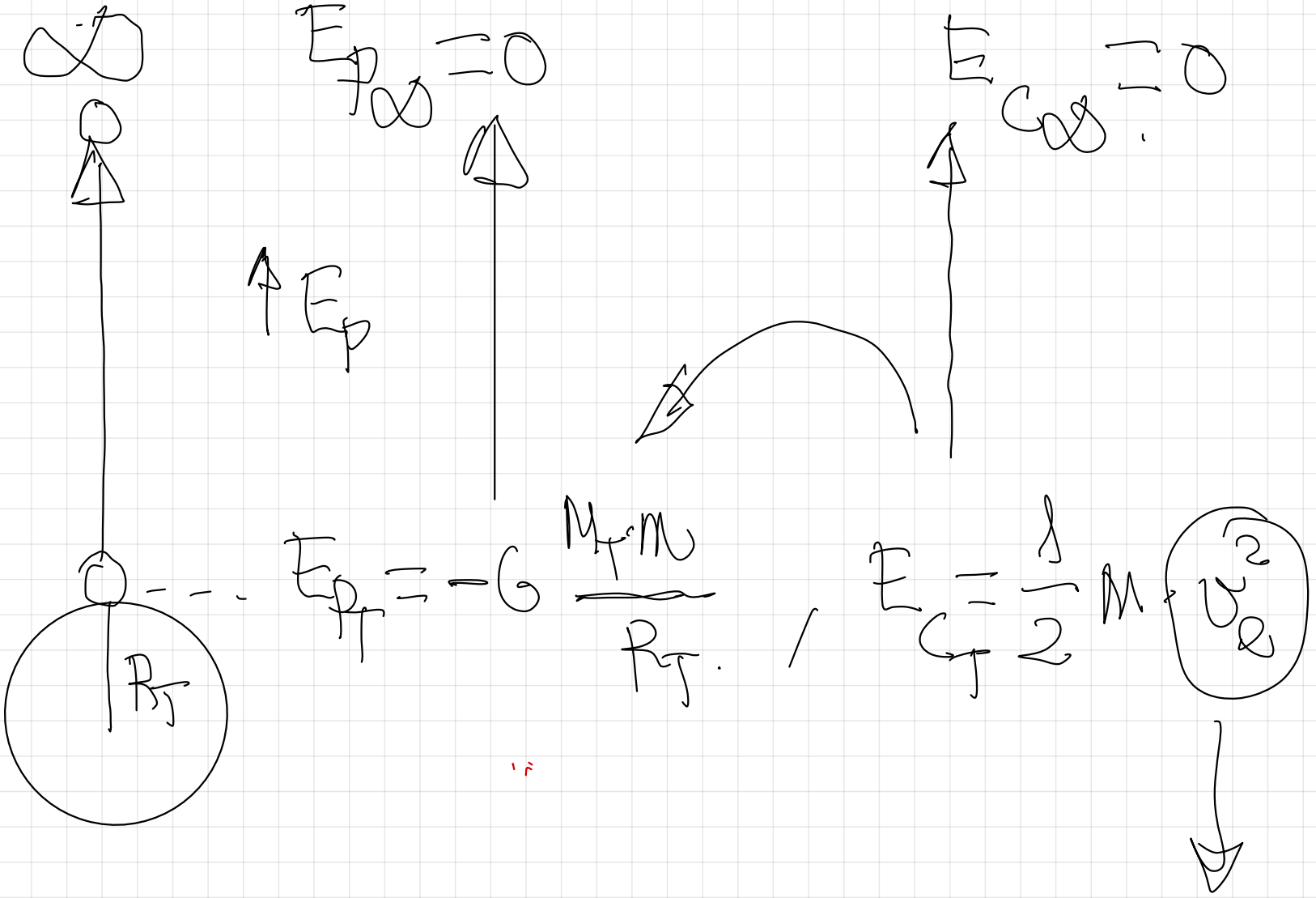
$$\frac{1}{2}v_T^2=\frac{7GM_T}{7R_T}-\frac{GM_T}{7R_T}$$

$$\frac{1}{2} v_T^2 = \frac{6\,G M_T}{7\,R_T}.$$

$$v_T = \sqrt{\frac{12\,G M_T}{7 R_T}} = 1'035 \cdot 10^4\ m/s.$$

Pag 15, pregunta 3

3:- Velocidad de escape de un cuerpo.



velocidad de escape
o velocidad
mínima de
escape.

Conservación de la E_M.

$$E_{M_f} = E_{M_0}$$

$$E_{P_f} + E_{C_f} = \cancel{E_{P_0}}^{\neq 0} + \cancel{E_{C_0}}^{\neq 0}$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2}m v_e^2 = 0 + 0$$

La calculo.

$$\frac{1}{2}m v_e^2 = G\frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

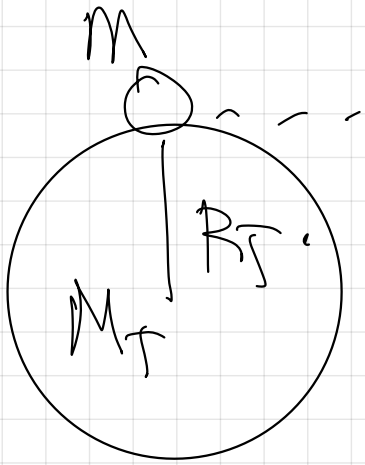
$$v_e^2 = \frac{2GM_T}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}.$$

31.- Calcular la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie terrestre $g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400\ Km$

$E_{p\infty} = 0\ J$

$E_{c\infty} = 0\ J$



$F_{R_T} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$

$E_G = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2$

$$E_{M_f} = E_{M\infty}$$

$$E_{p_T} + E_G = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} + \frac{1}{2}m\cdot v_e^2 = 0 + 0,$$

$$\frac{1}{2}m v_e^2 = G\cdot\frac{M_T m}{R_T},$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{2g_T\cdot R_T^2}{R_T}} = \sqrt{2g_T\cdot R_T} =$$

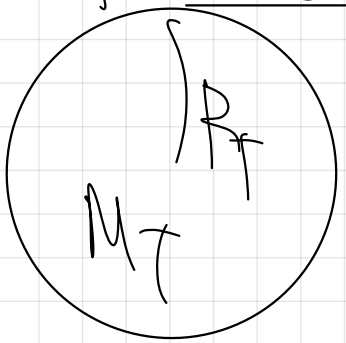
$$= \sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 6{,}4\cdot 10^6} =$$

$= 11.200 \frac{m}{s}$

$g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$

$g = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$

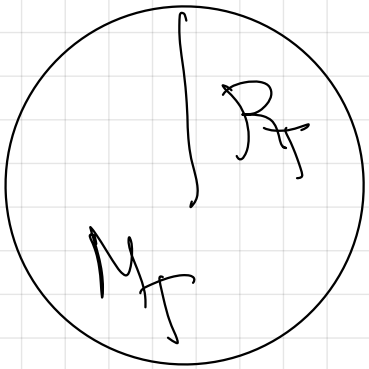
$G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$



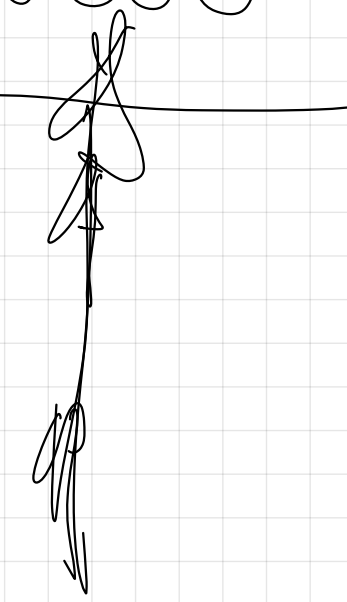
$$v_e = 11\,200 \frac{m}{s} \quad \left(11{,}2 \frac{km}{s}\right)$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

300 000 $\frac{km}{s}$



Agujero negro



1 1/2 $\frac{km}{s}$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{R_s}}$$

$$c^2 = \frac{2GM_s}{R_s}$$

$$R_s = \frac{2GM_s}{c^2}$$

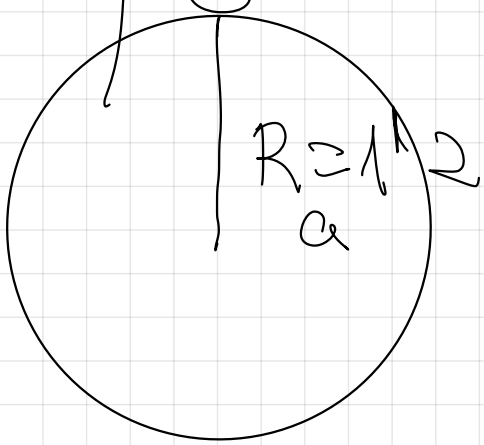
32.- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de $2{,}2\ g \cdot cm^{-3}$.

a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?

b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad?

c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

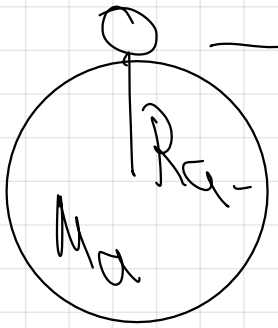
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



$\rho = 2'2\ \frac{g}{cm^3} \cdot \frac{1\ Kg}{10^3\ g} \cdot \frac{10^6\ cm^3}{1\ m^3}$

$\rho = 2200\ \frac{Kg}{m^3}$

∞ — $E_{p\infty} = 0$ $\qquad$ $E_{p\infty} = 0.$



— $E_{pa} = -G \cdot \frac{M_a \cdot m}{R_a}$ $\qquad$ $E_{ca} = \frac{1}{2} m \cdot v_a^2$

$$E_{ma} = E_{m\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_a \cdot m}{R_a} + \frac{1}{2} m v_a^2 = 0 + 0.$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_a \cdot m}{R_a} \qquad \rho = 2200 \frac{kg}{m^3}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_a}{R_a}}$$

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a}$$

$$M_a = \rho_a \cdot V_a$$

$$M_a = \rho_a \frac{4}{3} \pi R_a^3$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G \rho_a \frac{4}{3} \pi R_a^3}{R_a}}$$

$$v_e = \sqrt{2G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^2}$$

c) La v_e es independiente de la masa del astronauta

$$v_e = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2200 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (200)^2}$$

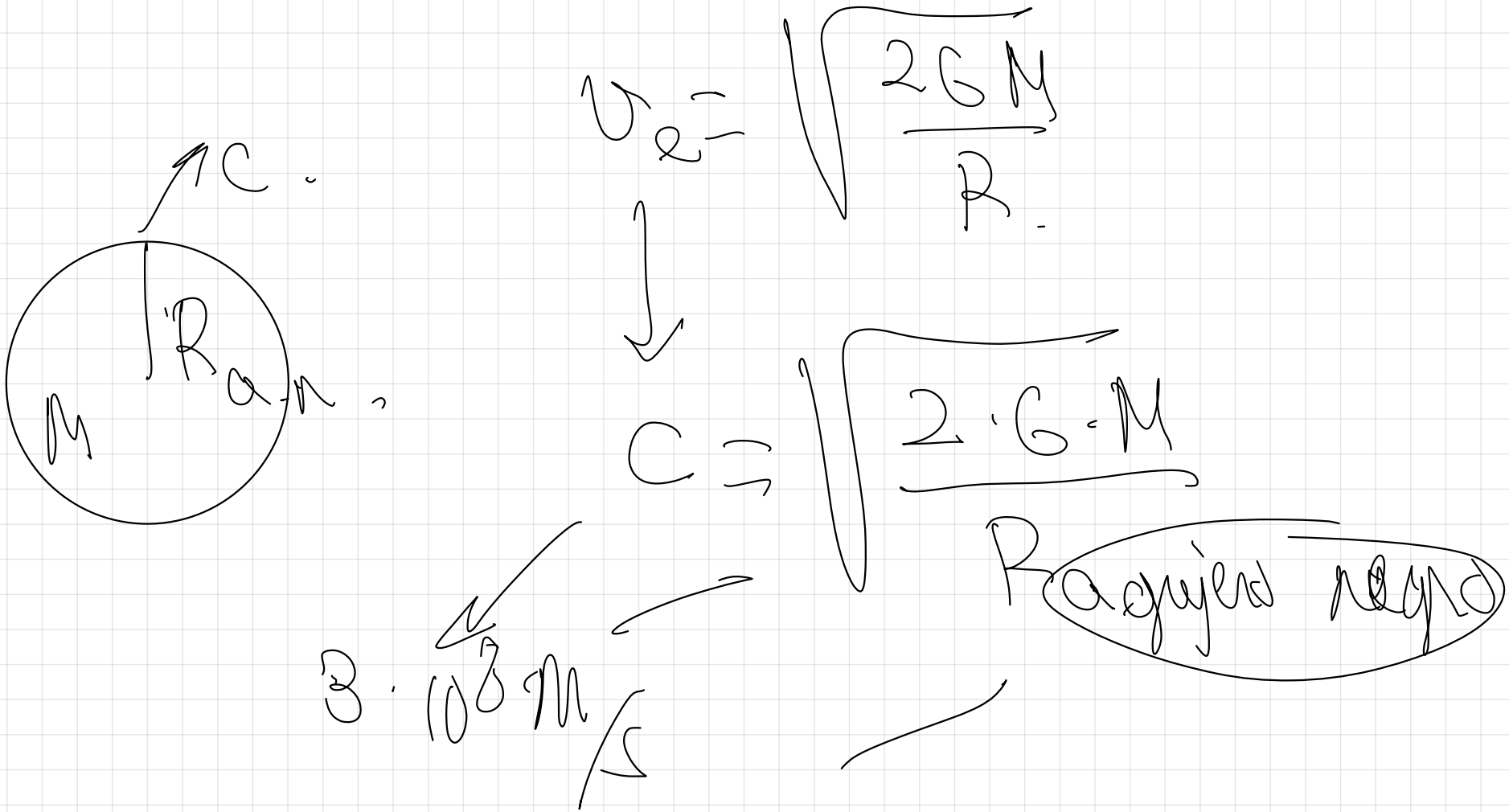
$$\boxed{v_e = 133 \ \frac{m}{s}}$$

b) → velocidad de escape

c) No le sería ni más fácil ni más difícil salir del planeta.

49.- La masa de una estrella es de $2 \cdot 10^{31}$ Kg. Si en un momento dado, la estrella se contrae debido a la presión gravitatoria, determinar el radio por el que la estrella se convierte en un agujero negro y la densidad del mismo.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$



$$c^2 = \frac{2GM}{R_{a.n}}$$

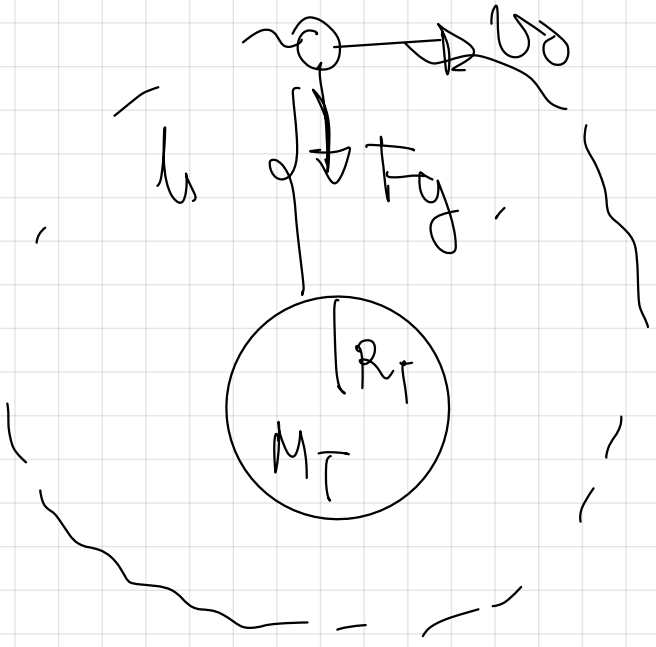
$$R_{a.n} = \frac{2G \cdot M}{c^2} = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^8)^2}$$

$$R_{an} = 2{,}97 \cdot 10^4 \, m$$

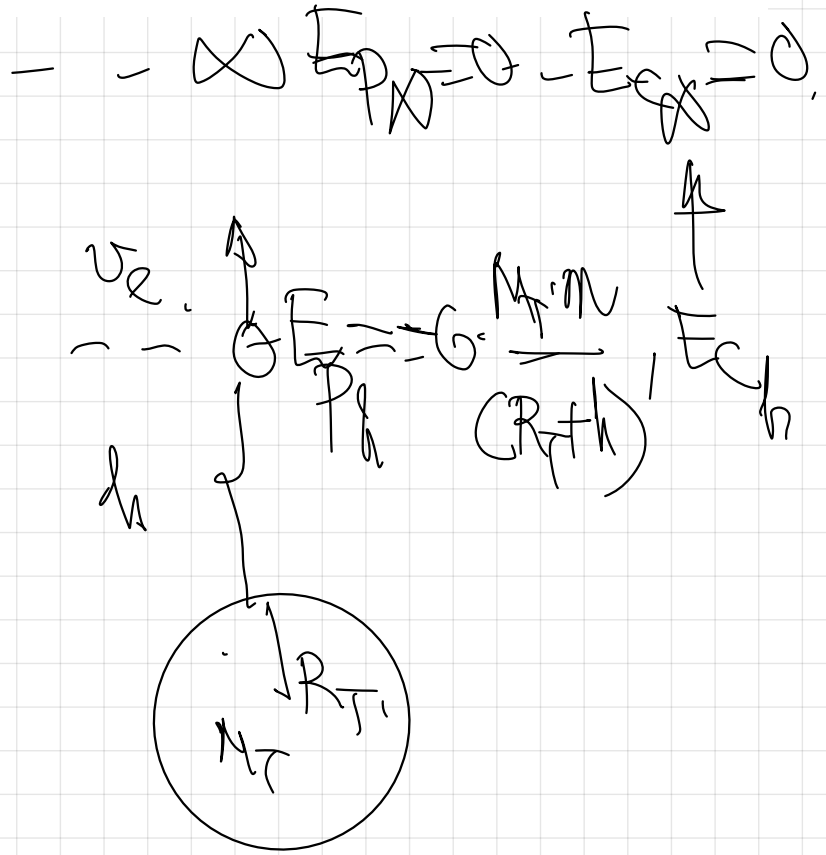
$$\rho_{an} = \frac{M}{V_{an}} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_{an}^3} = \frac{2 \cdot 10^{31} \, kg}{\frac{4}{3}\pi \cdot (2{,}97 \cdot 10^4)^2} = 1{,}87 \cdot 10^{17} \frac{kg}{m^3}$$

densidad muy alta.

35.- Un satélite se encuentra orbitando en torno a la Tierra. Determine una relación entre su velocidad de escape desde ese punto y su velocidad de orbitación en torno a la Tierra.



$F_g = F_n$.



Conservación E_m.

$E_{ph} + E_{ch} = E_{pN} + E_{cN}$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{(R_T+h)}$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)}}}$$

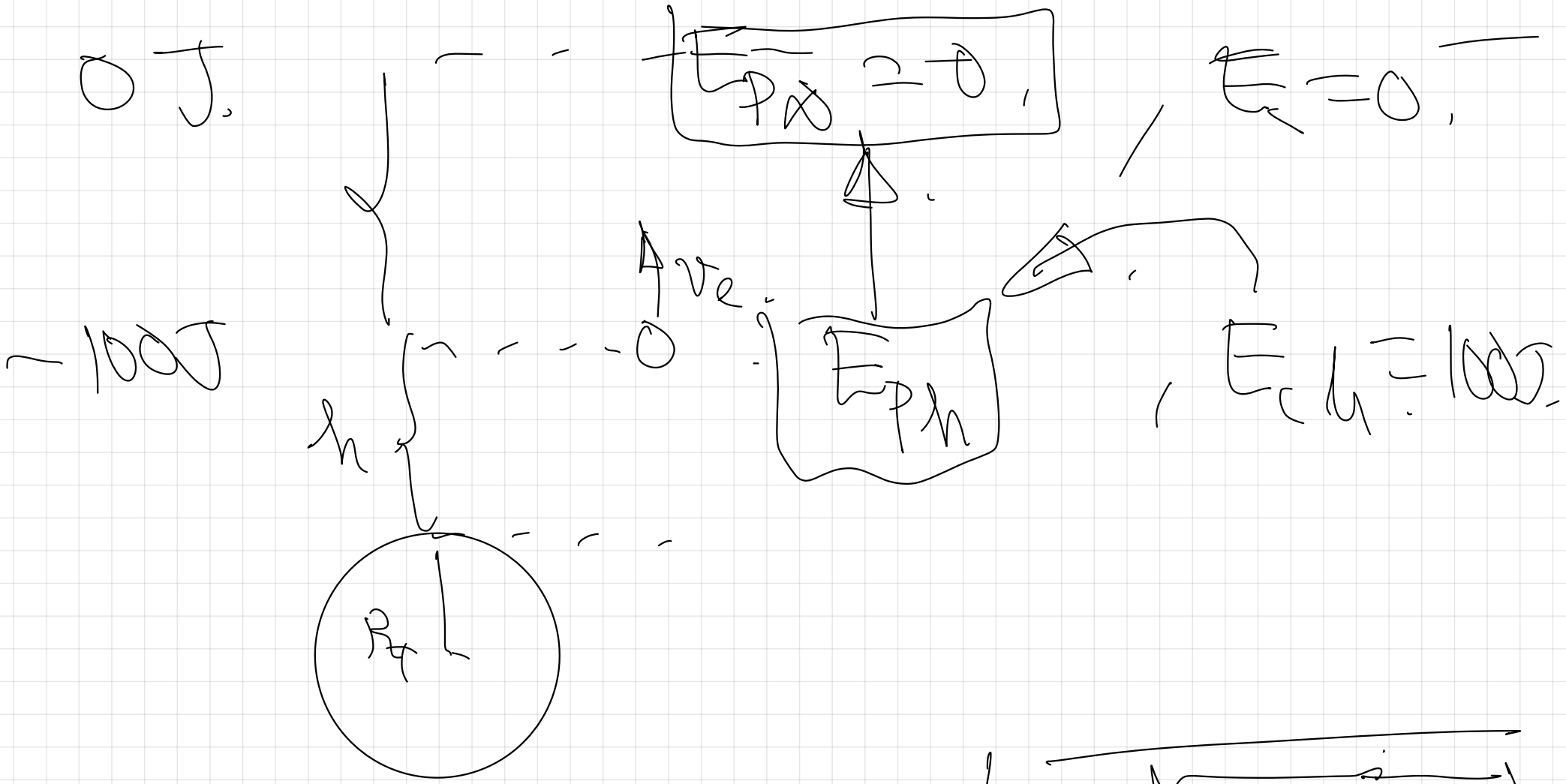
$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)}}}$$

$$\frac{v_e}{v_0} = \frac{\sqrt{2 \cdot G \frac{M_T}{(R_T+h)}}}{\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)}}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{2}\, v_0}$$

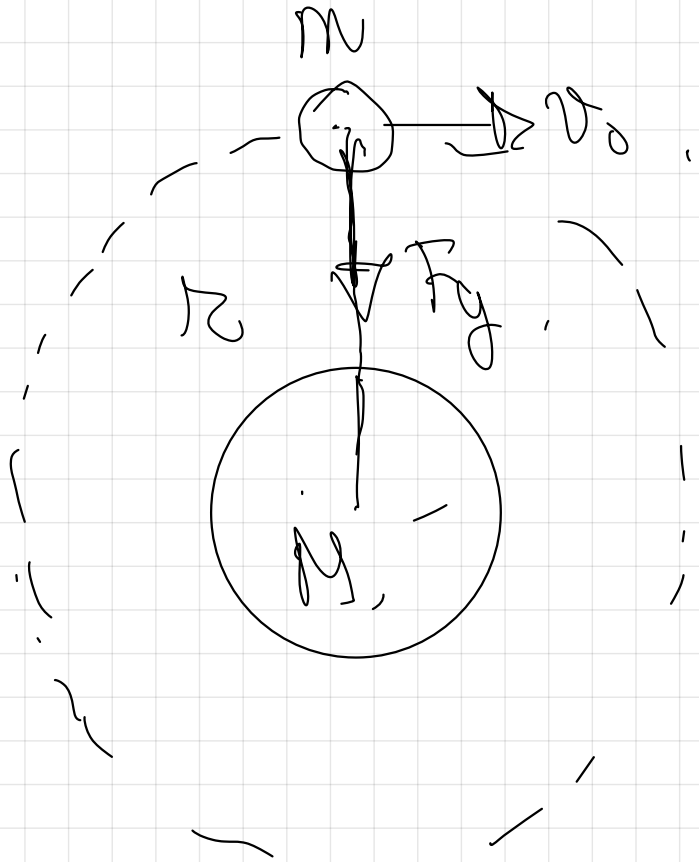


$$v_e = \sqrt{2G\frac{M_T}{(R+h)}}$$

pag 14. Pregunta 2.

Energía mecánica orbital de un satélite.

Satélite que orbita.



$E_m = E_p + E_c$

órbita órbita

$E_{m\,órbita} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r^2} = M \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

Condición de orbitación

$$E_{mórbita} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \cdot \frac{M}{r}} \right)^2$$

$$E_{mórbita} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} + \frac{1}{2} G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$E_{mórbita} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r} \left(-1 + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_{mórbita} = -\frac{1}{2} G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$\boxed{E_{mórbita} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}}$$

$E_{p\text{ absoluta}} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ (2)

$E_{p\text{ absoluta}} = -(1) G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}$ (3)

distancia cto - cto.

El significado físico del signo negativo es que el cuerpo permanece ligado al campo gravitatorio de M.

38.- Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

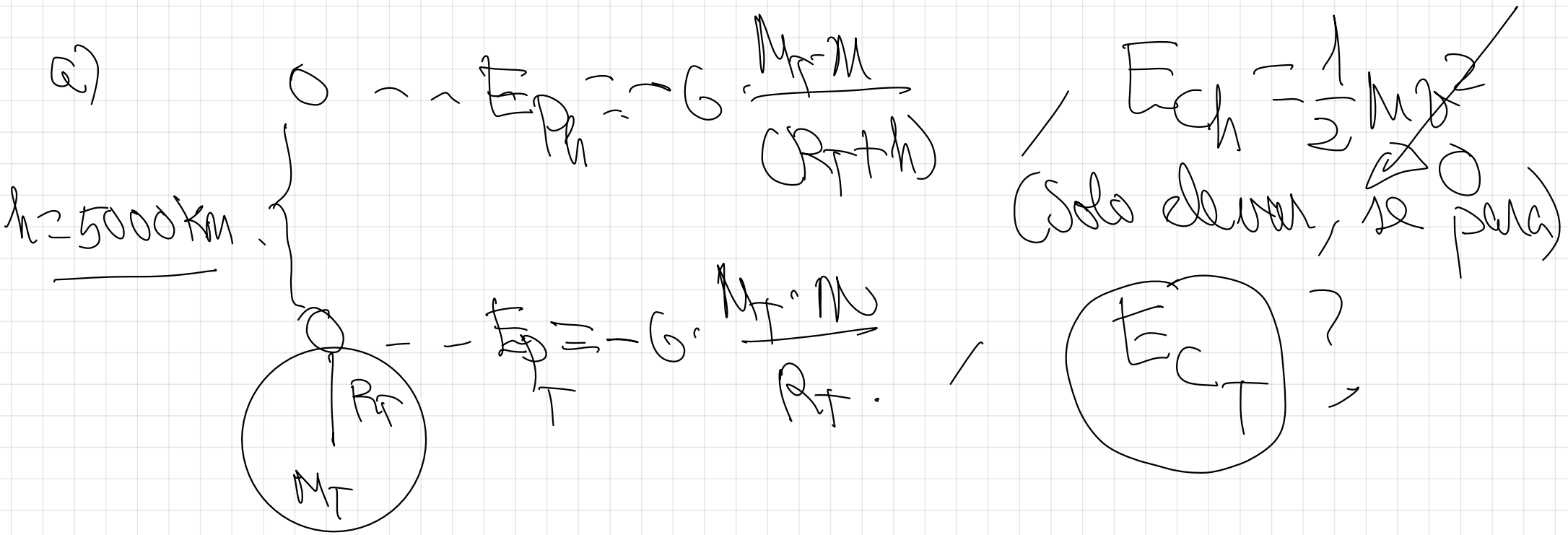
a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario o energía cinética que habrá que suministrarle.

b) Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?

c) Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando

d) ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg



- Conservación de la E_M.

$E_{M_T} = E_{M_h}$

$E_{p_T} + E_{C_T} = E_{p_h} + E_{C_h}$

$E_{C_h} = 0$

$-G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} + E_{C_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$

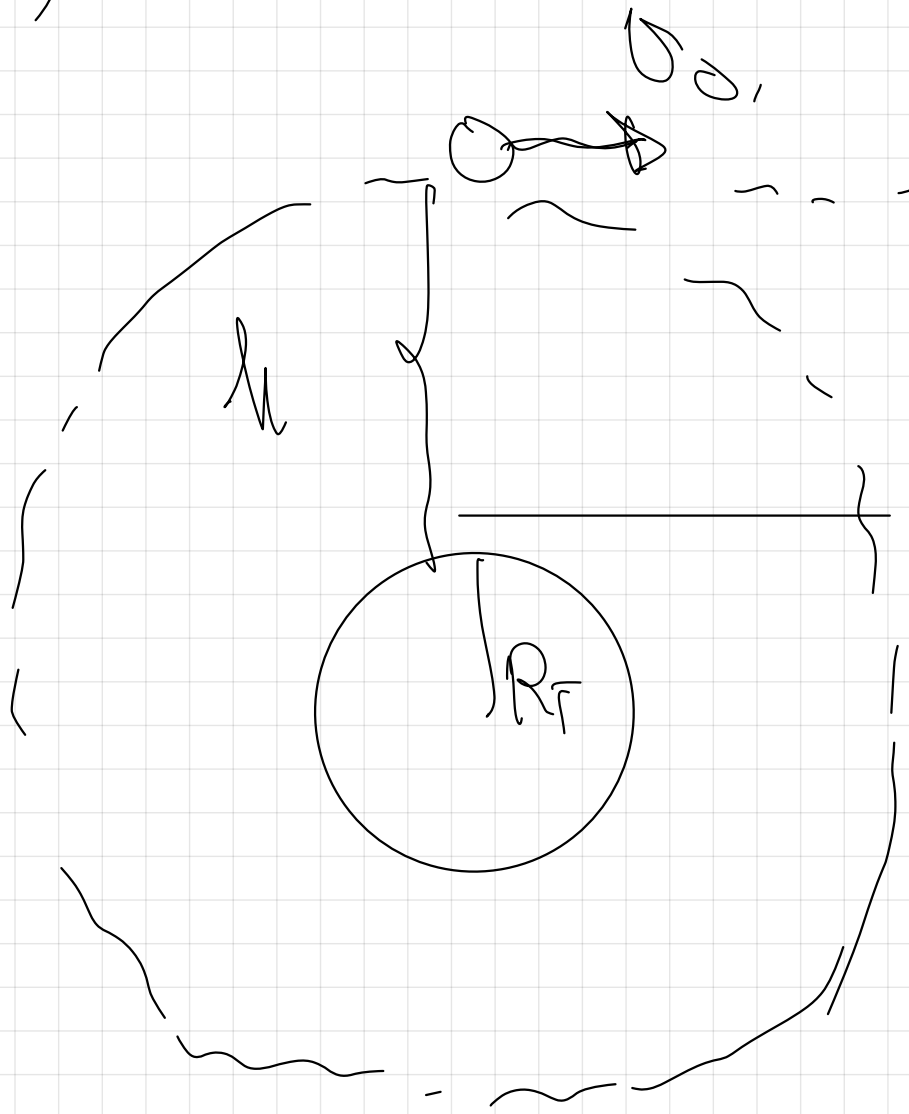
$E_{C_T} = G \cdot \frac{M_T M}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$

$$E_{CT} = G \cdot M_T \cdot m \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)} \right)$$

$$E_{CT} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200 \left(\frac{1}{6{,}4 \cdot 10^6} - \frac{1}{(6{,}4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)} \right)$$

$$\boxed{E_{CT} = 5{,}52 \cdot 10^9 \text{ J}}$$

b)



$$E_{p_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \qquad E_{c_h} = \frac{1}{2} M \cdot v^2$$

$$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}$$

$$\left(\frac{E}{G}\right)^2$$

Conservació de l'E.M.

$E_{M_T} = E_{M\,órbita}$

$E_{P_T} + E_{C_T} = E_{P\,órbita} + E_{C\,órbita}$

$-G\cdot\frac{M_T\cdot M}{R_T} + E_{C_T} = -G\cdot\frac{M_T\cdot M}{(R_T+H)} + \frac{1}{2}M v^2_{órbita}$

$-G\cdot\frac{M_T\cdot M}{R_T} + E_{C_T} = -G\cdot\frac{M_T\cdot M}{2(R_T+H)}$

$E_M = -G\cdot\frac{M\cdot M}{2(R_T+H)}$

E_M órbita de un satélite

E_M

$$E'_{C_T} = \Delta \cdot G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} - G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)} \cdot$$

$$E'_{C_T} = G \cdot M_T \cdot M \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2(R_T + h)} \right)$$

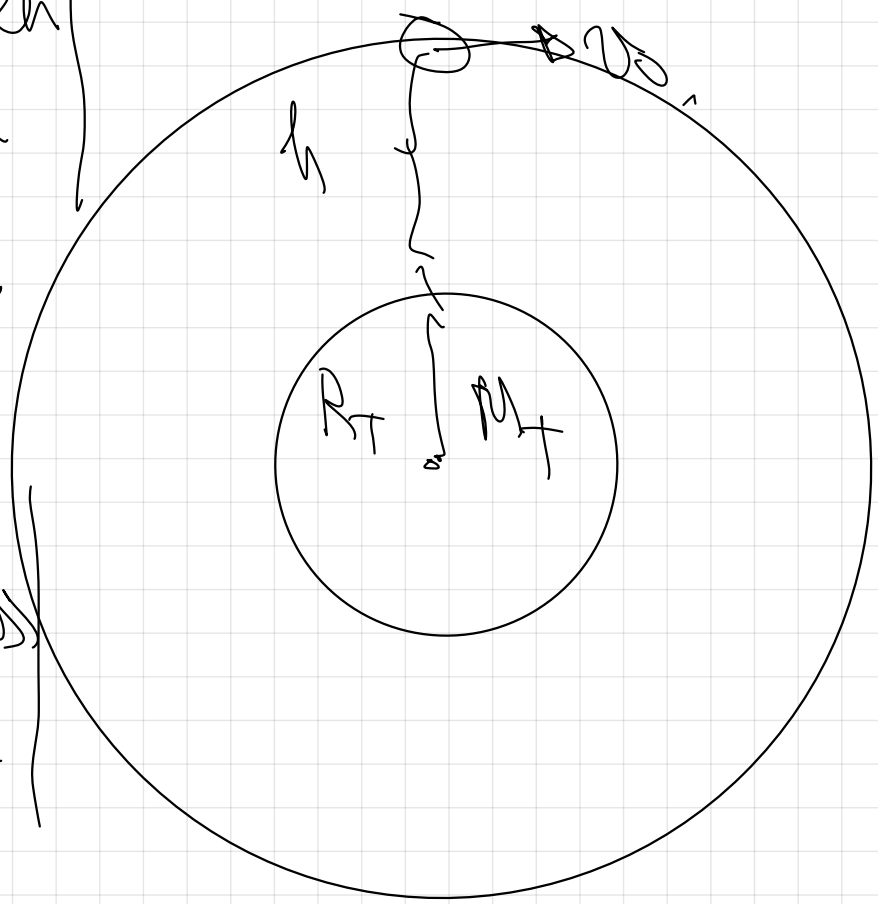
$$E'_{C_T} = W = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200 \left(\frac{1}{6'4 \cdot 10^6} - \frac{1}{2 \cdot (6'4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^6)} \right)$$

$$E'_{C_T} = W = 9'04 \cdot 10^9 \text{ J}$$

↳ La E_C suministrada es mayor que en el apartado anterior.

Si el satélite permanece en la misma órbita.

apartado c)



$$E_p = -G\frac{M_T m}{(R_T + h)}$$

Distancia centro-centro

La E_p no varía.

Estudiamos las variaciones energéticas.

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$$

$\Rightarrow$ Orbital en módulo

E_c no varía.

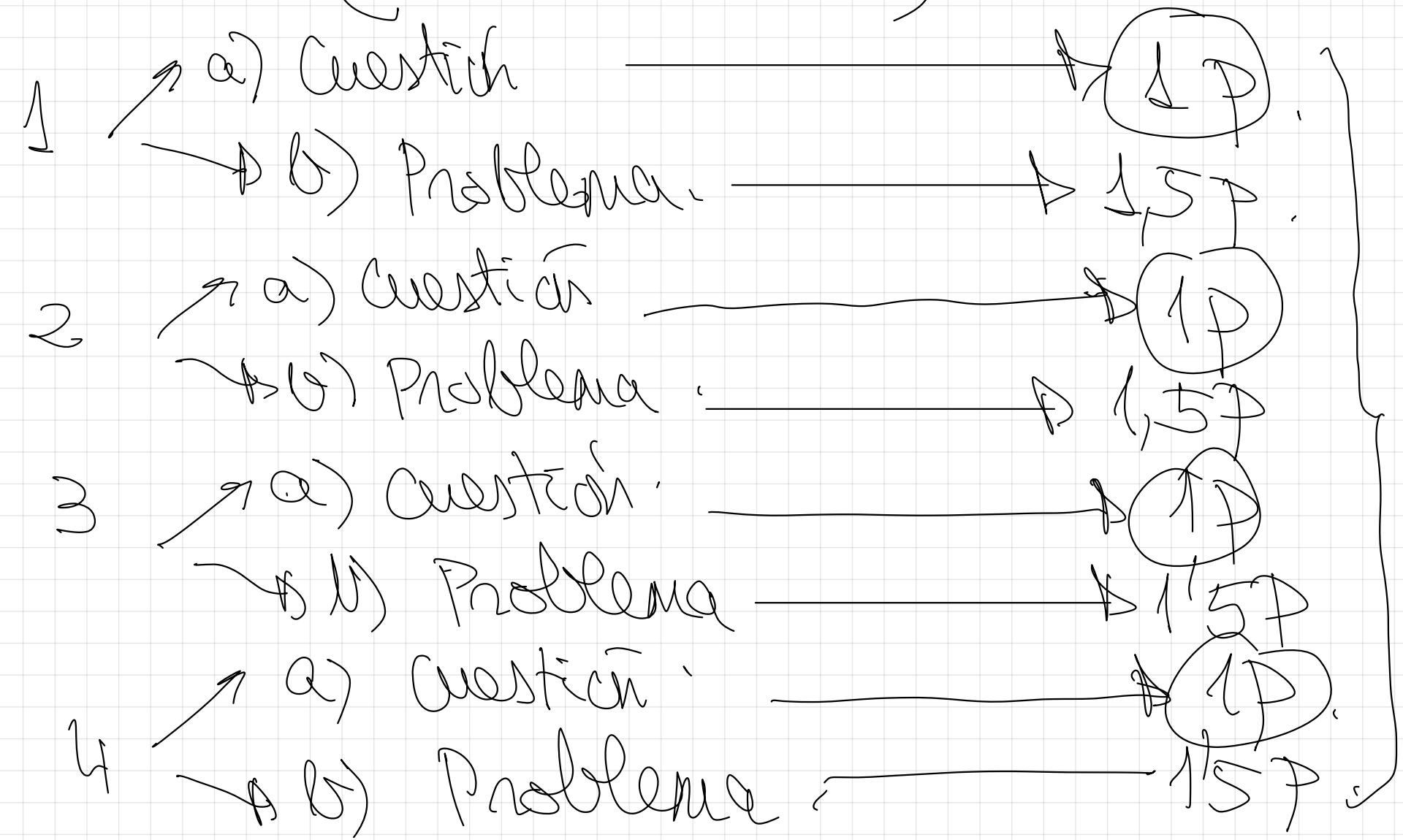
$E_M = E_p + E_c = cte.$

↓ no varía ↓ no varía

Si el satélite permanece en la misma órbita, se conserva la energía mecánica (actúa exclusivamente la fuerza gravitatoria bajo cuya acción se conserva la E_M, es una fuerza conservativa)

Modelo de examen para toda el curso.

(modelo PEVAU)



10 p.

1'5 h de tiempo.

- Lunes 20 - Octubre ⇒ Campo gravitatorio.

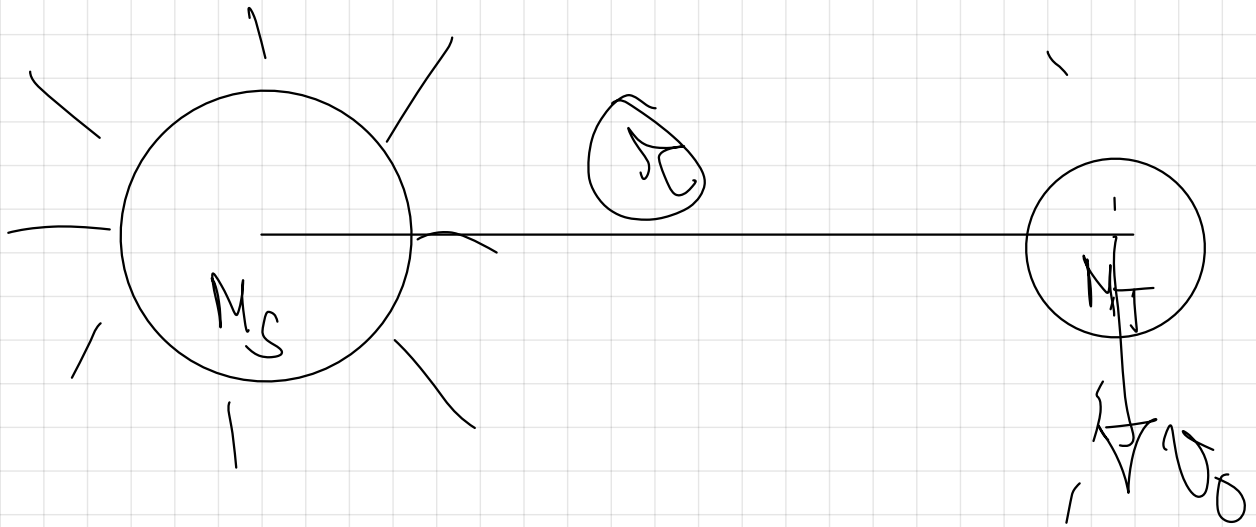
Lunes 24 - Noviembre ⇒ Campo eléctrico.

180 (09-E) Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m.

a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.

b) Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2}$$



$F_G = F_n$

$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{R^2} = M_T \cdot \frac{v^2}{R}$

$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_S}{R}}$

$v_0^2 = G \cdot \frac{M_S}{R}$

$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T} = \quad m/s.$

$T = 365 \text{ días} \Rightarrow s$

$M_s = \frac{v^2 \cdot R}{G}$

Condición de altura que aparezca T

$G \cdot \frac{M_s \cdot M_T}{R^2} = M_T \cdot \frac{v^2 \cdot R}{R}$

$$G \cdot \frac{M_S}{R} = \left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 \cdot$$

$$G \cdot \frac{M_S}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} \cdot$$

$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 R^3 \cdot$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot M_S}} \rightarrow (0{,}8\,y)^3 \cdot$$

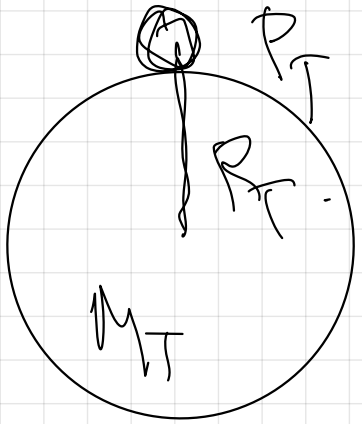
$g = 10\ m\ s^{-2}$

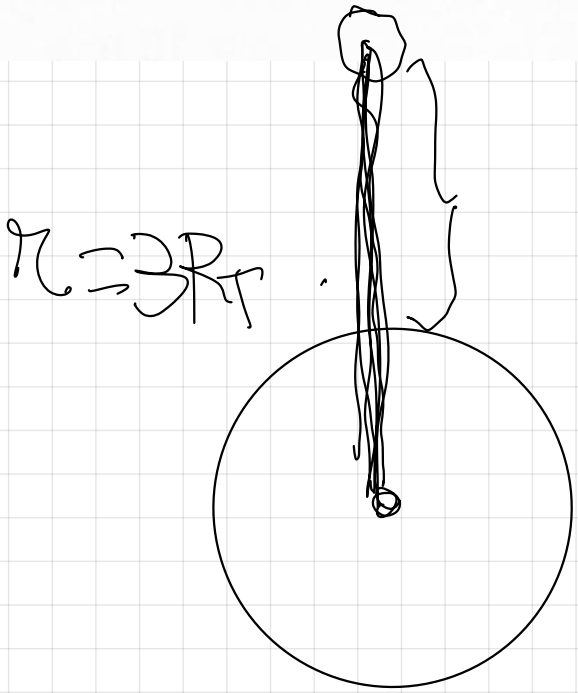
76 (08-E) Un satélite del sistema de posicionamiento GPS, de 1200 kg, se encuentra en una órbita circular de radio 3 RT.

a) Calcule la variación que ha experimentado el peso del satélite respecto del que tenía en la superficie terrestre.

b) Determine la velocidad orbital del satélite y razone si la órbita descrita es geoestacionaria.

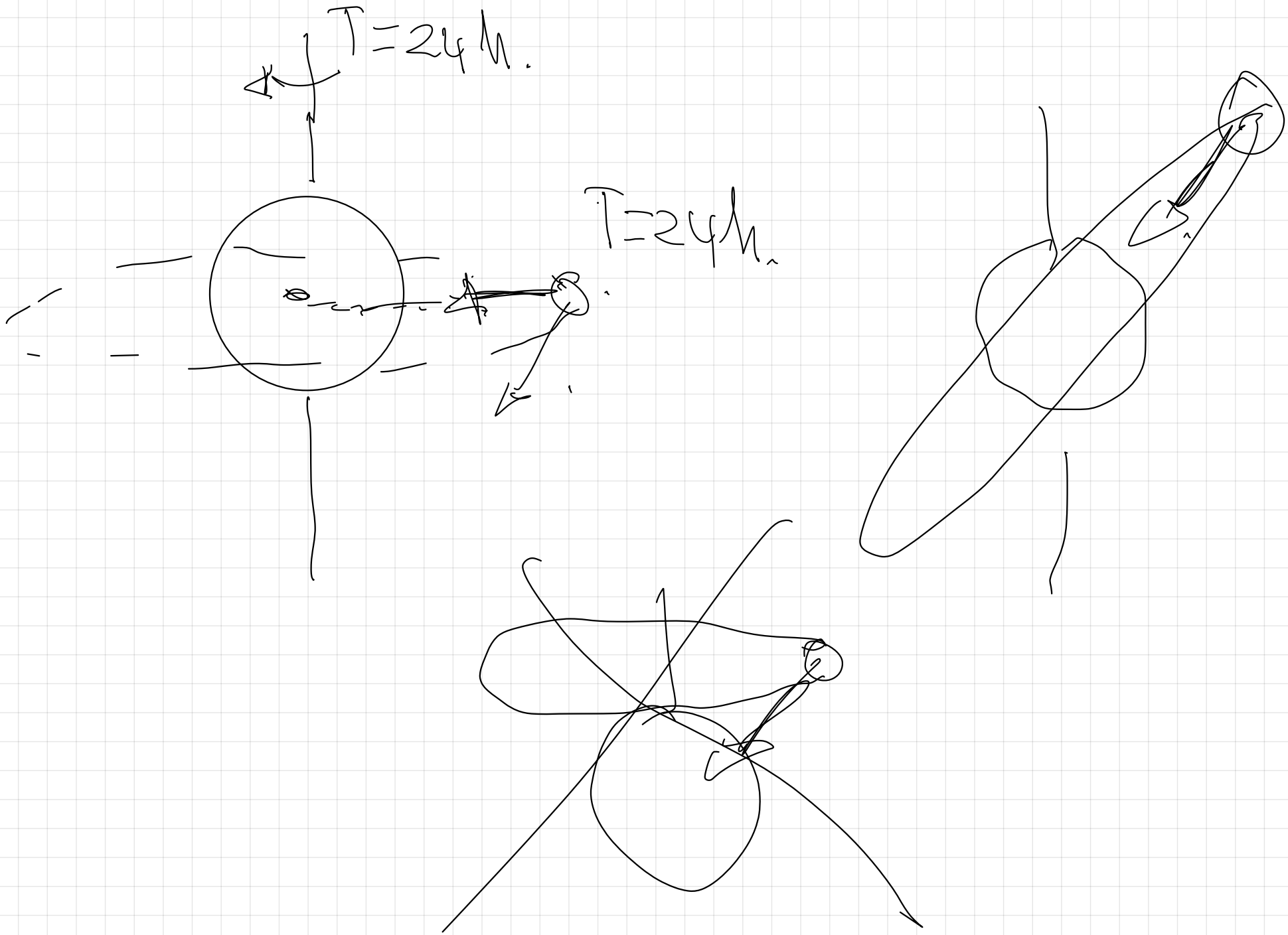
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$; $M_t = 6{,}0 \cdot 10^{24}\ kg$; $R_t = 6400\ km$





$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(3R_T)^2}$$

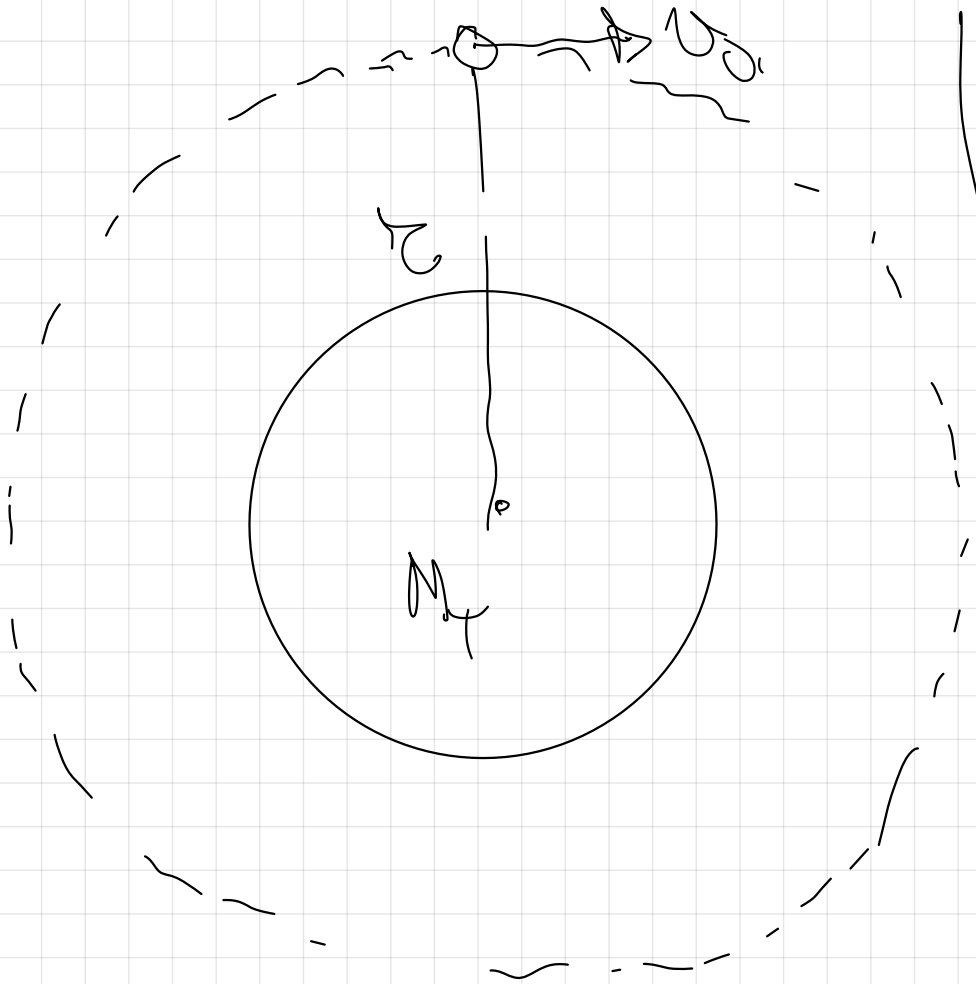

T=24h.
T=24h.

ORBITANDO.

$$E_{P_{órbita}} = -G\frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_C = \frac{1}{2} m v_{órbita}^2$$

$$E_{M_{órbita}} = -G\frac{M_T \cdot m}{2r}$$



Canhão de órbita.

Nenos negativo.

E_M

$E'_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2R}$

$E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2R}$

M

M_T

$E_M + E_{ext} = E'_M$

En ese cambio de órbita la E_m no se conserva.

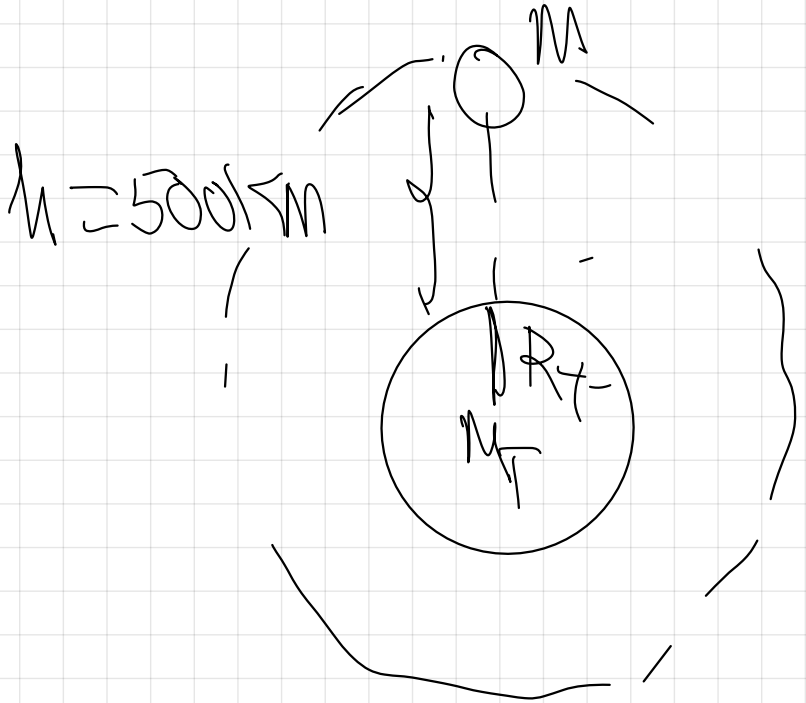
41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar.

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg



$$E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} =$$

$$= -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{(6{,}37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)}$$

$$= -5{,}18 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)}} \right)^2$$

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + H)^2} = M \cdot \frac{v_0^2}{(R_T + H)}$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + H)}}$$

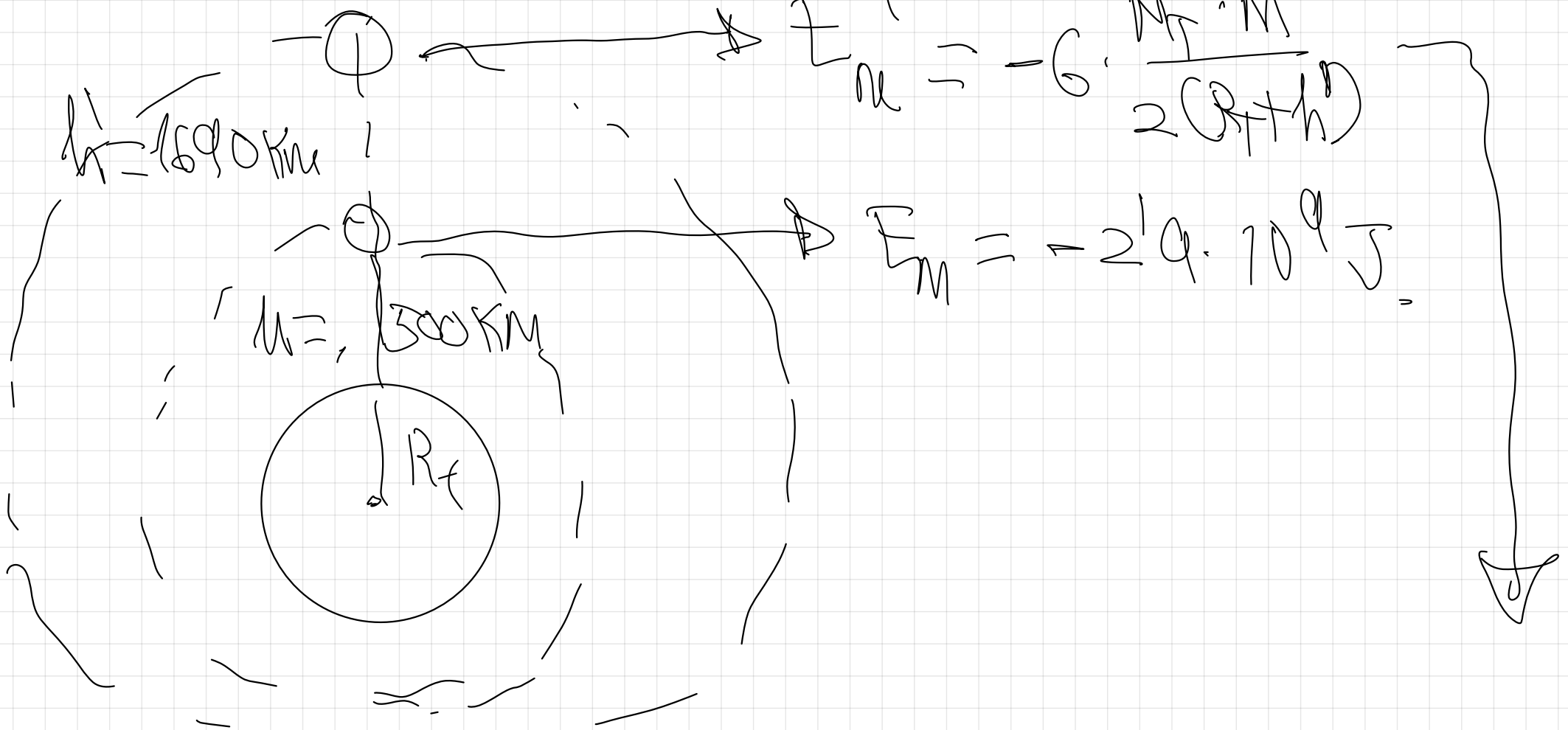
$$E_C = \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + H)}$$

$$E_C = 2{,}9 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_M = E_p + E_c$$

$$E_m = -3{,}18 \cdot 10^9\,J + 2{,}19 \cdot 10^9\,J$$

$$E_m = -2{,}19 \cdot 10^9\,J$$



$$E_m' = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)}$$

$$E_m = -2{,}19 \cdot 10^9\,J$$

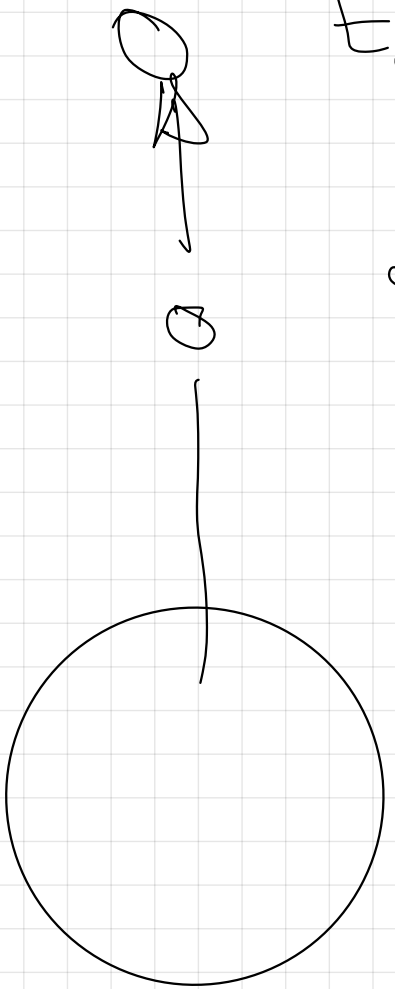
$$E_m' = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{2(6{,}37 \cdot 10^6 + 1{,}59 \cdot 10^6)}$$

$$E_m' = -2{,}47 \cdot 10^9 \text{ J}.$$

$$E_m + E_{ext} = E_m'.$$

$$-2{,}9 \cdot 10^9 + E_{ext} = -2{,}47 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_{ext} = 413 \cdot 10^8 \text{ J}$$



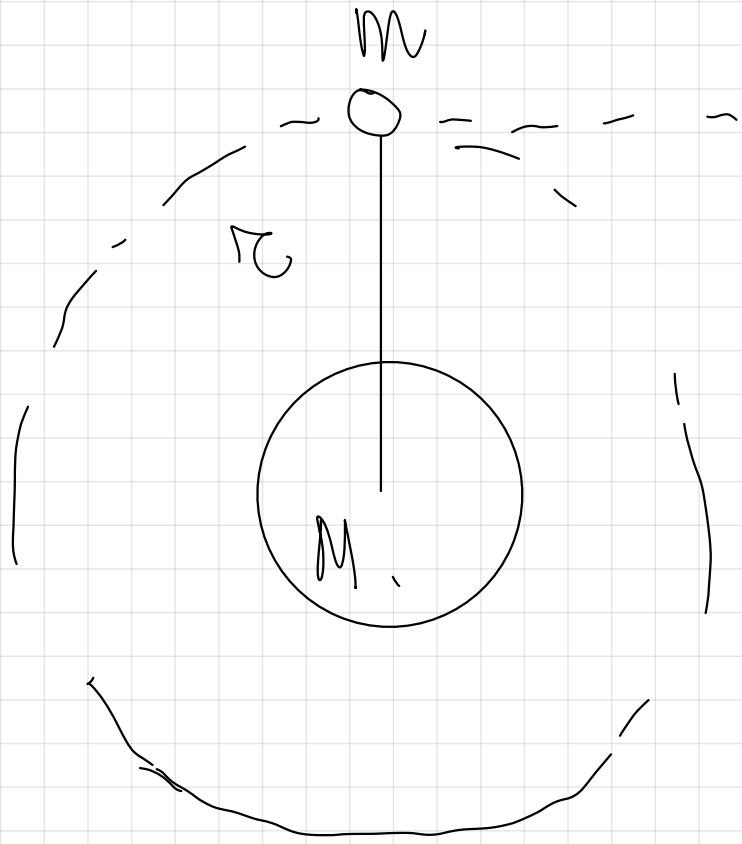
$$E_M = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2r_{\oplus}} \Rightarrow E_M = ?$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_{\oplus}} \Rightarrow E_p \text{ ?}$$

$$E_c = -\frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow E_c = ?$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r_{\oplus}}}$$

232 (17-R) a) Indique razonadamente la relación que existe entre las energías cinética y potencial gravitatoria de un satélite que gira en una órbita circular en torno a un planeta.
b) La masa del planeta Júpiter es, aproximadamente, 300 veces la de la Tierra y su diámetro 10 veces mayor que el terrestre. Calcule razonadamente la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de Júpiter.
$R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m; $g = 9{,}8$ m s^{-2}



$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

$E_{córbita} = \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M}{r}}\right)^2$

$v_o = \sqrt{G \frac{M}{r}}$

$E_{córbita} = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

$$E_{p\acute{o}rbita} = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

$$\frac{E_{c\,\acute{o}rbita}}{E_{p\acute{o}rbita}} = \frac{\frac{1}{2}G\frac{M \cdot m}{r}}{-G\frac{M \cdot m}{r}}$$

$$E_{c\,\acute{o}rbita} = -\frac{1}{2}\left|E_{p\acute{o}rbita}\right|$$

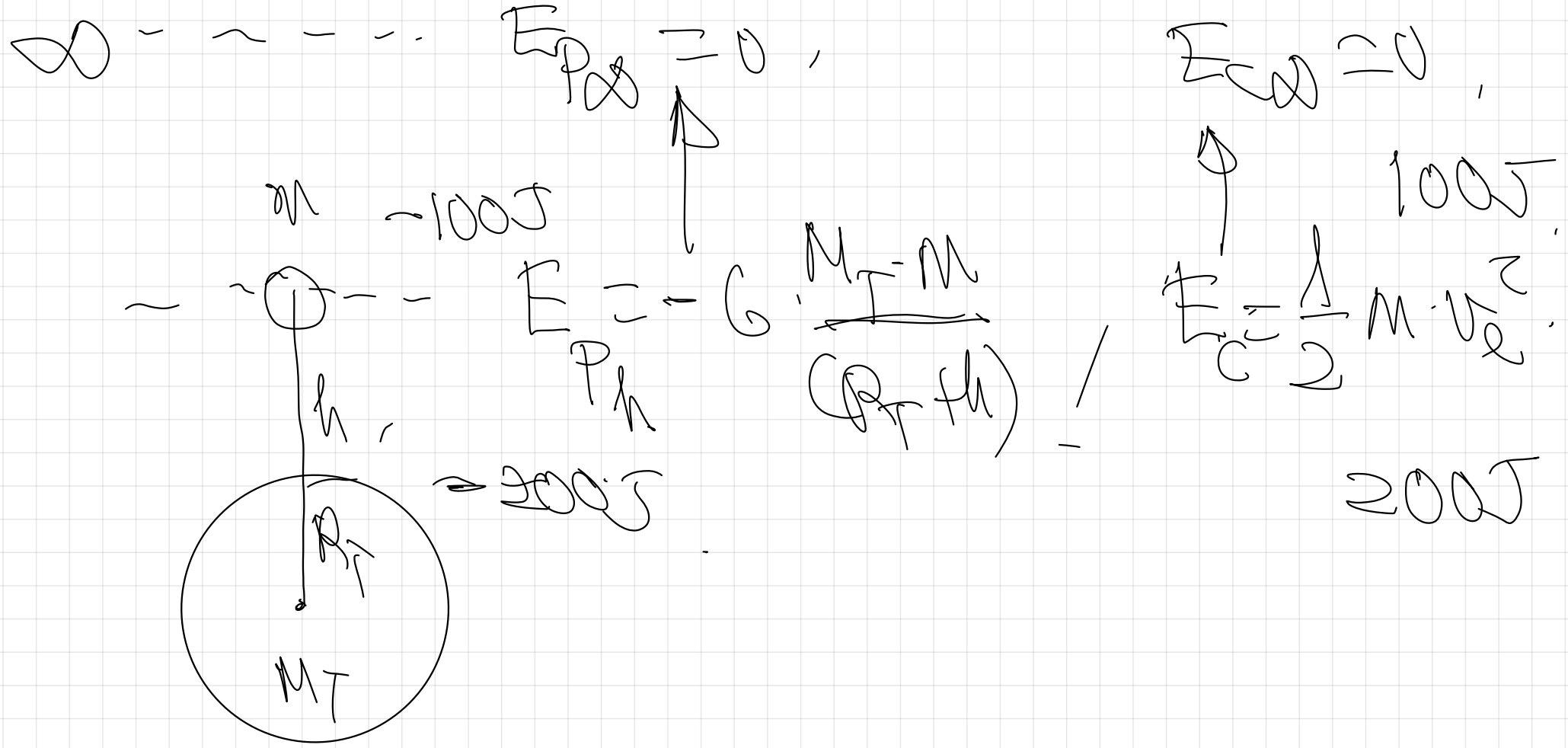
Órbita circular $\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

193 (11-R) Un satélite de 200 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra y su energía cinética es de $5{,}3 \cdot 10^9$ J.

a) Deduzca la expresión del radio de la órbita y calcule su valor y el de la energía mecánica del satélite.

b) Determine la velocidad de escape del satélite desde su posición orbital.

$G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$; $MT = 6 \cdot 10^{24}$ kg



$$E_{mh} = E_{m\infty}.$$

$$-G\cdot\frac{M\cdot m}{(R_T+h)}+\frac{1}{2}mv_e^2 = 0+0.$$

$$\frac{1}{2}mv_e^2 = G\cdot\frac{M\cdot m}{(R_T+h)}.$$

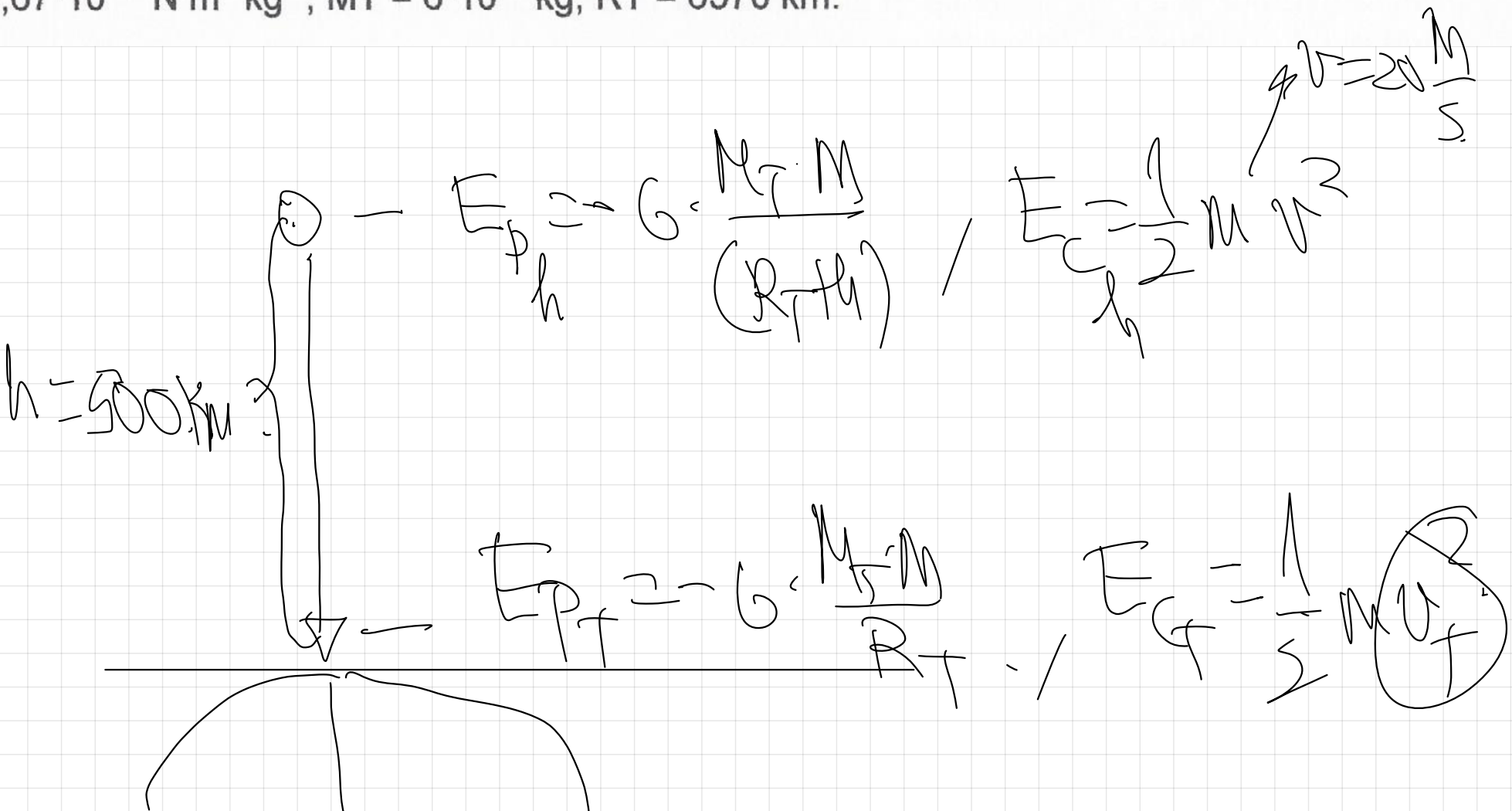
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{(R_T+h)}}.$$

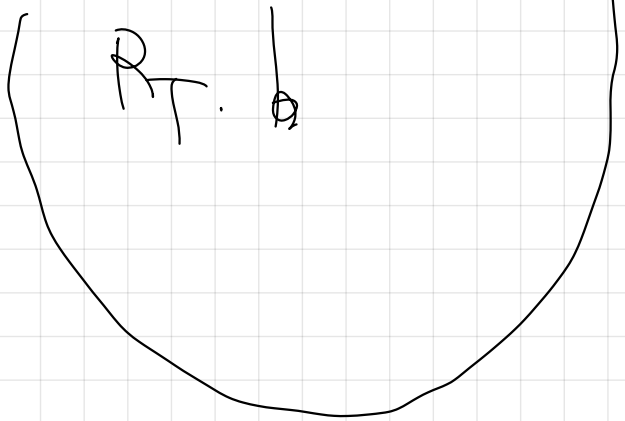
19Y (12-R) Un meteorito de 400 kg que se dirige en caída libre hacia la Tierra, tiene una velocidad de 20 m s^{-1} a una altura h = 500 km sobre la superficie terrestre. Determine razonadamente:

a) El peso del meteorito a dicha altura.

b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre despreciando la fricción con la atmósfera.

G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; MT = $6 \cdot 10^{24}$ kg; RT = 6370 km.



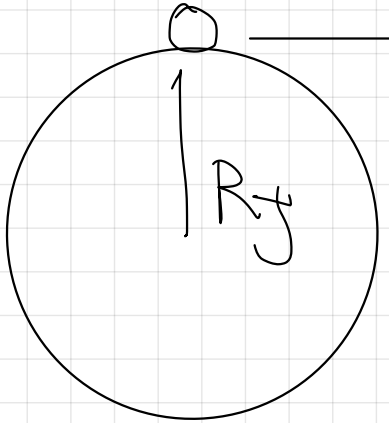


232 (17-R) a) Indique razonadamente la relación que existe entre las energías cinética y potencial gravitatoria de un satélite que gira en una órbita circular en torno a un planeta.

b) La masa del planeta Júpiter es, aproximadamente, 300 veces la de la Tierra y su diámetro 10 veces mayor que el terrestre. Calcule razonadamente la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de Júpiter.

$R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m; g = 9,8 m s^{-2}

∞ ——— $E_{p\infty} = 0$, $E_{c\infty} = 0$.



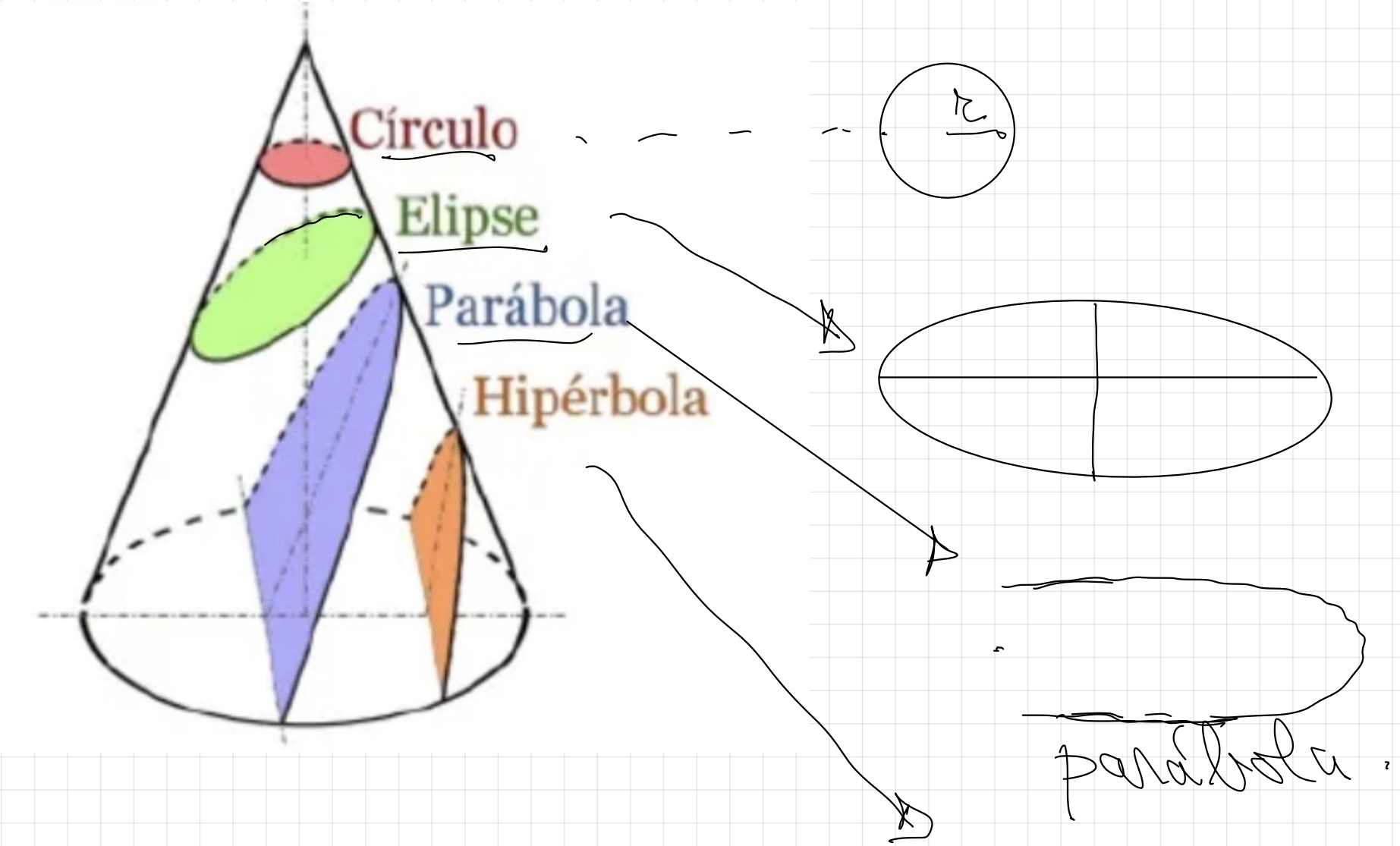
——— $E_J = -G\cdot\frac{M_J \cdot m}{R_J}$, $E_J = \frac{1}{2} m v_e^2$.

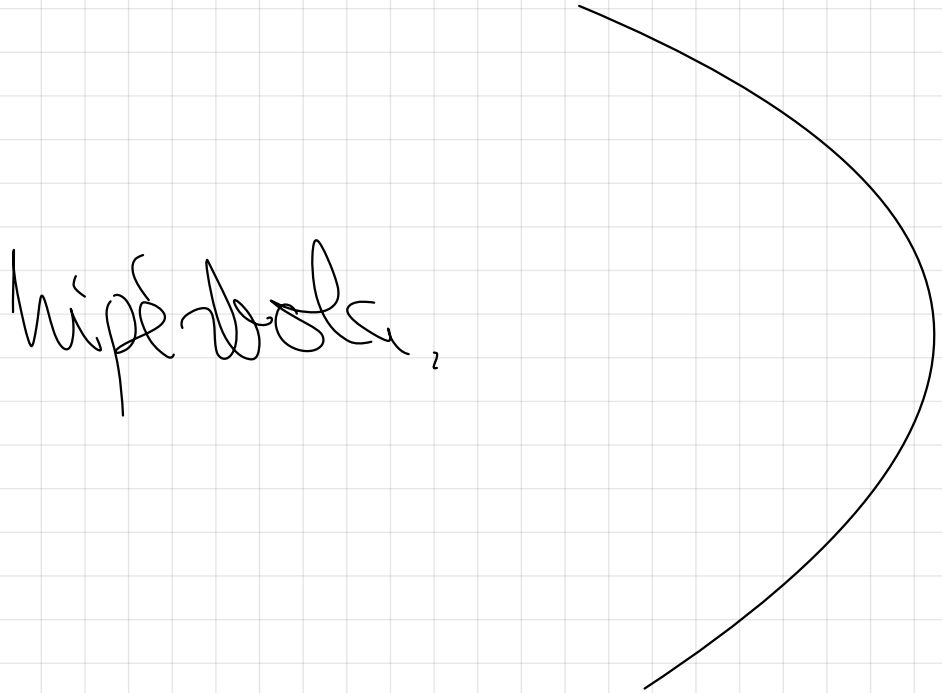
$$-G\cdot\frac{M_J \cdot m}{R_J} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0.$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_J \cdot m}{R_J}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_J}{R_J}}$$

Pag 18. 6.- Relación entre la energía y el movimiento orbital.





$E_m > 0$ — $E_c > |E_p|$ — escapa, hipérbola

$E_m = 0$ — $E_c = |E_p|$ — escapa, parábola

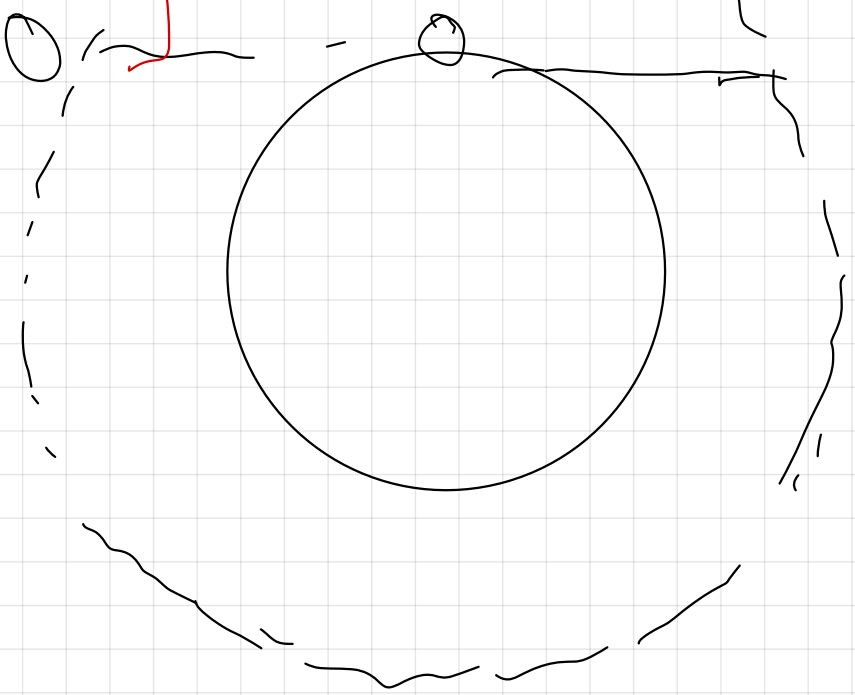
órbitas abiertas

$E_m < 0$ — $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$ — no escapa, órbita elíptica

$E_m < 0$ — $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$ — no escapa, órbita circular

órbitas cerradas

$E_m < 0$ — $0 < E_c < \frac{1}{2}|E_p|$ — no escapa, colapsa



Órbita circular → $v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$

$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$

$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G\frac{M}{r}}\right)^2 = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}}{-G\frac{Mm}{r}}$$

$$E_c = -\frac{1}{2}E_p$$

$$E_c = \frac{1}{2}|E_p|$$

$E_{p\infty} = 0$

$E_{c\infty} = 0$,

$- - - \; 0 \qquad E_p = -100\,J \qquad E_c = |E_p|$

$=$

$100\,J$

$200\,J$.

46.- Un satélite artificial de masa 100 Kg orbita en torno a un planeta describiendo una órbita circular, teniendo una energía potencial gravitatoria de valor $-5 \cdot 10^8$ J.

a) Calcula la velocidad lineal a la que se desplaza

b) Si mediante un propulsor se duplica, sin cambiar la dirección, la velocidad lineal del satélite, ¿Qué tipo de órbita seguirá?

a) $E_p = -5 \cdot 10^8 J$. Orbita circular

$E_c = \frac{1}{2}|E_p|$ (ver página anterior)

$E_c = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^8 J = 2,5 \cdot 10^8 J$

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^8}{100}} = 2236 \frac{m}{s}$

b) $E_c' = \frac{1}{2} m (v')^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot (2.2236)^2 =$

$E_c' = 9'9 \cdot 10^8 J.$

$E_p = -5 \cdot 10^8 J$

$E_c' > |E_p| \Rightarrow$ Escapa $E_m > 0$.

siguiendo una hipérbola (órbita abierta)

Pag 32

47.- La Luna es un satélite natural de la Tierra con una órbita prácticamente circular. Razone si las siguientes afirmaciones acerca de ella son verdaderas o falsas

a) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, a su energía cinética

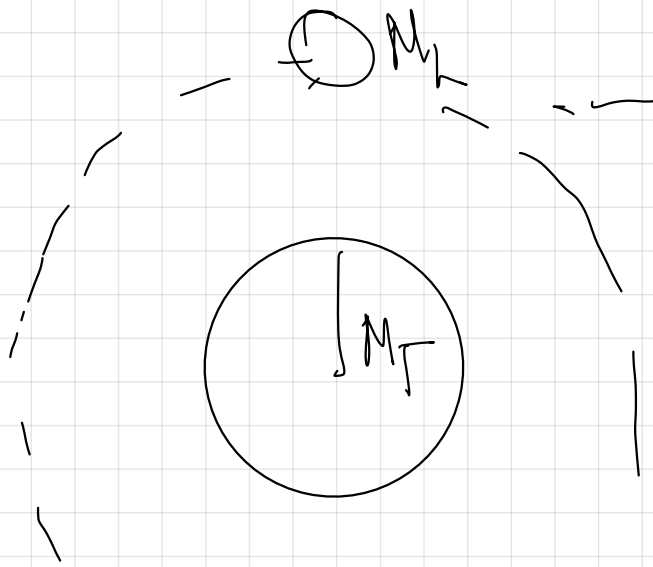
b) La energía mecánica de la Luna es positiva

c) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, al doble de su energía cinética

d) La energía cinética de la Luna no está relacionada con su energía potencial gravitatoria

a)

Falsa.



$|E_p| = E_c \rightarrow E_m = 0$.

La luna escaparía.

(parábola)

b) $E_m > 0$. Falsa, está ligada al campo gravitatorio tiene $E_m < 0$.

c) Órbita circular

$$E_c = \frac{1}{2}|E_p|$$

$$|E_p| = 2E_c.$$

d) Si está relacionada, y en

la órbita circular se cumple que

$$E_c = \frac{1}{2}|E_p|$$

48.- Un satélite orbita en torno a un planeta con una órbita circular. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones

a) Su energía mecánica es cero

b) Su energía mecánica es igual a menos su energía cinética

c) Su energía potencial es igual a menos su energía cinética partido dos

a) $E_M = 0$ Falso, escapaía a la influencia del planeta.

$$E_M = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \qquad v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot \left(\sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}\right)^2$$

$$E_c = G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}$$

$$\rightarrow \frac{E_c}{E_m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}}{-G \frac{M \cdot m}{2r}} \qquad \frac{E_c}{E_m} = -1.$$

Verdadero. A. $\boxed{E_m = -E_c}$.

d)

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}. \qquad E_c = G \frac{M \cdot m}{2r}. \quad \left(\frac{-E_c}{2}\right)$$

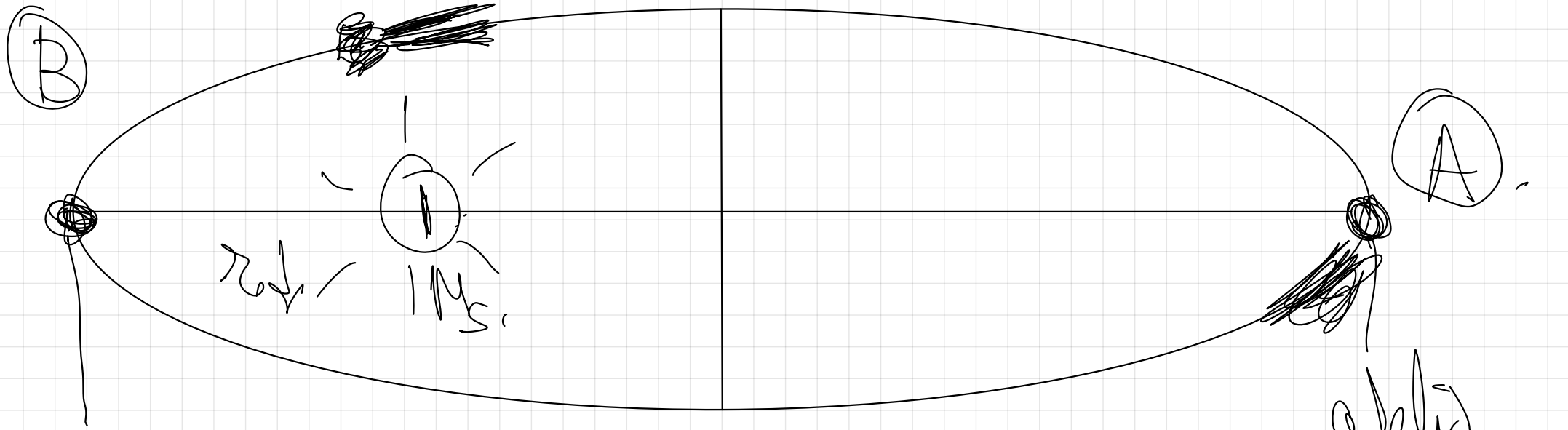
$$-G \frac{M \cdot m}{r} \not= -G \frac{M \cdot m}{4r}.$$ ✗

hasta B

44.- Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B.

a) ¿En cuál de los dos puntos es mayor el módulo de la velocidad?, ¿y el de la aceleración?

b) Comparar los valores de energía cinética y potencial en A y en B



perihelio (pto más cercano)

Dentro de la misma órbita (en este caso elíptica) En el

afelio (pto muy lejano)

(Solo actúa la F_G) (conservativa)

$E_{P_B} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_B}$

$r_A > r_B \Rightarrow |E_{P_A}| < |E_{P_B}|$

$E_{P_A} = -G \frac{M \cdot m}{r_A}$

$E_{C_B} = \frac{1}{2} m v_B^2$

$-E_{P_A} = E_{C_B}$

$E_m = cte$

$E_{C_A} = \frac{1}{2} m v_A^2$

$E_{C_B} > E_{C_A}$

$v_B > v_A$.

$g \Rightarrow$ aceleración. $\oint . g = 6 \cdot \frac{N}{s^2} \downarrow$

$\downarrow$

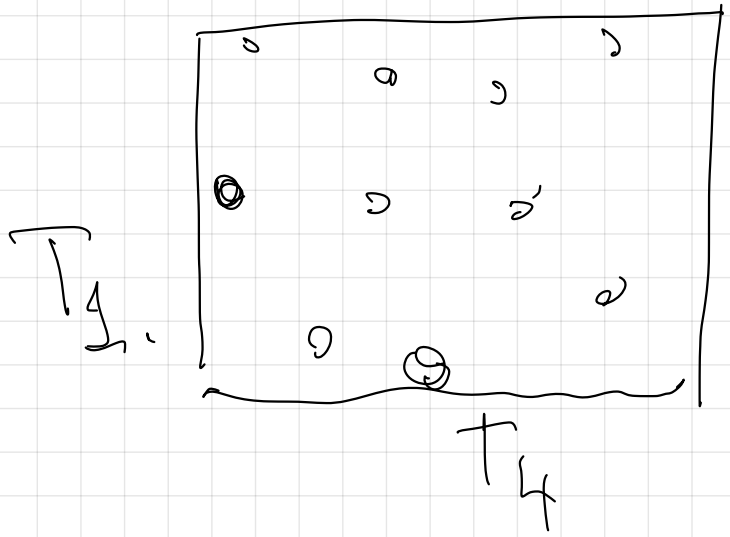
La aceleración es mayor cuanto más cerca del sol estemos (B).

b) Ya hecha

2.- INTERACCIONES A DISTANCIA: CONCEPTO DE CAMPO

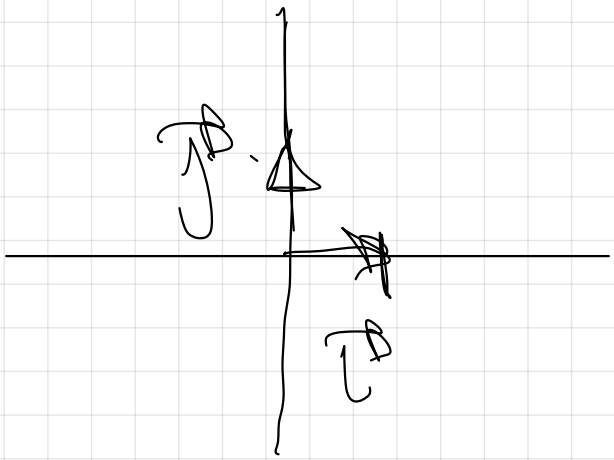
Magnitud escalar.

- No tiene ni dirección ni sentido



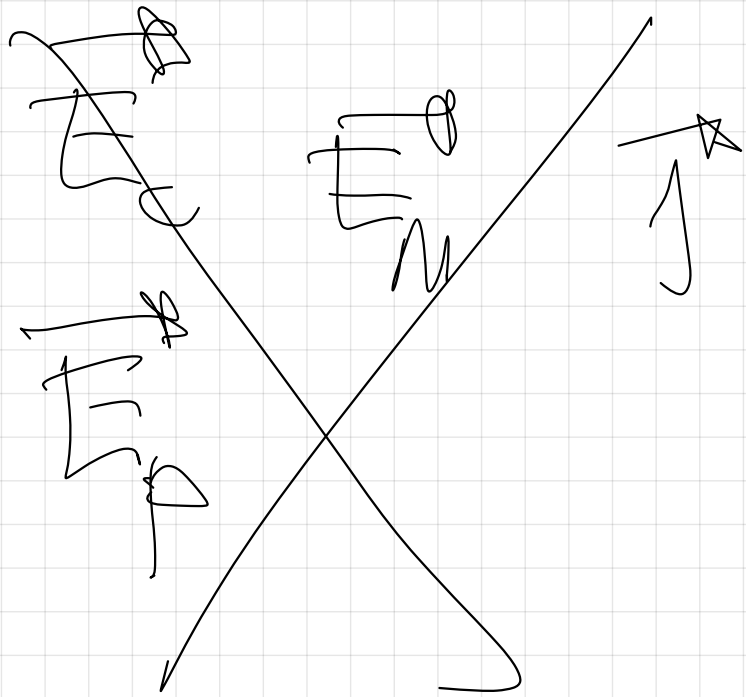
Magnitud vectorial.

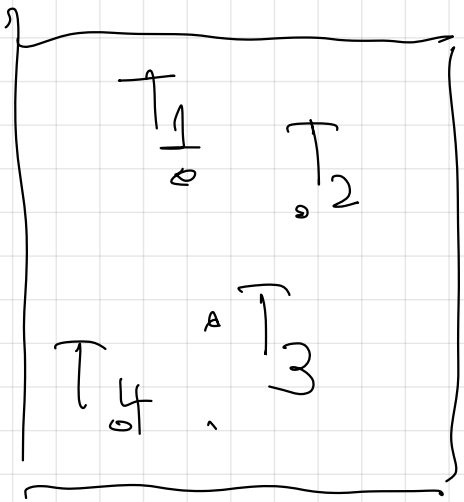
- Módulo (valor)
- Dirección
- Sentido.



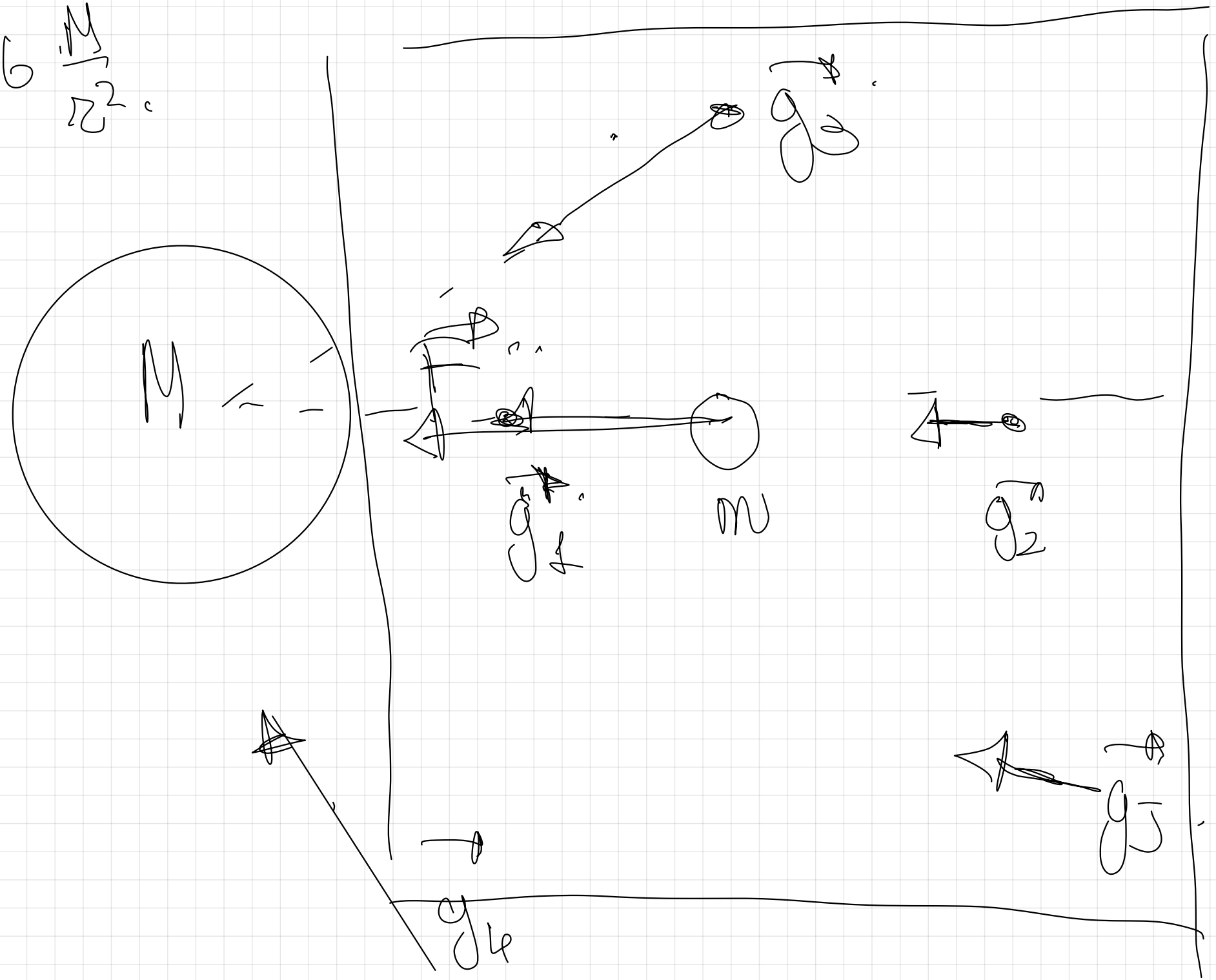
$\vec{v} = +15\,\vec{j}\ \left(\frac{m}{s}\right)$

$\vec{v} = -30\,\vec{j}\ \left(\frac{m}{s}\right)$




T1
T2
T3
T4

$g = 6 \frac{M}{r^2}$.



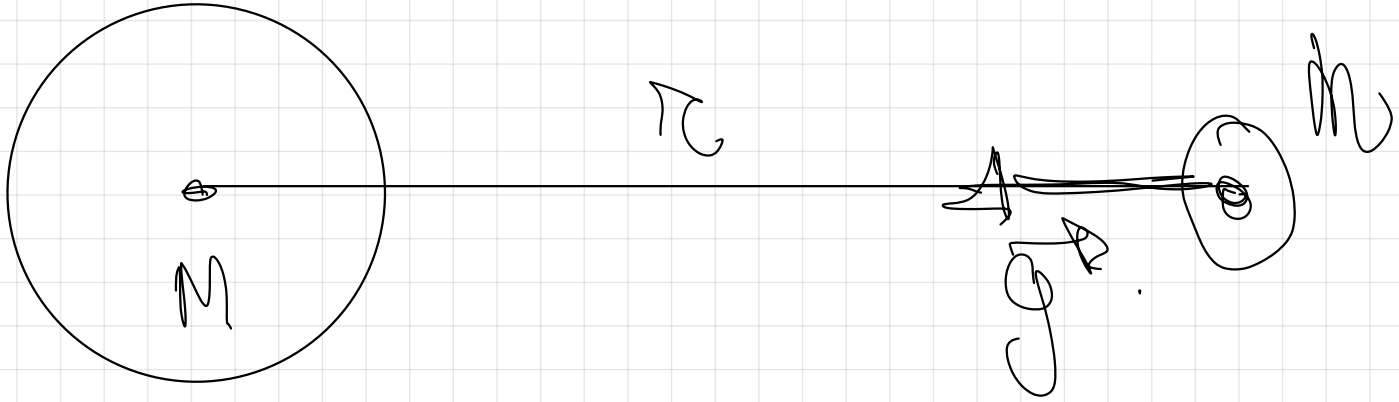
Celsius. Kelvin.

100°C. ——— 373K

0°C ——— 273K

—40C. ——

—273°C —— 0K



$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}|$$

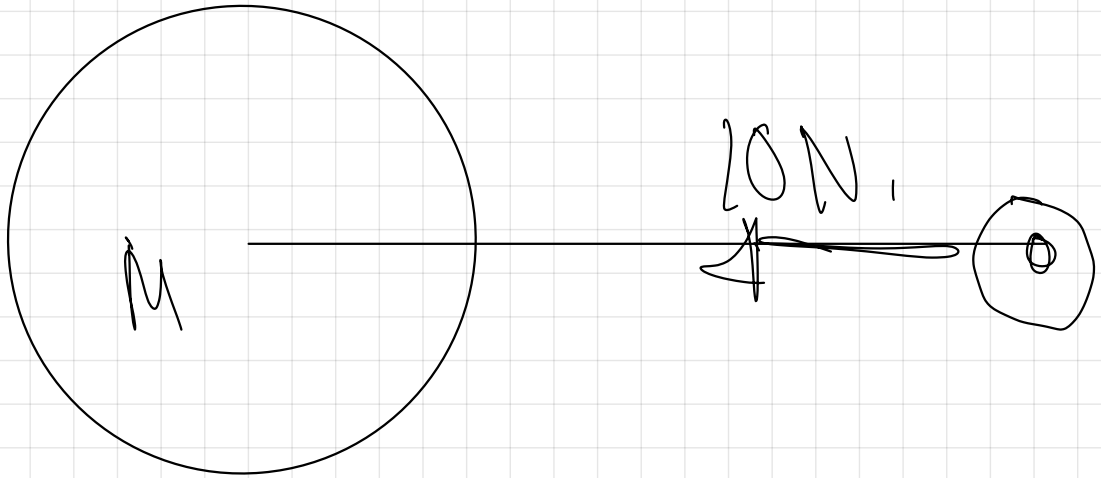
$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}{m} = \frac{N}{kg}.$$

$$g = \frac{N}{kg}$$

$$\frac{N}{kg} = \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2}}{kg} = \frac{m}{s^2}.$$

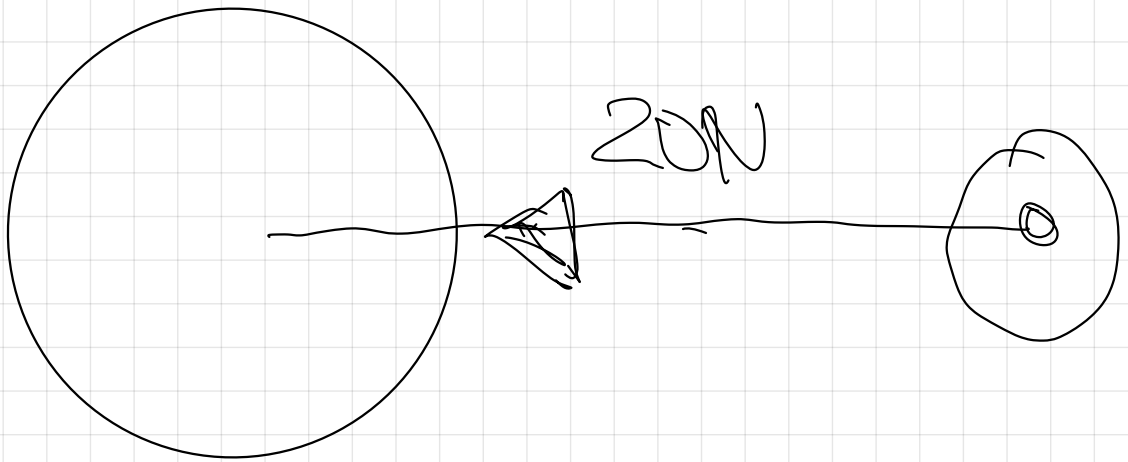
$$10\ \frac{N}{kg}$$

$$g = 10\ m/s^2.$$



$$g = 10\ \frac{N}{kg}.$$

$$m = 1kg$$



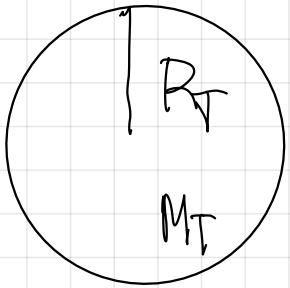
$g = 10 \frac{N}{kg}$

$m = 2kg.$

pag 25

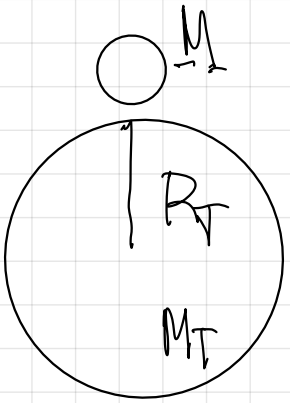
10.- Según la Ley de la gravitación, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste. Si es así, ¿ Porqué no caen más deprisa los cuerpos con mayor masa?

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$



$$F_m = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$g = \frac{F_m}{m} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}{m} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$



$$F_M = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$g = \frac{F_M}{M} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}}{M} = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

La aceleración de caída g es la misma (independientemente de la masa del cuerpo.

5.- PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN.

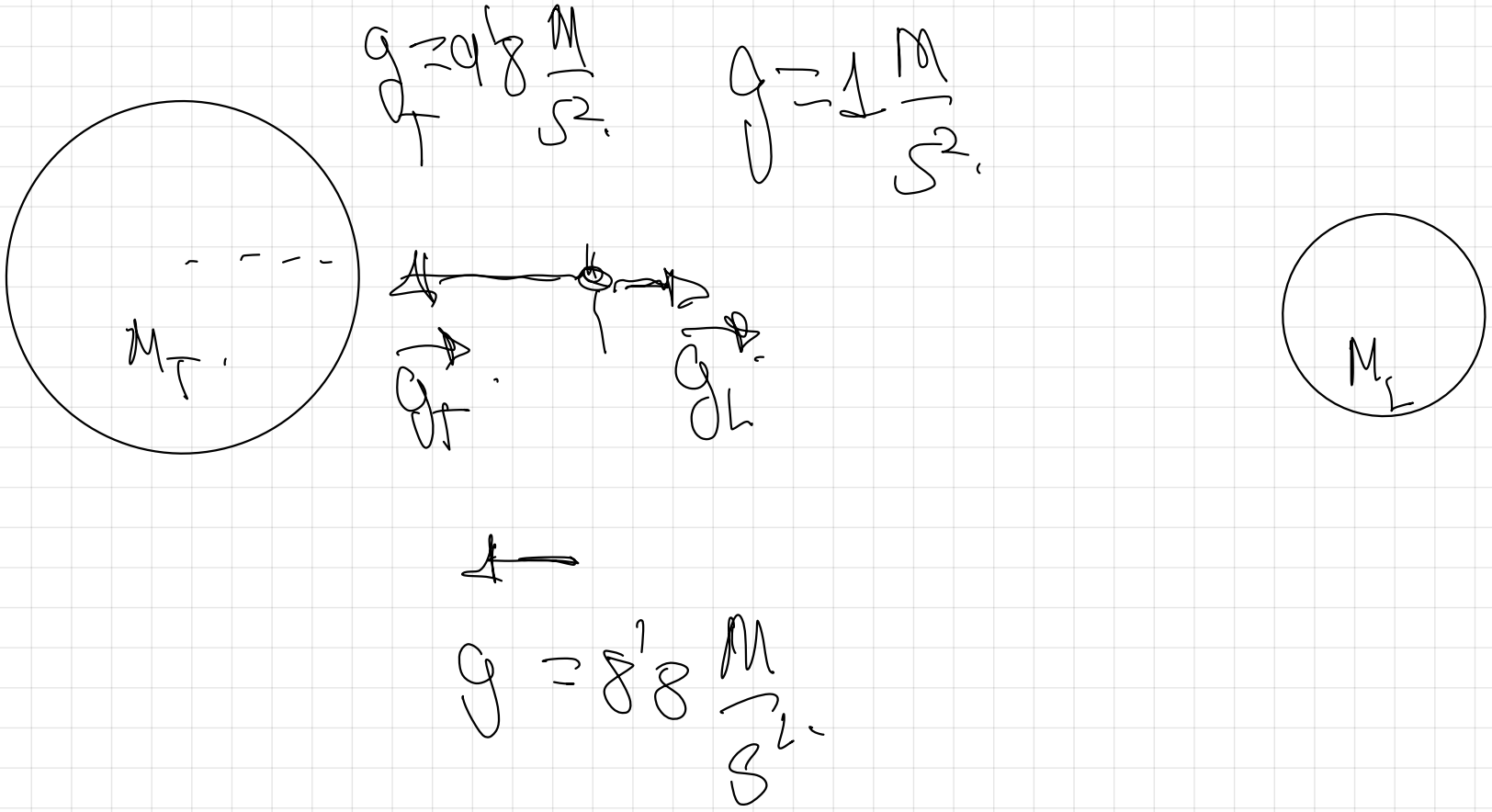
Tanto la fuerza gravitatoria F como la intensidad del campo gravitatorio g son magnitudes vectoriales, es decir, poseen un valor o módulo, una dirección y un sentido. El principio de superposición nos dice que cuando un cuerpo se somete a varias fuerzas, la fuerza resultante es igual a la suma de todas ellas, o sea:

$$\vec{F} = \sum \vec{F_i} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \ldots + \vec{F_n}$$

La intensidad del campo gravitatorio en ese punto será por tanto:

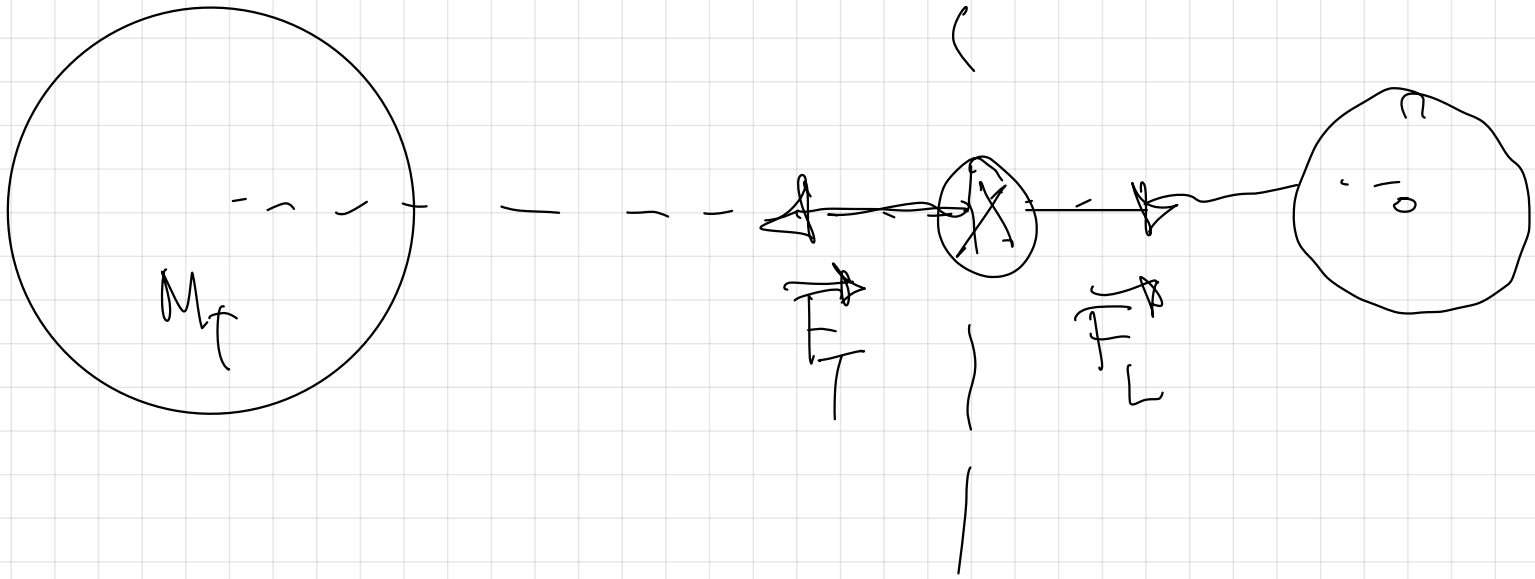
$$\vec{g} = \vec{F}/m = \sum \vec{F_i}/_m = \vec{g_1} + \vec{g_2} + \vec{g_3} + \ldots + \vec{g_n}$$

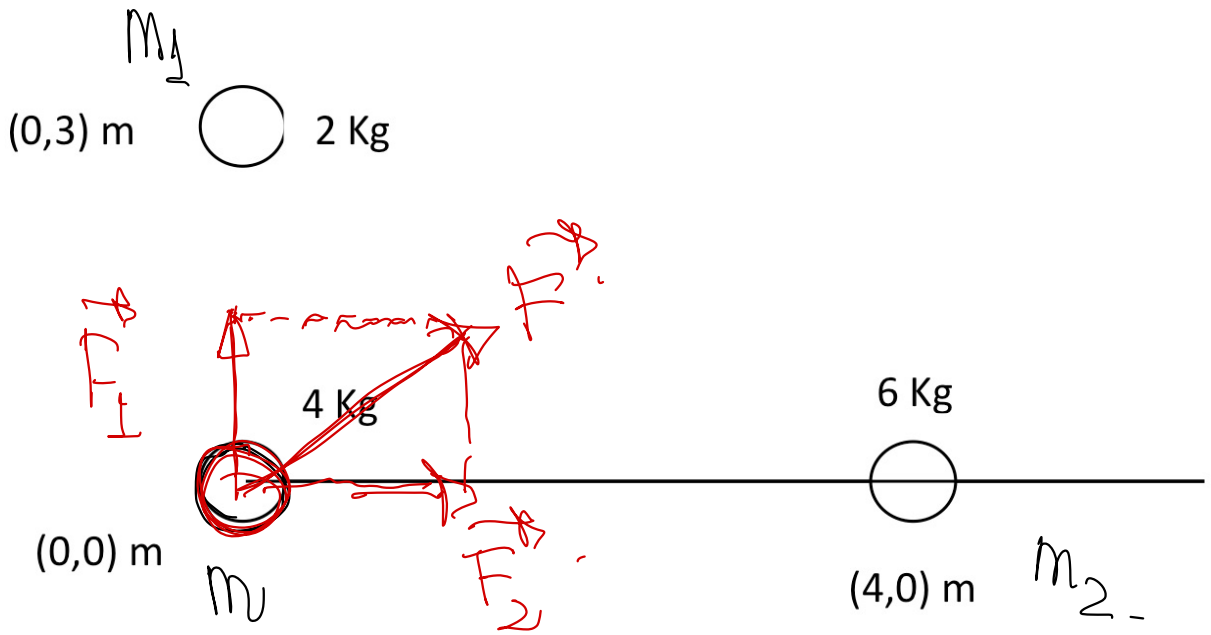
Cumpliéndose también para g el principio de superposición


g = 9.8 m/s².
g = 1 m/s².
M_T.
M_L
g = 8.1 8 m/s².

$$\boxed{\vec{g}} = \sum \vec{g}_i$$

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$$



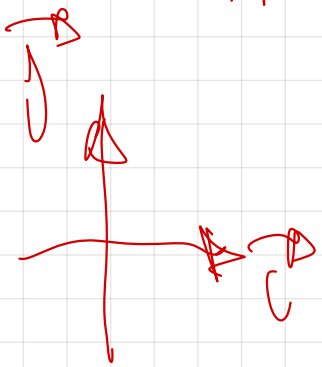


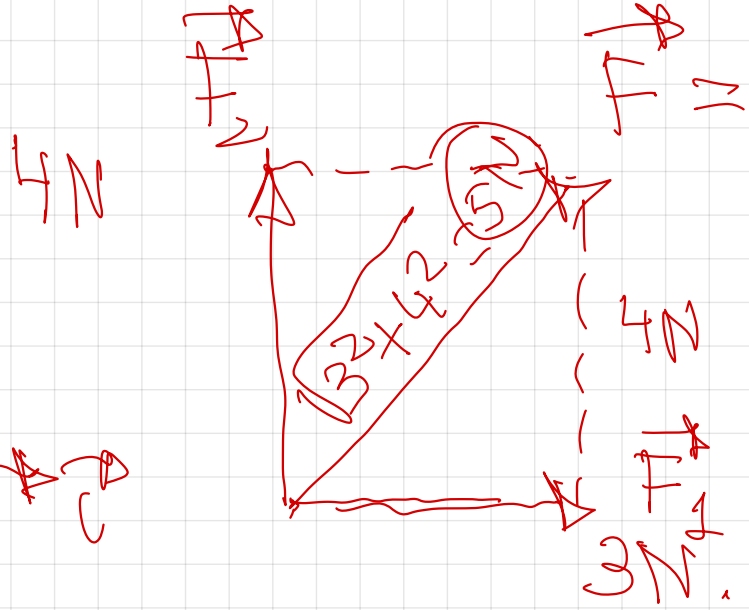
Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

Principio de superposición

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$





$\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}\ (N)$

$F = F_1 + F_2$

$F = 3N + 4N = 7N$.

$\vec{F_1} = +3\vec{i}$

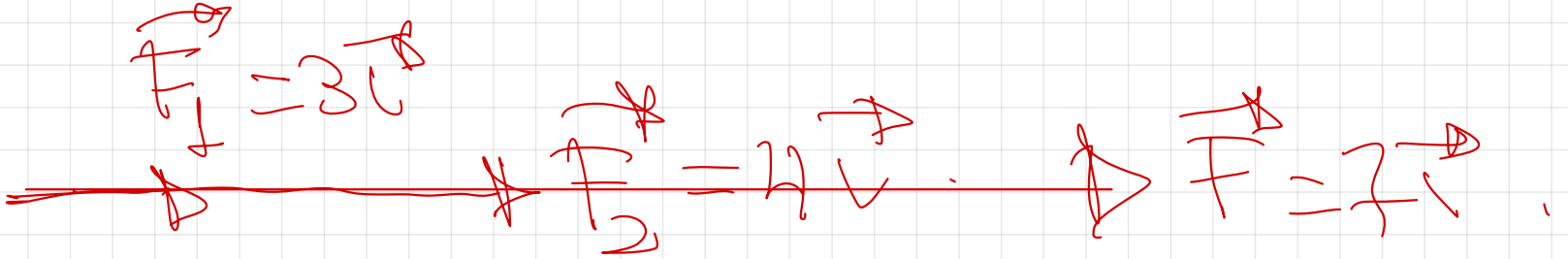
$\vec{F_2} = +4\vec{j}$

$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$

$\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}\ (N)$

$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2}$

$$= \sqrt{25} = 5N.$$

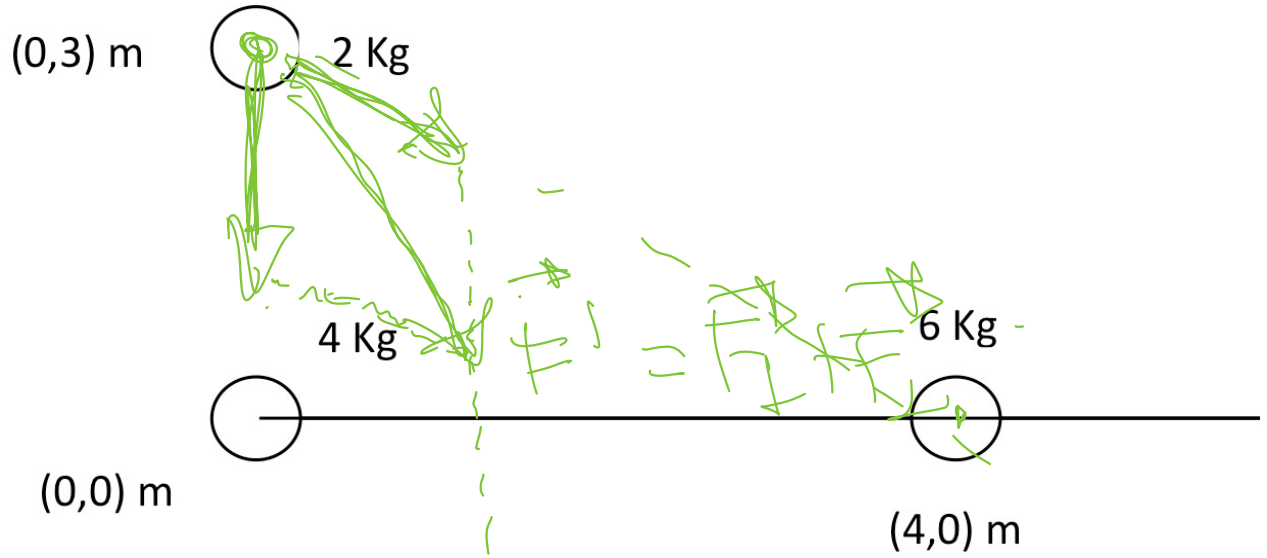


$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

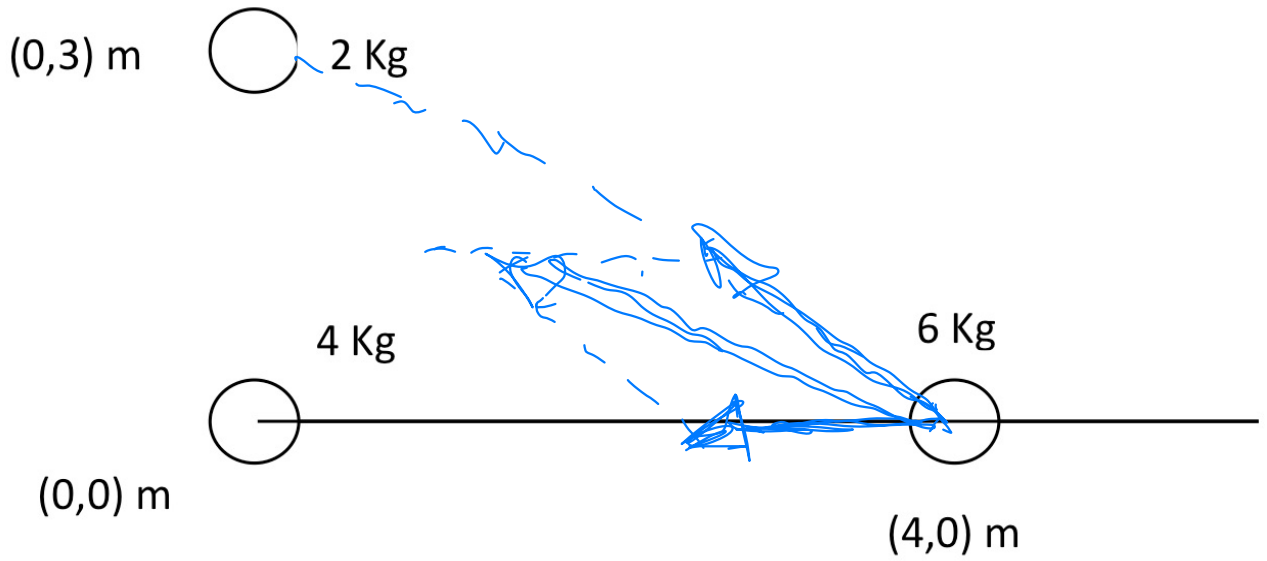
$$\vec{F} = 7\vec{i}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{7^2 + 0^2} = \sqrt{49} = 7N$$



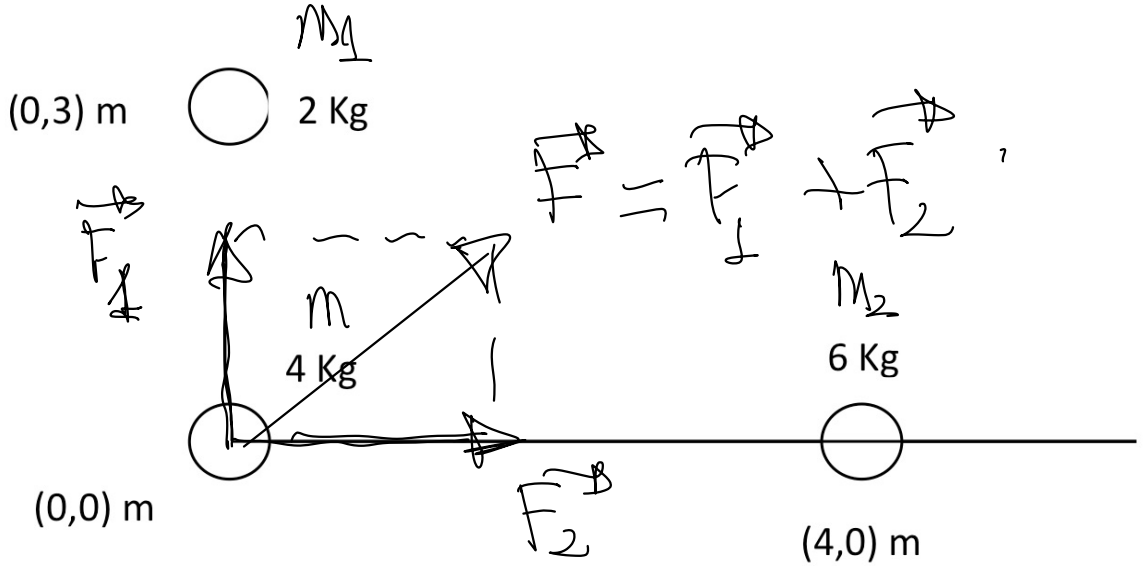
Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen

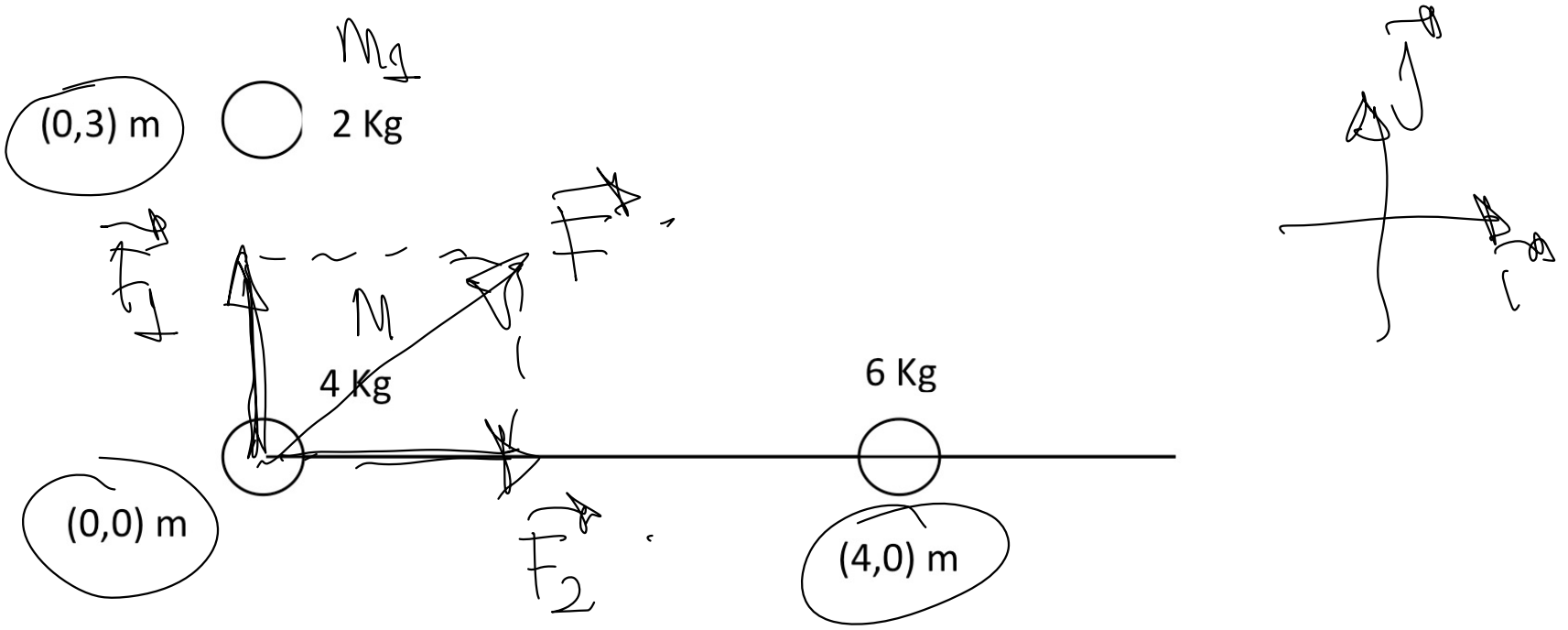
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

En las magnitudes vectoriales primero hallo el módulo y después le asigno dirección y sentido.



Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

$$|\vec{F}_1| = G \cdot \frac{M \cdot M_1}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 2}{3^2} = 5{,}92 \cdot 10^{-11}\ N$$

$$\vec{F}_1 = +5{,}92 \cdot 10^{-11}\ \vec{j}\ (N)$$

$$|\vec{F}_2| = G \cdot \frac{M \cdot M_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 6}{4^2} = 1 \cdot 10^{-10}\ N.$$

$$\vec{F}_2 = +10^{-10}\vec{i}\ \ (N)$$

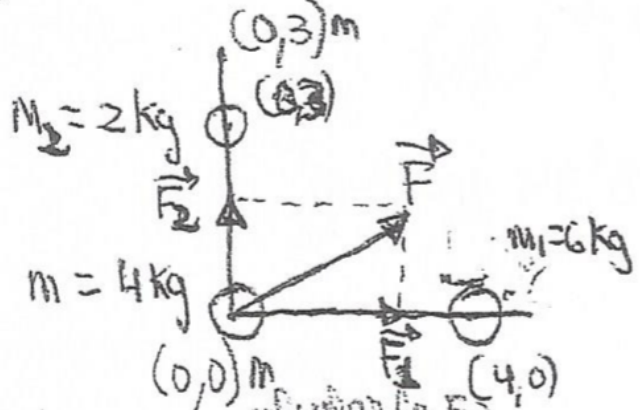
Principio de superposición.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 10^{-10}\vec{i} + 5{,}92 \cdot 10^{-11}\vec{j}\ \ (N)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(10^{-10})^2 + (5{,}92 \cdot 10^{-11})^2}$$

$$|\vec{F}| = 1{,}16 \cdot 10^{-10}\ N.$$

(11) a)



Sola/ nos piden la F_q aprox en la masa de 4 kg, aunque real/ todas las F_q aparecerían

$$|\vec{F}_2| = G \cdot \frac{m_2 \cdot m}{r^2}$$

$$|\vec{F}_2| = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3^2} = 5'93 \cdot 10^{-11}\ N$$

$$\vec{F}_2 = 5'93 \cdot 10^{-11}\ \vec{j}\ (N)$$

$$|\vec{F}_1| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m}{r^2}$$

$$|\vec{F}_1| = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 4}{4^2} = 10^{-10}\ N$$

$$\vec{F}_1 = 10^{-10}\ \vec{i}\ (N)$$

b)



Ppio de superposición

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 10^{-10}\ \vec{i} + 5'93 \cdot 10^{-11}\ \vec{j}\ (N) \Rightarrow \text{Vector } \vec{F}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2} = \sqrt{(10^{-10})^2 + (5'93 \cdot 10^{-11})^2} = 1'16 \cdot 10^{-10}\ N$$

Cuidado $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

~~$F = F_1 + F_2$~~

Página Web.

EJERCICIOS

(1)

En dos puntos A y B de coordenadas (−20, 0) m y (0, 20) m se sitúan dos masas puntuales de 10 Kg cada una.

a) Dibuja y calcula el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el punto C (−20, 20) m

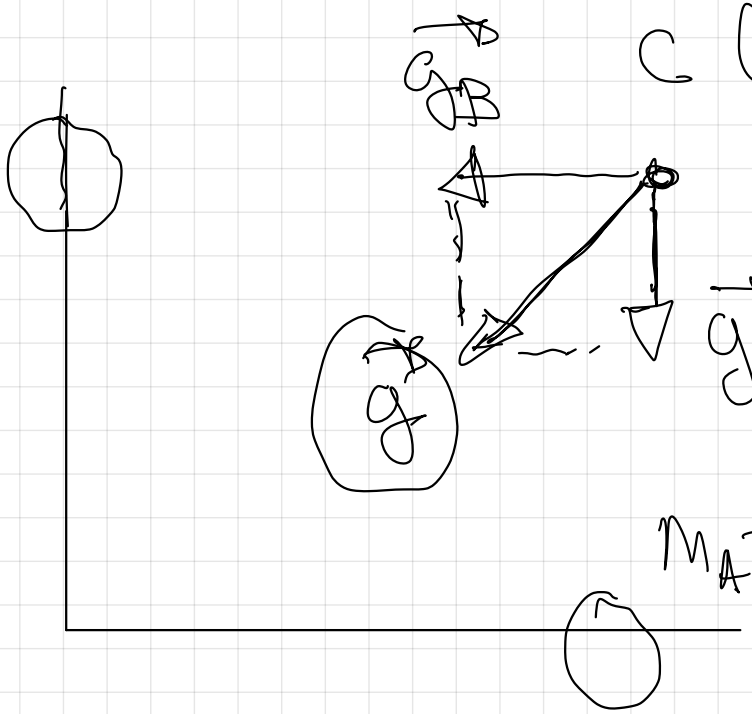


b) Halla la Fuerza sobre una masa puntual de 5 Kg situada en el punto C.

$G = 6'7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

$m_B = 10\ kg$

$(0,20)\ m$



$m_A = 10\ kg$.

$(20,0)\ m$.

Primero hallo los módulos:

$$g = 6 \cdot \frac{N}{r^2}.$$

$$\left|\vec{g}_A\right| = G \cdot \frac{m_A}{r_A^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2} = 1'66 \cdot 10^{-12}\ \frac{N}{kg} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\vec{g}_A = -1'66 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ \left(m/s^2\right)$$

$$|\vec{g}_B| = G \cdot \frac{M_B}{r_B^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2} = 1{,}66 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2.$$

$$\vec{g}_B = -1{,}66 \cdot 10^{-12} \vec{i} \quad (\text{m/s}^2)$$

Principi de superposició.

$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$$

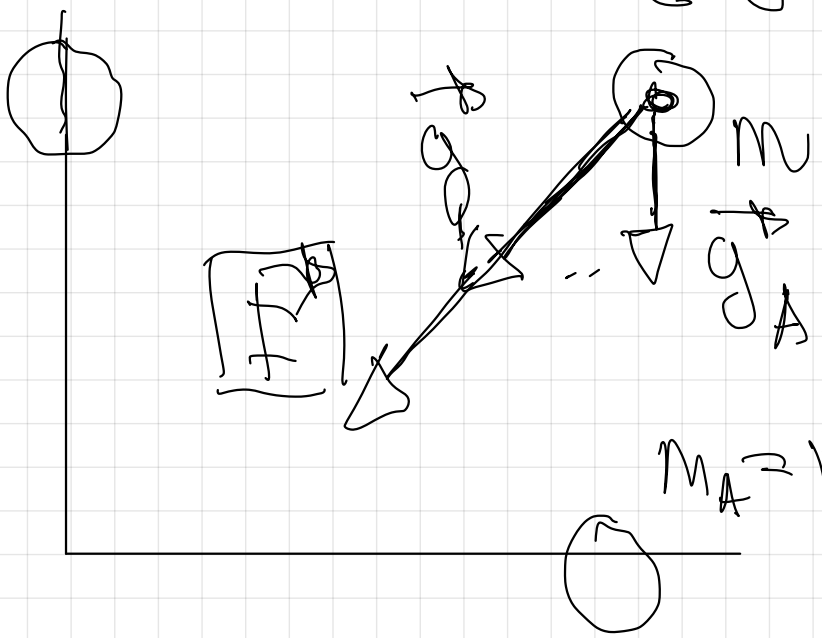
$$\vec{g} = -1{,}66 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 1{,}66 \cdot 10^{-12} \vec{j} \ (\text{m/s}^2)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2} = 2{,}34 \cdot 10^{-12} \text{ m/s}^2.$$

$m_B = 10\ kg$

$(0,20)\ m$

$C\ (20,20)\ m$



$m_A = 10\ kg$.

$(20,0)\ m$.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = 5\ kg \cdot \left(-1'66 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 1'66 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\right) \frac{N}{kg}$$

$$\vec{F} = -8'3 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 8'3 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (N)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(-8{,}3\cdot 10^{-12})^2+(-8{,}3\cdot 10^{-12})^2}$$

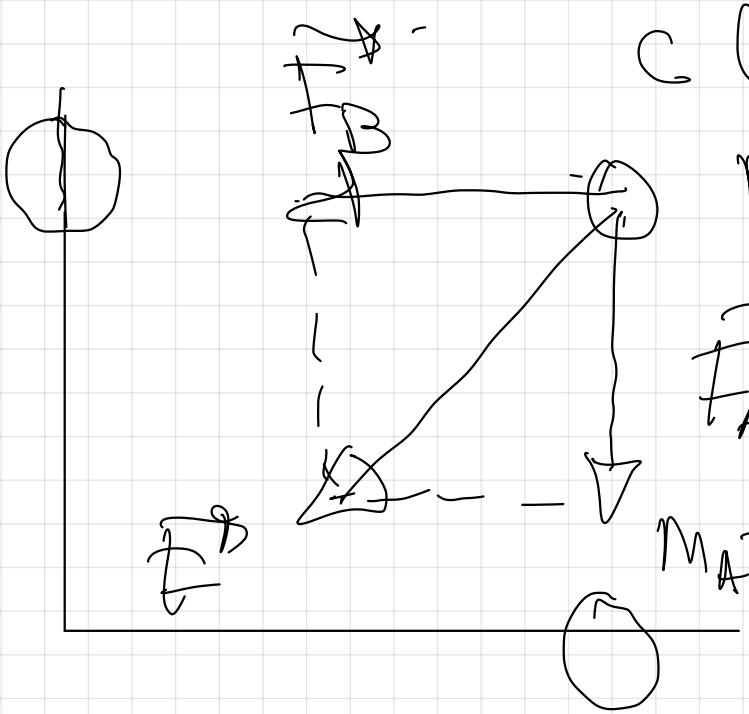
$$|\vec{F}| = 1{,}17\cdot 10^{-11}\ N.$$

$$|\vec{F}| = m\cdot|\vec{g}| = 55\,kg\cdot 2{,}34\cdot 10^{-2}\ \frac{N}{kg}$$

$$|\vec{F}| = 1{,}17\cdot 10^{-11}\ N.$$

$m_B = 10\ kg$

$(0, 20)\ m$



C $(20, 20)\ m$

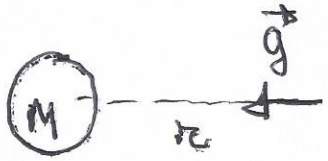
m

$(20\ 0)\ m$.

$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$$

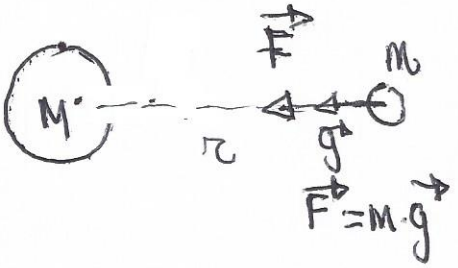
EJERCICIOS CÁLCULO DE MAGNITUDES VECTORIALES CAMPO GRAVITATORIO.

$$|\vec{g}| = g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$



$\vec{g}$ ⇒ campo gravitatorio o intensidad del campo gravitatorio en un punto creado por la masa M.

$$|\vec{F}| = F = G \cdot \frac{M \cdot M}{r^2}$$



$\vec{F}$ ⇒ Fuerza gravitatoria experimentada por la masa m situada en dicho punto.

EJERCICIOS

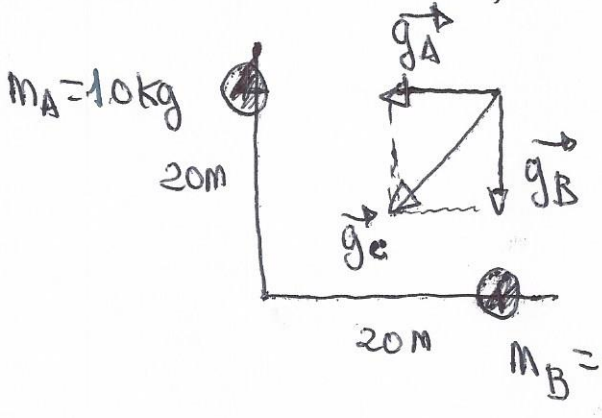
(1) En dos puntos A y B de coordenadas (20, 0) m y (0, 20) m se sitúan dos masas puntuales de 10 Kg cada una.

a) Dibuja y calcula el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el punto C (20, 20) m

b) Halla la Fuerza sobre una masa puntual de 5 kg situada en el punto C.

$G = 6'7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

Primero realizamos un esquema de la situación.



Principio de superposición.

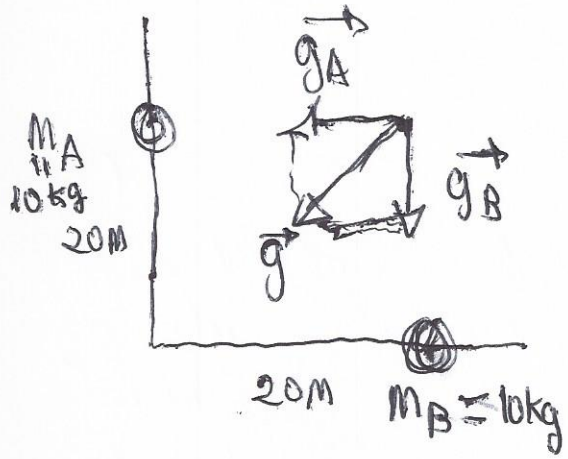
$$\vec{g}_c = \vec{g}_A + \vec{g}_B$$

a) $|\vec{g_A}| = G \cdot \frac{M_A}{r^2} = 6'7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2} = 1'7 \cdot 10^{-12}\ M/s^2$

$\vec{g_A} = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{i}\ (M/s^2)$

$|\vec{g_B}| = G \frac{M_B}{r^2} = 6'7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2} = 1'7 \cdot 10^{-12}\ M/s^2$

$\vec{g_B} = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (M/s^2)$



$\vec{g} = \vec{g_A} + \vec{g_B}$

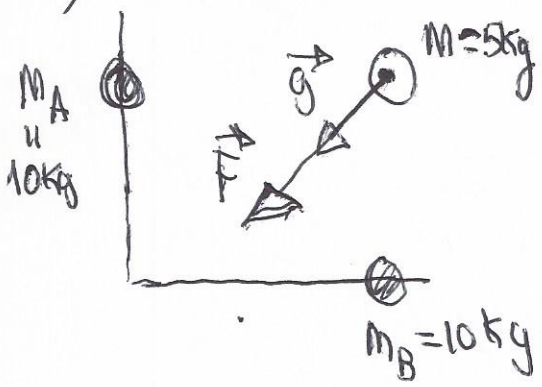
$\vec{g} = -1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (M/s^2)$

$|\vec{g}| = g = \sqrt{x^2 + y^2}$ (Módulo)

$|\vec{g}| = \sqrt{(-1'7 \cdot 10^{-12})^2 + (-1'7 \cdot 10^{-12})^2}$

$|\vec{g}| = 2'4 \cdot 10^{-12}\ M/s^2$

b)



La forma mas corta de hacerlo una vez sabida $\vec{g}$.

$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$

$\vec{F} = 5 \cdot (-1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 1'7 \cdot 10^{-12}\ \vec{j})\ (N)$

$\vec{F} = -8'5 \cdot 10^{-12}\ \vec{i} - 8'5 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (N)$

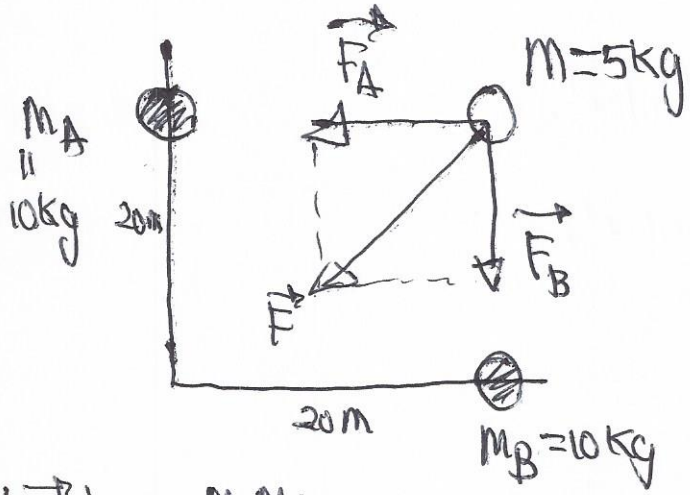
$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-8'5\ 10^{-12})^2 + (-8'5 \cdot 10^{-12})^2}$

$|\vec{F}| = 1'2 \cdot 10^{-11}\ N$.

Otra forma de hallar el módulo de la Fuerza

$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}| = 5 \cdot 2'4 \cdot 10^{-12} = 1'2 \cdot 10^{-11}\ N$

(1) b) Otra manera de hacerlo si no hubiésemos sabido el valor de $\vec{g}$.



Principio de superposición

$$\vec{F} = \vec{F_A} + \vec{F_B}$$

$$|\vec{F_A}| = G \cdot \frac{M \cdot M_A}{r^2}$$ (ley de la gravitación universal)

$$|\vec{F_A}| = 6'7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10 \cdot 5}{20^2}$$

$$|\vec{F_A}| = 8'5 \cdot 10^{-12} N.$$

$$\vec{F_A} = -8'5 \cdot 10^{-12} \vec{i} \ (N)$$

$$|\vec{F_B}| = G \frac{M \cdot M_B}{r^2}$$

$$|\vec{F_B}| = 6'7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5 \cdot 10}{20^2}$$

$$|\vec{F_B}| = 8'5 \cdot 10^{-12} N.$$

$$\vec{F_B} = -8'5 \cdot 10^{-12} \vec{j} \ (N)$$

$$\vec{F} = \vec{F_A} + \vec{F_B}$$ Principio de Superposición.

$$\vec{F} = -8'5 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 8'5 \cdot 10^{-12} \vec{j} \ (N)$$

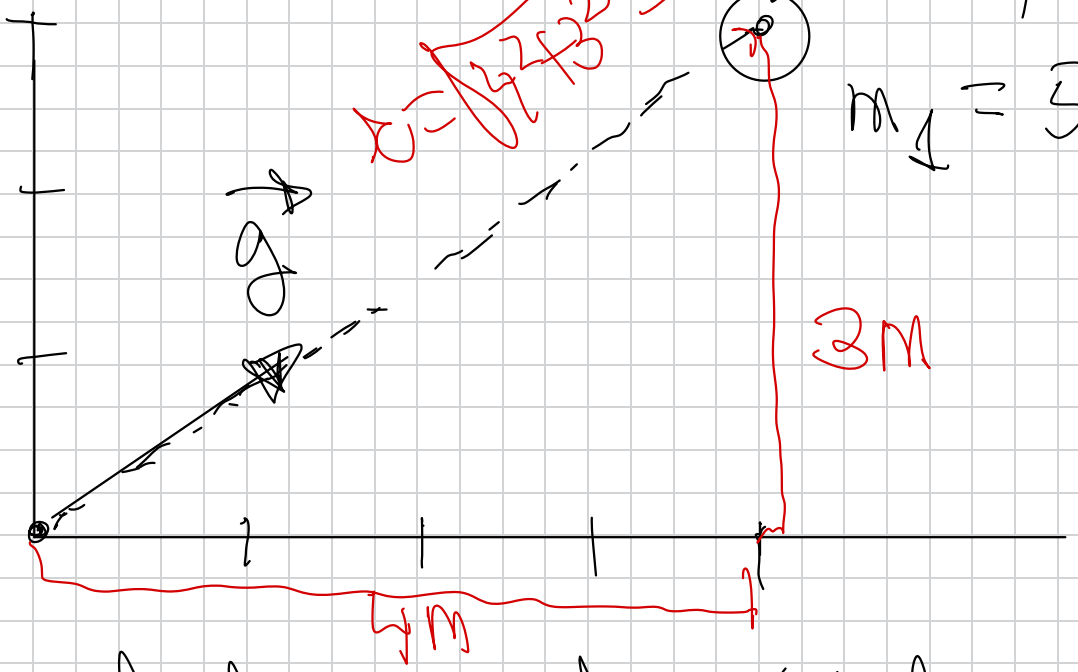
$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-8'5 \cdot 10^{-12})^2 + (-8'5 \cdot 10^{-12})^2}$$

$$|\vec{F}| = 1'2 \cdot 10^{-11} N.$$

(2) Una masa puntual $m_1 = 5\ kg$ está en el punto $(4,3)\ m$. Determina el valor del campo gravitatorio creado por la masa m_1 en el origen de coordenadas.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

$\vec{g}$.



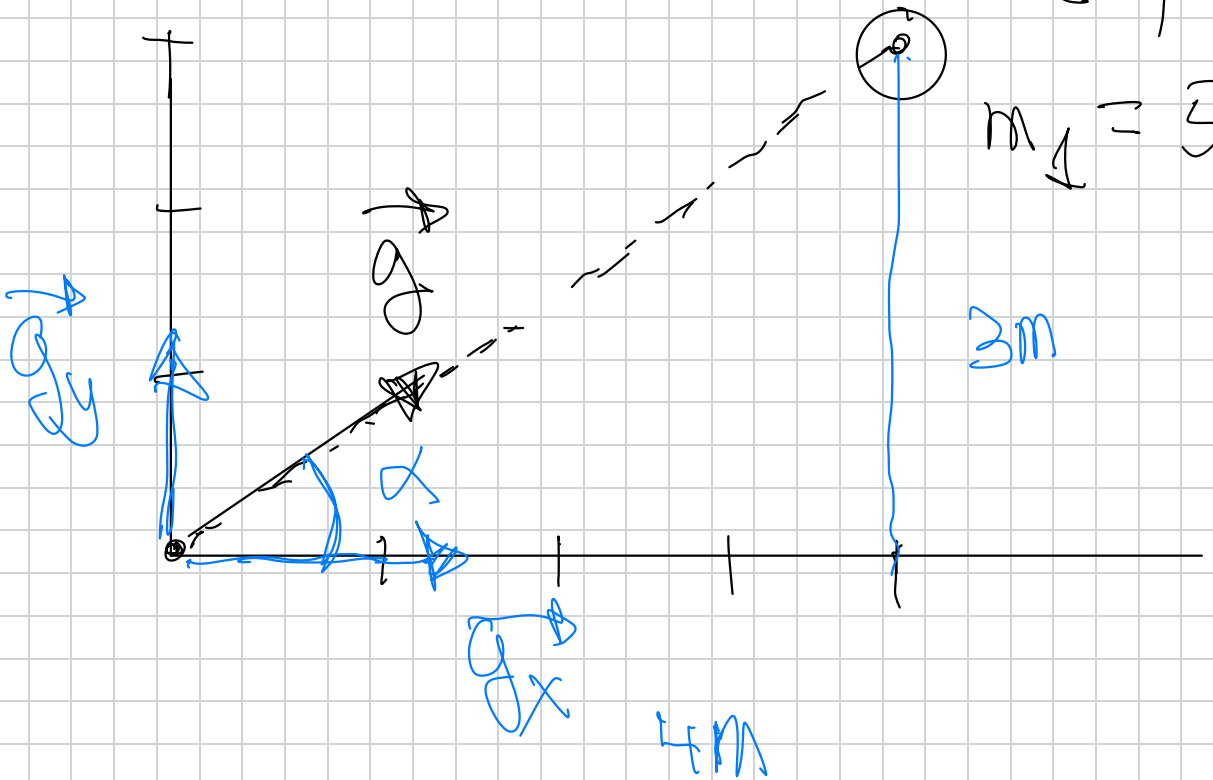
Primero calculamos el módulo de $\vec{g}$.

$$|\vec{g}| = G \cdot \frac{m_1}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{5^2} = 1{,}33 \cdot 10^{-11} \frac{m}{s^2}.$$

Descompongo $\vec{g}$.

(4,3) m.

$m_1 = 5$ kg.



$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}.$$

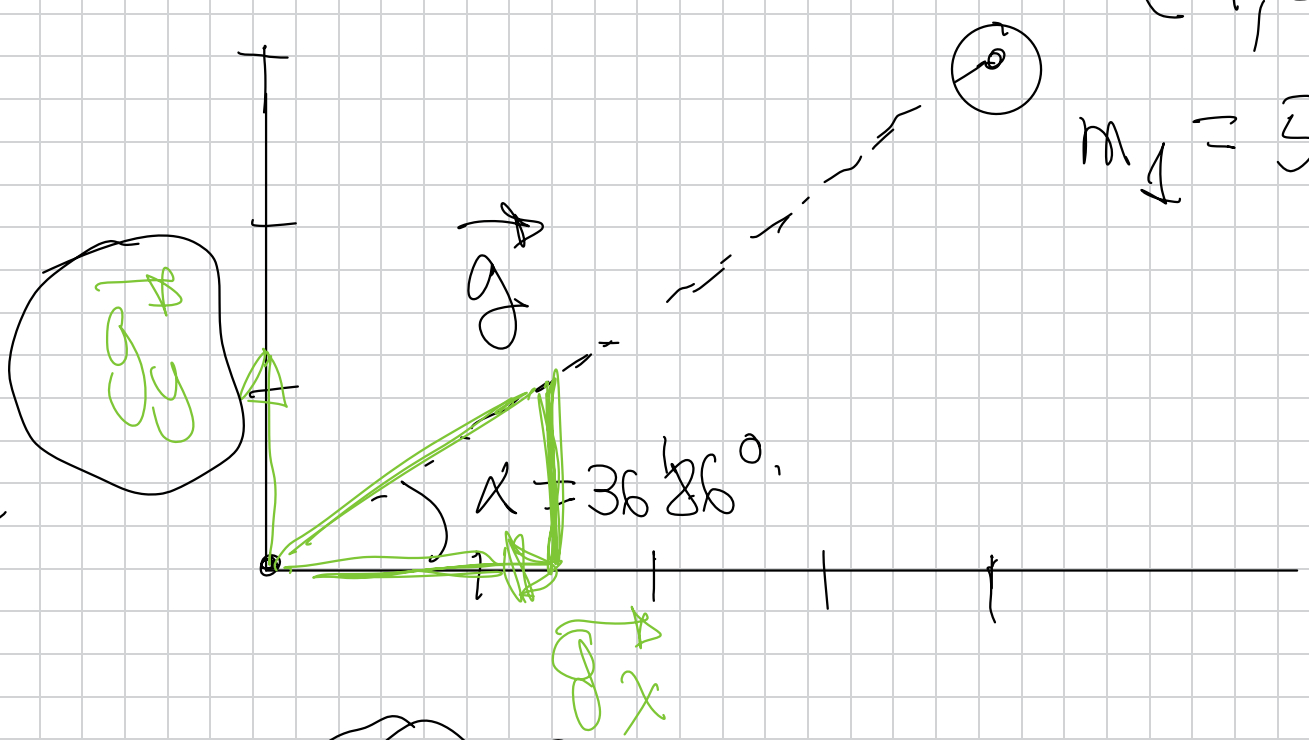
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\alpha = \operatorname{arcsen}\frac{3}{5}$$

$$\alpha = 36{,}86^{\circ}.$$

(4,3)m.

$m_1 = 5\,kg$.



$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{|\vec{g}_y|}{|\vec{g}|} \quad ?$$

$$|\vec{g}_y| = |\vec{g}| \cdot \operatorname{sen}\alpha.$$

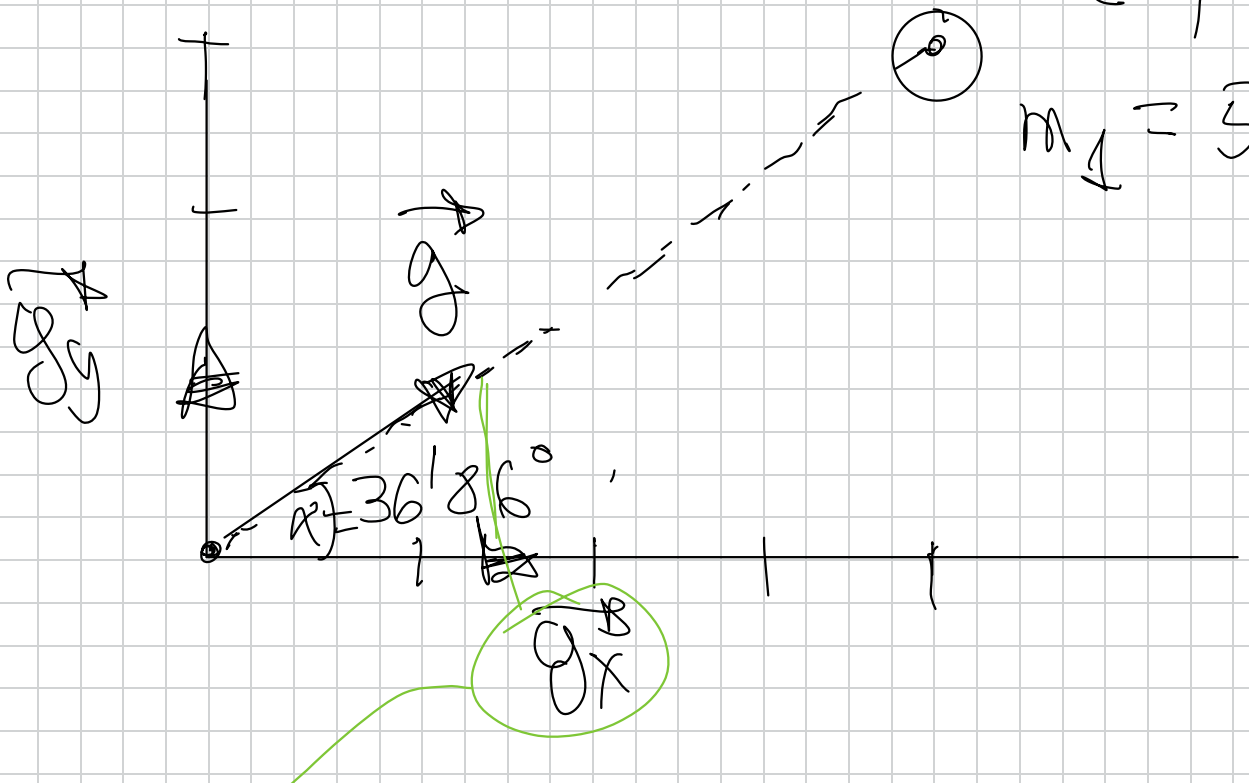
$$|\vec{g}_y| = 1,33 \cdot 10^{-11}\,\frac{N}{S^2} \cdot \operatorname{sen} 36,86°.$$

$$|\vec{g}_y| = 7{,}98 \cdot 10^{-12}\ N/s^2.$$

$$\vec{g}_y = +7{,}98 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ \left(\frac{N}{s^2}\right)$$

$(4,3)\,m.$

$m_1 = 5\,kg.$



$$\cos\alpha = \frac{|\vec{g}_x|}{|\vec{g}|} \quad |\vec{g}_x| = |\vec{g}| \cdot \cos\alpha$$

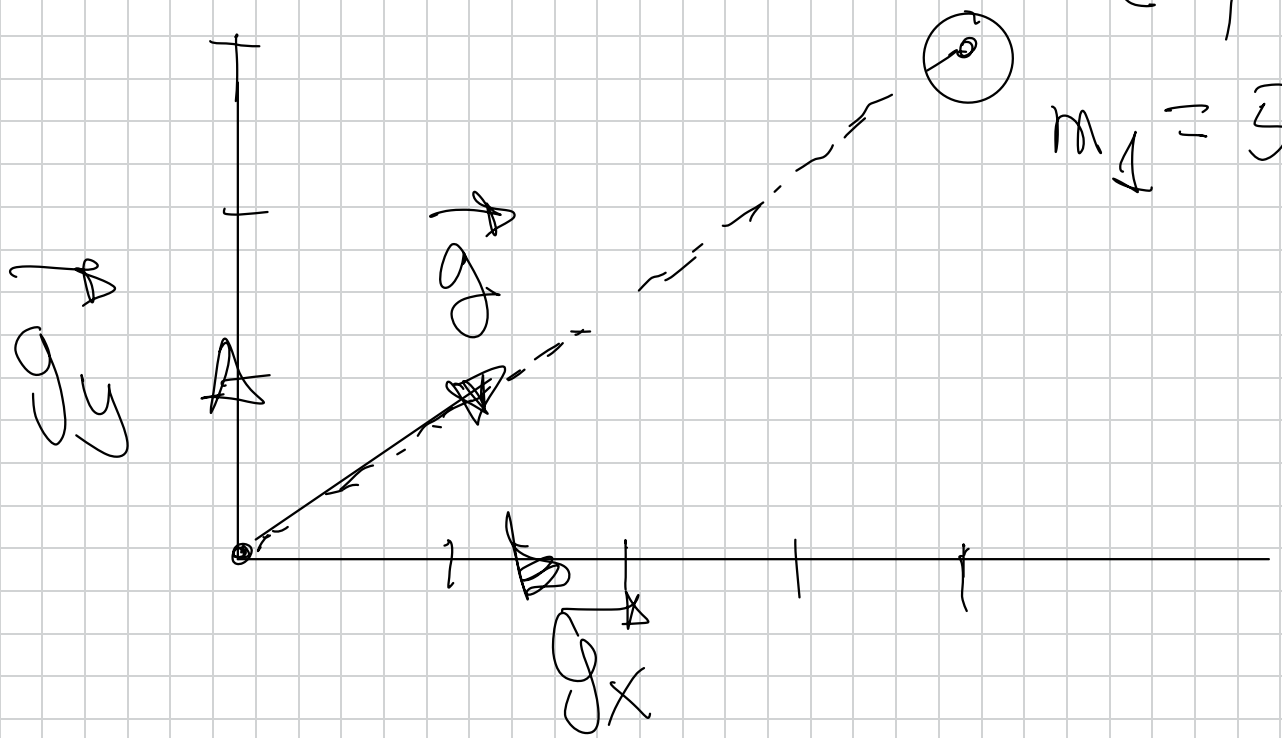
$$|\vec{g}_x| = 1{,}33 \cdot 10^{-11} \cdot \cos 36{,}86^\circ$$

$$|\vec{g}_x| = 1{,}06 \cdot 10^{-11} \ \frac{N}{s^2}$$

$$\vec{g}_x = +1{,}06 \cdot 10^{-11} \vec{i} \quad \left(\frac{N}{s^2}\right)$$

(4, 3) m.

$m_1 = 5\,kg.$



$$\vec{g} = \vec{g}_x + \vec{g}_y$$

$$\vec{g} = 1{,}06 \cdot 10^{-11}\,\vec{i} + 7{,}98 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

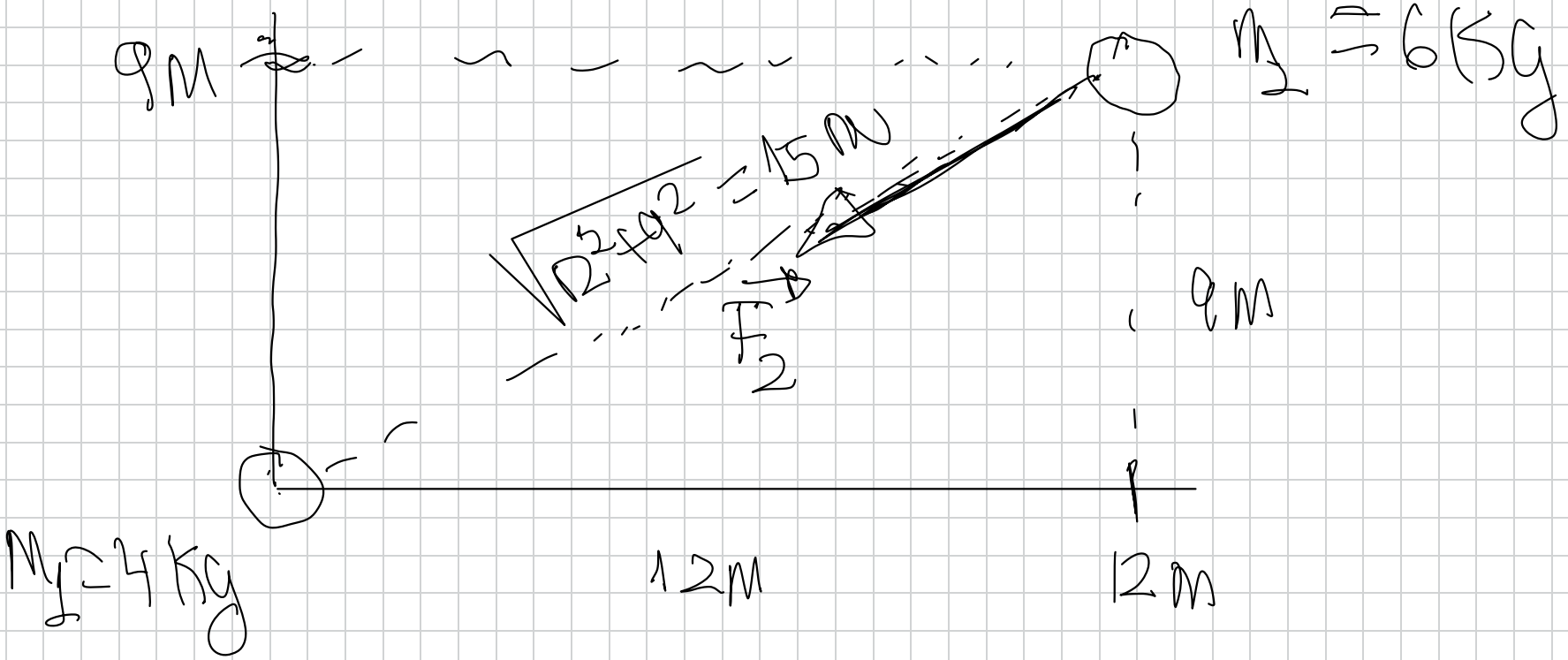
$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot = 1'33 \cdot 10^{-1} \ N/s^2.$$

(3) Una masa puntual $m_1 = 4\,kg$ está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6\,kg$ está situada en el punto $(12, 9)m$.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y halla su módulo.

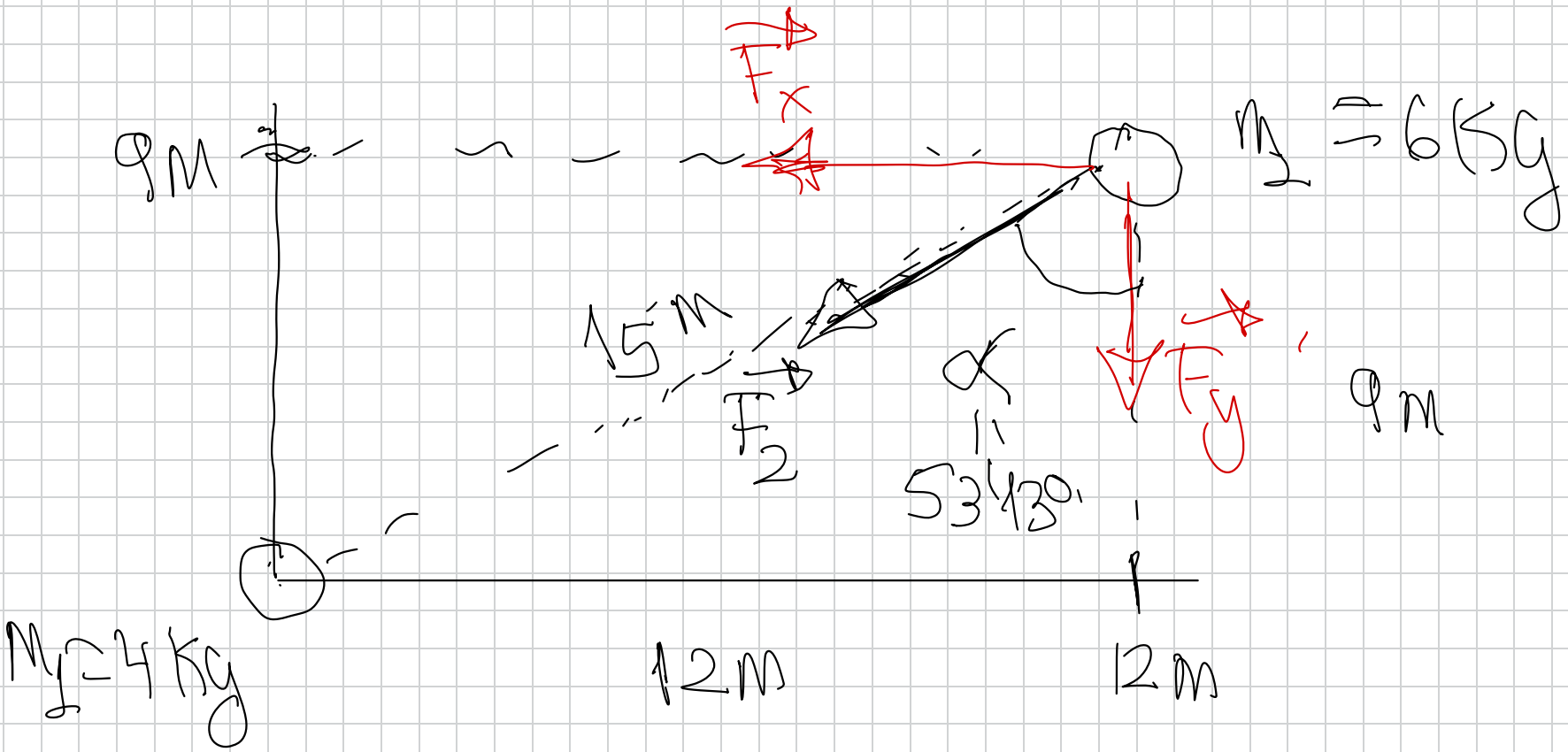
b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 kg^{-2}$



Ley de la gravitación universal.

$$|\vec{F}_2| = 6 \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 6}{15^2} = 7'11 \cdot 10^{-12} N$$

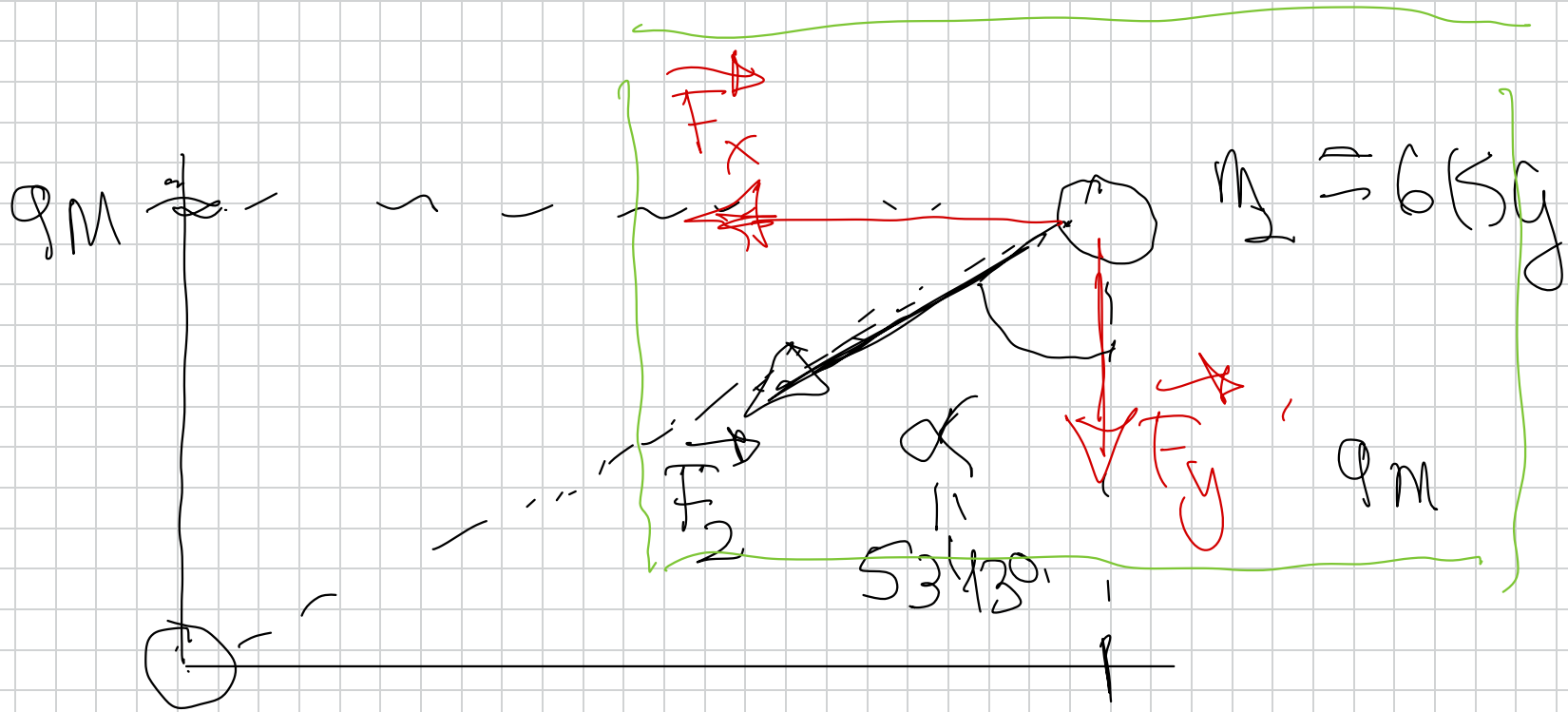


$$\text{Sen } \alpha = \frac{\text{cat opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Sen } \alpha = \frac{12}{15}$$

$$\alpha = \text{arcsen } \frac{12}{15}$$

$$\alpha = 53^\circ 13^\circ.$$



$M_1 = 4\,Kg$

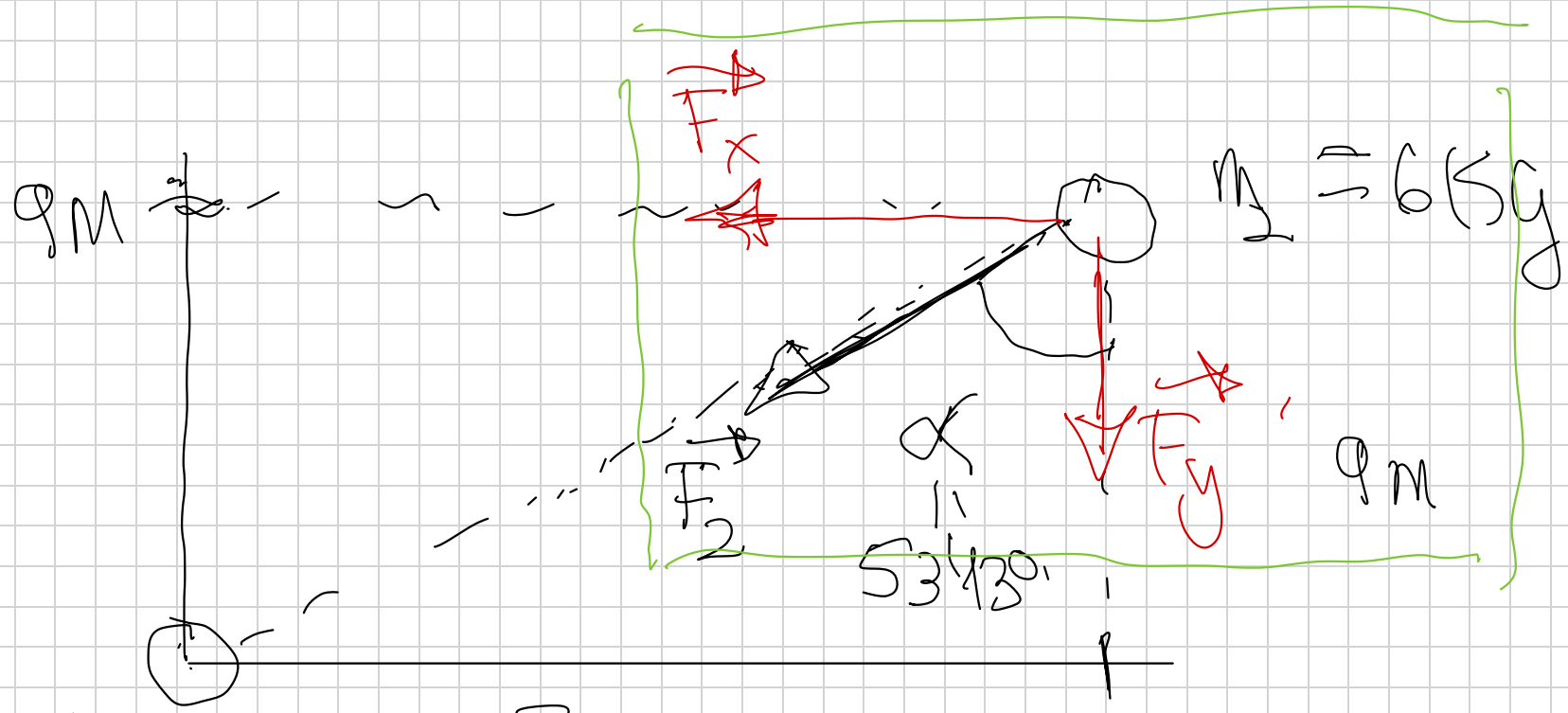
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{F_x}{F} \quad ?$$

$$F_x = F \cdot \operatorname{sen}\alpha$$

$$F_x = 7{,}11 \cdot 10^{-12} \cdot \operatorname{sen} 53{,}13°$$

$$F_x = 5{,}68 \cdot 10^{-12}\ N$$

$$\vec{F}_x = -5{,}68 \cdot 10^{-12}\ \vec{i}\ (N)$$



$M_1 = 4\,kg$

$F_y = F \cdot \cos\alpha$

$F_y = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \cos 53'13°$

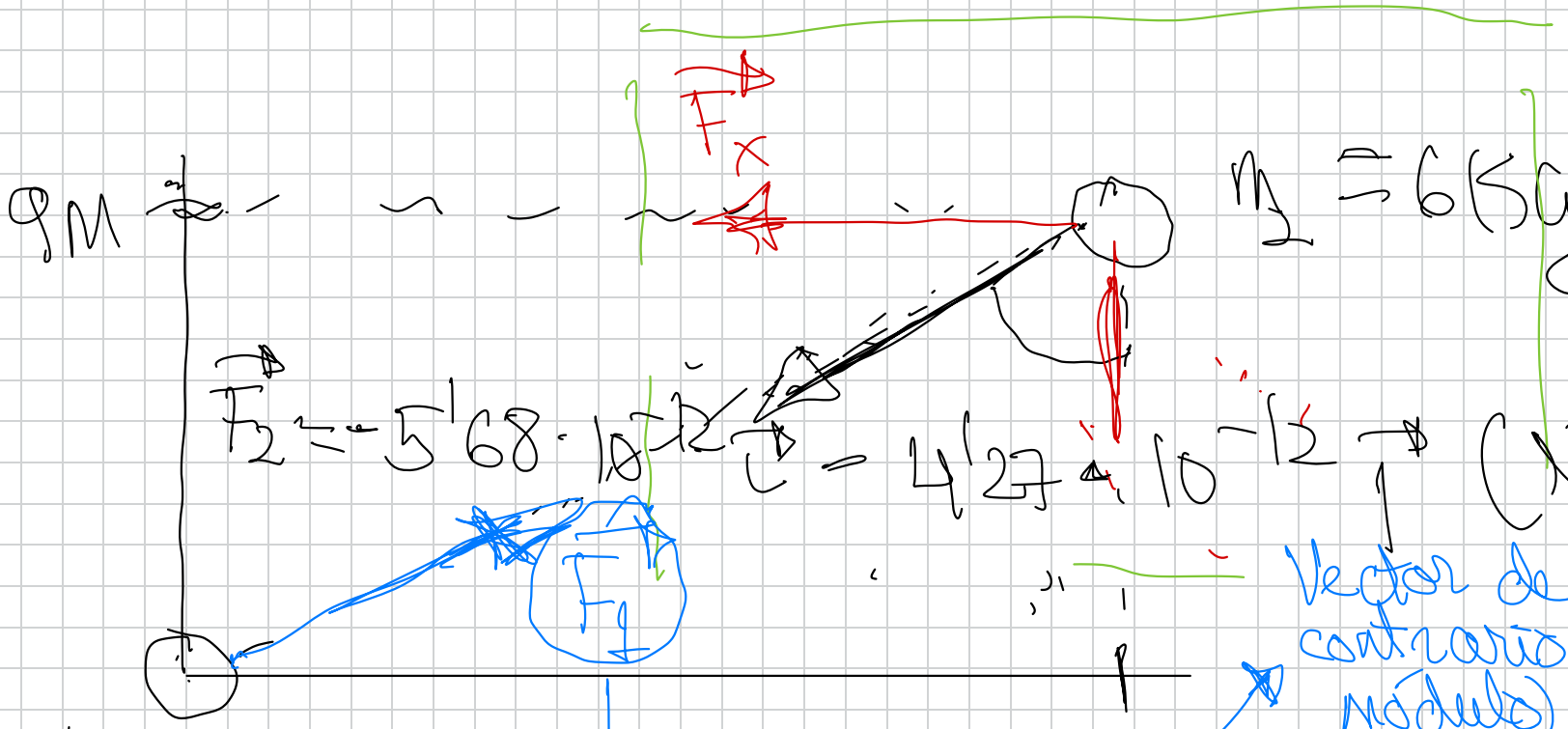
$\cos\alpha = \frac{F_y}{F}$,2

$F_y = 4'27 \cdot 10^{-12}\ N$

$F_y = -4'27 \cdot 10^{-12}\ \vec{j}\ (N)$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

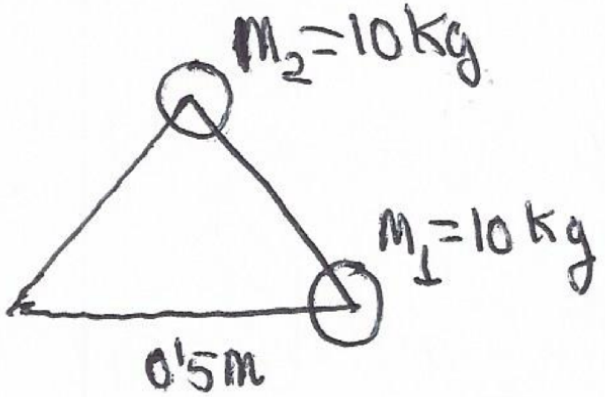
$$\vec{F}_2 = -5'68 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 4'27 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ (N)$$



Vector de sentido contrario (igual módulo)

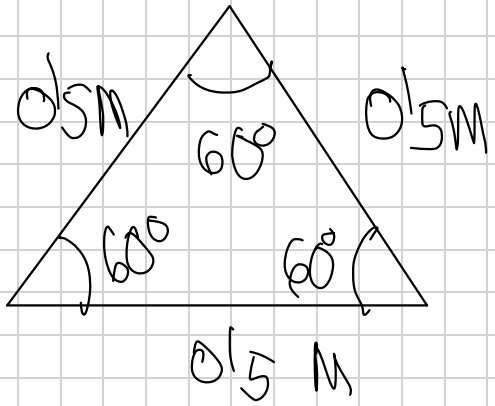
$$\vec{F}_1 = 5'68 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} + 4'27 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ (N)$$

(4) Dos cuerpos de 10 kg de masa se encuentran en dos de los vértices del triángulo equilátero de la figura, que posee 0'5 m de lado.



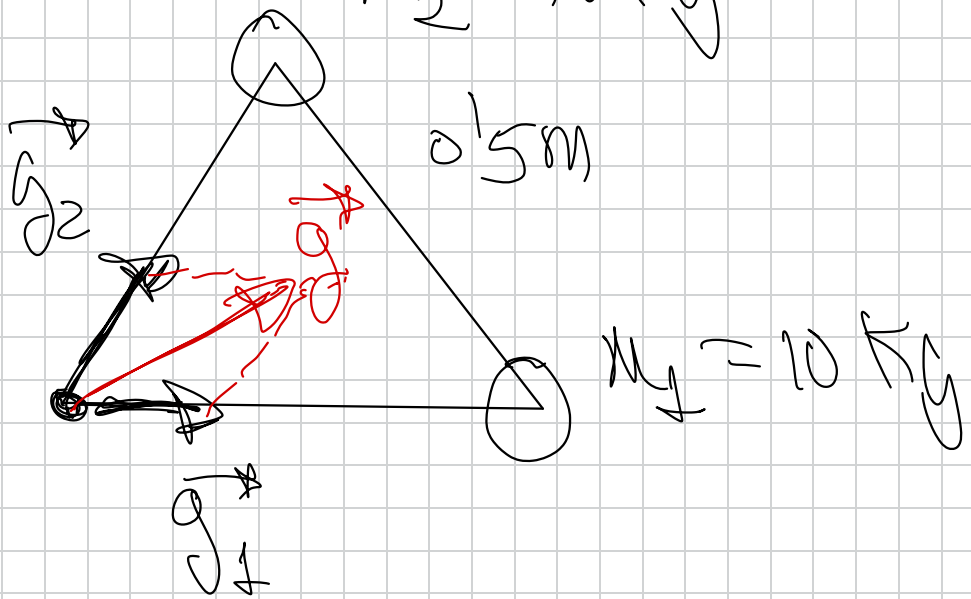
a) Calcula el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo

$G = 6'67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.



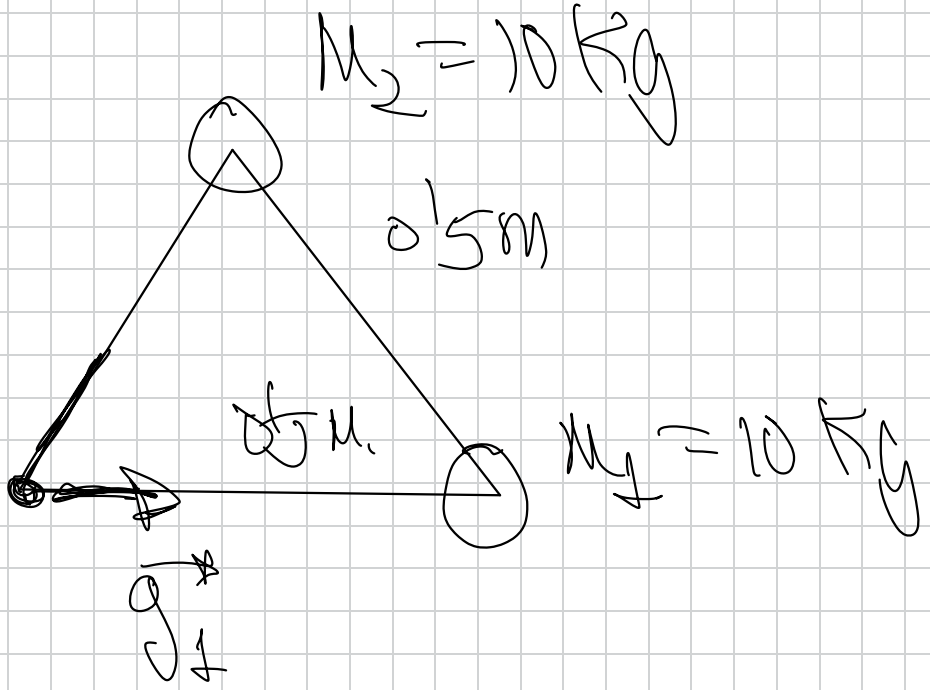
Triángulo equilátero: los tres lados son iguales y los tres ángulos son iguales

$60° + 60° + 60° = 180°$



Principio de sovrapposizione:

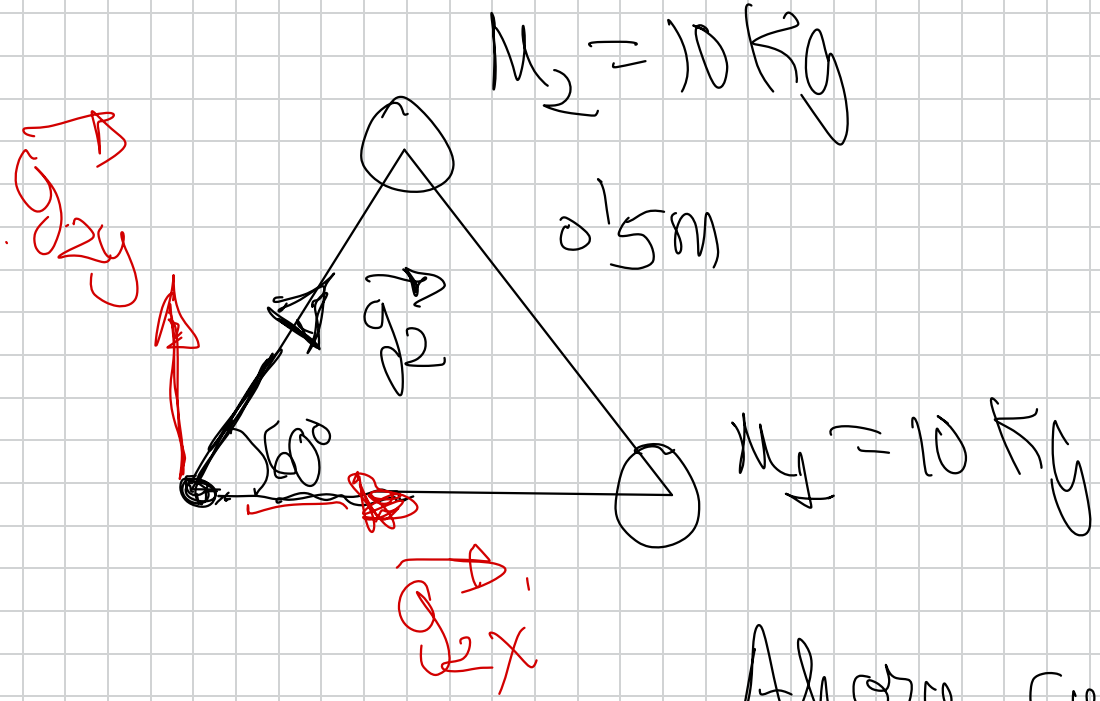
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$



Primero $|\vec{g}_1^*|$, calculo su módulo

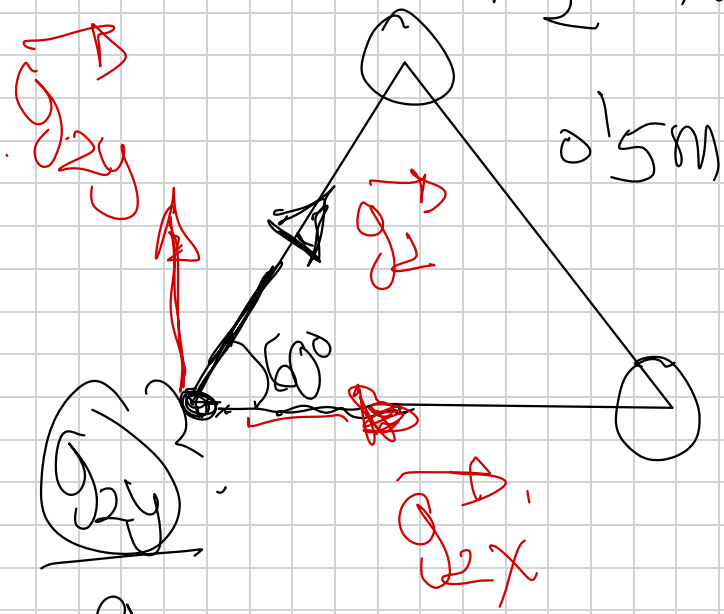
$$|\vec{g}_1^*| = 6 \cdot \frac{M_1}{r_1^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{(0'5)^2} = 2'67 \cdot 10^{-9}\ \frac{N}{S^2}$$

$$\vec{g}_1^* = +2'67 \cdot 10^{-9}\ \vec{C}^* \quad \left(\frac{N}{S^2}\right)$$



Ahora calculo primero el módulo $|\vec{g}_2|$

$$|\vec{g}_2| = G \cdot \frac{m_2}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{(0'5)^2} = 2'67 \cdot 10^{-9}\ \frac{N}{S^2}.$$



$M_2 = 10\,Kg$

$0'5\,m$

$M_1 = 10\,Kg$

$\sin 60° = \frac{g_{2y}}{g_2}$

$g_{2y} = g_2 \cdot \sin 60°$

$g_{2y} = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$g_{2y} = 2'31 \cdot 10^{-9}\ N/S^2$

$\vec{g}_{2y} = +2'31 \cdot 10^{-9}\ \vec{j}\ (N/S^2)$

Descomponemos:

$\cos 60° = \frac{g_{2x}}{g_2}$?

$g_{2x} = g_2 \cdot \cos 60°$

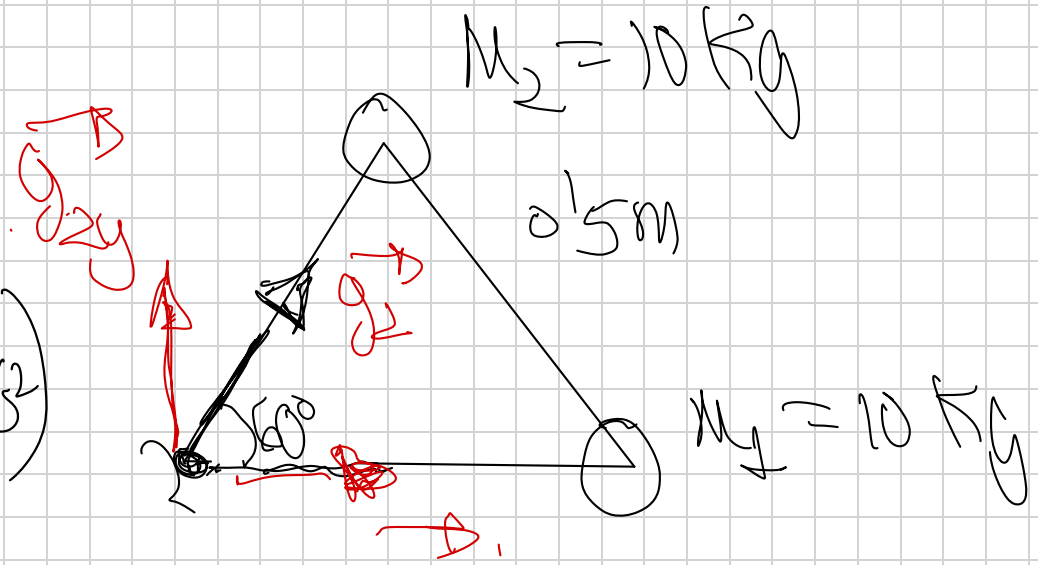
$g_{2x} = 2'67 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1}{2}$

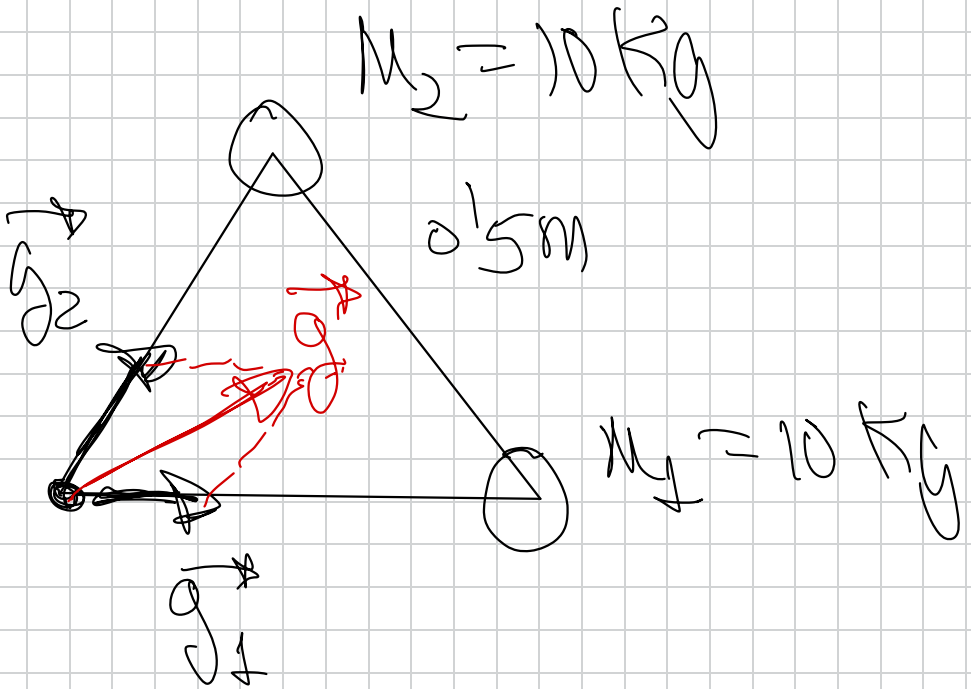
$g_{2x} = 1'34 \cdot 10^{-9}\ m/S^2$

$\vec{g}_{2x} = +1'34 \cdot 10^{-9}\ \vec{i}\ m/S^2$

$$\vec{g}_2 = \vec{g}_{2x} + \vec{g}_{2y}$$

$$\vec{g}_2 = 1{,}34 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2{,}31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(N/C\right)$$



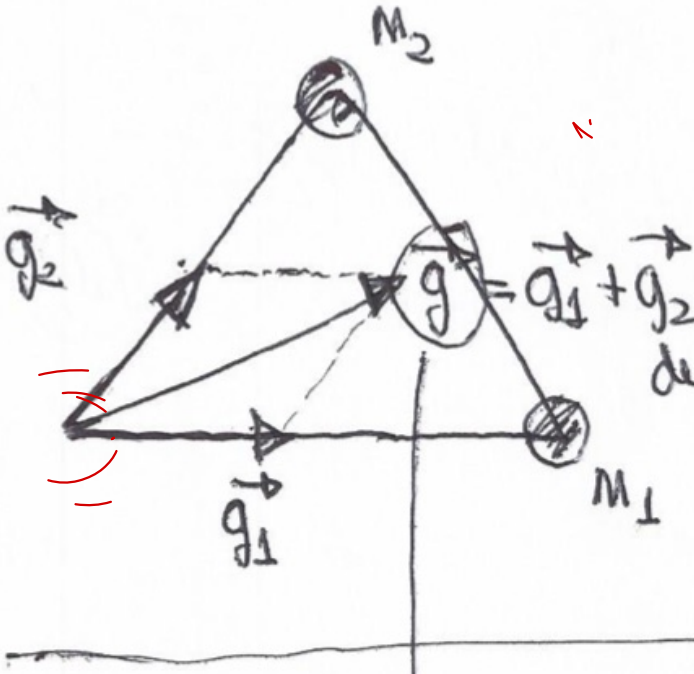


Principio de superposición

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

Una vez calculados $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ calcula $\vec{g}$

Situación final



$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$ (Principio de superposición)

Según habíamos calculado antes

$$\vec{g}_1 = +2'67 \cdot 10^{-9}\,\vec{i}\ \left(M/s^2\right)$$

$$\vec{g}_2 = +1'34 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(M/s^2\right)$$

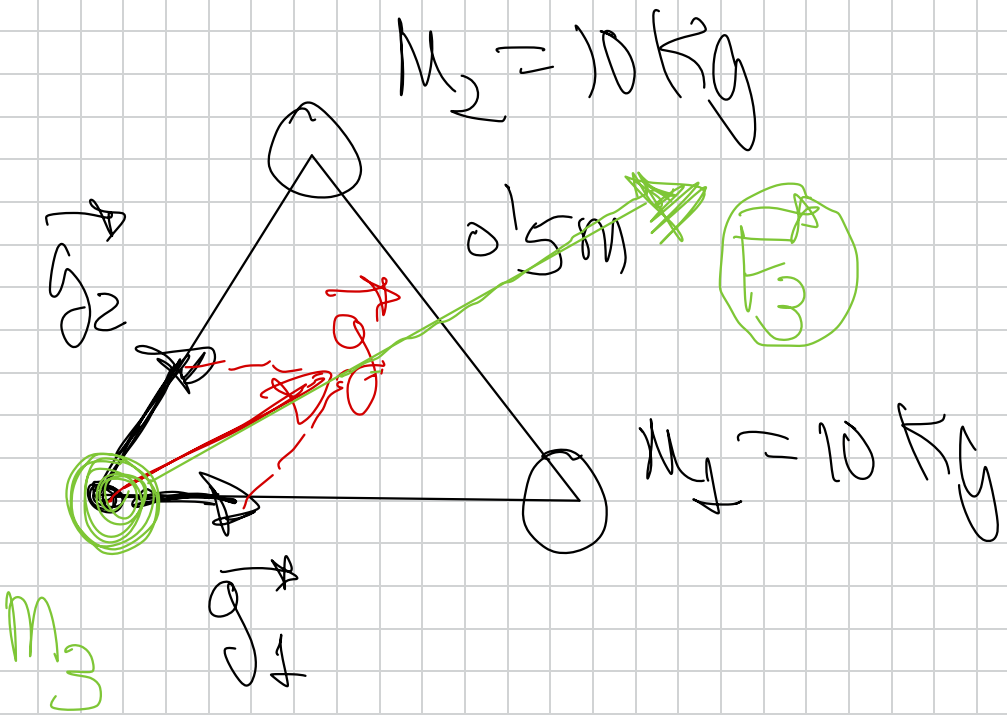
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = +2'67 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 1'34 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}$$

$$\vec{g} = 4'01 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(M/s^2\right)$$

Para calcular el módulo de $\vec{g}$ y saber el valor del campo gravitatorio

$$|\vec{g}| = g = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(4'01 \cdot 10^{-9})^2 + (2'31 \cdot 10^{-9})^2} = 4'62 \cdot 10^{-9}\ M/s^2$$

No lo pide el ejercicio, pero al situar una hipotética tercera masa m_3 en ese punto en donde existe $\vec{g}$, experimentaría la fuerza $\vec{F}_3$ del dibujo



$$\vec{F}_3 = m_3 \cdot \vec{g}$$

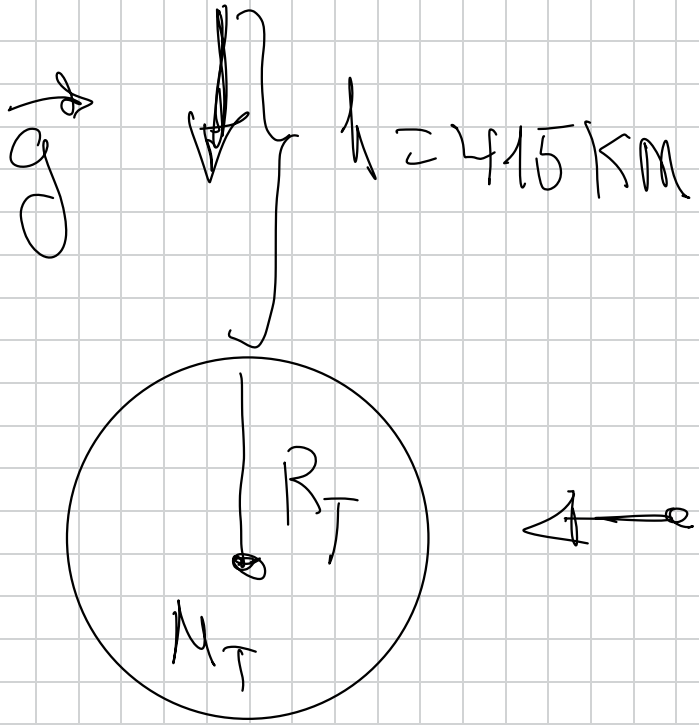
DUDAS DE LOS EJERCICIOS QUE MANDÉ EL JUEVES

214 (14-R) a) La Estación Espacial Internacional orbita en torno a la Tierra a una distancia de 415 km de su superficie. Calcule el valor del campo gravitatorio que experimenta un astronauta a bordo de la estación.

b) Calcule el periodo orbital de la Estación Espacial Internacional.

$g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$; $R_T = 6370\ km$

$|\vec{g}| = g$

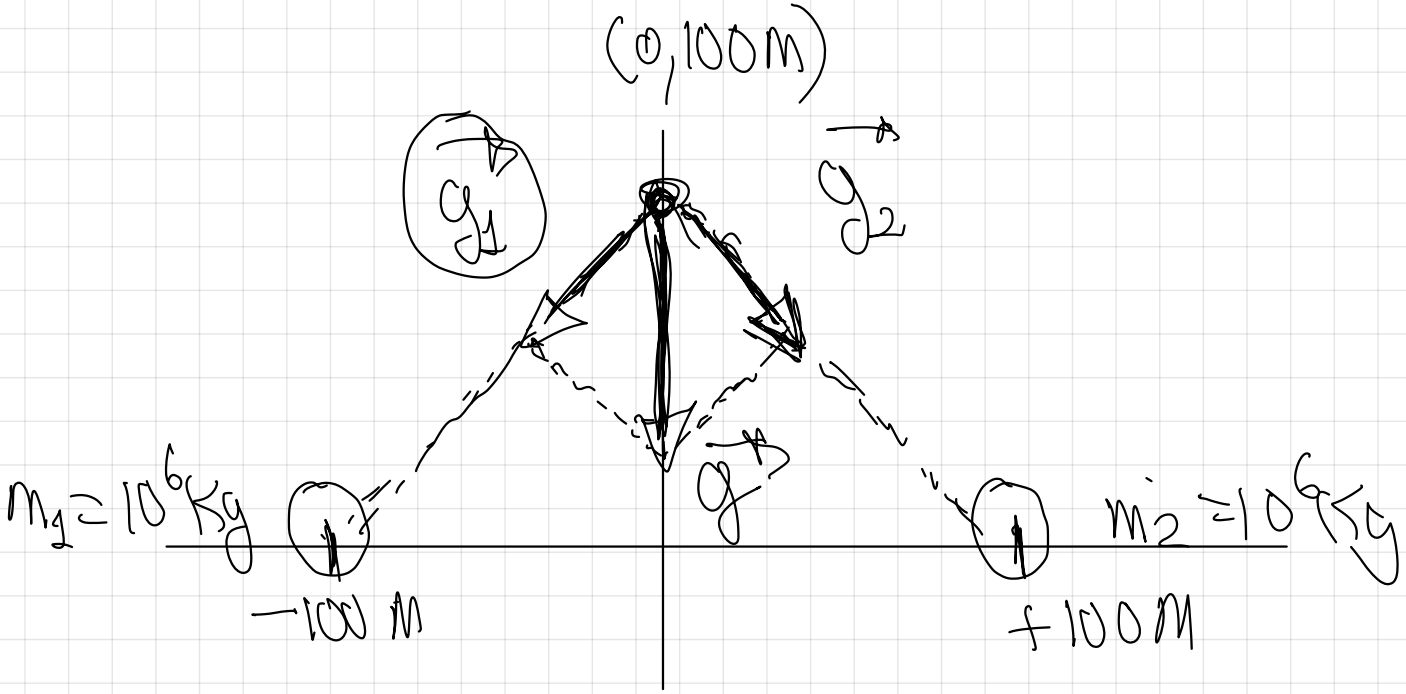


$$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} =$$

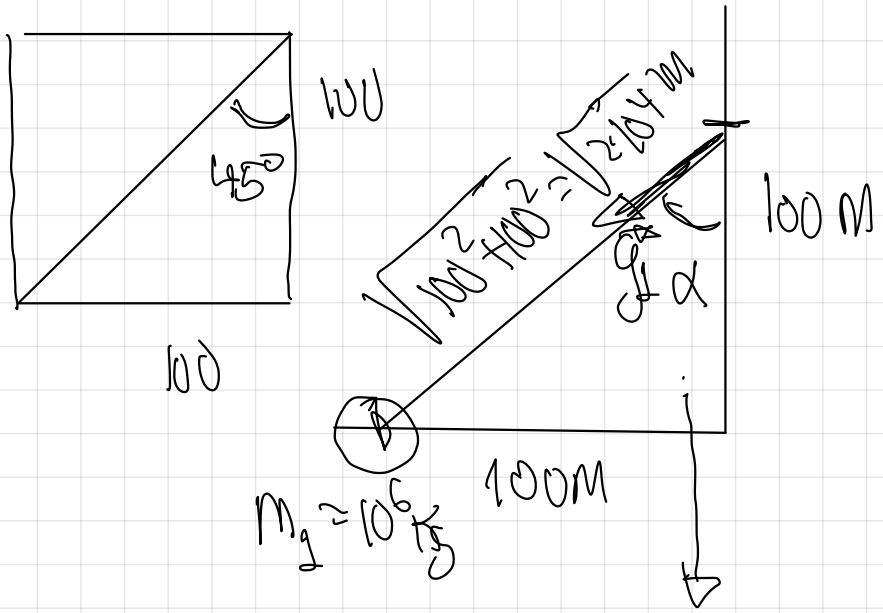
⑤ Dos masas puntuales de 10^6 kg cada una, se encuentran en los puntos $(-100, 0)$ m y $(100, 0)$ m respectivamente.

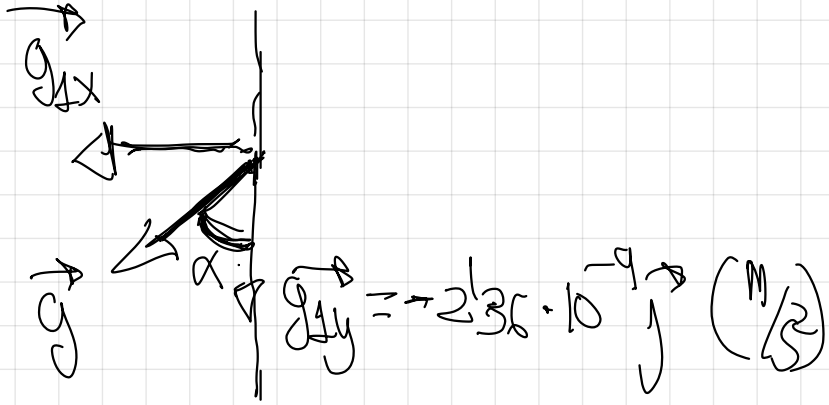
a) Calcula el campo gravitatorio ($\vec{g}$) en el punto $(0, 100)$ m y su módulo

b) Si en el punto $(0, 100)$ m situásemos una masa de 10 kg, hallar la fuerza (vector y módulo) que experimentaría dicha masa. $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.



$$|\vec{g}_1| = G \cdot \frac{m_1}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{10^6}{(\sqrt{2}\cdot 10^4)^2} = 3{,}34 \cdot 10^{-9} \ \mathrm{m/s^2}$$





$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{100\,\mathrm{m}}{100\,\mathrm{m}} = 1.$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} 1 = 45^\circ.$$

$$\cos 45^\circ = \frac{|\vec{g}_{1y}|}{|\vec{g}|}$$

$$|g_{1y}| = |\vec{g}| \cdot \cos 45^\circ = 3{,}34 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{|\vec{g}_{1y}| = 2{,}36 \cdot 10^{-9} \ \mathrm{m/s^2}.}$$

$\vec{g}_{1x} = -2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i}\ \left(m/s^2\right)$

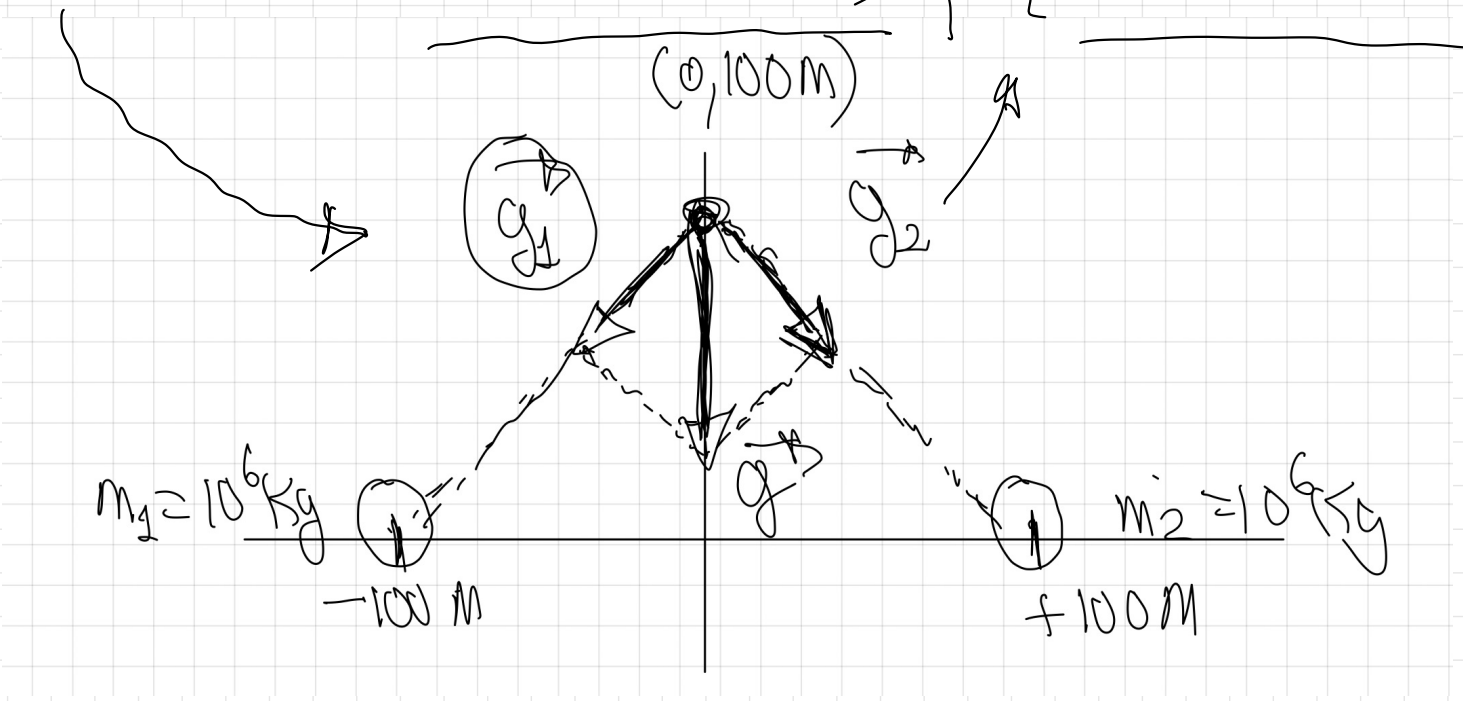
$\vec{g}_{1y} = -2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(m/s^2\right)$

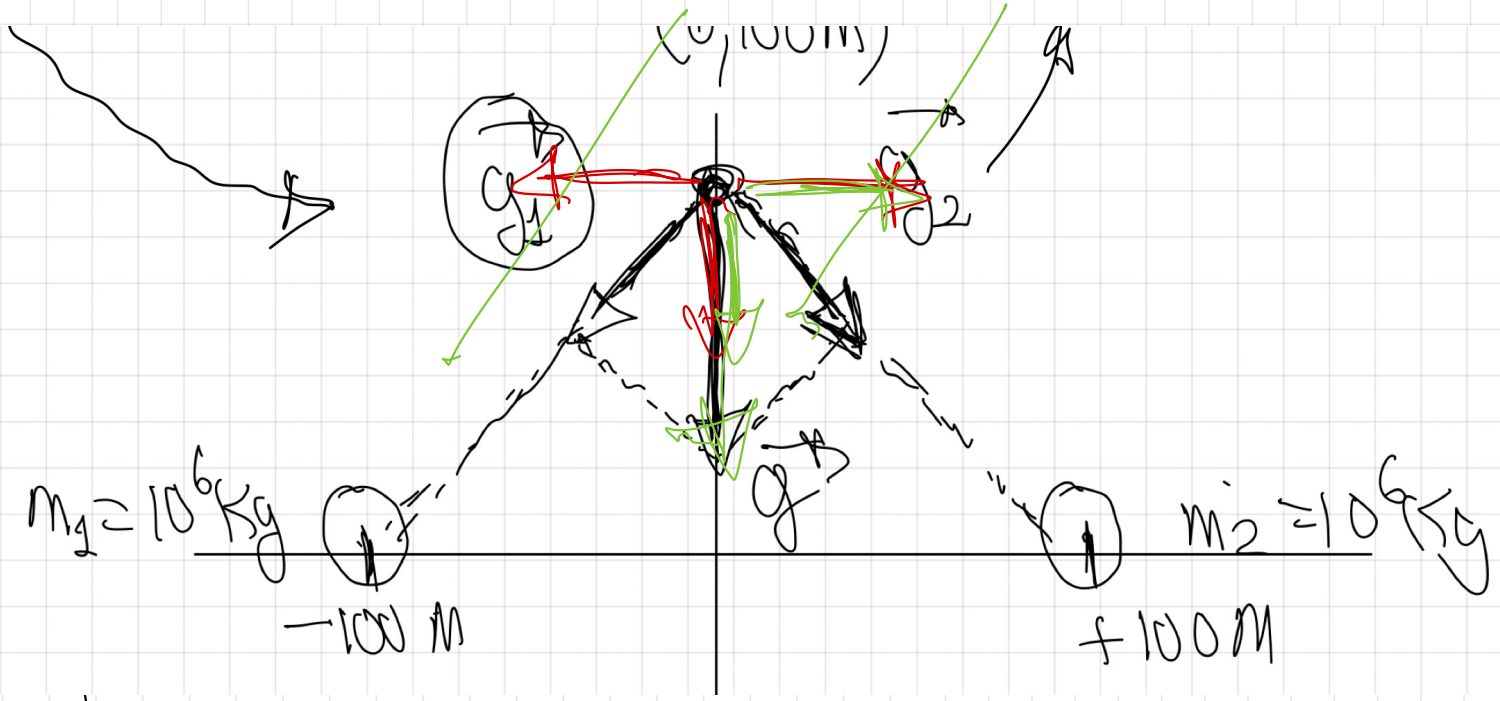
$\vec{g}_1$

α

$\vec{g}_1 = -2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(m/s^2\right)$

$\vec{g}_2 = +2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(m/s^2\right)$





$$\vec{g}_1 = -2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(\frac{N}{C^2}\right) \qquad \vec{g}_2 = +2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(\frac{N}{C^2}\right)$$

(0, 100m)

Principio de superposición -

$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = -2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} + 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}.$$

$$\vec{g} = -4'72 \cdot 10^{-9} \vec{j} \quad \left(\frac{M}{s^2}\right)$$

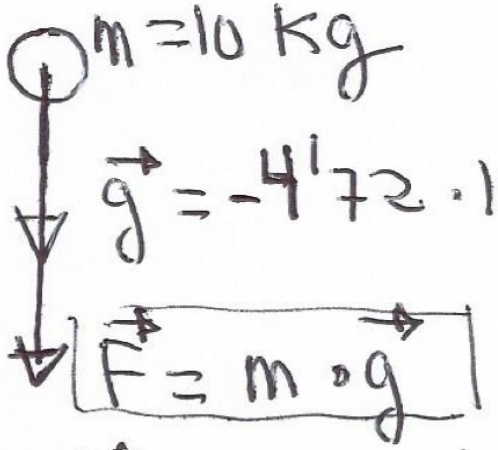
$$|\vec{g}| = 4'72 \cdot 10^{-9} \quad \left(M/s^2\right)$$

a)

$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}|$$

$$|\vec{F}| = 10 \cdot 4'72 \cdot 10^{-9}$$

$$|\vec{F}| = 4'72 \cdot 10^{-8} N$$



$$\vec{g} = -4'72 \cdot 10^{-9} \vec{j} \quad (m/s^2)$$

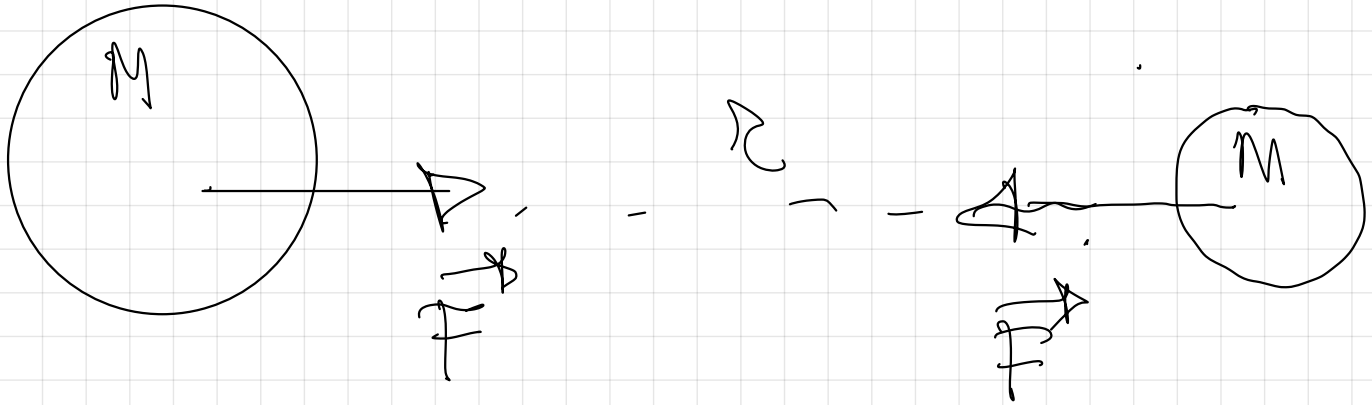
$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{g}}$$

$$\vec{F} = 10 \cdot (-4'72 \cdot 10^{-9} \vec{j})$$

$$\vec{F} = -4'72 \cdot 10^{-8} \vec{j} \quad (N)$$

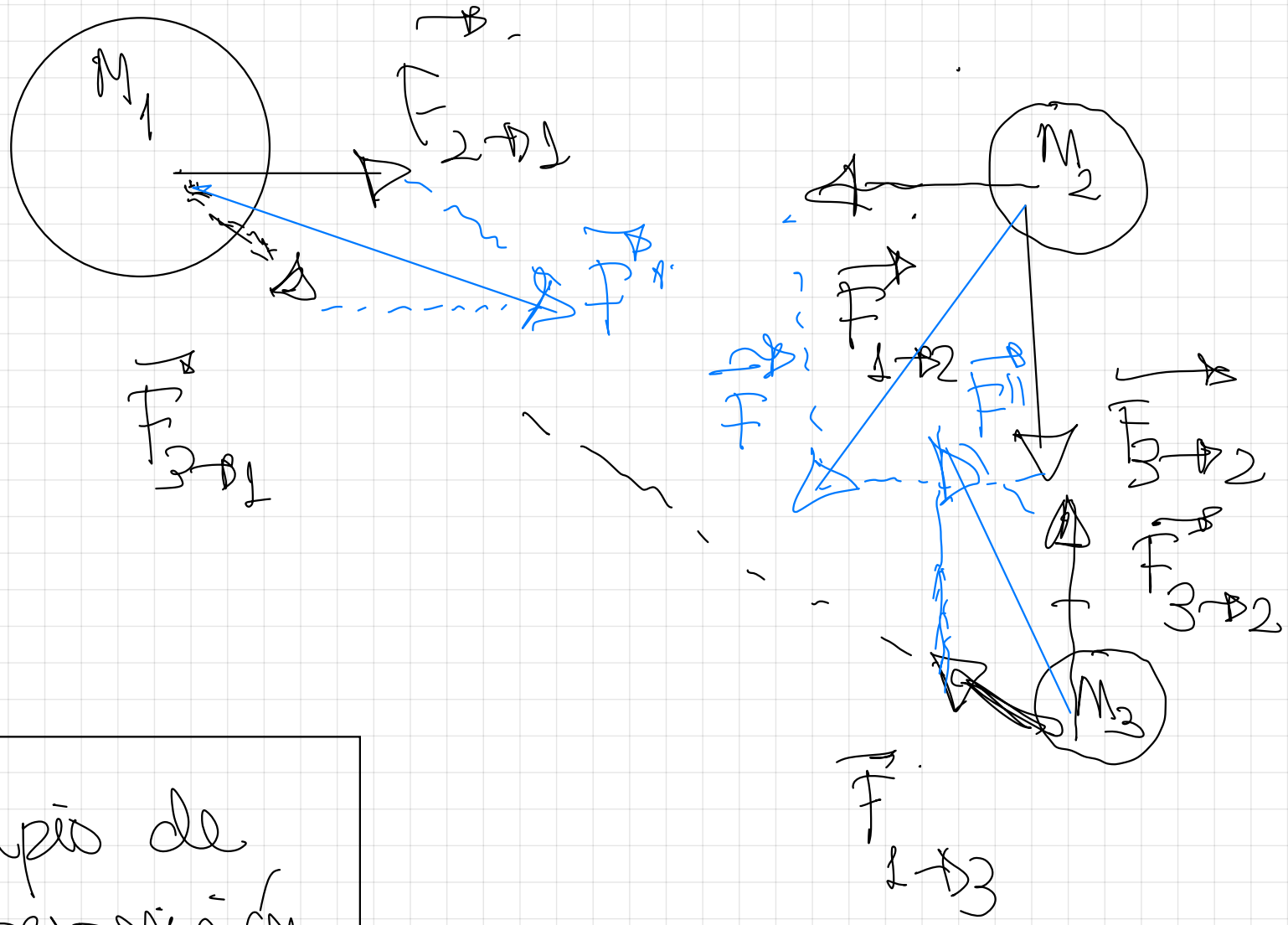
$$|\vec{F}| = 4'72 \cdot 10^{-8} N$$

54.- a)Analice las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales
b) ¿Cómo se ve afectada la interacción gravitatoria descrita en el apartado anterior si en las proximidades de las dos masas, se coloca una tercera masa, también puntual?. Haga un esquema de las fuerzas gravitatorias que actúan sobre la tercera masa.



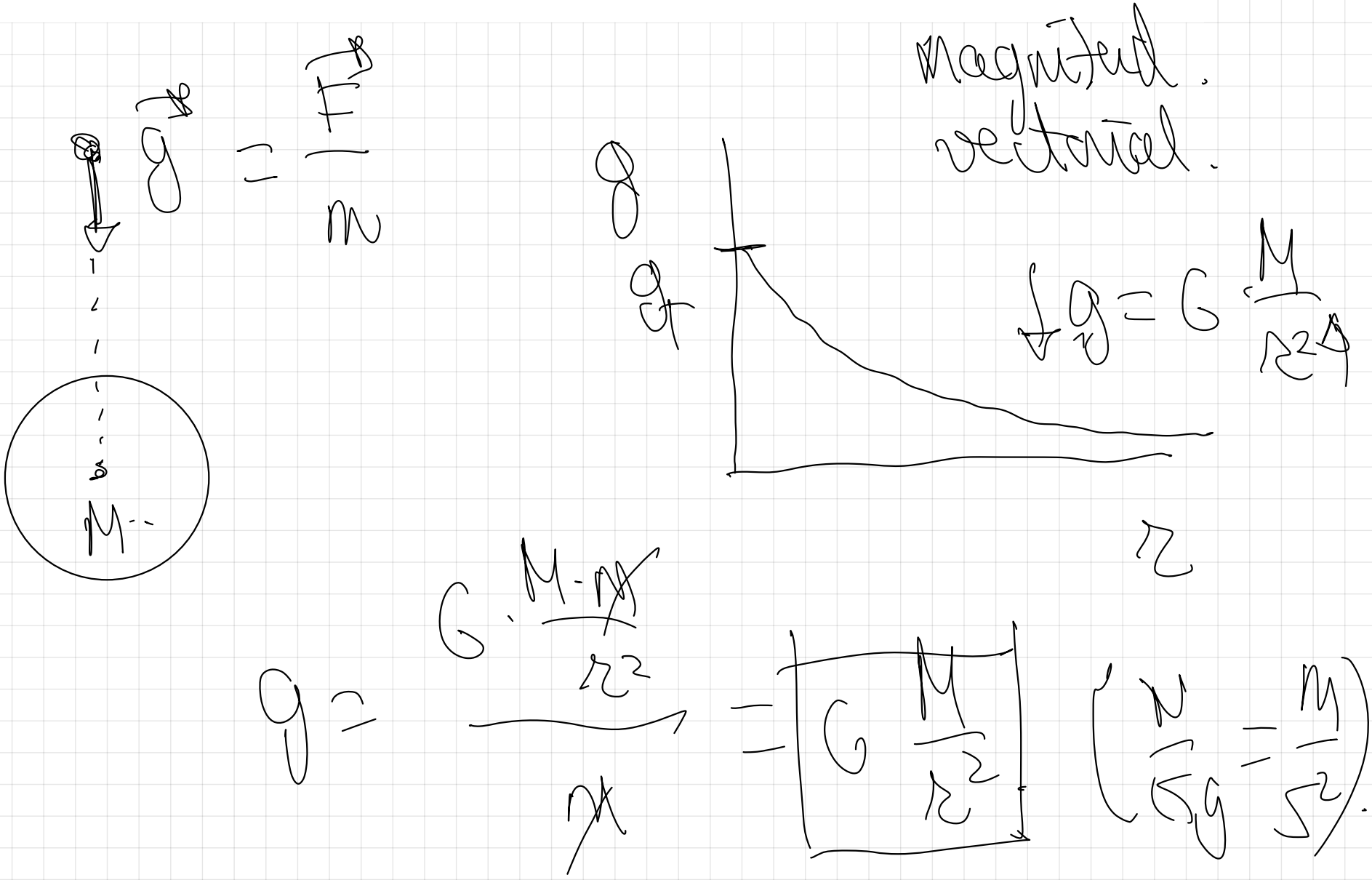
$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

b)

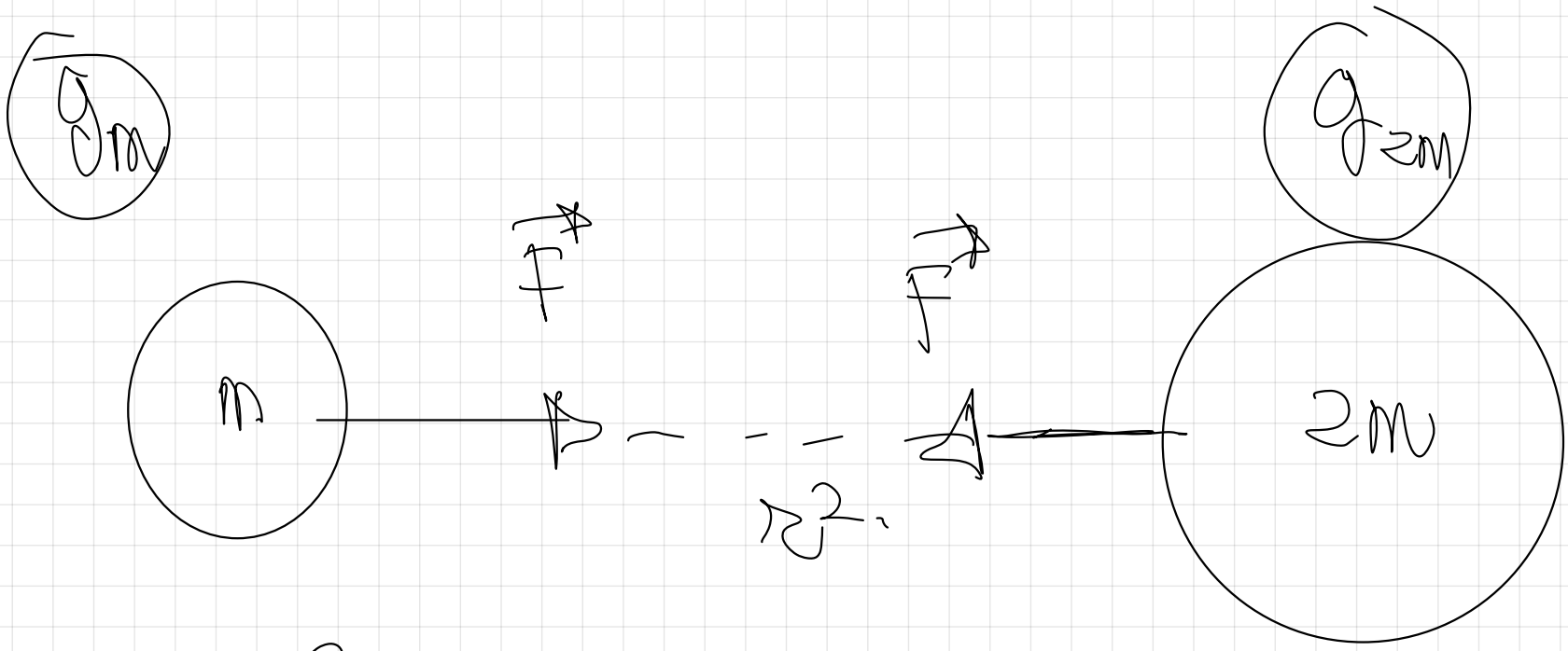


Principio de superposición

55.- a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas



55.- a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas



$$F = G \cdot \frac{m \cdot 2m}{r^2}$$

$$F = G \cdot \frac{2m^2}{r^2}$$

$$F = G \cdot \frac{m \cdot 2m}{r^2}$$

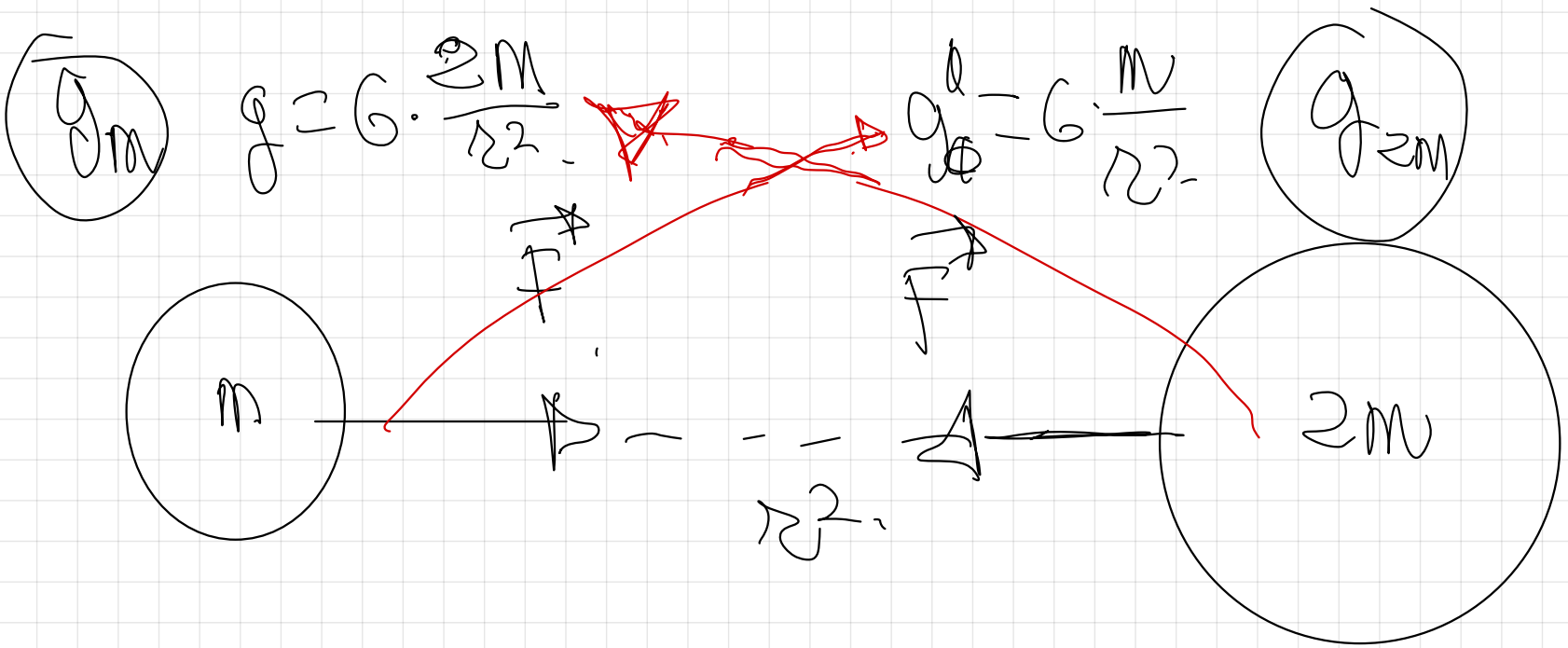
$$F = G \cdot \frac{2m^2}{r^2}$$

$$g_m = \frac{F}{m} = G \cdot \frac{2m \not{m}}{r^2 \not{m}}$$

$$g_{2m} = \frac{F}{2m} = G \cdot \frac{\not{2} m^{\not{2}}}{r^2 \not{2} \not{m}}$$

$$g_m = G \cdot \frac{2M}{r^2} \rightarrow \text{accelerazione dell'}$$

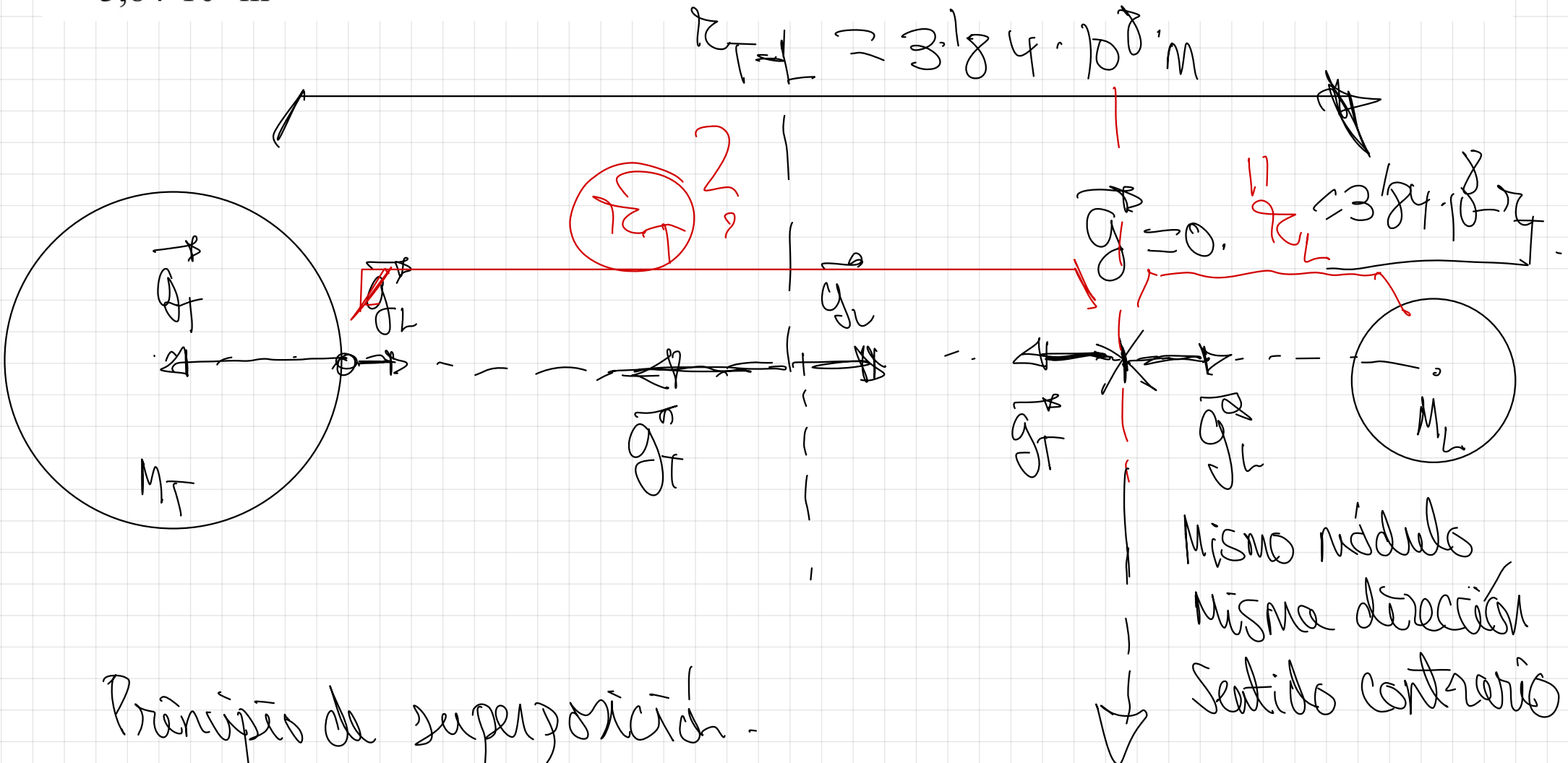
$$g_{2m} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$



$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

56.- ¿A qué distancia del centro de la Tierra se compensaría el campo gravitatorio terrestre con el Lunar?

$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ Kg , $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$Kg. Distancia Tierra-Luna (centro a centro) es de $3{,}84 \cdot 10^8$ m



$$\vec{g} = \vec{g_T} + \vec{g_L} = 0$$

$$|\vec{g_T}| = |\vec{g_L}|$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r_T^2} = G \cdot \frac{M_L}{r_L^2}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r_T^2} = G \cdot \frac{M_L}{(3{,}84 \cdot 10^8 - r_T)^2} \cdot r_T^2$$

$$\sqrt{\frac{M_T}{r_T^2}} = \sqrt{\frac{M_L}{(3{,}84 \cdot 10^8 - r_T)^2}}$$

$$\frac{\sqrt{M_T}}{r_T} = \frac{\sqrt{M_L}}{(3{,}84 \cdot 10^8 - r_T)}$$

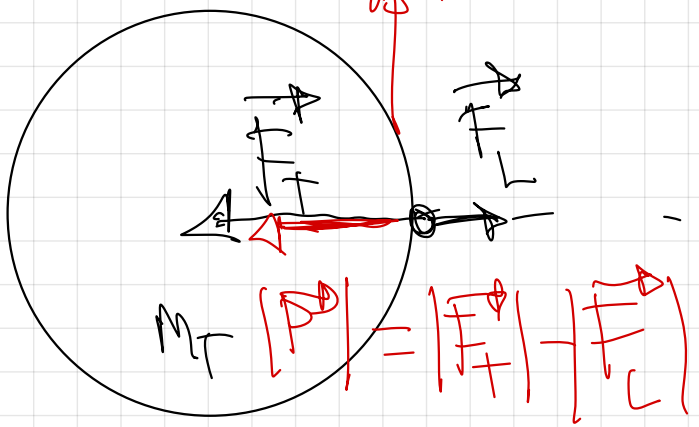
$$r_T = 3{,}46 \cdot 10^8 \text{ m}$$

A esa distancia desde el pto al centro de la tierra se cumple que $g^p = 0$.

Pag 28.

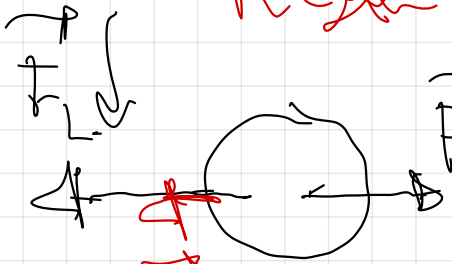
23.- Describir cualitativamente el cambio de peso que sufre una nave espacial de masa m en un viaje de la Tierra a la Luna. Suponer que la Tierra y la Luna se encuentran en reposo y que la nave se mueve según la dirección que une sus centros.

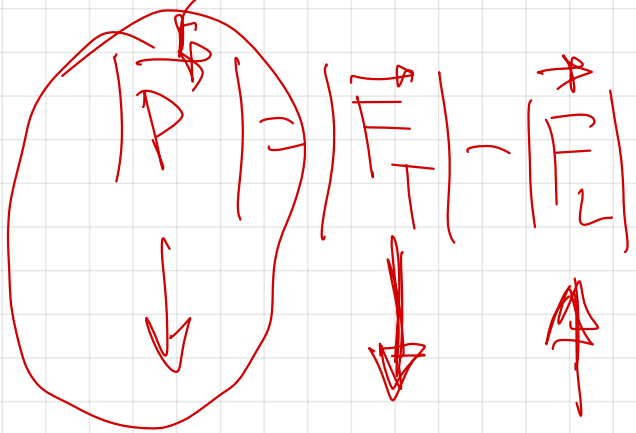
El peso es máximo



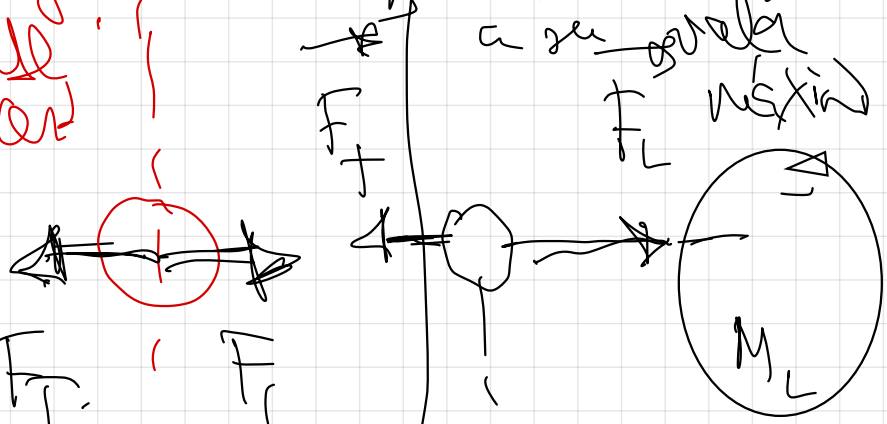
$|\vec{P}| = |\vec{F}_T| - |\vec{F}_L|$

El disminuye hasta nulo en



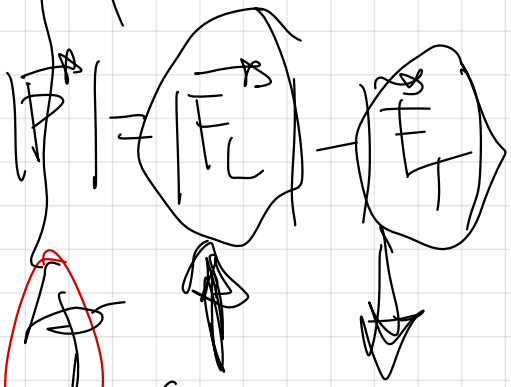


El peso vuelve a aumentar sin llegar a ser igual



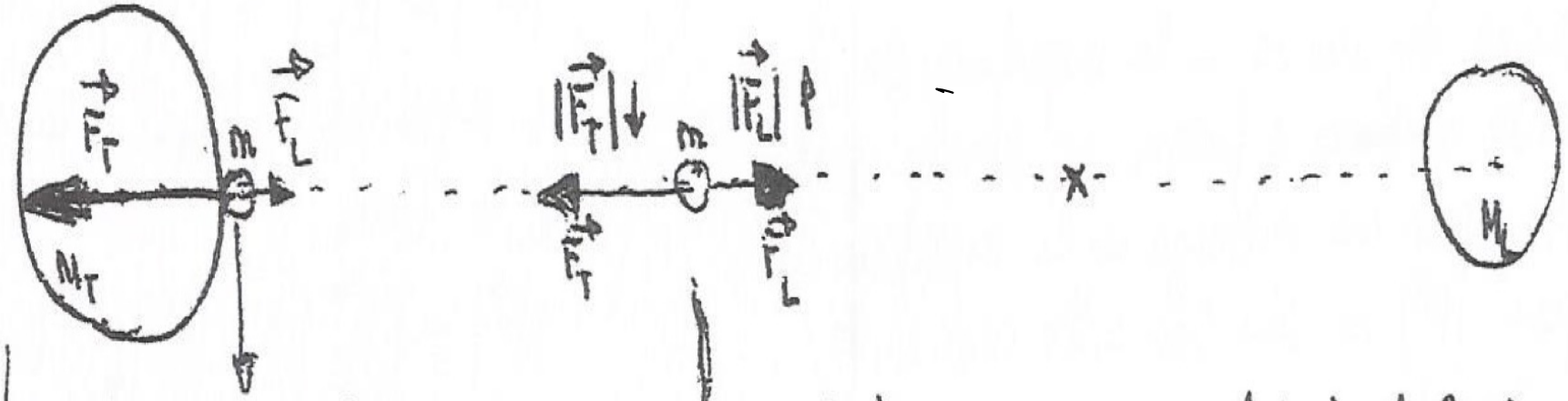
$P = 0$

$P = F_T - F_L$



Siguen - $G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$

(23)



$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ → En la superficie terrestre $|\vec{F_T}| > |\vec{F_L}|$, ya que $M_T > M_L$ y está mas cerca a la Tierra (r menor), siendo su peso máximo en este caso

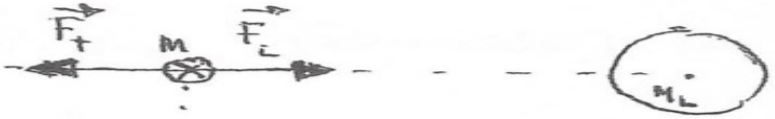
$$|\vec{F}| = |\vec{F_T}| - |\vec{F_L}|$$

→ Conforme nos vamos alejando de la Tierra, $|\vec{F_T}|$ disminuye (r ↑ mayor la distancia a la Tierra, mientras que $|\vec{F_L}|$ aumenta al ser menor la distancia a la luna, $|\vec{F_T}|$ sigue siendo mayor que $|\vec{F_L}|$ pero el peso total será menor que en el caso anterior:

$$|\vec{F}| = |\vec{F_T}|\downarrow - |\vec{F_L}|\uparrow = \text{menor}$$

(23) (continuación)





$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Conforme nos alejamos de la Tierra y nos acercamos a la luna $|\vec{F_T}|$ sigue disminuyendo y $|\vec{F_L}|$ sigue aumentando, hasta que se llegue a un punto más cercano a la luna en donde $|\vec{F_T}| = |\vec{F_L}|$ (igual dirección y sentido contrario los dos vectores), en dicho punto, el peso o fuerza resultante sobre la masa m será cero

$$|\vec{F}| = |\vec{F_T}| - |\vec{F_L}| = 0$$





$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

A partir de este punto, seguimos acercándonos a la luna y alejándonos de la Tierra, luego $|\vec{F_T}|$ sigue disminuyendo y $|\vec{F_L}|$ sigue aumentando, en este caso ya ocurre que $|\vec{F_L}| > |\vec{F_T}|$, luego el peso resultante en este caso será

$$|\vec{F}| = |\vec{F_L}| - |\vec{F_T}|$$

De aquí hasta llegar a la superficie de la luna

$|\vec{F}| = |\vec{F_L}|$ f $- |\vec{F_T}|$ b, luego el peso total aumenta.

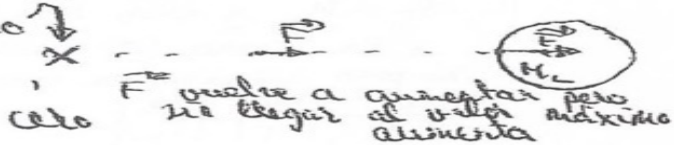
Hasta llegar de nuevo a la superficie de la luna el peso o fuerza resultante vuelve a aumentar, pero sin embargo en la superficie de la luna el peso $|\vec{F}|$ no será tan alto como en la superficie terrestre.

Resumiendo el peso total:



$\vec{F}$ disminuye hasta hacerse cero

disminuye



cero

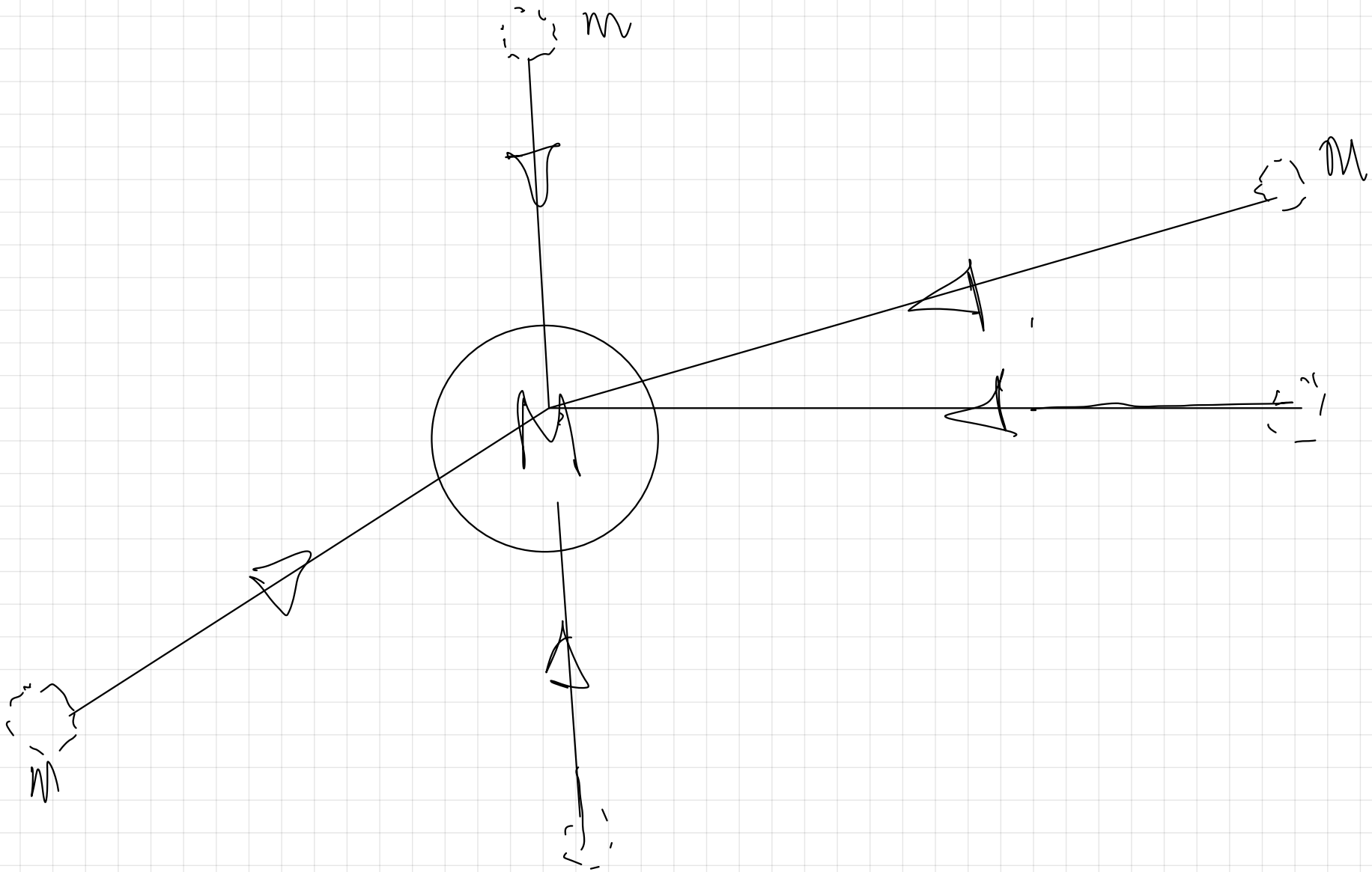
$\vec{F}$ vuelve a aumentar pero no llegar al valor máximo alcanzado

pag 4 del libro.

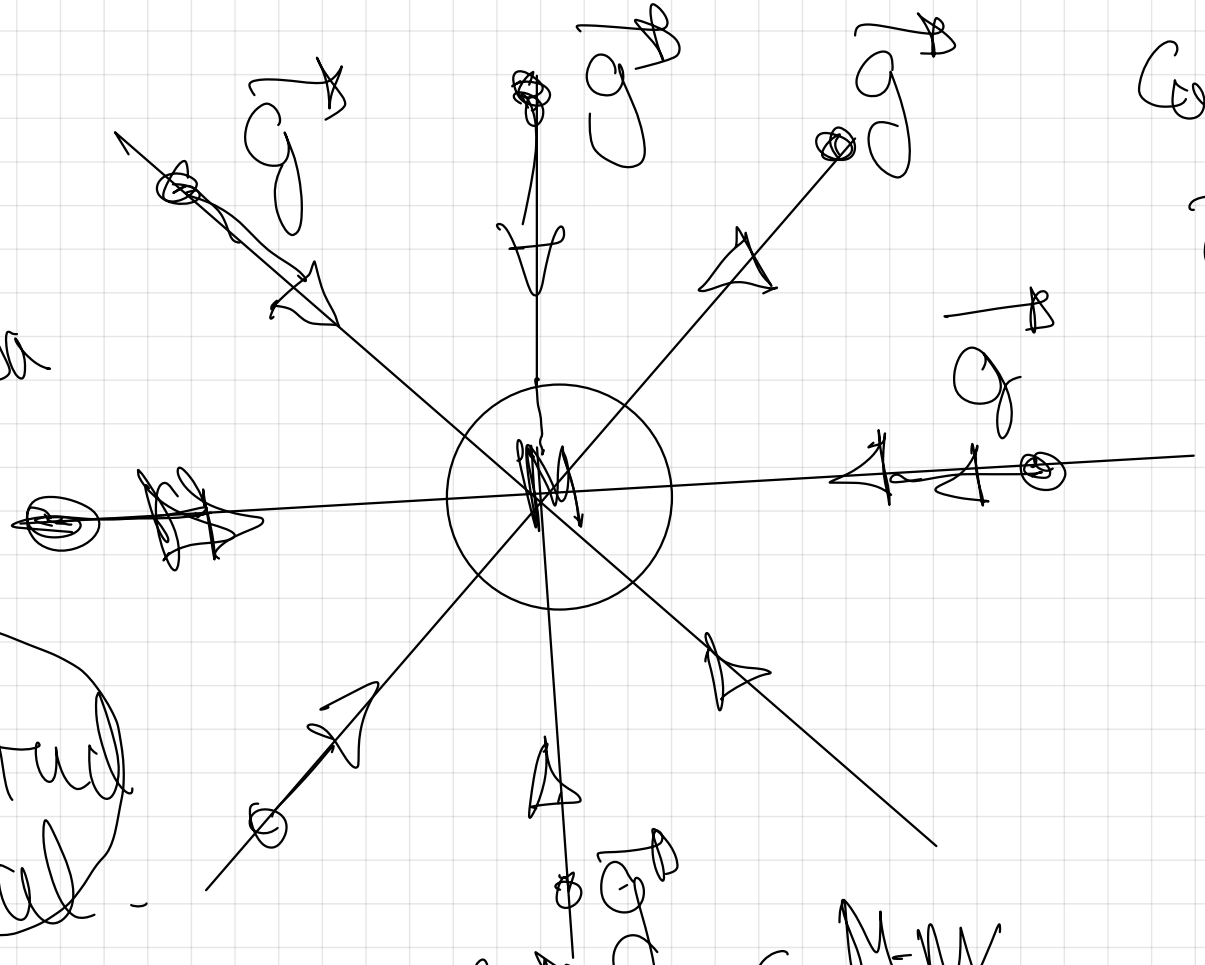
Campo gravitatorio creado por una masa puntual.

Concepto muy importante:

Las líneas de campo son las hipotéticas trayectorias que seguiría una masa m abandonada en reposo en el interior (en el seno) de un campo gravitatorio.



Líneas de campo creado por una masa M



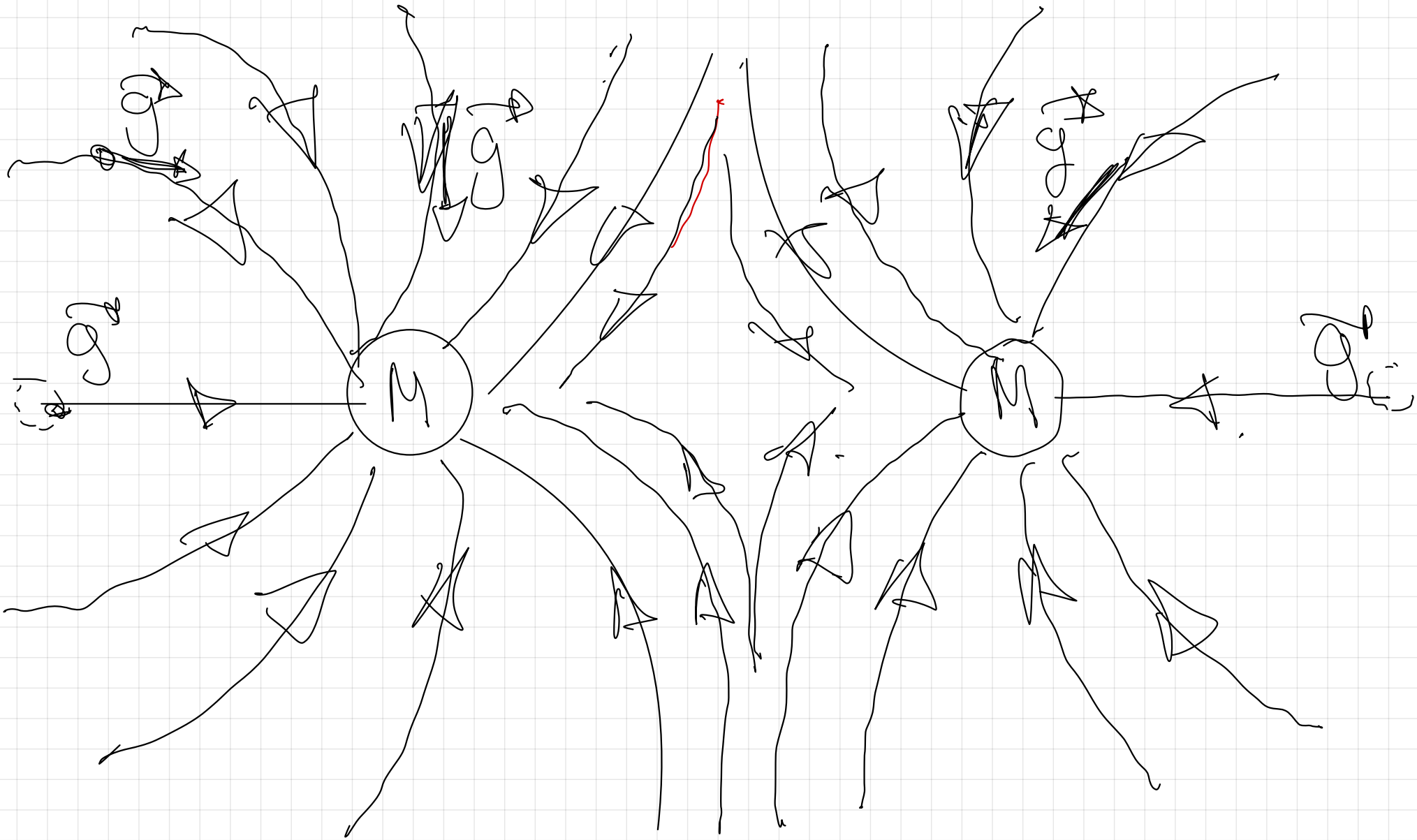
Campo gravitatorio $\vec{g}$ creado por una masa puntual M

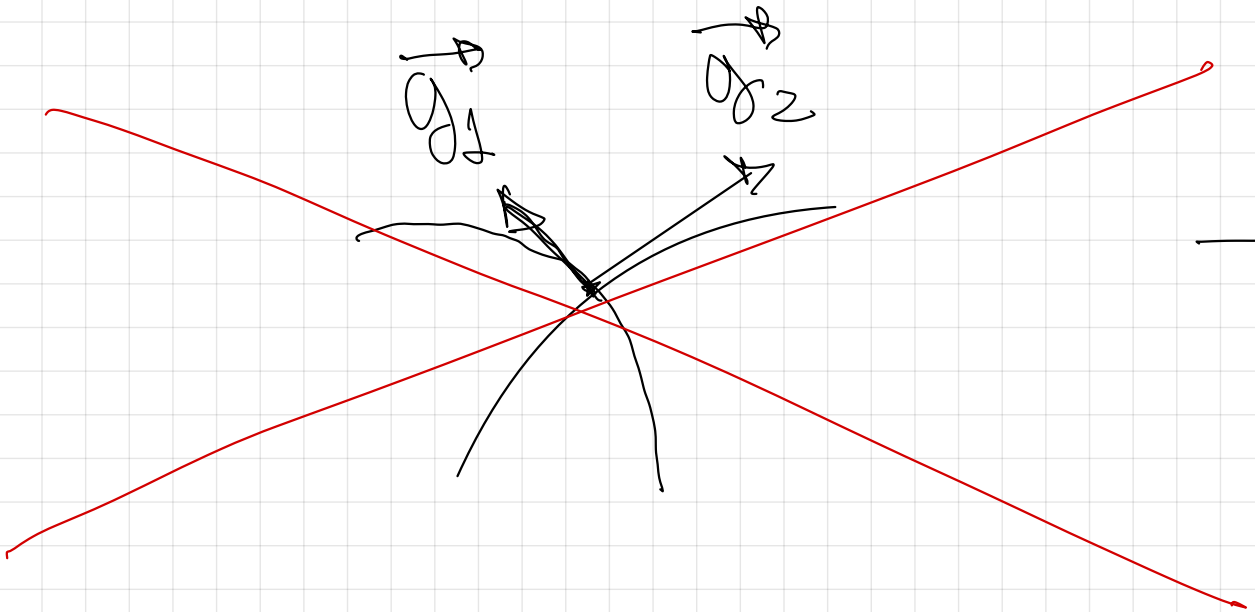
$\vec{g}$ magnitud vectorial.

módulo → $|\vec{g}| = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}{m} = G \cdot \frac{M}{r^2} \left(\frac{N}{Kg} = \frac{m}{s^2}\right)$

dirección → tangente en cada punto a las líneas de campo

sentido → el de las líneas de campo.


g
mg
M
M
g
g

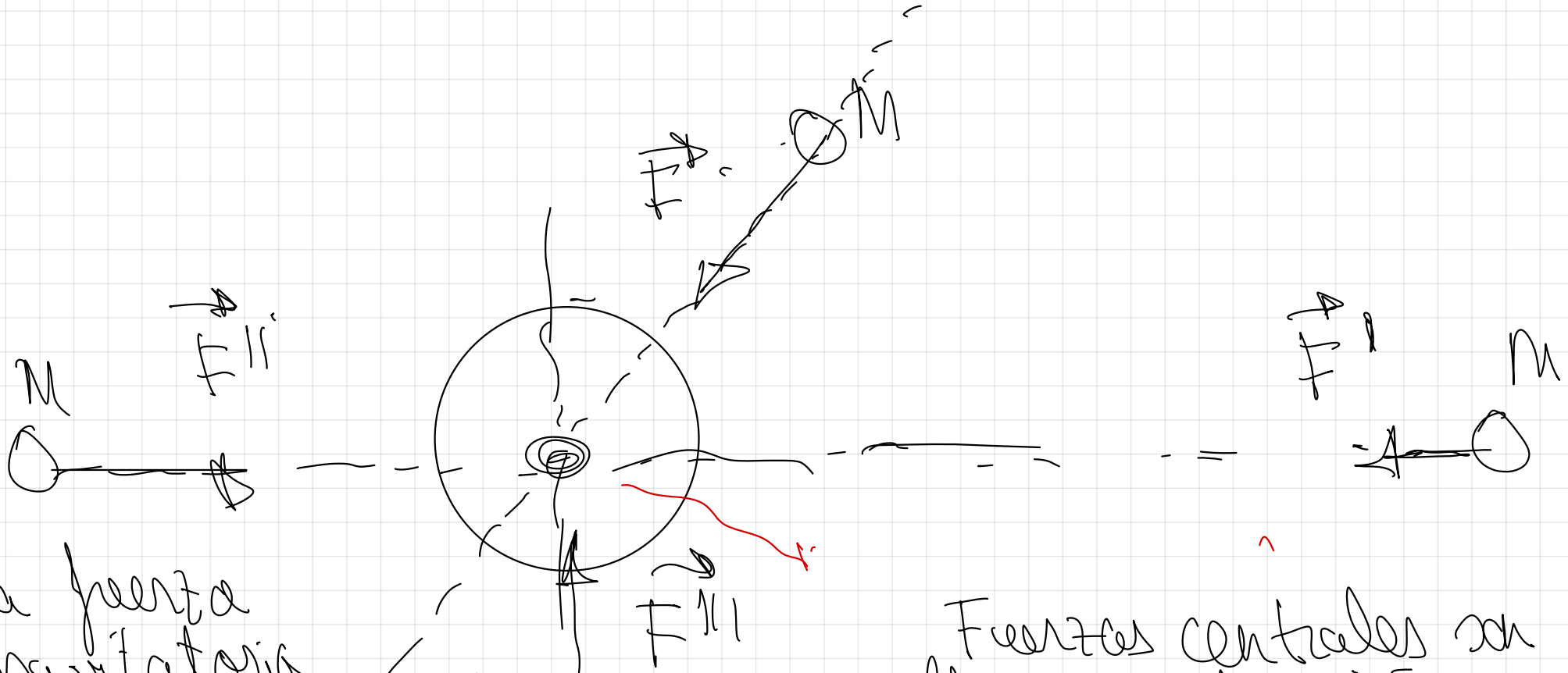


→ Las líneas de campo no pueden cortarse nunca ya que en un único punto de esa región (campo gravitatorio) solo puede existir un único valor de $\vec{g}$.

Principio de superposición

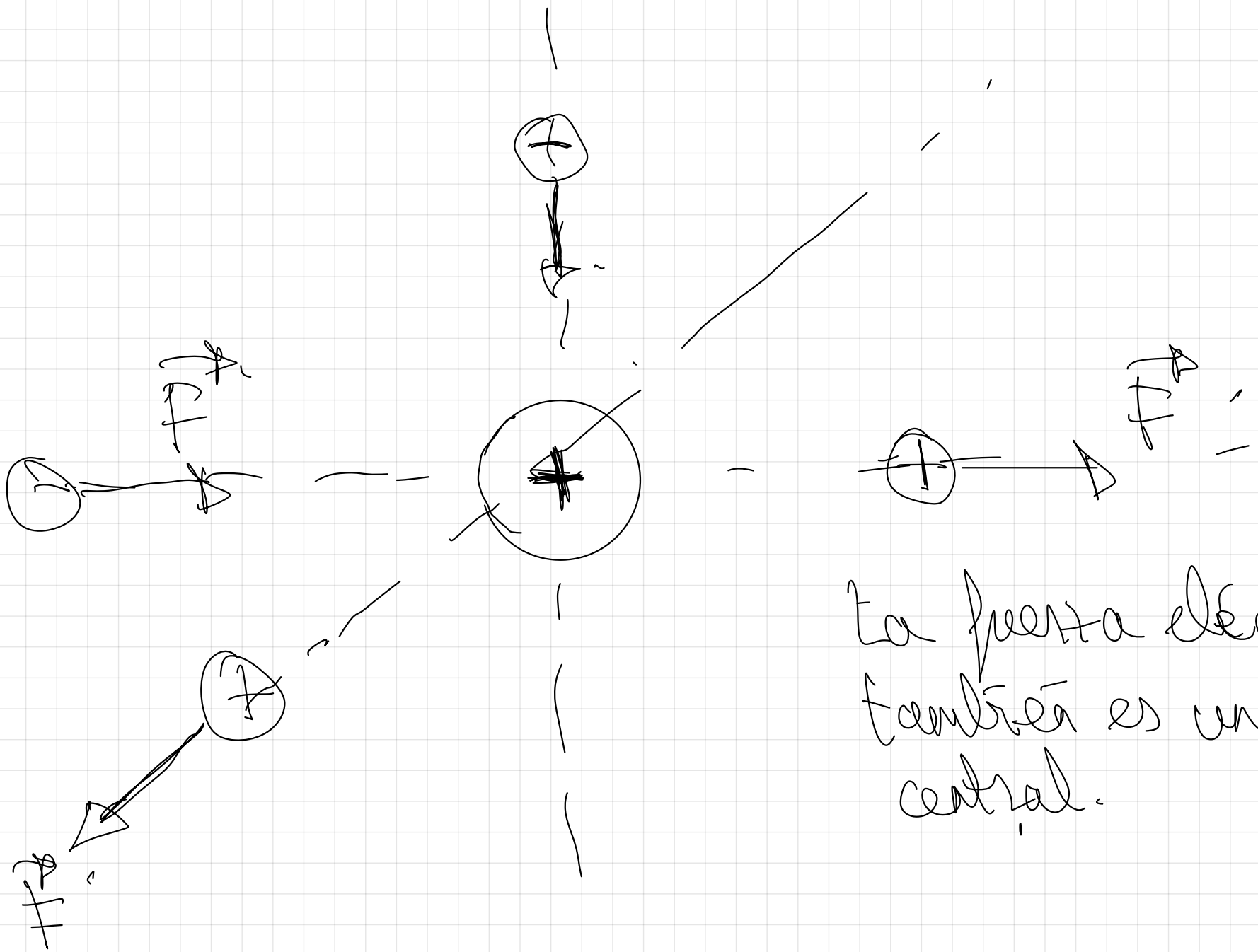
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

Fuerza Central.

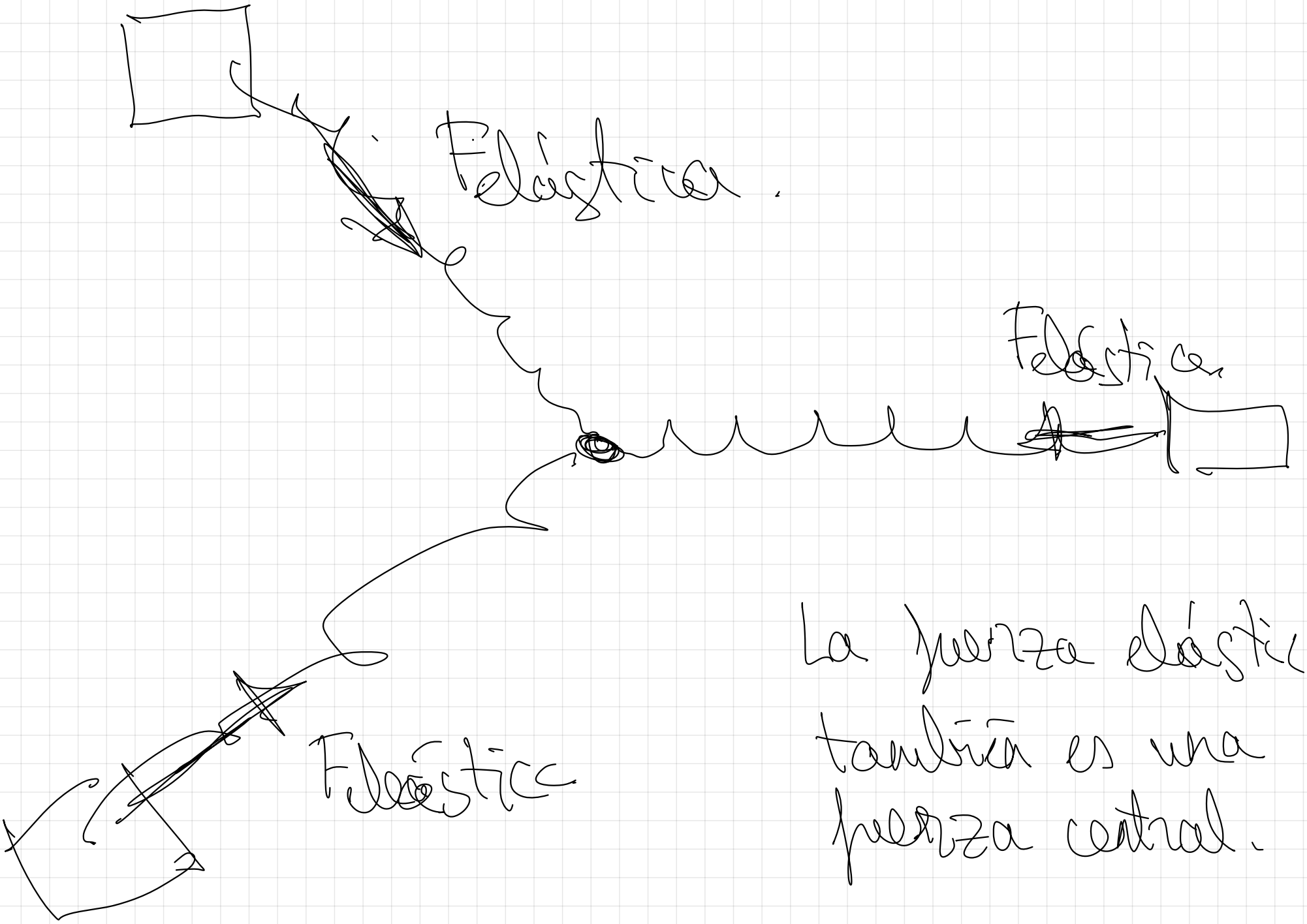


La fuerza gravitatoria es una fuerza central

Fuerzas centrales son aquellas cuya dirección pasa por un mismo punto!

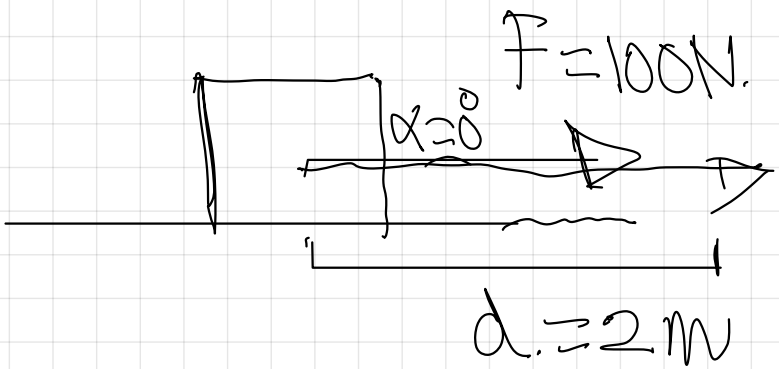


La fuerza eléctrica también es una fuerza central.



La fuerza elástica también es una fuerza central.

Trabajo (W)



$W = F \cdot d \cdot \cos\alpha$

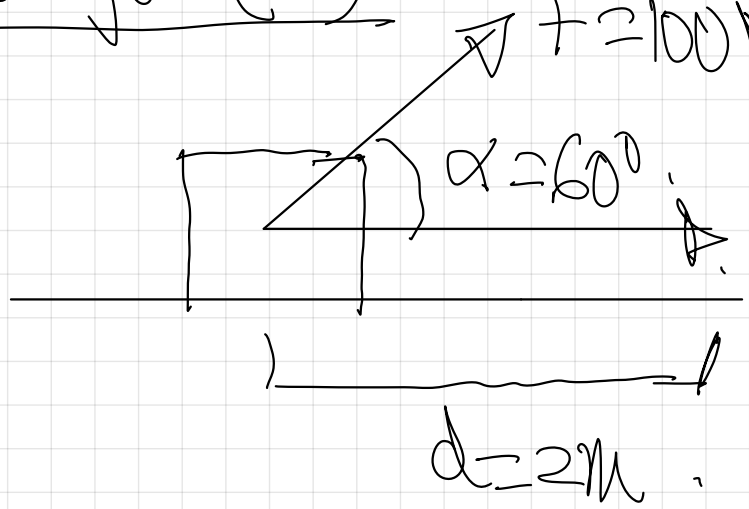
$W_{max} = F \cdot d \cdot \cos 0°$

$\cos 0° = 1$

$W_{max} = F \cdot d$

$W_{max} = 100N \cdot 2m$

$W_{max} = 200J$



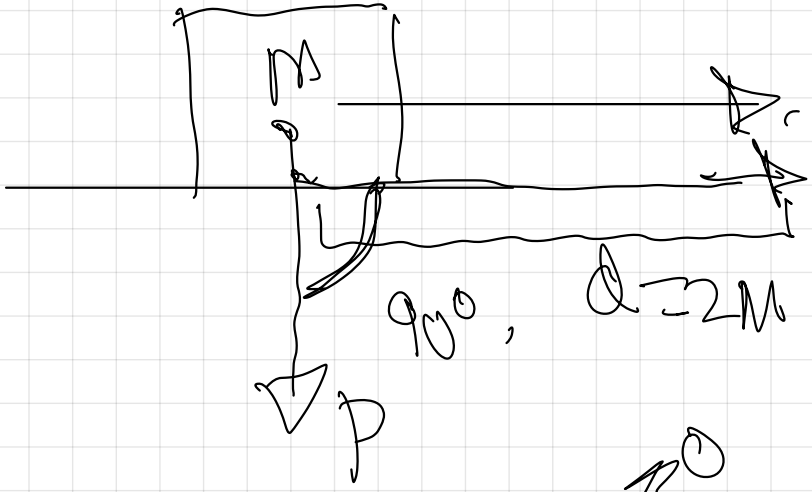
$W = F \cdot d \cdot \cos\alpha$

$W_{menor} = F \cdot d \cdot \cos 60°$

$W_{menor} = F \cdot d \cdot \frac{1}{2}$

$W_{menor} = 100N \cdot 2m \cdot \frac{1}{2}$

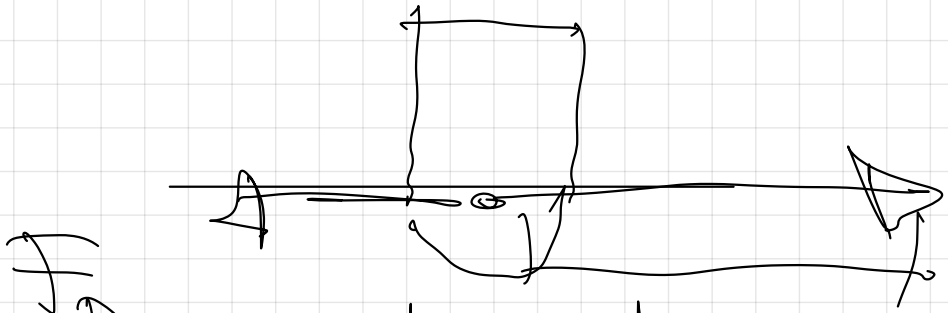
$W_{menor} = 100J$



90°, d=2m.

$W = F \cdot d \cdot \cos 90° = 0$.

$\boxed{W = 0\,J}$.



F_R.

180°. d=2m.

$W = F \cdot d \cdot \cos 180°$

$W = F_R \cdot d \cdot (-1)$.

$W = -F_R \cdot d$.

Trabajo resistente.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

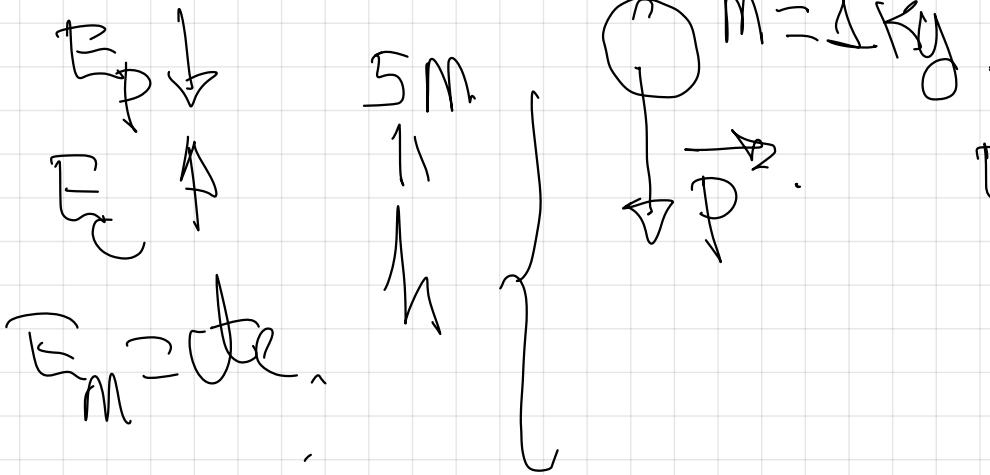
$$W = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos\alpha$$

$$W = 100N \cdot 2M \cdot \cos 180^\circ$$

$$W = -200J$$

Fuerza conservativa.

Fuerza bajo cuya exclusiva acción se conserva la E_M.



(A) $E_{p_A} = M \cdot g \cdot h = 50\,J.$

(B) $E_{p_B} = 0\,J.$

$$-\Delta E_p = |W| = \Delta E_c.$$

Existe una disminución de E_p que por medio del trabajo

Solo las fuerzas conservativas llevan asociada una E_p

realizado por el peso (fuerza conservativa) para aumentar la E_c

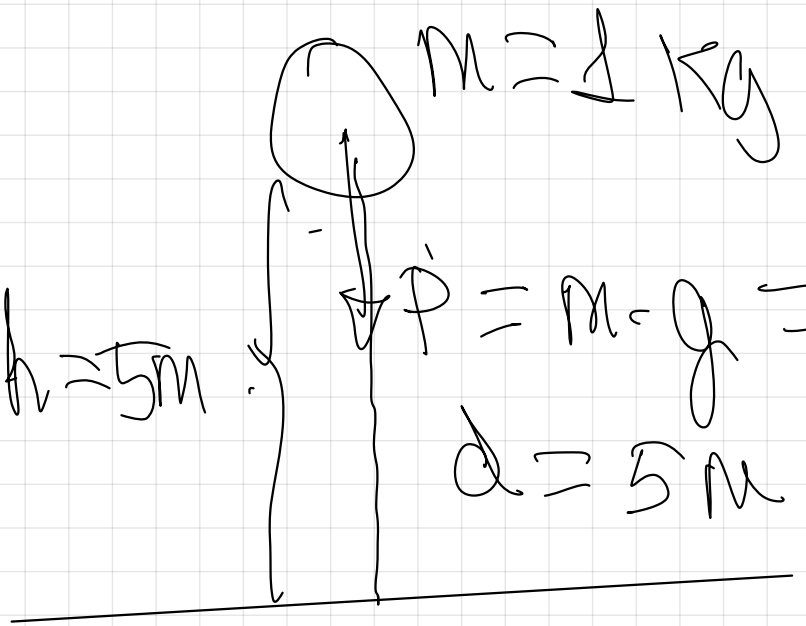
$$-(E_{P_B} - E_{P_A}) = W_{A \to B} = \Delta E_{c\ A \to B}$$

$$E_{P_A} - E_{P_B} = W_{A \to B} = \Delta E_{c\ A \to B}$$

$$\Delta U - 0 J = W$$

$$\Delta U = W = \Delta E_c$$

$\downarrow$



$$W_p = P \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 10N \cdot 5m = 50J$$

$$-\Delta E_p = W = \Delta E_c$$

$$-\Delta E_p = \Delta E_c$$

$$0 = \Delta E_p + \Delta E_c$$

$$0 = \Delta E_m$$

$\Delta E_m = 0 \Rightarrow$ La E_m no varía bajo la acción exclusiva de la fuerza conservativa (peso o fuerza gravitatoria)

$E_{PA} = mgh$

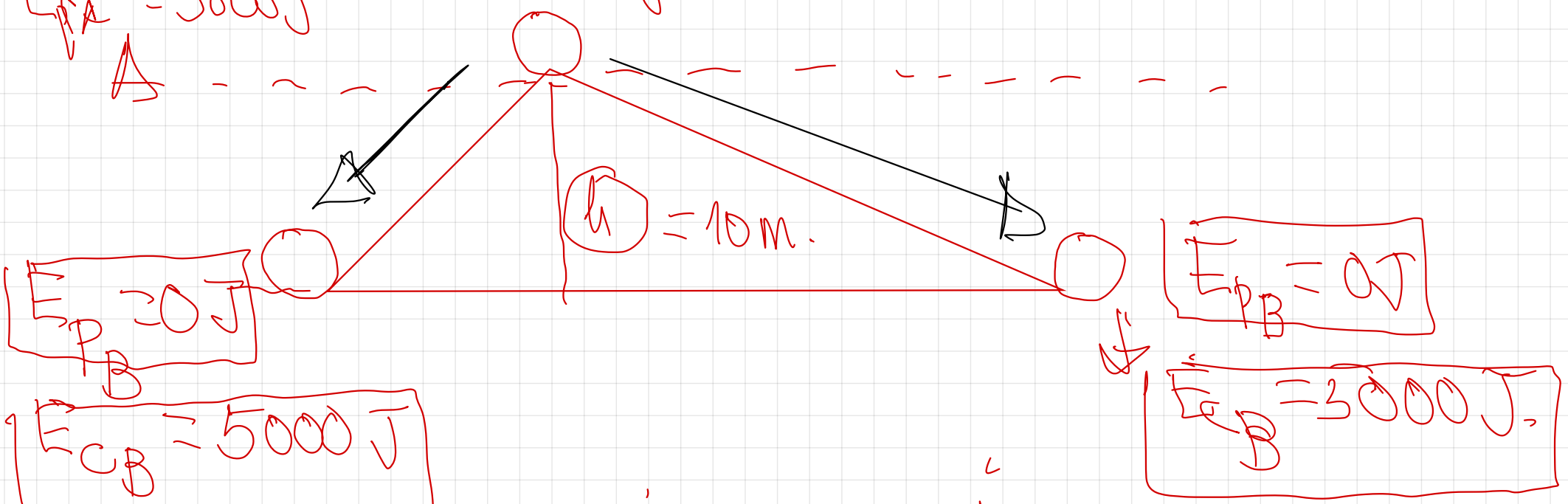
$E_{PA} = 50 \cdot 10 \cdot 10$

$E_{PA} = 5000\,J$

$E_{PA} = 5000\,J$, $E_{CA} = 0$

50 Kg.

A



$E_{PB} = 0\,J$

$E_{PB} = 0\,J$

$E_{CB} = 5000\,J$

$E_{CB} = 5000\,J.$

$-\Delta E_{PA-PB} = W_{A-PB} = \Delta E_{CA-PB}$

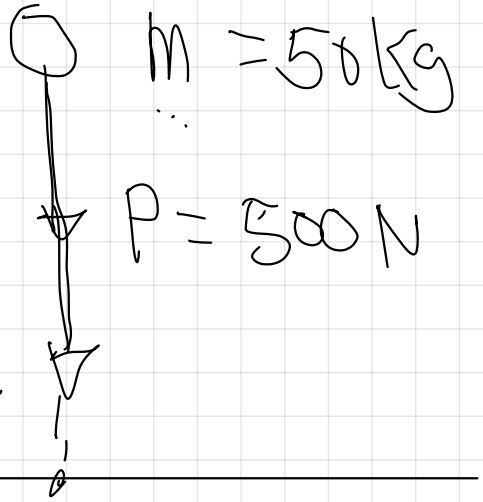
$-(E_{PB} - E_{PA}) = W_{A-PB} = \Delta E_{C\,A-PB}$

$-(0 - 5000\,J) = W_{A-PB} = \Delta E_{CA-PB}$

$5000\,J = W_{A-PB} = \Delta E_{CA-PB}$

$W > 0$

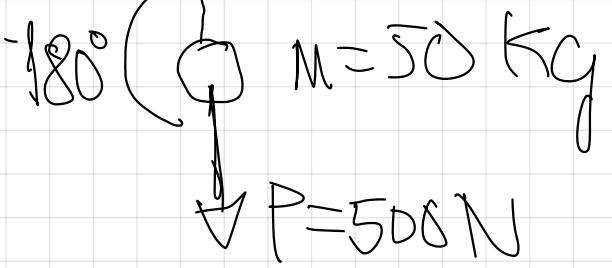
Significa que el trabajo lo realiza espontáneamente la fuerza conservativa (peso) por ejemplo, dejar caer un cuerpo



$W = P \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 5000\,J$

$W < 0$

Significa que el trabajo no lo realiza espontáneamente la fuerza conservativa (peso) hace falta una fuerza externa al campo para realizarlo por ejemplo el ascenso de un cuerpo



$W = P \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -5000\,J$

Todas las Fuerzas Centrales (como la gravitatoria) son conservativas, y ello implica que:

- El trabajo que realizan no depende de la trayectoria, sino únicamente de las posiciones inicial y final.
- Llevan asociada una Energía potencial.
- Bajo su exclusiva acción se conserva la Energía Mecánica.

JUEVES 02/10/25

LOS EJERCICIOS QUE SE HAN HECHO DURANTE ESTA CLASE SON PARTE DE LOS QUE OS ENCARGARÉ EN LA PRÓXIMA TANDA PEVAU GRAVITATORIO (IV), SON DE REPASO DE LO QUE SE HA VISTO. LAS DUDAS SE RESOLVERÁN JUNTO EL RESTO DE LA CLASE CUANDO OS HAGA EL ENCARGO

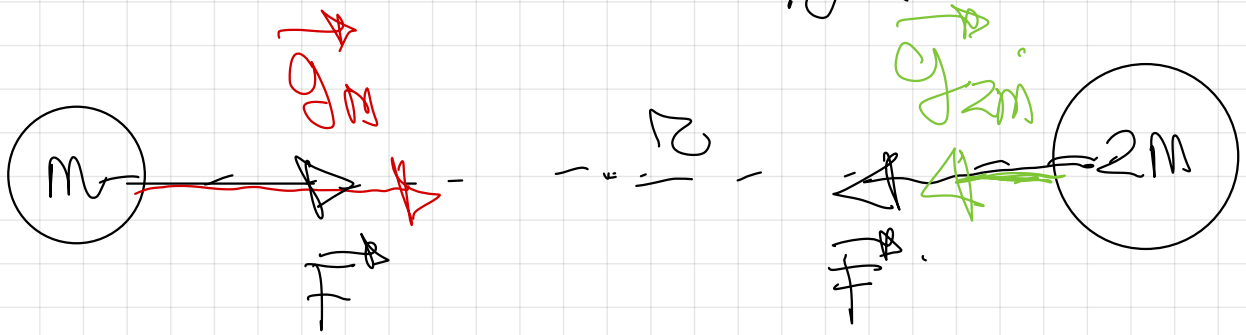
TAMBIÉN EN ESTA CLASE ME HA PREGUNTADO DUDAS VUESTRA COMPAÑERA SILVIA.

Resolución de dudas de Silvia.

55.- a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot 2m}{r^2}$$



$$F = G \cdot \frac{M \cdot 2m}{r^2}$$

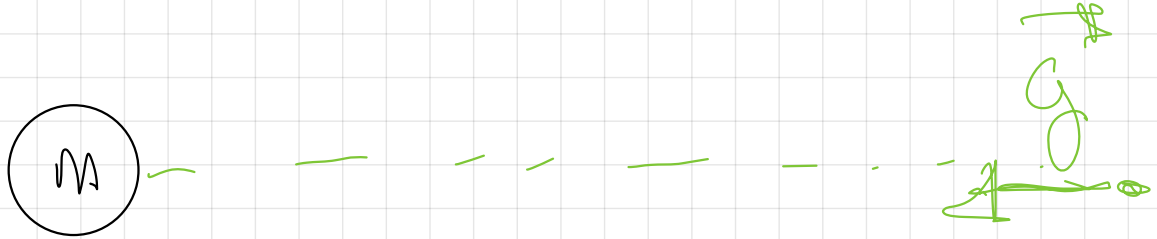
$$F = G \cdot \frac{M \cdot 2m}{r^2}$$

$$g_m = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{m \cdot 2M}{r^2}}{m}$$

$$\boxed{g_m = G \cdot \frac{2M}{r^2}}$$

$$g_{2M} = \frac{F}{2M} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot 2M}{r^2}}{2M}$$

$$\boxed{g_{2M} = G \cdot \frac{M}{r^2}}$$



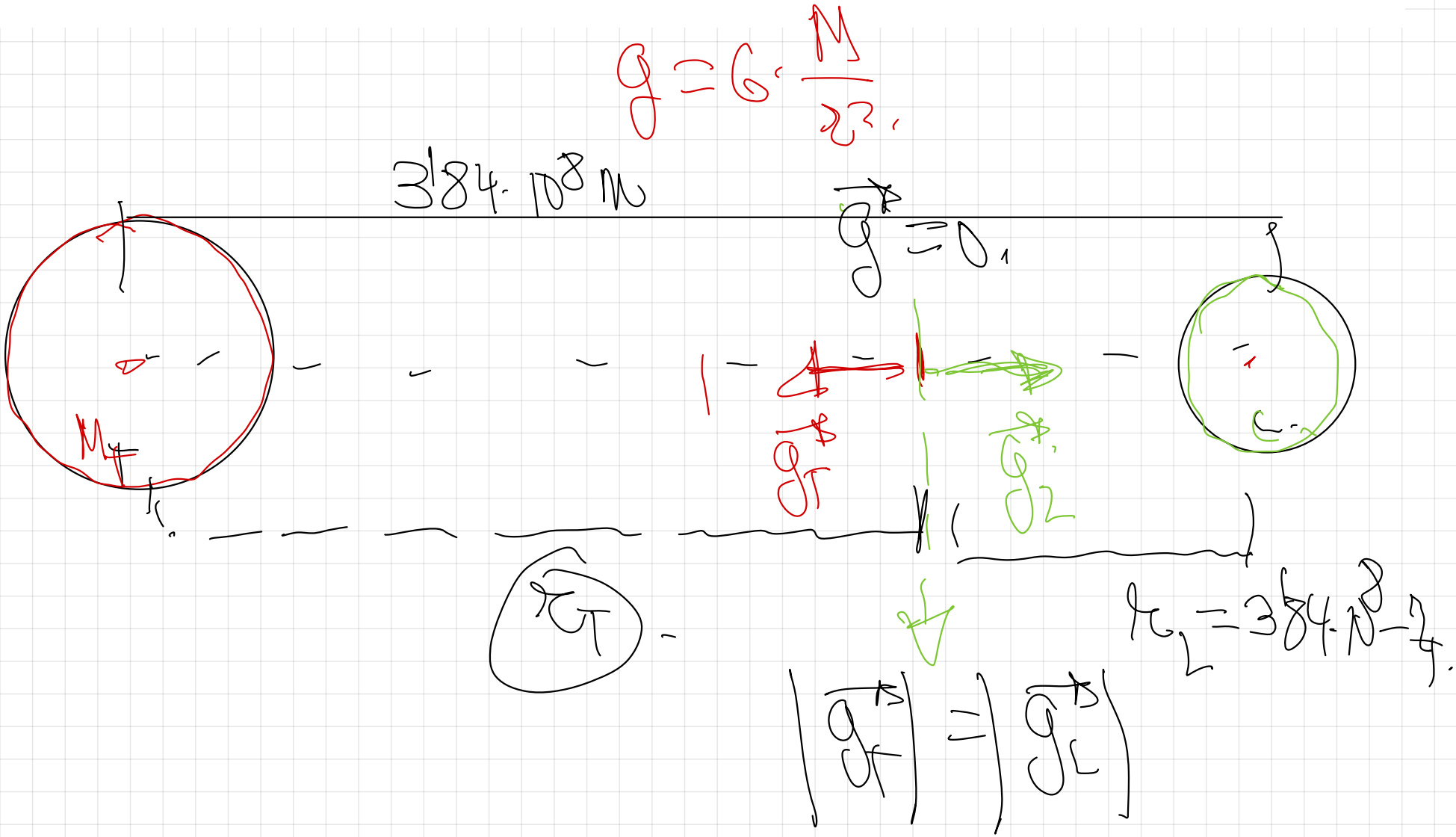


$$\vec{g'} = G \cdot \frac{2M}{r^2}$$

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

56.- ¿A qué distancia del centro de la Tierra se compensaría el campo gravitatorio terrestre con el Lunar?

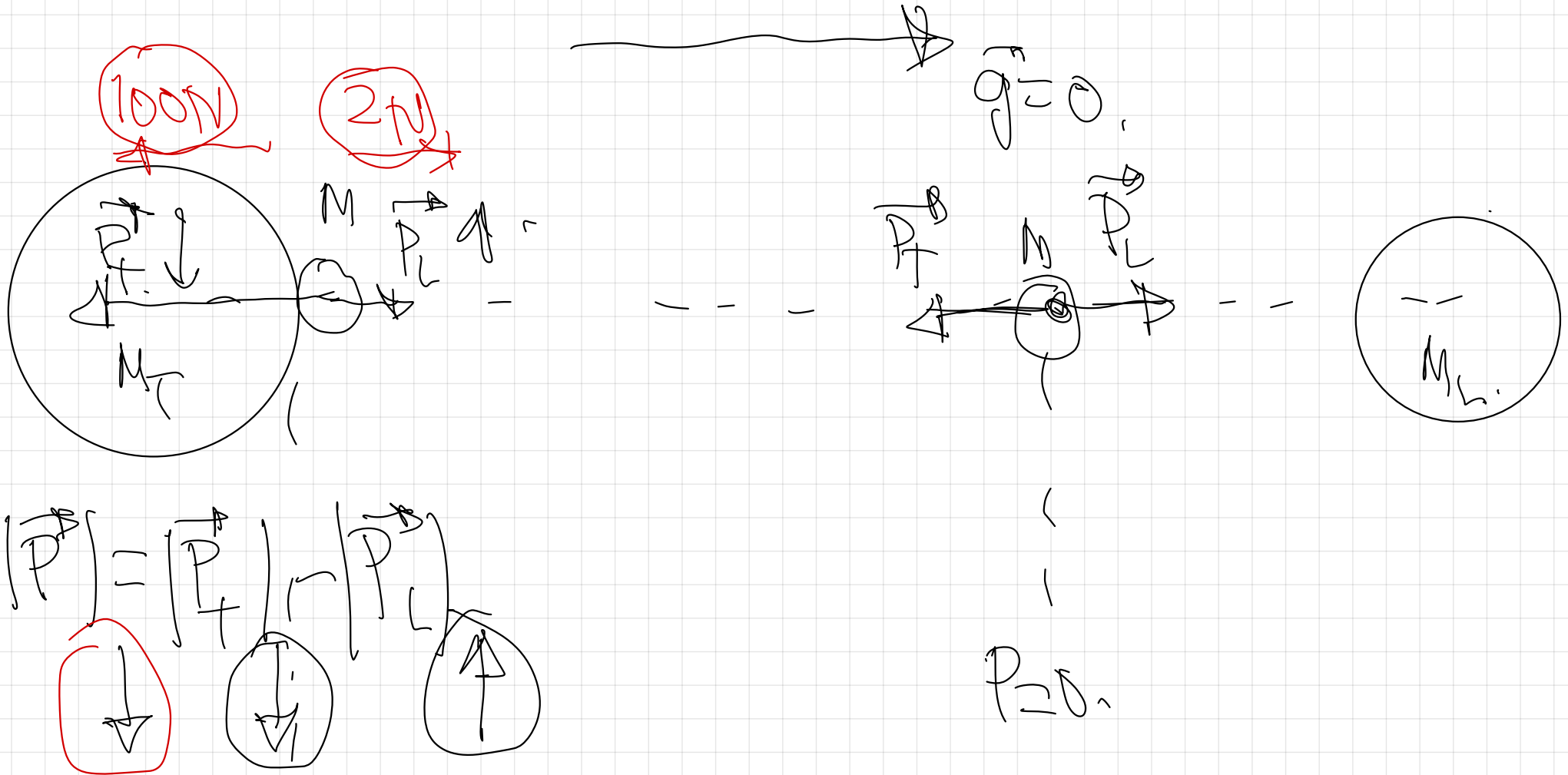
$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ Kg , $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$Kg. Distancia Tierra-Luna (centro a centro) es de $3{,}84 \cdot 10^8$ m



$$G \cdot \frac{M_T}{r_T^2} = G \cdot \frac{M_L}{(3{,}84 \cdot 10^8 - r_T)^2}$$

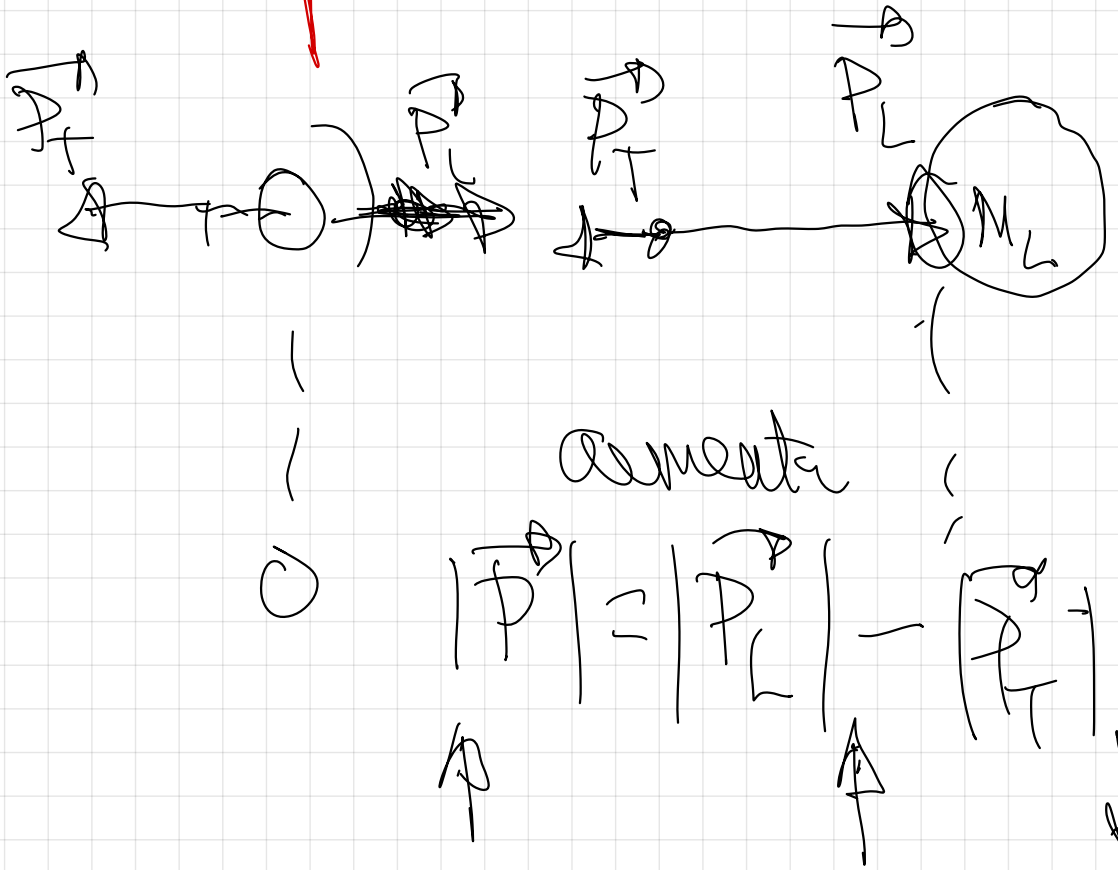
$$\sqrt{\frac{M_T}{M_L}} = \sqrt{\frac{r_T^2}{(3{,}84 - r_T)^2}}$$

23.- Describir cualitativamente el cambio de peso que sufre una nave espacial de masa m en un viaje de la Tierra a la Luna. Suponer que la Tierra y la Luna se encuentran en reposo y que la nave se mueve según la dirección que une sus centros.



P_{max}

P_T tende a zero

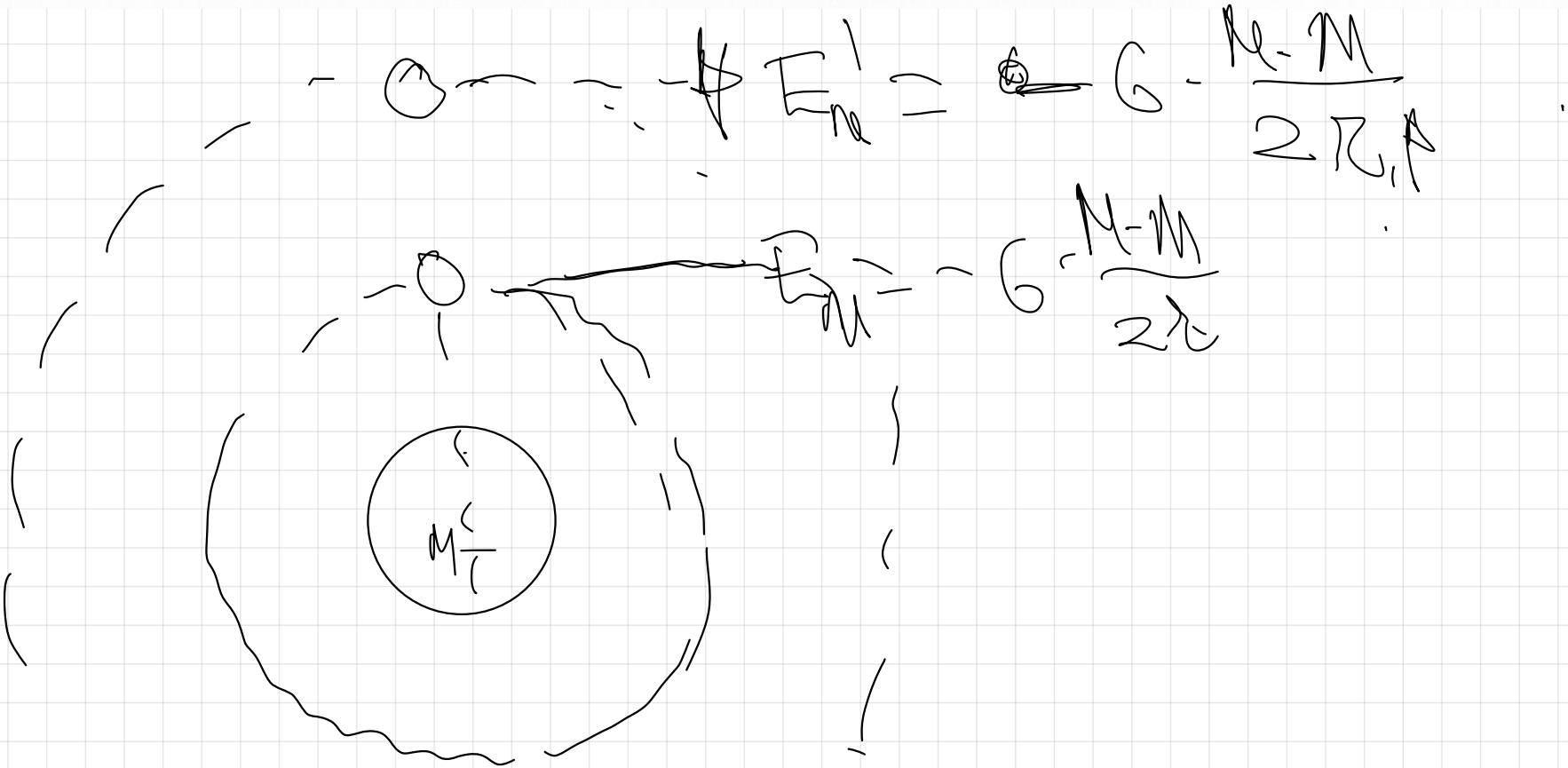


130 (99-R) Un satélite se encuentra a una altura de 600 Km sobre la superficie de la Tierra, describiendo una órbita circular.

a) Calcule el tiempo que tarda en dar una vuelta completa, razonando la estrategia seguida para dicho cálculo.

b) Si la velocidad orbital disminuyera, explique si el satélite se acercaría o se alejaría de la Tierra, e indique que variaciones experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.

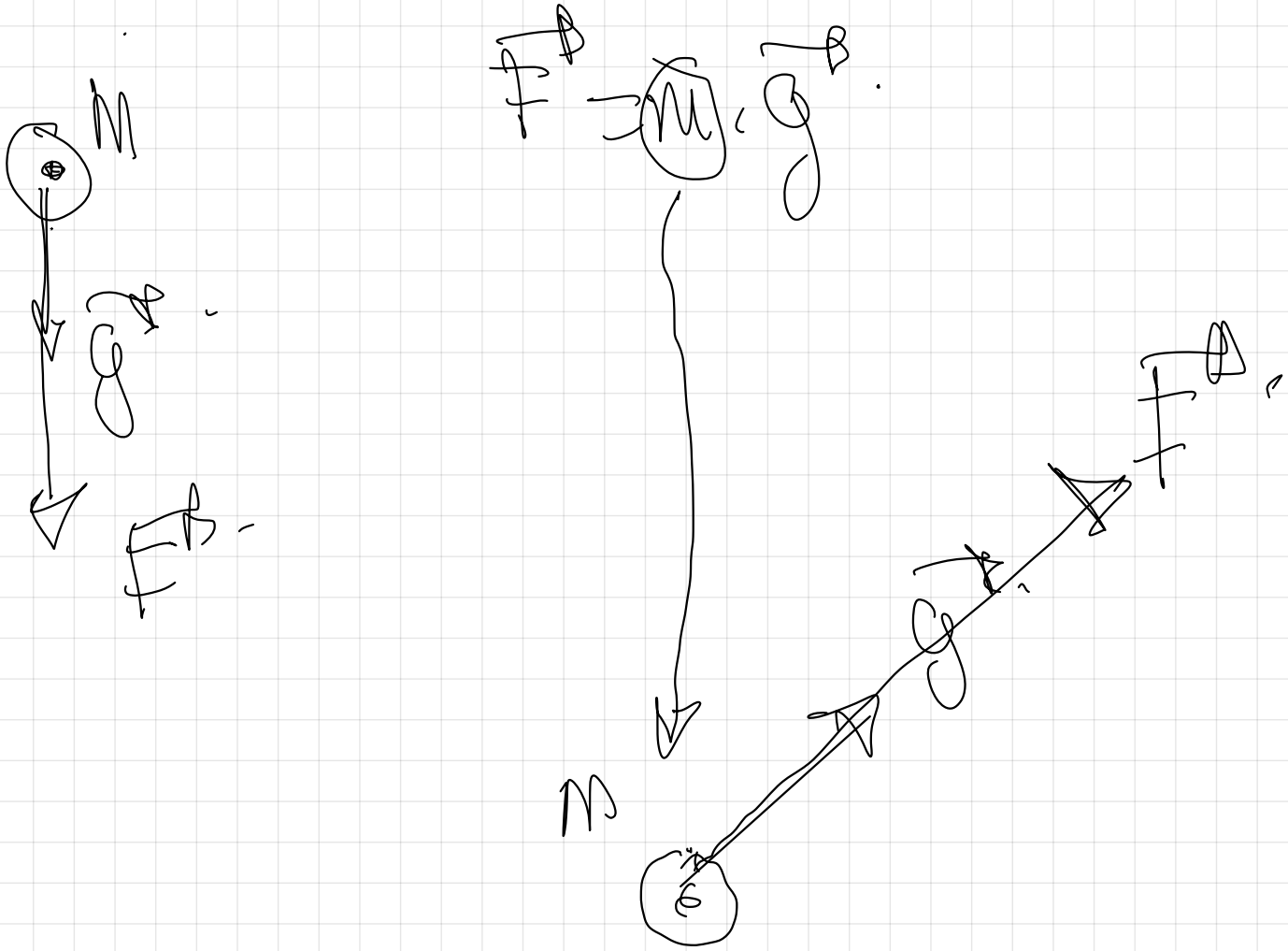
$G = 6{,}67\times10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$ $M_T = 6 \times 10^{24}$ kg. $R_T = 6400$ km.

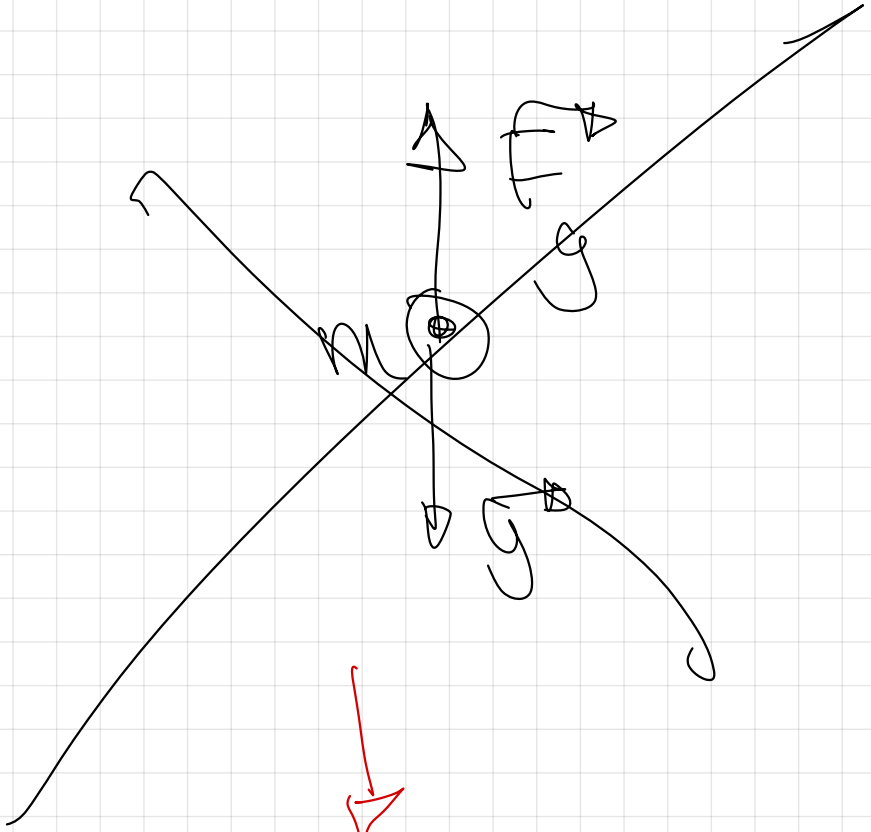


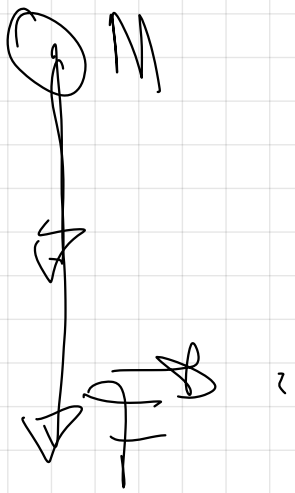
$$\uparrow E_m = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2R_p}$$

$$\uparrow E_p = -G \frac{M \cdot m}{R_p}$$

$$\downarrow E_k = \frac{1}{2} m (v^2) \downarrow$$



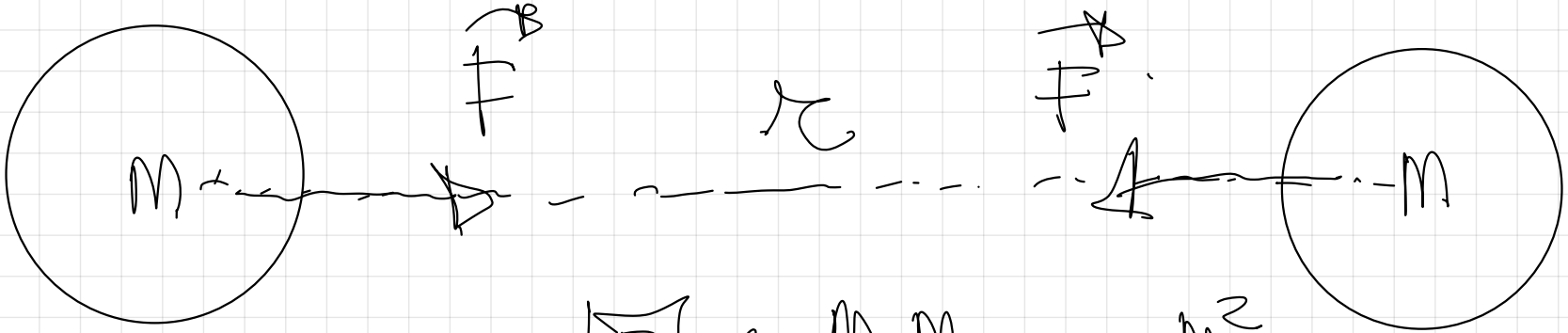




$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

puntuales.

b) Dos partículas puntuales de masa m están separadas una distancia r. Al cabo de un cierto tiempo la masa de la primera se ha reducido a la mitad y la de la segunda a la octava parte. Para que la fuerza de atracción entre ellas tenga igual valor que el inicial, ¿es necesario acercarlas o alejarlas? Razone la respuesta.



$$F = G \cdot \frac{M \cdot M}{r^2} = G \cdot \frac{M^2}{r^2}$$



$$F = G \cdot \frac{\frac{M}{2} \cdot \frac{M}{8}}{r^2} \; ?$$

Para que la fuerza sea igual

$$\cancel{G}\frac{\cancel{M}\cancel{m}}{r^2} = \cancel{G}\frac{\frac{\cancel{M}}{2}\cdot\frac{\cancel{m}}{8}}{r'^2}$$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1/16}{r'^2}$$

$$r'^2 = \frac{1}{16}r^2$$

$$\sqrt{r'^2} = \sqrt{\frac{1}{16}r^2}$$

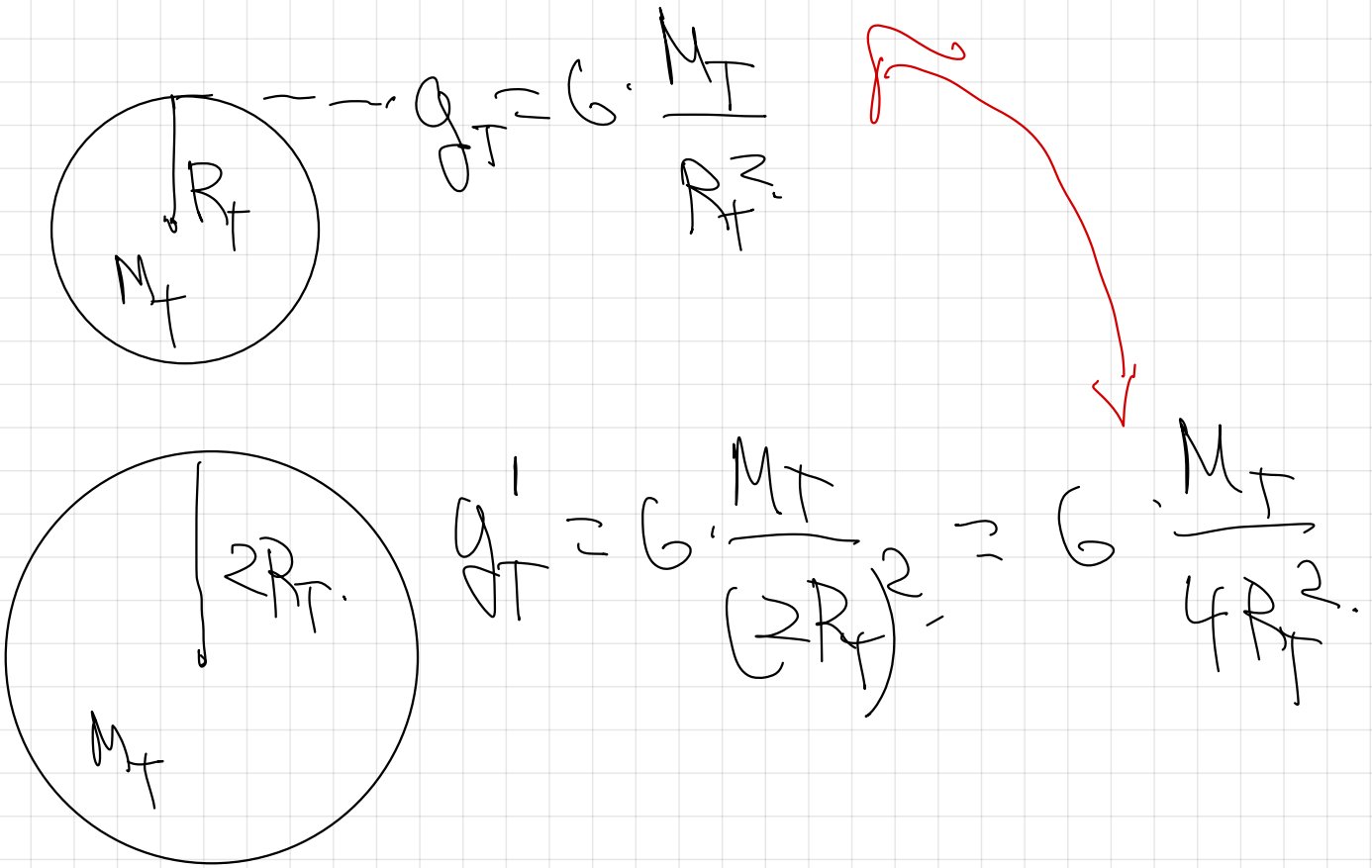
$$\boxed{r' = \frac{1}{4}r}$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = G \frac{M^2}{r^2}$$

$$F = G \cdot \frac{\frac{m}{2} \cdot \frac{m}{8}}{\left(\frac{1}{4} r\right)^2} = G \cdot \frac{\frac{m^2}{16}}{\frac{1}{16} r^2} = G \cdot \frac{m^2}{r^2}$$

04 (14-R) a) Enuncie la ley de gravitación universal y comente el significado físico de las magnitudes que intervienen en ella.

b) Suponga que el planeta Tierra duplicase su radio. ¿En qué factor debería variar su masa para que el campo gravitatorio en su superficie se mantuviera constante? Razone la respuesta.



$g_T = g_T'$ → Nos piden que el campo gravitatorio sea igual.

$G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = G \cdot \frac{M_T'}{4R_T^2}$ → también preguntan como tendría que cambiar la masa para que se cumpla esa condición

$M_T' = 4 M_T$ → La masa de la Tierra tendría que ser 4 veces mayor para que g fuese la misma

CAMPO GRAVITATORIO

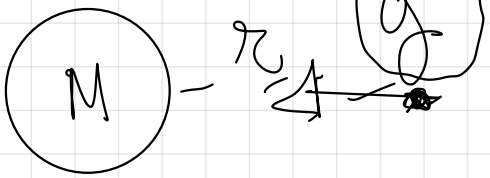
Magnitudes vectoriales

$\vec{F}$ (N) Fuerza

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$\vec{g}$ $\left(\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2}\right)$ Campo gravitatorio

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$



$$g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

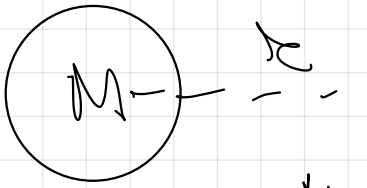
Magnitudes escalares

E_p (J) Energía potencial

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

V $\left(\frac{J}{kg}\right)$ Potencial gravitatorio

$$V = \frac{E_p}{m}$$



$$V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}{m} = -G\frac{M}{r}$$

$$E_p = m \cdot V$$

Trabajo

$-\Delta E = W_{A \to B} = \Delta E_{P_{A \to B}}$

Trabajo (J)

$W_{A \to B} = -\Delta E_{P_{A \to B}}$

$W_{A \to B} = -(E_{P_B} - E_{P_A})$

$W_{A \to B} = E_{P_A} - E_{P_B}$

$E_p = m \cdot V$ $\quad W_{A \to B} = m \cdot V_A - m \cdot V_B$

$$W_{A \to B} = m(v_A - v_B)$$

$W_{A \to B} > 0$ Expansão

$W_{A \to B} < 0$ Não Espontâneo

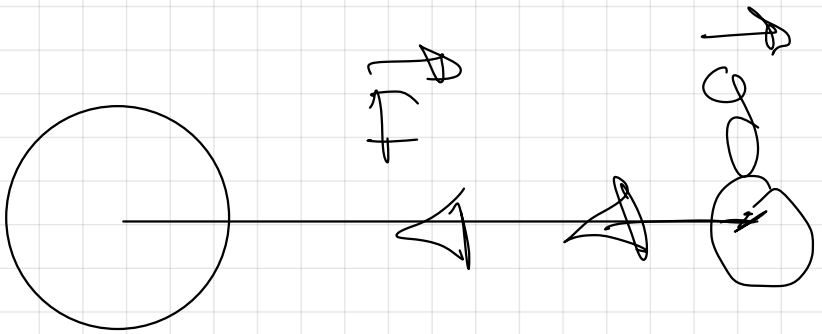
Principio de superposición.

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$$

$$\vec{g} = \sum \vec{g}_i$$

$$E_p = \sum E_{pi}$$

$$V = \sum V_i$$

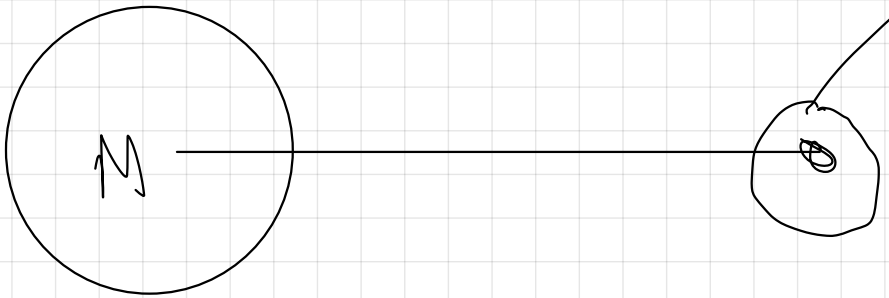


$g = 5 \frac{N}{kg}$.

$m = 2kg$, $F = m \cdot g$

$F = 2kg \cdot 5 \frac{N}{kg}$

$= 10N$.



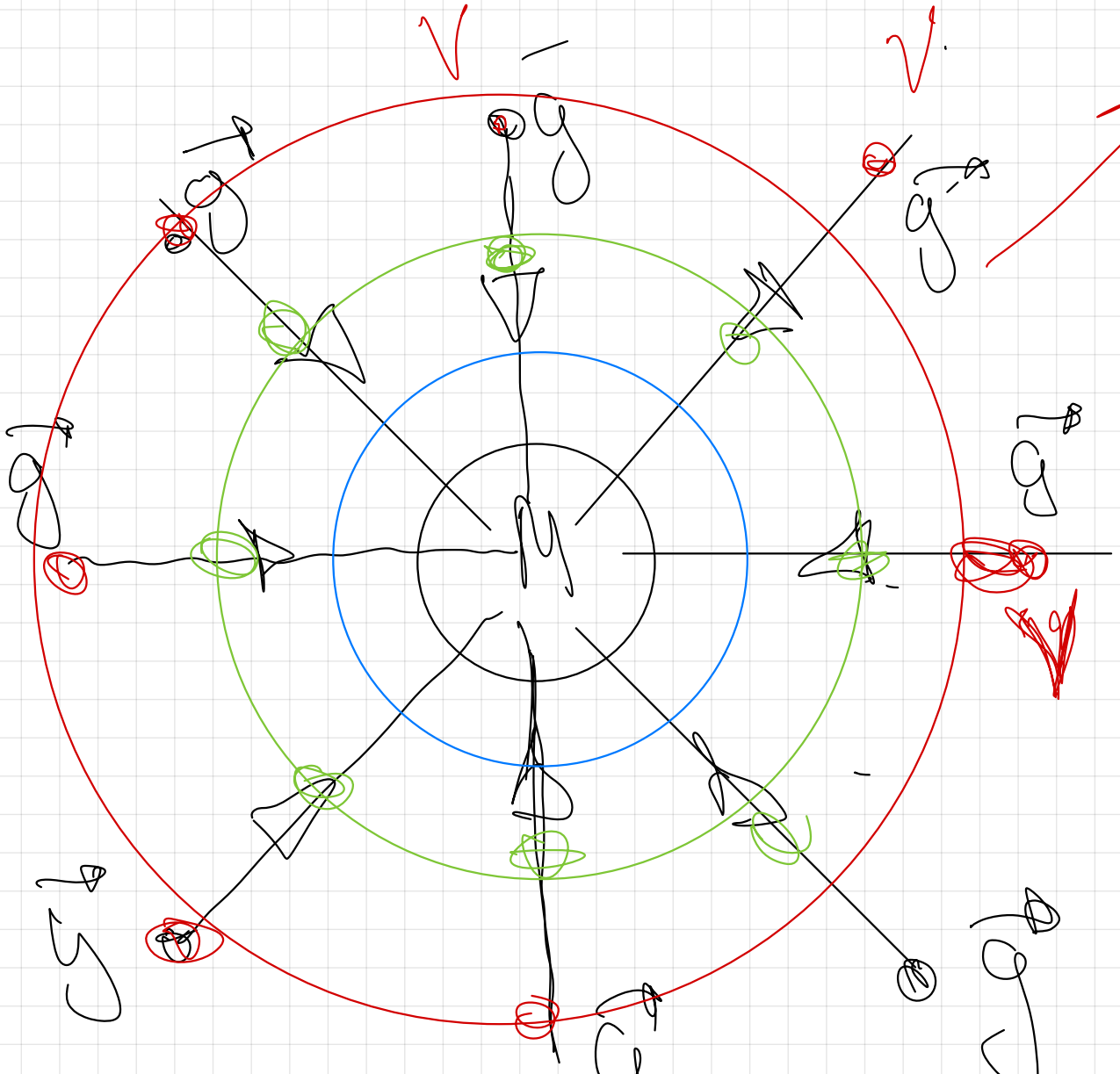
$V = -4 \frac{J}{kg}$.

$m = 2kg$.

$E_p = m \cdot V$.

$E_p = 2\cancel{kg} \cdot \left(-4 \frac{J}{\cancel{kg}}\right)$

$E_p = -8J$.



Superficie equipotencial

líneas de campo.

$$V = \frac{E_p}{m} = -G\frac{M-m}{r} \rightsquigarrow -G\frac{M}{r}$$

Líneas de campo $\perp$ a las superficies equipotenciales.

16.- Dos masas puntuales m_1= 9 Kg y m_2= 9 Kg se sitúan en los puntos (0,0) m y (4,0) m.

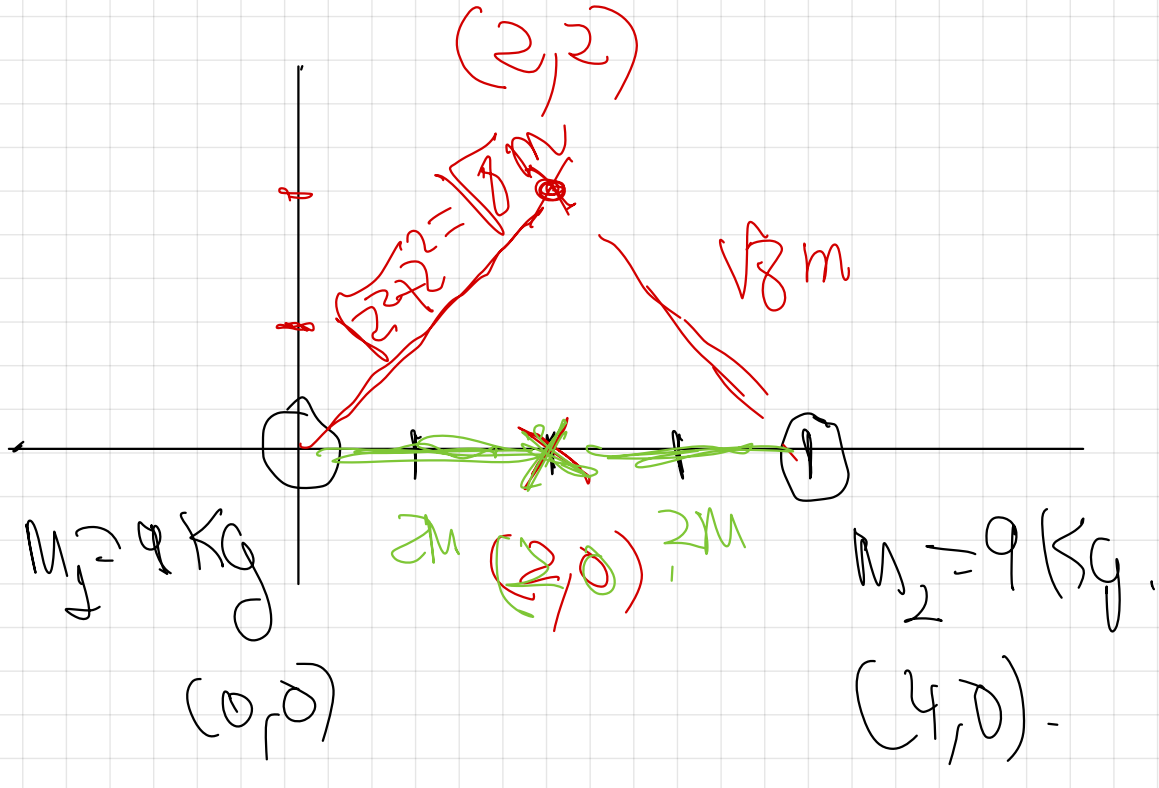
a) Calcular el campo gravitatorio en los puntos (2,0)m y (9,0)m

b) Calcular el potencial gravitatorio en los puntos (2,0)m y (2,2)m

c) Calcular la Energía potencial gravitatoria si situamos una masa de $2 \cdot 10^{-3}$ Kg en el punto (2,2)m

d) Calcular el trabajo realizado al desplazarse la masa m= $2 \cdot 10^{-3}$ Kg desde el punto (2,2)m hasta el punto (2,0)m.

G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m^2 · Kg^{-2}



Principio de superposición.

$$V_{(2,2)m} = V_{1(2,2)m} + V_{2(2,2)m}.$$

$$V_{(2,2)m} = -6 \cdot \frac{m_1}{r_1} + \left(-6 \frac{m_2}{r_2}\right)$$

$$V_{(2,2)m} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{\sqrt{8}} - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{\sqrt{8}}.$$

$$V_{(2,2)m} = -4'24 \cdot 10^{-10} \frac{J}{Kg}.$$

Principio de superposición:

$$V_{(2,0)M} = V_{1(2,0)M} + V_{2(2,0)M}$$

$$V_{(2,0)M} = -G \cdot \frac{M_1}{r_1} + \left(-G \cdot \frac{M_2}{r_2}\right)$$

$$V_{(2,0)M} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{2} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{2}$$

$$V_{(2,0)M} = -6 \cdot 10^{-10}\ J/kg$$

16.- Dos masas puntuales m_1= 9 Kg y m_2= 9 Kg se sitúan en los puntos (0,0) m y (4,0) m.

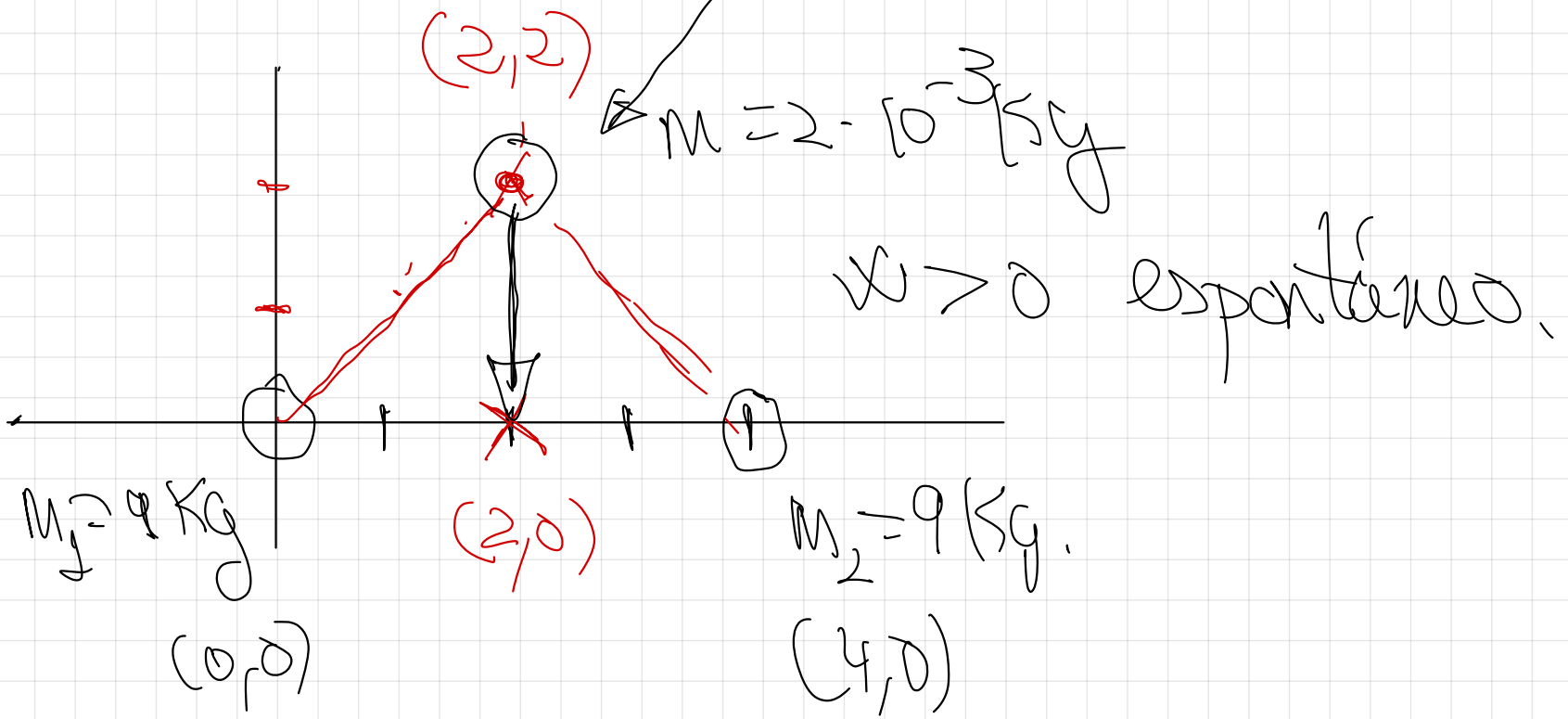
a) Calcular el campo gravitatorio en los puntos (2,0)m y (9,0)m

b) Calcular el potencial gravitatorio en los puntos (2,0)m y (2,2)m

c) Calcular la Energía potencial gravitatoria si situamos una masa de $2 \cdot 10^{-3}$ Kg en el punto (2,2)m

d) Calcular el trabajo realizado al desplazarse la masa m= $2 \cdot 10^{-3}$ Kg desde el punto (2,2)m hasta el punto (2,0)m.

G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· $m^2 \cdot Kg^{-2}$



$$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$$

$$W_{(2,2) \to (2,0)} = m \cdot \left(V_{(2,2)} - V_{(2,0)}\right)$$

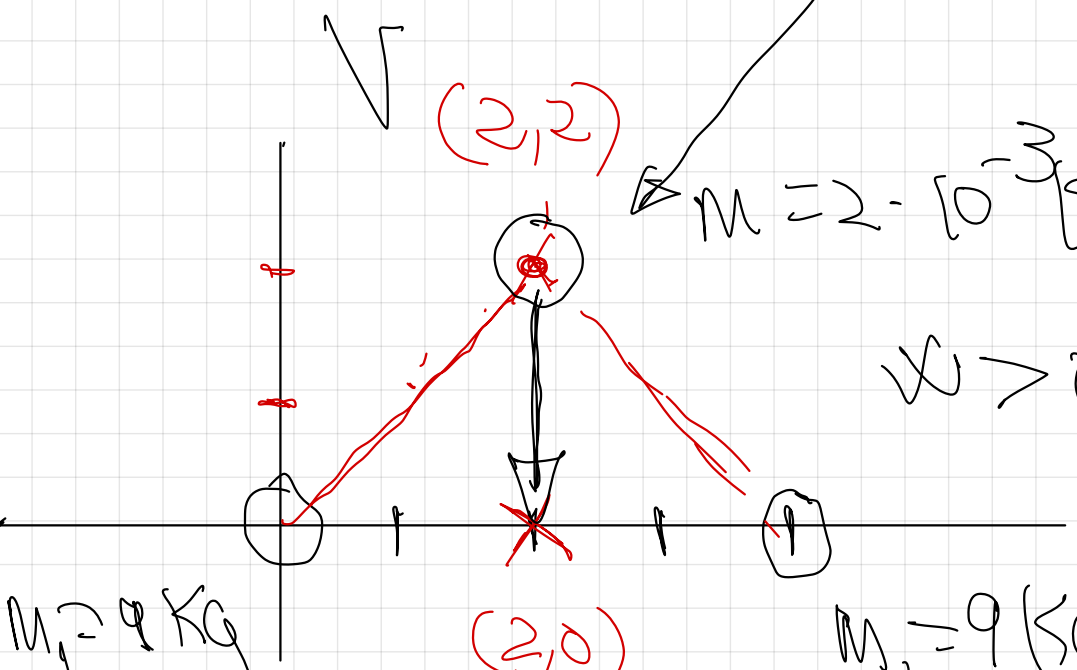
$$W_{(2,2) \to (2,0)} = 2 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot \left(-4{,}24 \cdot 10^{-10}\,\frac{\text{J}}{\text{kg}} - \left(-6 \cdot 10^{-10}\,\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)\right)$$

$$W_{(2,2) \to (2,0)} = 3{,}52 \cdot 10^{-13}\,\text{J}$$

Apartado c).

$E_p = m \cdot V_{(2,2)m}$

$E_{p(2,2)m}$



$m = 2 \cdot 10^{-3}\,kg$

$W > 0$ espontáneo.

$E_{p(2,2)m} = m \cdot V_{(2,2)m}$

$E_{p(2,2)m} = 2 \cdot 10^{-3}\,kg \left(-4{,}24 \cdot 10^{-10}\,\frac{J}{kg}\right)$

$E_{p(2,2)m} = -8{,}48 \cdot 10^{-13}\,J$.

otra forma,

Principio de superposición aplicado a la energía potencial.

$$E_p = \sum E_{pi}$$

$$E_p = -6 \cdot \frac{M_1 \cdot M}{r} + \left(-6 \cdot \frac{M_2 \cdot M}{r}\right)$$

$$E_p = -8'48 \cdot 10^{-13}\ J$$

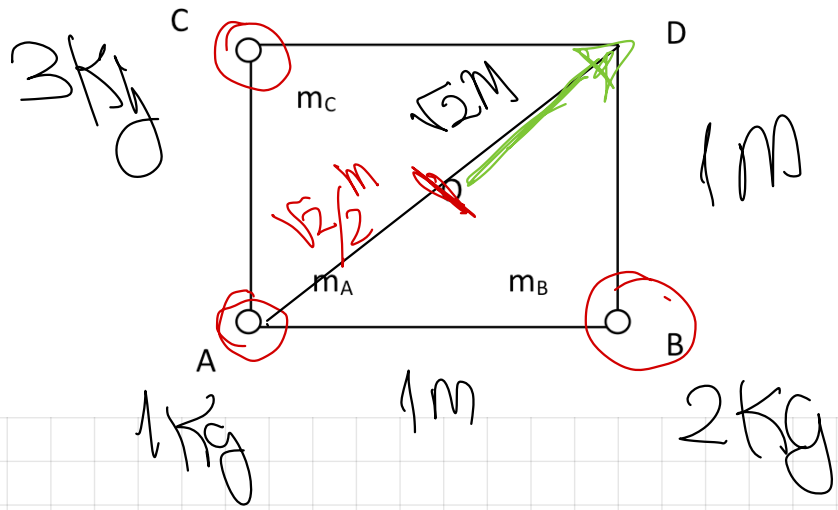
17.- Dadas tres masas puntuales de valores m_a=1Kg , m_b=2Kg, m_c=3Kg situadas en los tres vértices A,B y C de un cuadrado de lado l=1m.

a) Calcular el potencial gravitatorio en el centro del cuadrado O y en el cuarto vértice D.

b) Calcular la Energía potencial gravitatoria de una hipotética masa m= 10^{-4} Kg en caso de que estuviese situada en el punto O y en caso de que estuviese situada en el punto D.

c) Calcular el trabajo necesario para desplazar la masa m= 10^{-4} Kg desde el punto O hasta el punto D.

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}



3Kg 1m $V = -G\frac{M}{R}$

$\sqrt{2}$m $\sqrt{2}/2$ m

1Kg 1m 2Kg

$V_O = V_A + V_B + V_C$

$V_O = -G\cdot\frac{M_A}{R_A} + \left(-G\frac{M_B}{R_B}\right) + \left(-G\frac{M_C}{R_C}\right)$

$$V_0 = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}/2} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}/2} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}/2}$$

$$\boxed{V_0 = -5{,}66 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}}$$

$$V_D = V_A' + V_B' + V_C'$$

$$V_D = -G \cdot \frac{M_A}{r_A} + \left(-G \frac{M_B}{r_B}\right) + \left(-G \cdot \frac{M_B}{r_C}\right)$$

$$V_D = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{1} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{1}$$

$$\boxed{V_p = -3{,}81 \cdot 10^{-10}\ J/kg.}$$

b) Se podría hacer aplicando el principio de superposición a la E_p, pero sería mas largo

$$E_{p_O} = E_{p_{A,M}} + E_{p_{B,M}} + E_{p_{C,M}} = -G\cdot\frac{m_A\cdot M}{r_A} - G\frac{m_B\cdot M}{r_B} - G\frac{m_C\cdot M}{r_C}$$

$$E_{c_B} = E'_{p_{A,M}} + E'_{p_{B,M}} + E'_{p_{C,M}} = -G\cdot\frac{m_A M}{r'_A} - G\frac{m_B M}{r'_B} - G\frac{m_C M}{r'_C}$$

b) Sabiendo los potenciales gravitatorios en cada punto es mas corto hacerlo de la siguiente forma.

$$V = \frac{E_p}{m} \Rightarrow E_p = m\cdot V.$$

$$E_{p_O} = m\cdot V_O = 2\cdot 10^{-3}\,\text{kg}\cdot\left(-5'56\cdot 10^{-10}\,\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)$$

$$\boxed{E_{p_0} = -5{,}56 \cdot 10^{-13}\ J.}$$

$$E_{p_D} = m \cdot V_D = 10^{-3}\,kg \cdot \left(-3{,}81 \cdot 10^{8}\ \frac{J}{kg}\right)$$

$$\boxed{E_{p_D} = -3{,}81 \cdot 10^{-13}\ J.}$$

c) $W = -\Delta E_p$

$$W_{0 \to D} = -\left(E_{p_D} - E_{p_0}\right)$$

$$W_{0 \to D} = E_{p_0} - E_{p_D}$$

$$W_{O \to D} = m \cdot V_O - m \cdot V_D$$

$$W_{O \to D} = m \cdot (V_O - V_D) =$$

$$= 10^{-3}\,kg \left(-5'56 \cdot 10^{-10}\,J/kg - \left(-3'81 \cdot 10^{-10}\,J/kg \right) \right)$$

$$= -1'85 \cdot 10^{-14}\,J.$$

$W < 0 \Rightarrow$ No espontánea

La fuerza gravitatoria no alejaría espontáneamente la masa m de las otras tres

$$W = -\Delta E_p$$

$$-1'85 \cdot 10^{-11} J = -\Delta E_p$$

$$\boxed{\Delta E_p = 1'85 \cdot 10^{-11} J}$$

↓

Sería necesaria la actuación de una fuerza externa al campo para realizar ese desplazamiento e incrementar la E_p gravitatoria en $1'85 \cdot 10^{-11} J$

pag 33, para mañana.

$3{,}84 \cdot 10^{8}$ m

57.- Sean dos masas puntuales m_1=10 Kg situada en (0,0) m y m_2= 5 Kg situada en (2,4)m

a) Calcular el campo gravitatorio en (0,4)m

b) Calcular el potencial gravitatorio (1,2)m y en (0,4)m

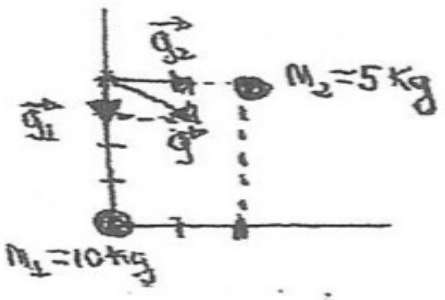
c) Calcular la energía potencial gravitatoria de una masa de 0,2 Kg en (1,2)m y en (0,4)m

d) Calcular el trabajo para desplazar la masa de 0,2 kg desde (1,2)m hasta (0,4)m

e) Calcular la fuerza que experimentaría una masa de 0,2 Kg si estuviese situada en (2,0) m

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

57 a) $\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2}$ (Principio de superposición) Campo gravitatorio es la intensidad del campo gravitatorio $\vec{g}$



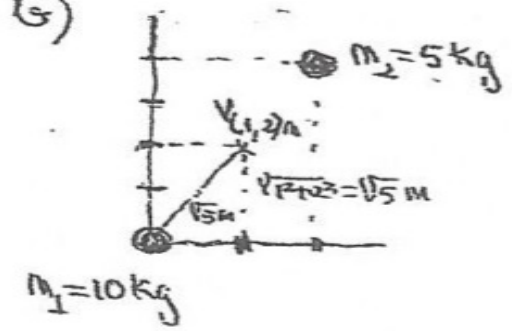
$g_1 = G \cdot \frac{m_1}{r_1^2} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{10}{4^2} = 4'17\cdot10^{-11}\,\frac{m}{s^2}$ | $g_2 = G\cdot\frac{m_2}{r_2^2} = 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5}{2^2} = 8'34\cdot10^{-11}\,\frac{m}{s^2}$

$\vec{g_1} = -4'17\cdot10^{-11}\vec{j}\ \left(\frac{m}{s^2}\right)$ (vertical hacia abajo) | $\vec{g_2} = 8'34\cdot10^{-11}\vec{i}\ \left(\frac{m}{s^2}\right)$

$\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2} = 8'34\cdot10^{-11}\vec{i} - 4'17\cdot10^{-11}\vec{j}\ \left(\frac{N}{s^2}\right)$

$g = \sqrt{(8'34\cdot10^{-11})^2 + (-4'17\cdot10^{-11})^2} = \sqrt{8'69\cdot10^{-21}} = 9'32\cdot10^{-11}\,\frac{N}{s^2}$

b)

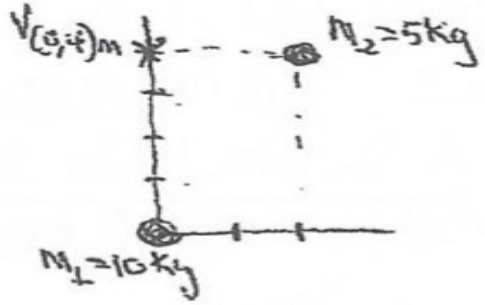


$V_{(1,2)m} = V_1 + V_2$ (Principio de superposición)

$V_{(1,2)m} = -G\cdot\frac{m_1}{r_1} + \left(-G\cdot\frac{m_2}{r_2}\right)$

$V_{(1,2)m} = -6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{10}{\sqrt{5}} - 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5}{\sqrt{5}}$

$V_{(1,2)m} = -4'47\cdot10^{-10}\,\frac{J}{kg}$



$V_{(0,4)m} = V_1 + V_2$ (Principio de superposición)

$V_{(0,4)m} = -G\cdot\frac{m_1}{r_1} + \left(-G\cdot\frac{m_2}{r_2}\right)$

$V_{(0,4)m} = -6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{10}{4} - 6'67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5}{2}$

$V_{(0,4)m} = -3'34\cdot10^{-10}\,\frac{J}{kg}$

c) $V = \frac{E_p}{m} \Rightarrow E_p = m\cdot V$

$E_{p(1,2)m} = m\,V_{(1,2)m} = 0'2\,kg\cdot\left(-4'47\cdot10^{-10}\,\frac{J}{kg}\right) = -8'94\cdot10^{-11}\,J$

$E_{p(0,4)m} = m\cdot V_{(0,4)m} = 0'2\,kg\cdot\left(-3'34\cdot10^{-10}\,\frac{J}{kg}\right) = -6'68\cdot10^{-11}\,J$

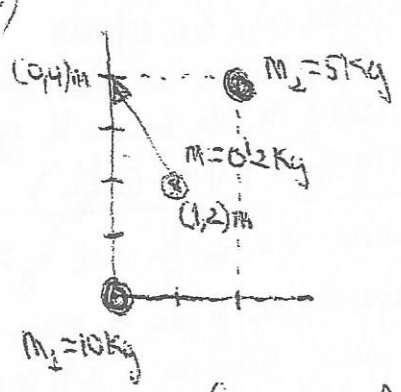
(7) El apartado c) también se podría haber hecho aplicando el principio de superposición a la energía potencial en cada uno de los puntos

continuación :

$$E_{P(1,2)_M} = E_{P_{1(1,2)_M}} + E_{P_{2(1,2)_M}}$$

$$E_{P(0,4)_N} = E_{P_{1(0,4)_N}} + E_{P_{2(0,4)_N}}$$

d)



masa que se traslada

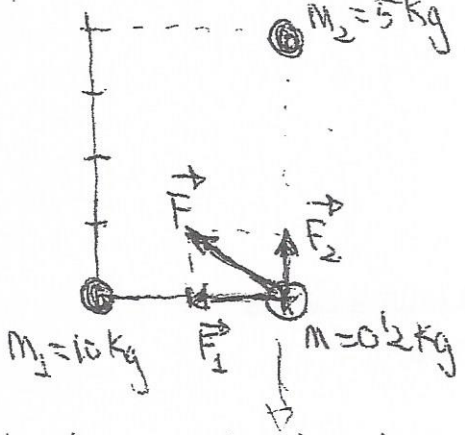
$$W_{(1,2)_M \to (0,4)_M} = m \cdot \left(V_{(1,2)_M} - V_{(0,4)_M}\right)$$

$$W_{(1,2)_M \to (0,4)_M} = 0'2 \cdot \left(-4'47 \cdot 10^{-10} - \left(-3'34 \cdot 10^{-10}\right)\right)$$

$$W_{(1,2)_M \to (0,4)_M} = \ominus 2'26 \cdot 10^{-11}\ J$$

Como era de esperar, al alejar la masa $m = 0'2$ kg de las otras dos, no nos saldrá un trabajo positivo o espontáneo, es decir, que espontáneamente las fuerzas del campo gravitatorio no alejarán la masa $m = 2$ kg de las otras dos, por ello será necesaria una fuerza externa que realice un trabajo externo de $2'26 \cdot 10^{-11}$ J que pasará a incrementar la Ep gravitatoria en $2'26 \cdot 10^{-11}$ J (podría comprobarse con los resultados de c)).
Si el trabajo hubiera sido espontáneo, como por ejemplo en el desplazamiento al contrario que éste, habría sido la fuerza gravitatoria la que lo hubiese hecho haciendo disminuir la Ep gravitatoria.

e)



$$F_1 = G \cdot \frac{M_1 \cdot M}{r_1^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10 \cdot 0'2}{2^2} = 3'33 \cdot 10^{-11}\ N$$

$$\vec{F}_1 = -3'33 \cdot 10^{-11} \vec{i}\ (N)$$

$$F_2 = G \cdot \frac{M_2 \cdot M}{r_2^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5 \cdot 0'2}{4^2} = 4'17 \cdot 10^{-12}\ N$$

$$\vec{F}_2 = 4'17 \cdot 10^{-12} \vec{j}\ (N)$$

Otra forma de hacerlo sería calcular el campo gravitatorio $\vec{g}$ en ese pto y luego multiplicarlo por la masa m

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

Nos saldría el mismo vector $\vec{F}$ y calcularíamos su módulo

Principio de superposición $\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$$\vec{F} = -3'33 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 4'17 \cdot 10^{-12} \vec{j}\ (N)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(-3'33 \cdot 10^{-11})^2 + (4'17 \cdot 10^{-12})^2} = 3'34 \cdot 10^{-11}\ N$$

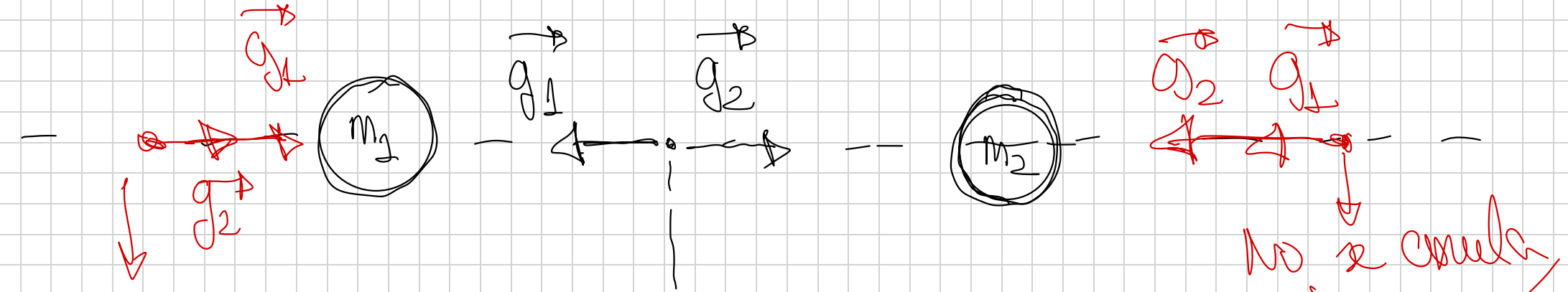
24.- Si tenemos dos masas puntuales y de igual valor separadas por una distancia d

a)¿Existe algún punto en donde el campo gravitatorio sea nulo?. En caso afirmativo, indica dónde

b) ¿Existe algún punto en donde el potencial gravitatorio sea nulo?. En caso afirmativo, indica dónde

$m_1 = m_2$

$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$



No se anula

mismo sentido

Principio de superposición

$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 0$ → Mismo módulo $|\vec{g}_1| = |\vec{g}_2|$

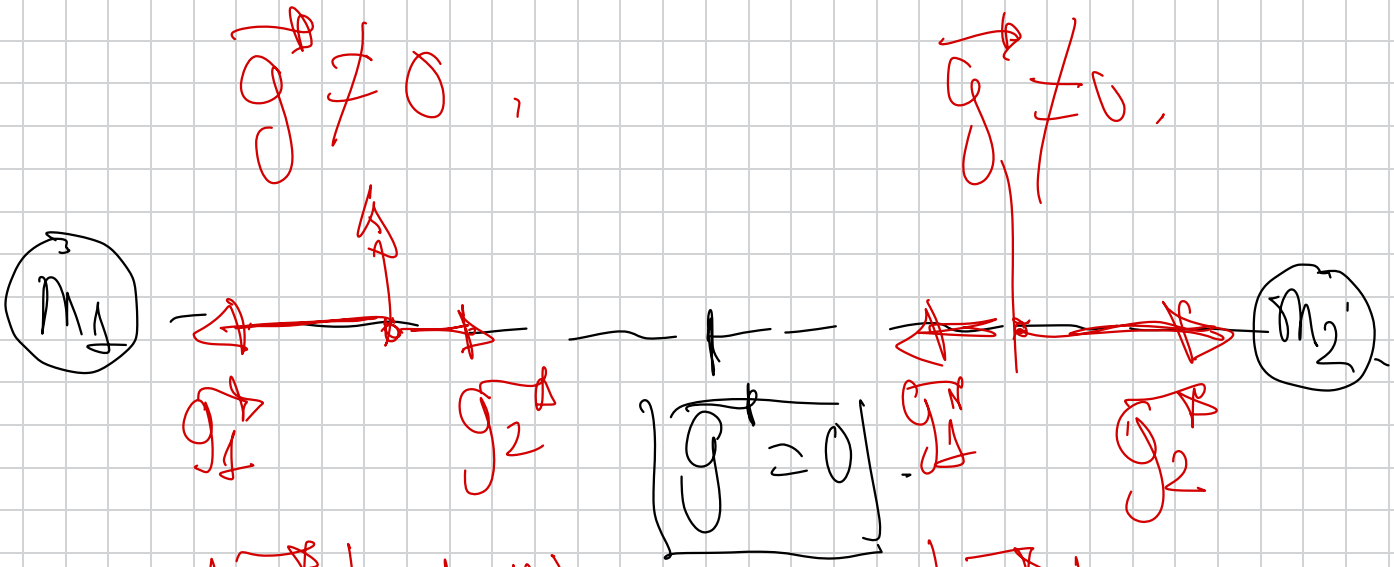
Misma dirección

Sentido contrario

No se anula

mismo sentido

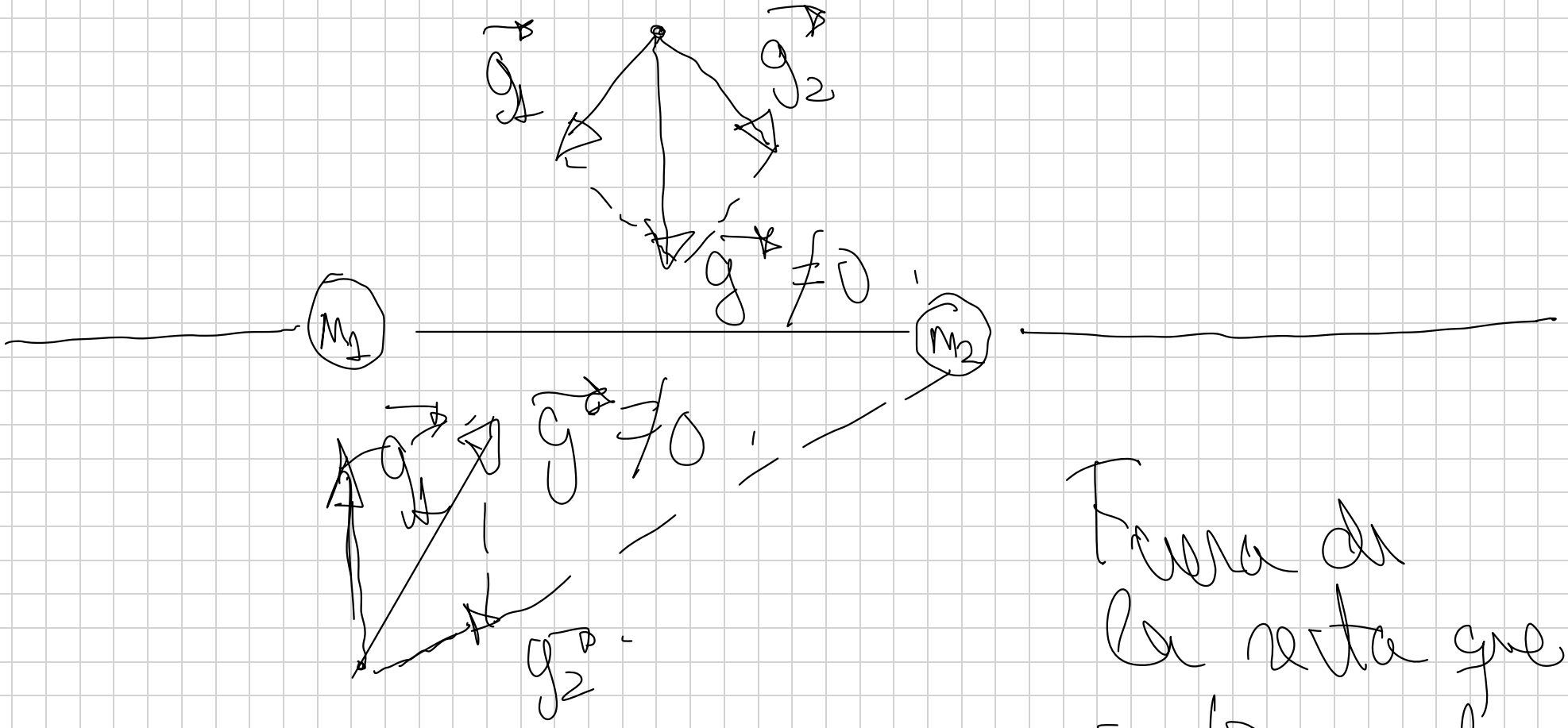
$\vec{g} \neq 0$



$\vec{g} \neq 0$.

$|\vec{g}_1| > |\vec{g}_2|$

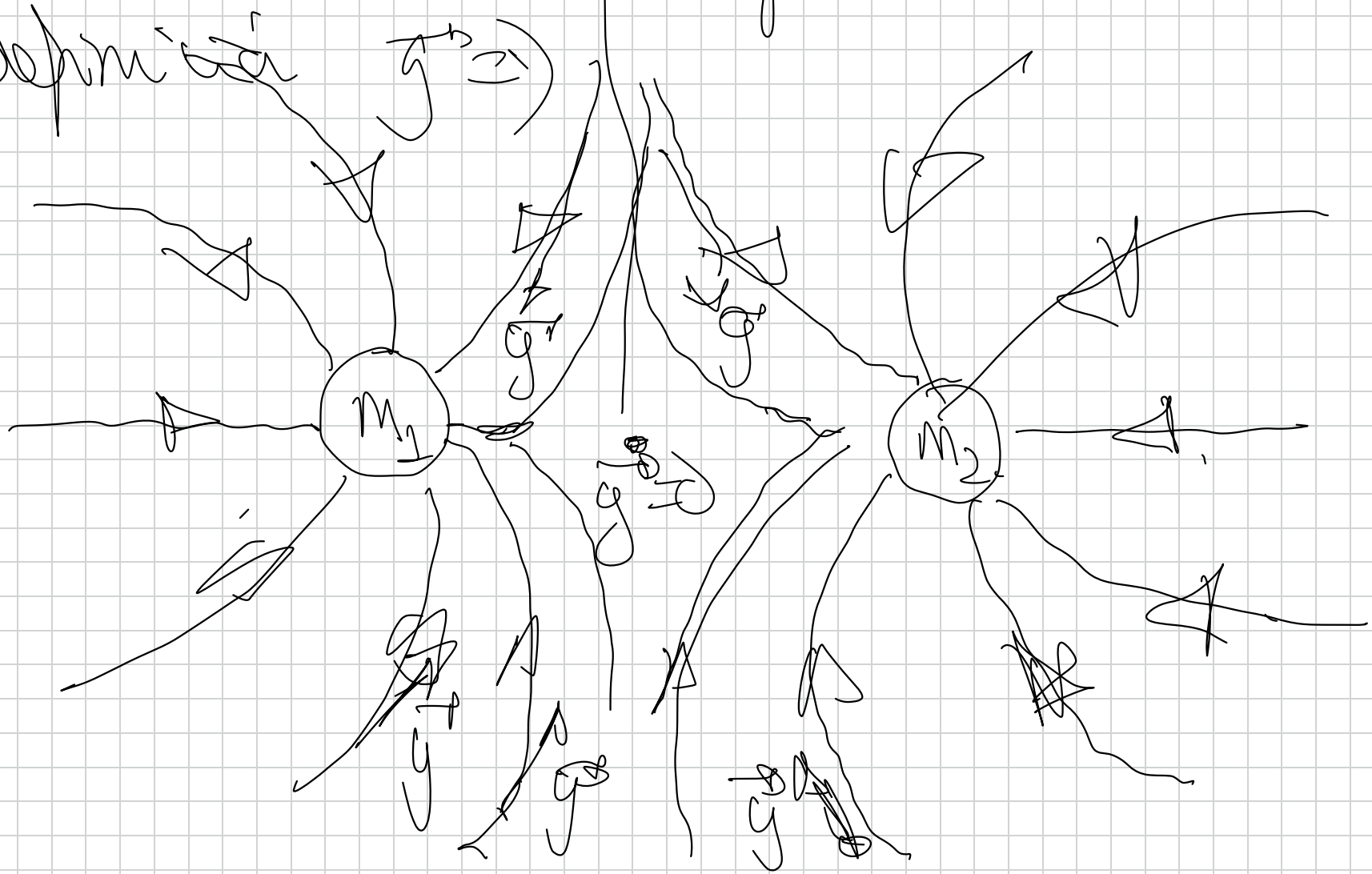
$|\vec{g}_2| > |\vec{g}_1|$.



Fuera de la recta que contiene a los masas $\vec{g} \neq 0$ ya

Solo se anula en este pto. (solo en el eje por definición $\vec{r}=\vec{0}$)

que $\vec{q}_1$ y $\vec{q}_2$ posean distinta dirección.



b) No se anula en ningún pto, salvo en el ∞ donde V por definición es nula



Principio de superposición

$$V = V_1 + V_2 .$$

$$V = -G\frac{m_1}{r_1} - G\frac{m_2}{r_2} \neq 0 .$$

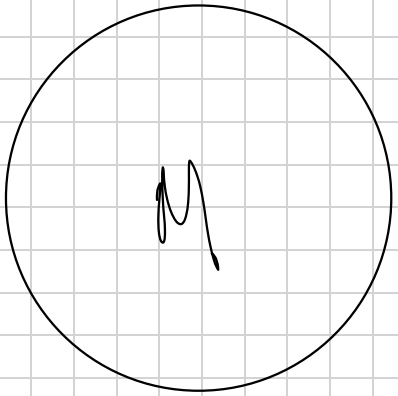
pag 31.

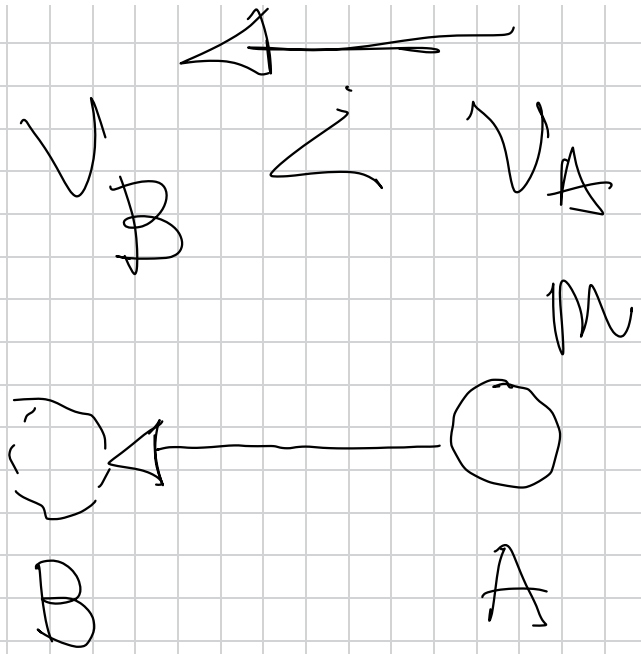
43.- Una partícula de masa m se mueve desde un punto A hasta un punto B bajo la acción de un campo gravitatorio creado por una masa M, hacia la que se acerca

a) Indicar cuál de los dos puntos estará a un menor potencial gravitatorio

b) Indicar cómo variarán sus energías potencial, cinética y mecánica al pasar desde A hasta B

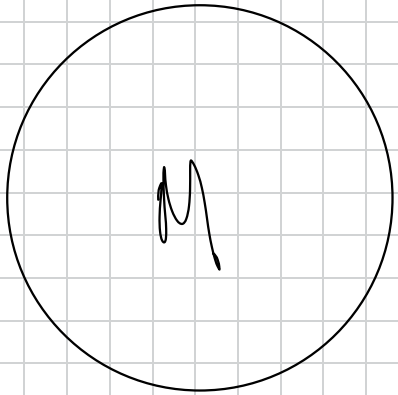
a)

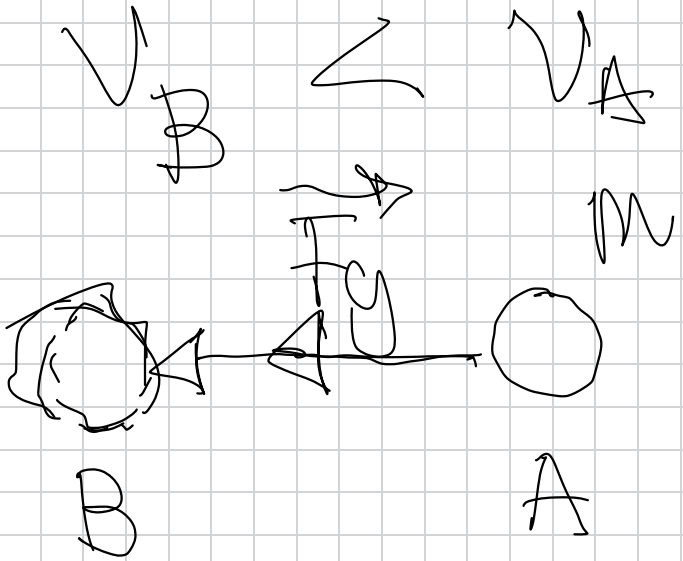




$$V = -G \cdot \frac{M}{r} \qquad r_A > r_B \rightarrow \boxed{V_A > V_B}$$

menos negativo





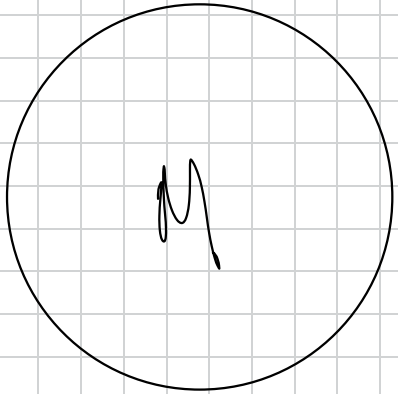
$$W_{A \to B} = m \left[(V_A - V_B) \right] > 0$$

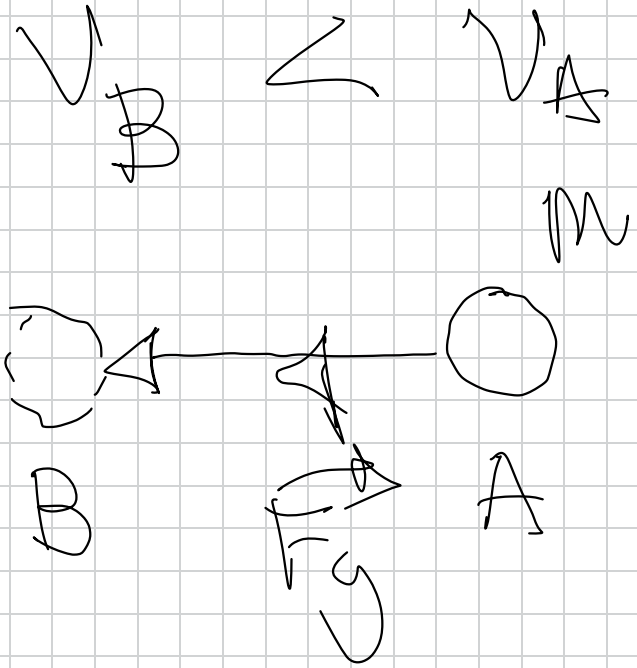
$$V_A - V_B \geq 0$$

$$\boxed{V_A > V_B}$$

Aerien ley
movimiento espontáneo

b)





$$E_m = E_p + E_c.$$

$$-\Delta E_{p_{A\to B}} = W_{F_{g_{A\to B}}} = \Delta E_{c_{A\to B}}$$

$$-\left(E_{p_B} - E_{p_A}\right) > 0$$

$$E_{p_A} - E_{p_B} > 0$$

$$E_{p_A} > E_{p_B}$$

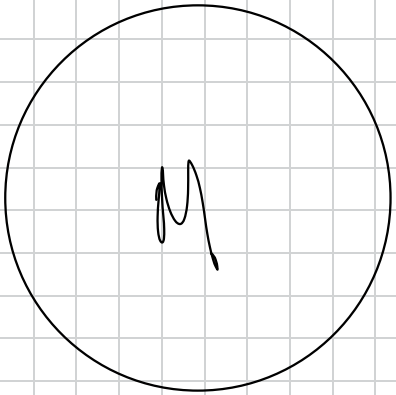
$W_{F_g} > 0$ Espontâneo

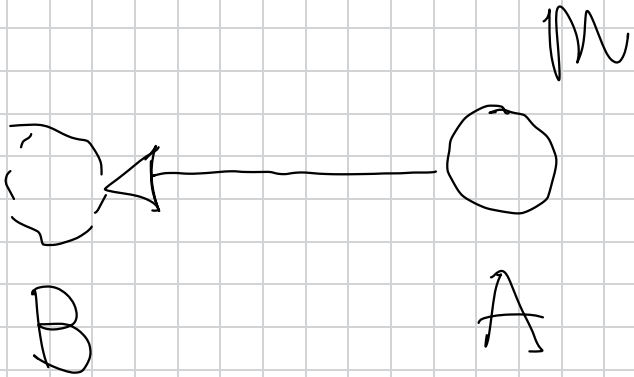
$\Delta E_c > 0$

$E_c \uparrow$

$\rightarrow$ Ou $E_p \downarrow$

1 Bajo la exclusiva acción
de la F_g (conservativa)
la E_m permanece de





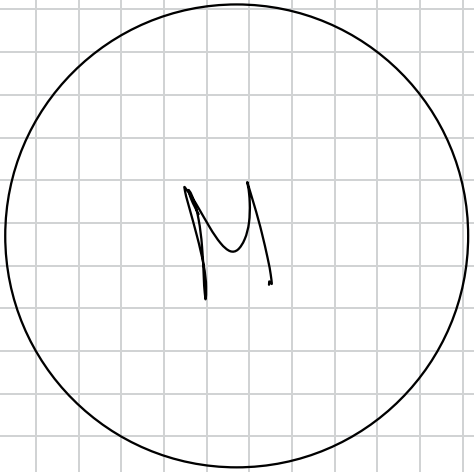
$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

La E_p è:

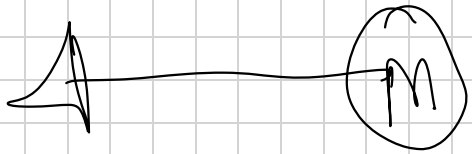
$$-\Delta E_p = W = \Delta E_c$$

$$-\Delta E_p = \Delta E_c$$

la E_c ↑ (coïncide
en la diminution
de E_p)



$v_B < v_A$



B. A

$m \cdot v_B < m \cdot v_A$

$E_{pB} < E_{pA}$

$E_{pA} > E_{pB}$ la $E_p \downarrow$

la $E_c \uparrow$, $E_m = te$.

$v_0 = 0$

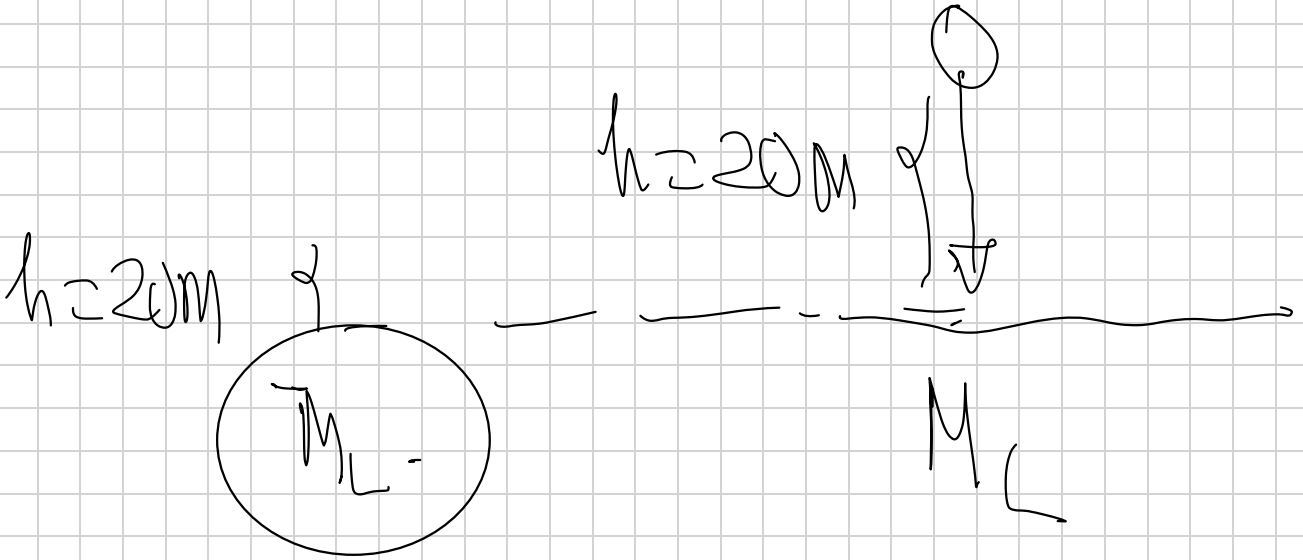
53.- Se deja caer desde 20 m de altura sobre la superficie lunar un cuerpo.

a) Calcular el tiempo que tardará en tocar el suelo

b) Si desde el suelo volvemos a lanzar el cuerpo con una velocidad de 5 m/s, calcular la altura máxima que alcanzará, así como el tiempo que tardará en alcanzar dicha altura máxima.

$M_L = 7{,}36 \cdot 10^{22}$ Kg $R_L = 1740$ Km $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · Kg^{-2}

a)



El tiempo pedido es posible calcularlo con cinemática.

MRUA

$$h = \frac{1}{2} g_L \cdot t^2$$

$$2h = g_L \cdot t^2$$

$$t^2 = \frac{2h}{g_L}$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g_L}}$$

1) $v = v_0 + g \cdot t$

2) $h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g_L \cdot t^2$ (t²)

$v_0 = 0$

3) $v^2 = v_0^2 - 2 g_L \cdot h$

Toate pe suprafața lunii

$$g_L = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$$

R_L M_L

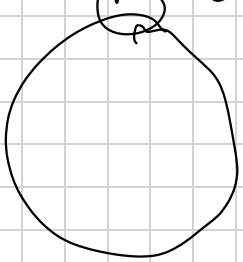
$$g_L = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7{,}36 \cdot 10^{22}}{(1{,}74 \cdot 10^6)^2}$$

$g_L = 1{,}62\ m/s^2$.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{1{,}62}} = 4{,}97\ s.$$

b) h_{max} ? $v = 0$

$v_0 = 5\ m/s$.



$$v^2 = v_0^2 - 2 g_L \cdot h$$

$$0^2 = v_0^2 - 2 g_L h_{max}$$

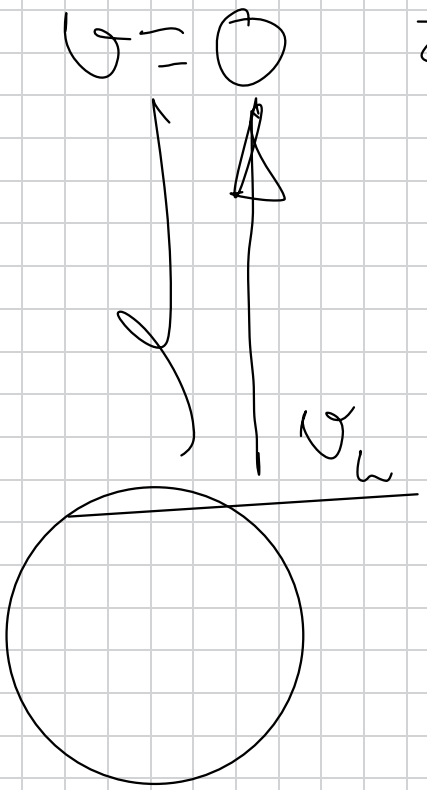
$$2 g_c h_{max} = v_0^2$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2 g_c} = \frac{5^2}{2 \cdot 1{,}62}$$

$$h_{max} = 7{,}71\ m$$

Para calcular la h_{max} se puede hacer por cinemática o por energía.

Preferentemente se hace por energía.

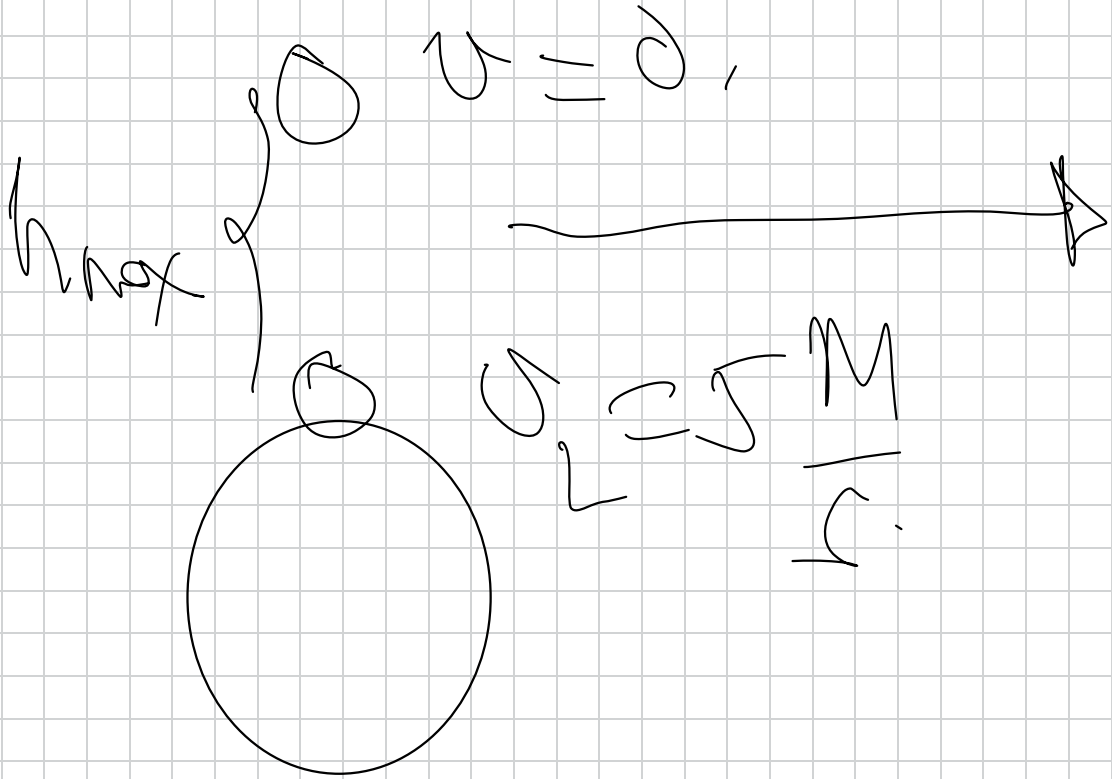


$$E_{p_h} = m g h_{max} \qquad E_{c_h} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{p_L} = m g h \qquad + \qquad E_{c_L} = \frac{1}{2} m v_L^2$$

$$0 + \frac{1}{2} m v_2^2 = m g_L \cdot h_{max}$$

$$h_{max} = \frac{v_L^2}{2 g_L} = 7{,}71\ m.$$



$$v = v_0 - g_L \cdot t$$

$$g_L \cdot t = v_0$$

$$t = \frac{v_0}{g_L} = \frac{5\ m/s}{1{,}62\ m/s^2} \approx 3{,}085$$

71.- Un astronauta aterriza sobre un planeta de radio $0{,}71R_T$ y mide la gravedad, que resulta ser de 6,32 m/s^2

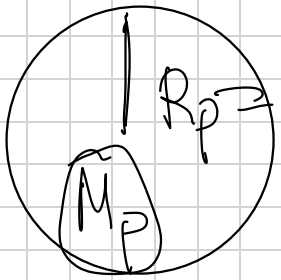
a) Expresa la relación entre la masa del planeta y la masa de la Tierra

b) Si en la Tierra, y cargando con el mismo equipo que en el planeta, el astronauta alcanzaba una altura de 20 cm al saltar verticalmente hacia arriba, ¿Qué altura alcanzará en dicho planeta?

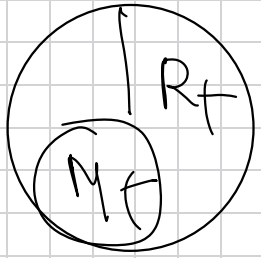
$g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$

pag 35.

$g_p = 6{,}32 \frac{N}{s^2}$.



$g_T = 9{,}8 \frac{N}{s^2}$.



$g_p = G \cdot \frac{M_p}{(0{,}71 R_T)^2}$

$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$.

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{G \cdot \frac{M_P}{(0{,}71)^2 \cdot R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}}$$

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{M_P}{(0{,}71)^2 M_T}$$

$$\frac{M_P}{M_T} = (0{,}71)^2 \frac{g_P}{g_T}$$

$$\frac{M_P}{M_T} = (0'71)^2 \cdot \frac{6'32}{9'8}$$

$$\boxed{M_P = 0'325\ M_T}$$

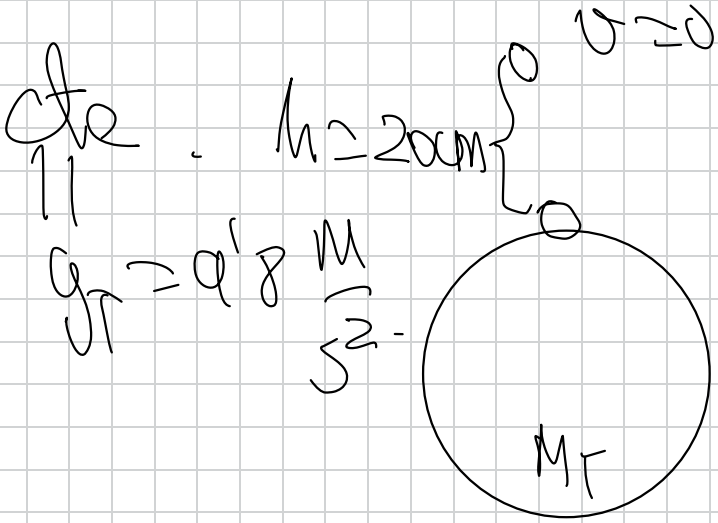
71.- Un astronauta aterriza sobre un planeta de radio $0{,}71R_T$ y mide la gravedad, que resulta ser de 6,32 m/s^2

a) Expresa la relación entre la masa del planeta y la masa de la Tierra

b) Si en la Tierra, y cargando con el mismo equipo que en el planeta, el astronauta alcanzaba una altura de 20 cm al saltar verticalmente hacia arriba, ¿Qué altura alcanzará en dicho planeta?

$g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$

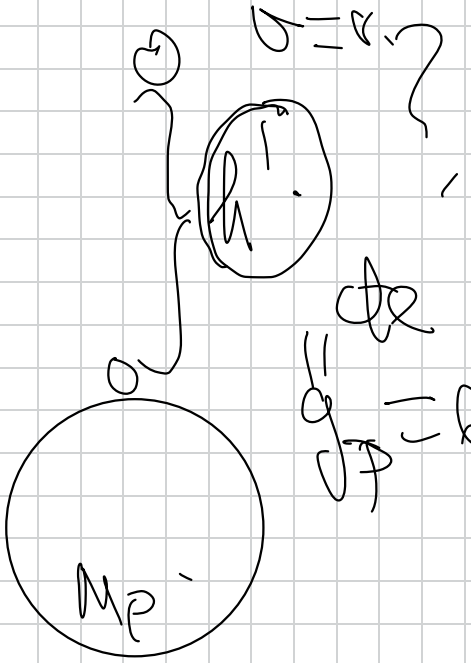
h pa cinemática o cachipa, preferentemente por E.



Conservación E_M

$$E_{P_T} + E_C = E_{P_h} + E_{C_h}$$

$$m g_T \cdot \cancel{h_0} + E_C = m g_T \cdot h + \frac{1}{2} m v^2$$



Conservación de E_M.

$$E_{P_P} + E_C = E_{P_h} + E_C$$

$$m g_P \cancel{h_0} + E_C = m g \cdot h + \frac{1}{2} m v^2$$

$E_c = m \cdot g_T \cdot h$. $E_c = m \cdot g_p \cdot h'$.

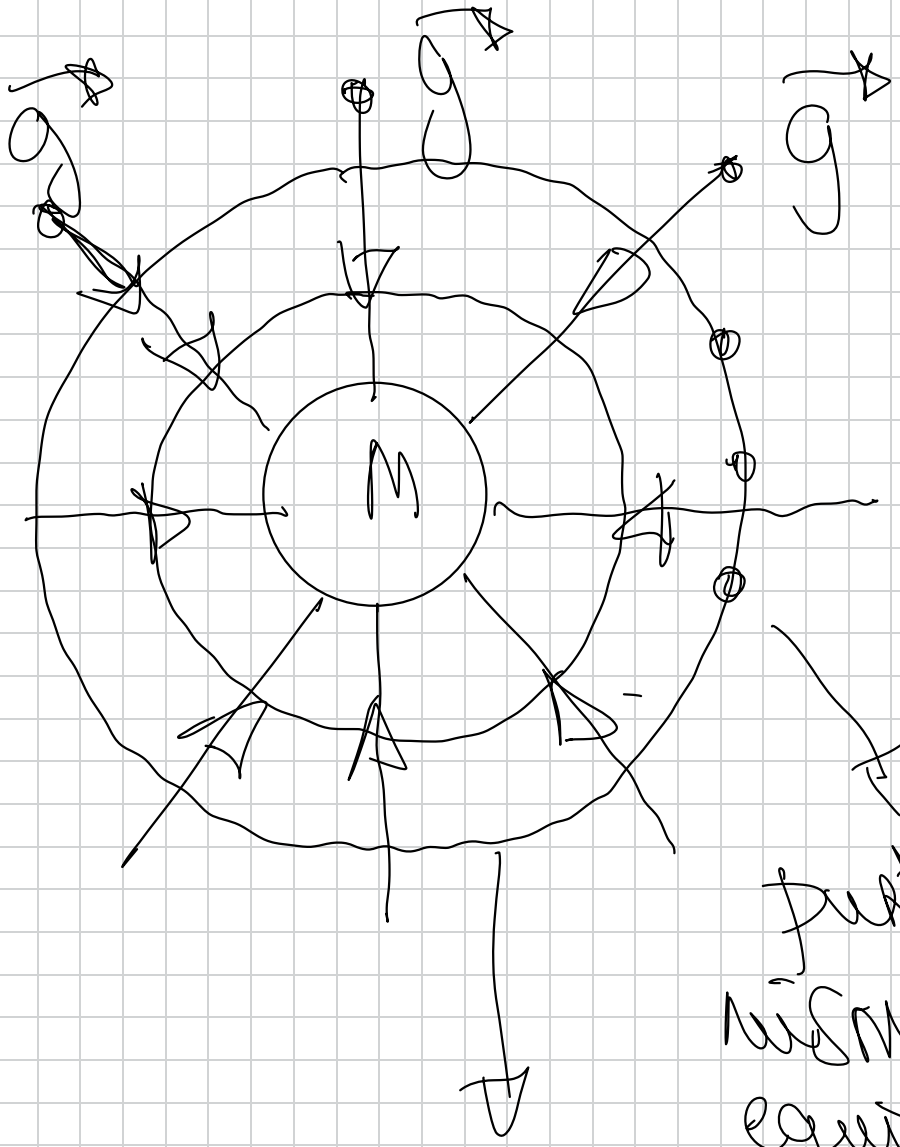
La E_c suministrada es la misma

$20\ cm = 0'2\ m$

$m g_T \cdot h = m \cdot g_p \cdot h'$

$h' = \frac{g_T \cdot h}{g_p} = \frac{9'8 \cdot 0'2}{6'28} = 0'31\ m$

$0'31\ m = 31\ cm$ al dar el mismo salto alcanza una altura mayor en ese planeta de gravedad menor.



$$V = \frac{E_p}{m}$$

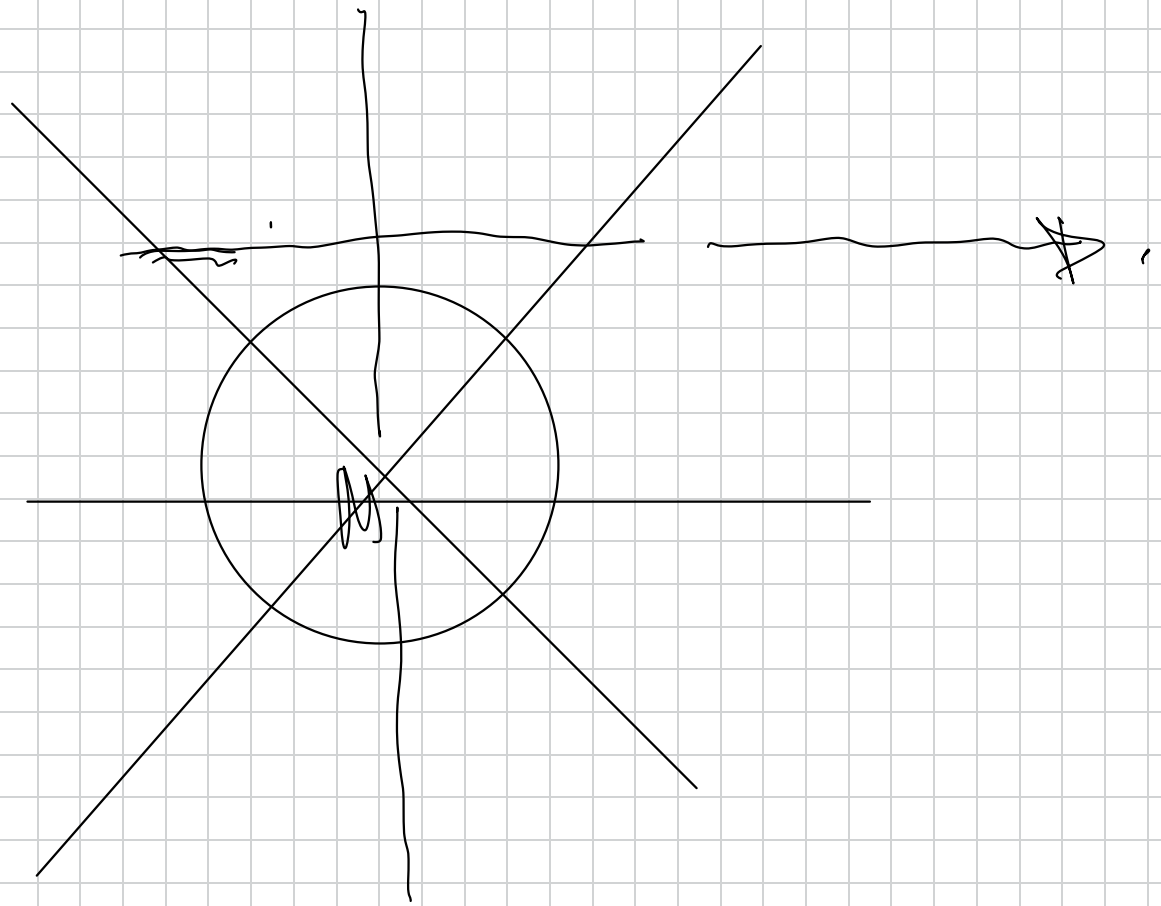
$$V = \frac{-G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}{m}$$

$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$

puntos de la misma superficie equidistan de la masa M

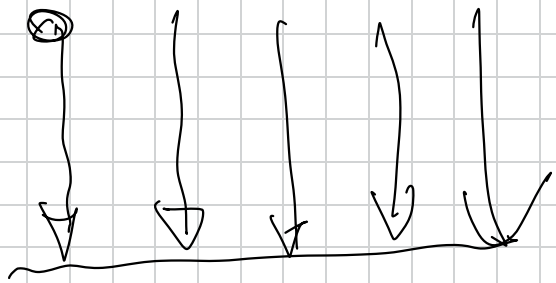
Superficies equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo y en todos los puntos el potencial

es el mismo.



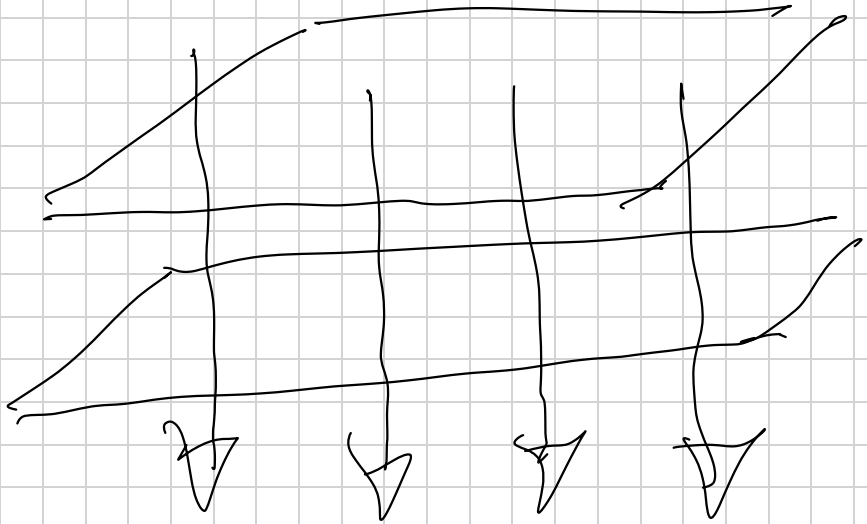
Cuando represento líneas de campo paralelas, significa que en esa zona $\vec{g}$ es cte.

$\vec{g} = cte.$

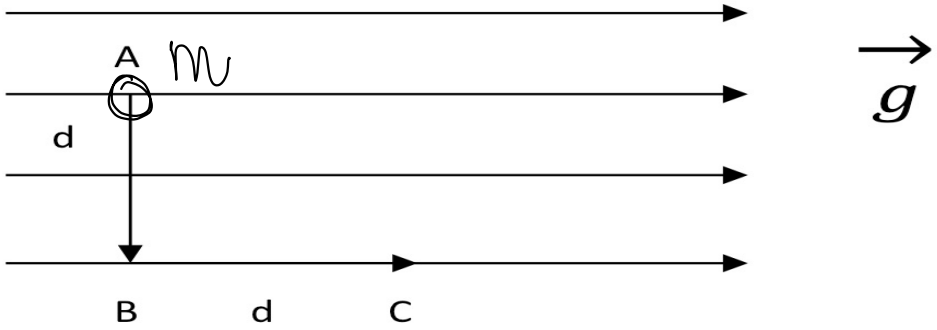


$g = 9'8\ N/S^2 \cdot M_T$.

Superficies equipotenciales perpendiculares a las líneas de campo

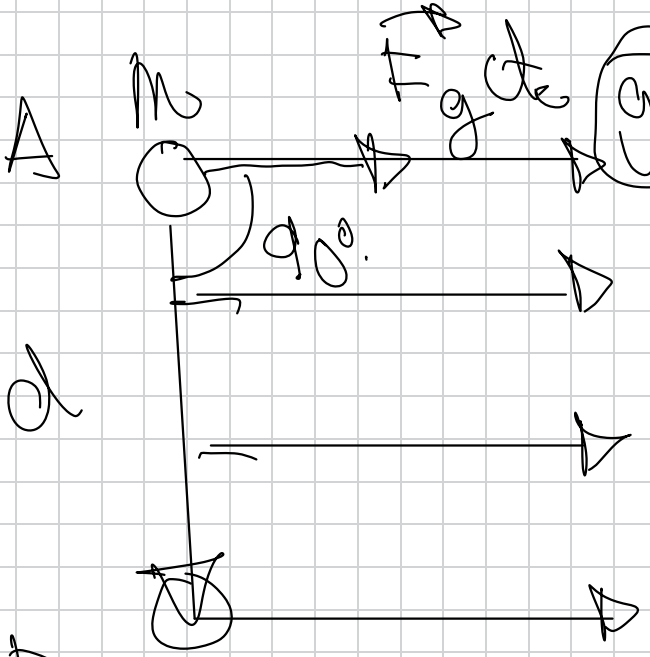


14.- En una región del espacio existe un hipotético campo gravitatorio uniforme de intensidad g, representado en la figura por sus líneas de campo.



$\vec{g}$

a) ¿Qué trabajo se realizará para trasladar una masa m desde el punto A hasta el punto B?. ¿Cómo varía la energía potencial?



$\vec{F}_g$ de $\vec{g}$ $g = cte$.

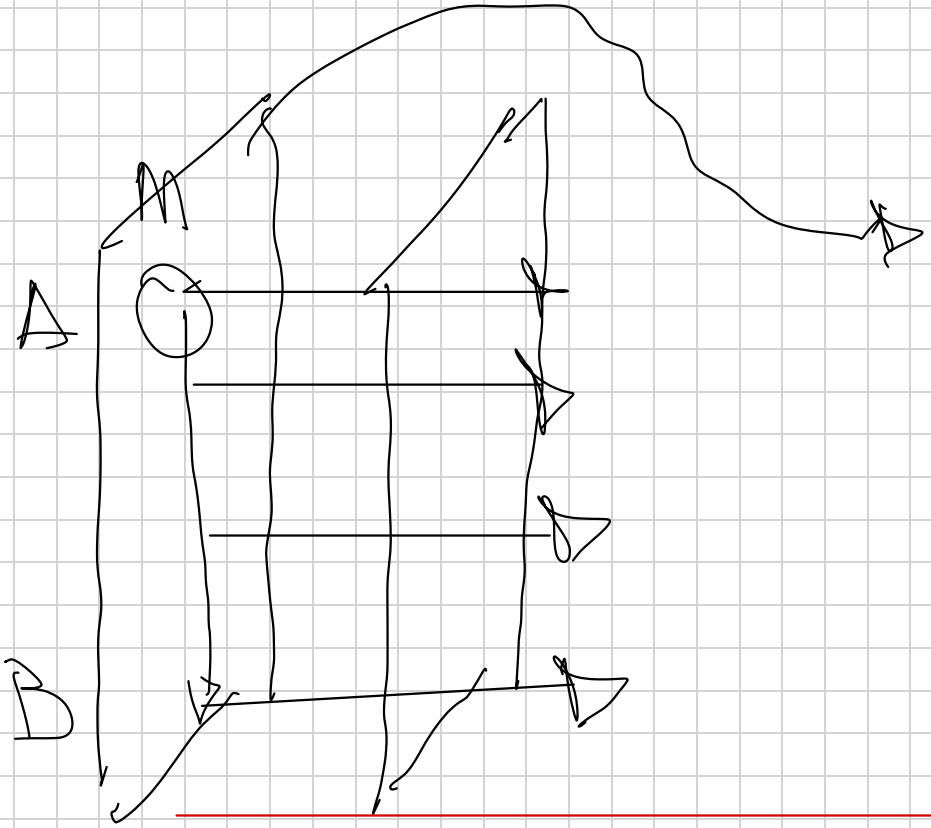
$\vec{F}_y = m \cdot \vec{g}$.

$W = F \cdot d \cdot \cos 90°$

$A \to B$

$W_{A \to B} = m \cdot g \cdot d \cdot 0$

$\underline{W_{A \to B} = 0}$.

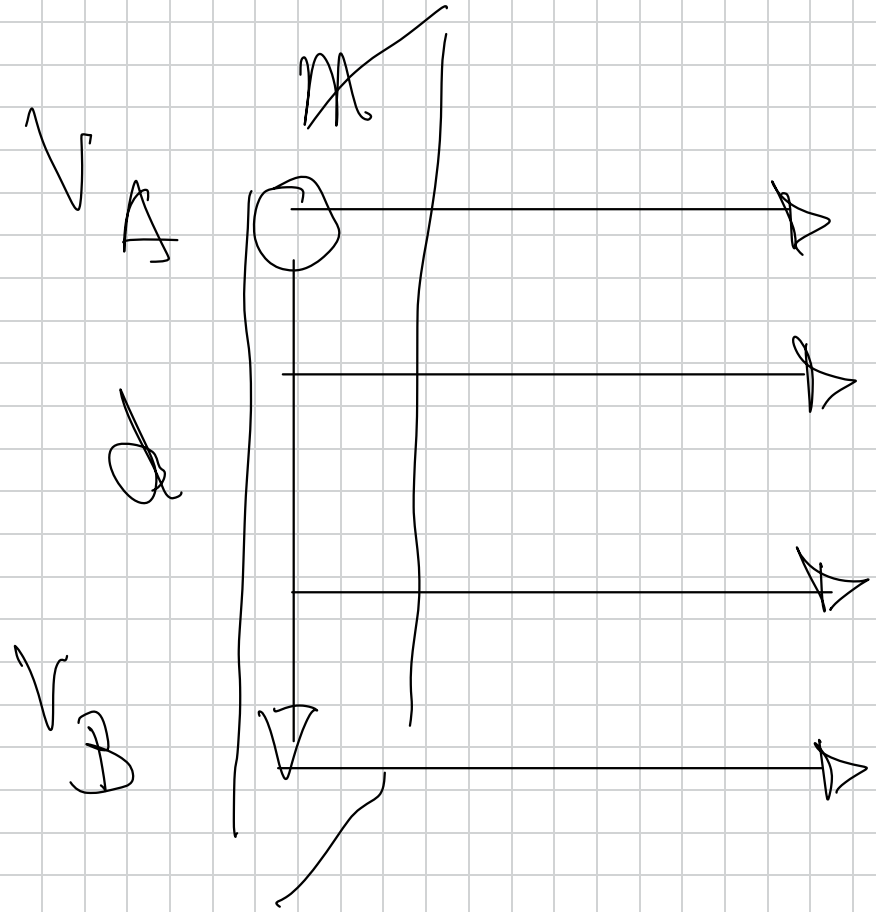


Superficies equipotenciales ⊥ a las líneas de campo.

$V_A = V_B$.

$V = V_B$

$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B) = 0.$

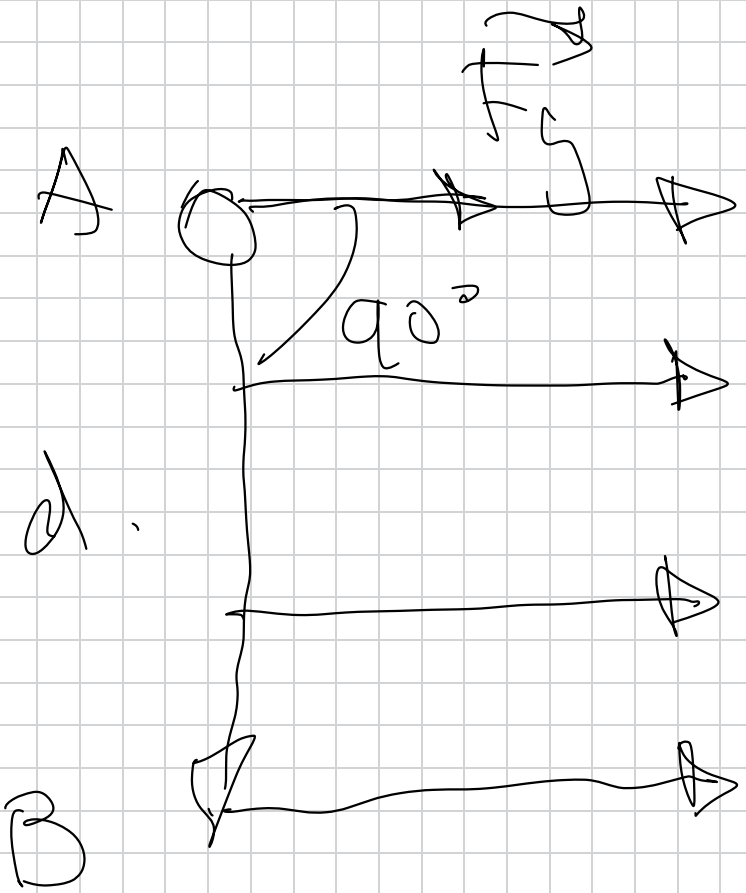


$E_{P_A} = m \cdot V_A$

$E_{P_B} = m \cdot V_B$

$V_A = V_B \Rightarrow E_{P_A} = E_{P_B}$

No cumple



$W_{A \to B} = 0$.

Teorema:

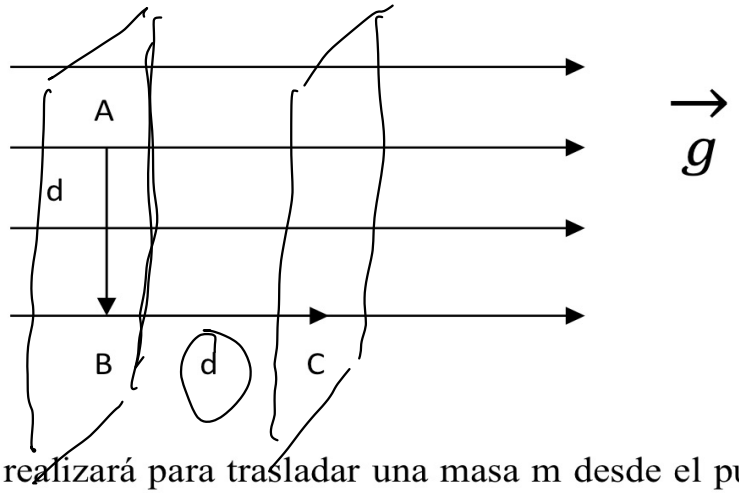
$W_{A \to B} = -\Delta E_{p\,A \to B}$

$0 = -\Delta E_{p\,A \to B}$

$\Delta E_{p\,A \to B} = 0$.

E_p no varía, es la misma

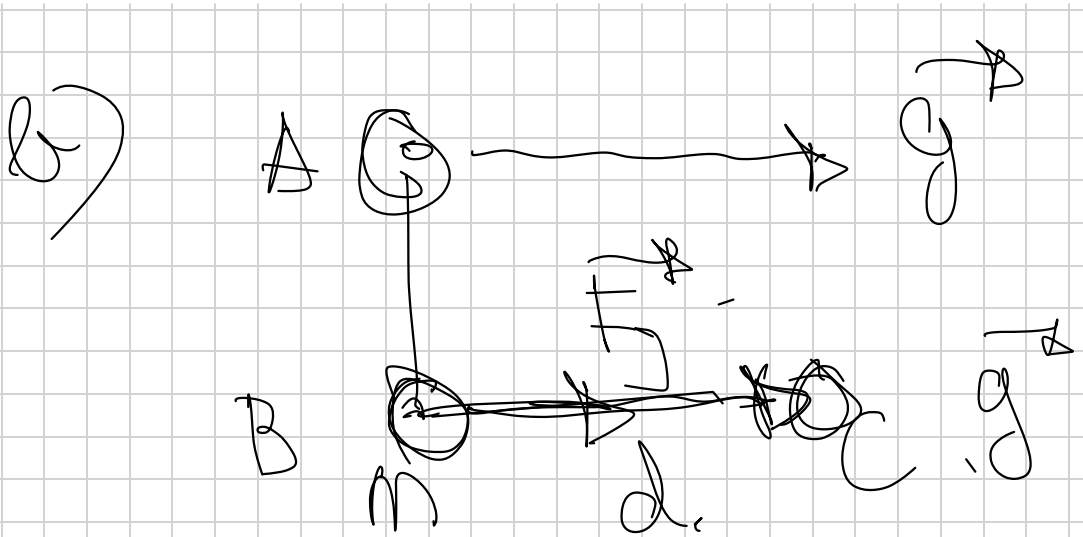
14.- En una región del espacio existe un hipotético campo gravitatorio uniforme de intensidad g, representado en la figura por sus líneas de campo.

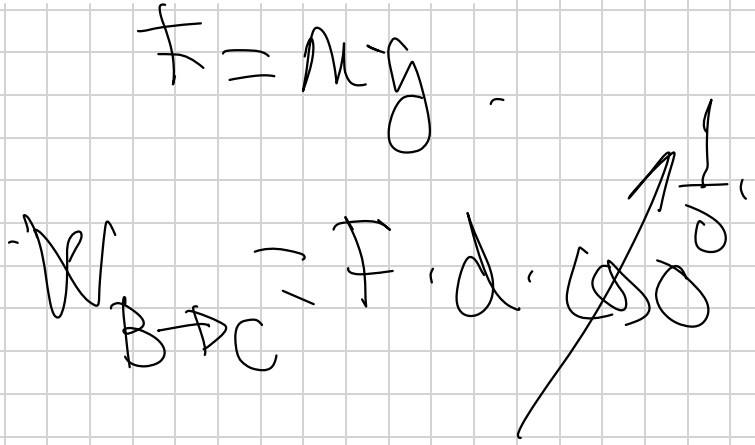


a) ¿Qué trabajo se realizará para trasladar una masa m desde el punto A hasta el punto B?. ¿Cómo varía la energía potencial?

b) ¿Qué trabajo se realizará para trasladar una masa m desde el punto B hasta el punto C?. ¿Aumentará o disminuirá su Energía potencial gravitatoria?.

c) ¿Qué trabajo se realizará para llevar la masa m desde C hasta A?, ¿cómo varía su energía potencial?





$W_{B \to C} = m \cdot g \cdot d$

$W_{B \to C} = -\Delta E_{p\, B \to C}$

$m \cdot g \cdot d = -\Delta E_{p\, B \to C}$

$\Delta E_{p\, B \to C} = -m g \cdot d$

↓

Disminuye la E_p.

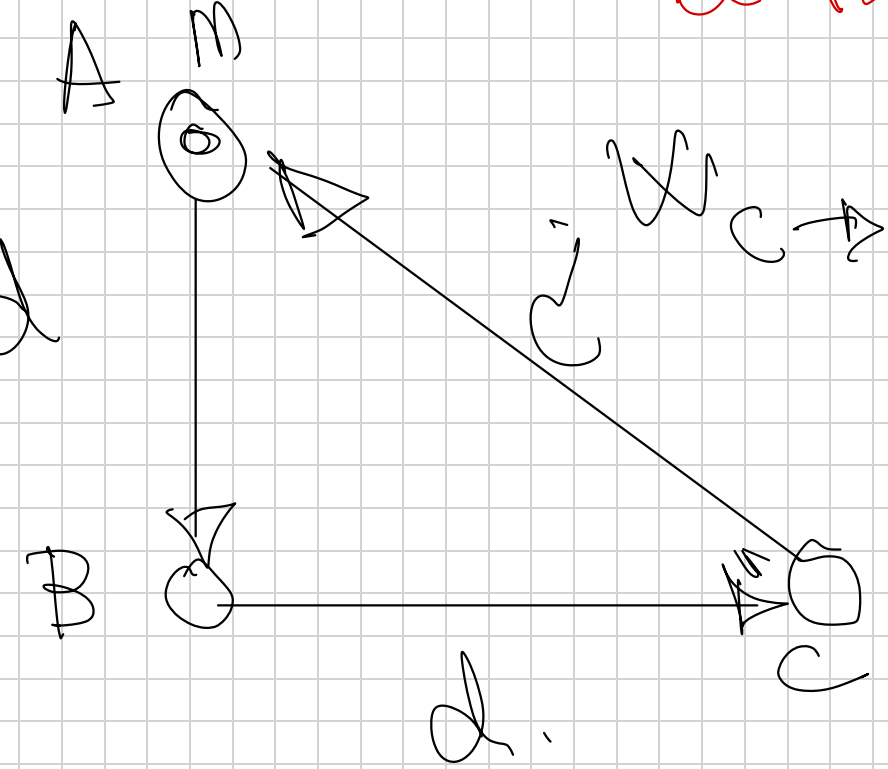
$W_{B \to C} > 0$

→

El desplazamiento sería espontáneo

En la trayectoria cerrada el trabajo es nulo.

c)



$W_{A \to B} = 0$

$W_{C \to A} = ?$

$W_{A \to A} = m \cdot (v_A - v_A)$

$W_{A \to A} = 0$

El trabajo realizado por la fuerza conservativa es independiente de la trayectoria seguida.

$W_{B \to C} = m \cdot g \cdot d$

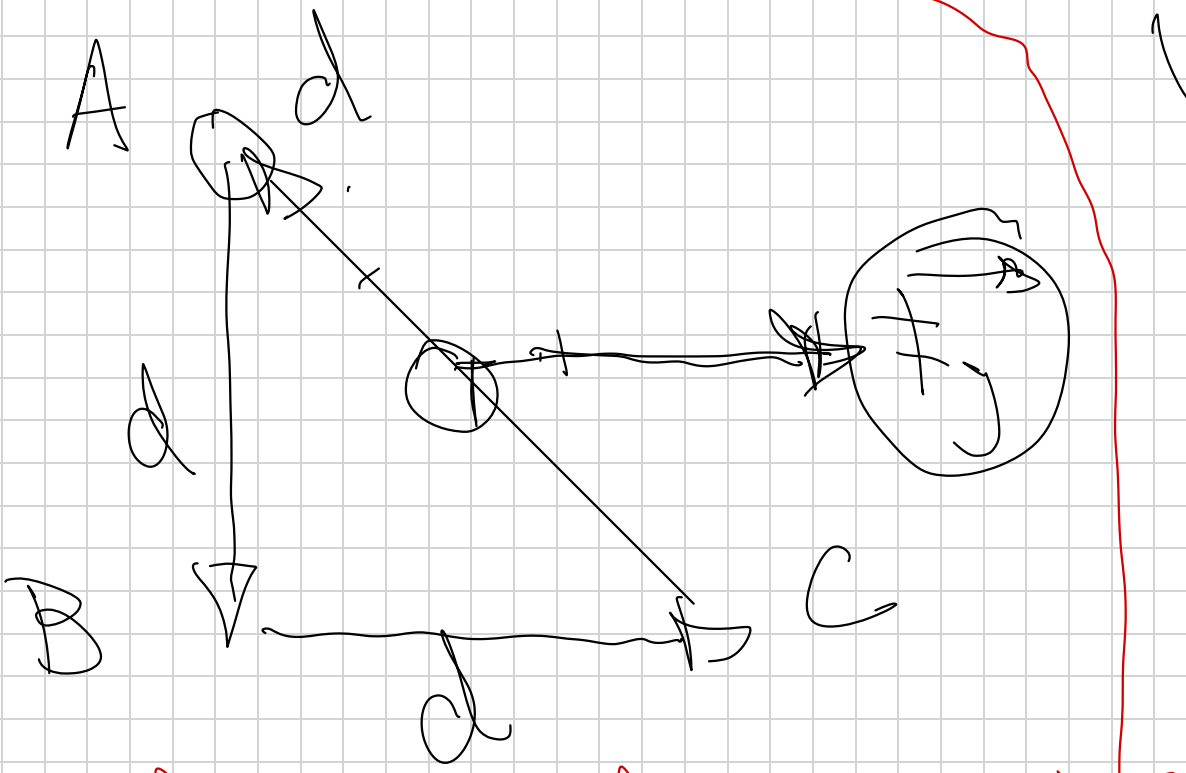
$W_{A \to A} = W_{A \to B} + W_{B \to C} + W_{C \to A}$

$0 = 0 + W_{B \to C} + W_{C \to A}$

$$\Delta = 0 = 0 + m \cdot g \cdot d + W_{C \to A}$$

Las fuerzas conservativas realizan un trabajo nulo en una trayectoria cerrada.

$$W_{C \to A} = -m \cdot g \cdot d$$



$$W_{C \to A} = -\Delta E_{P_{C \to A}}$$

$$-mg \cdot d = -\Delta E_{P_{C \to A}}$$

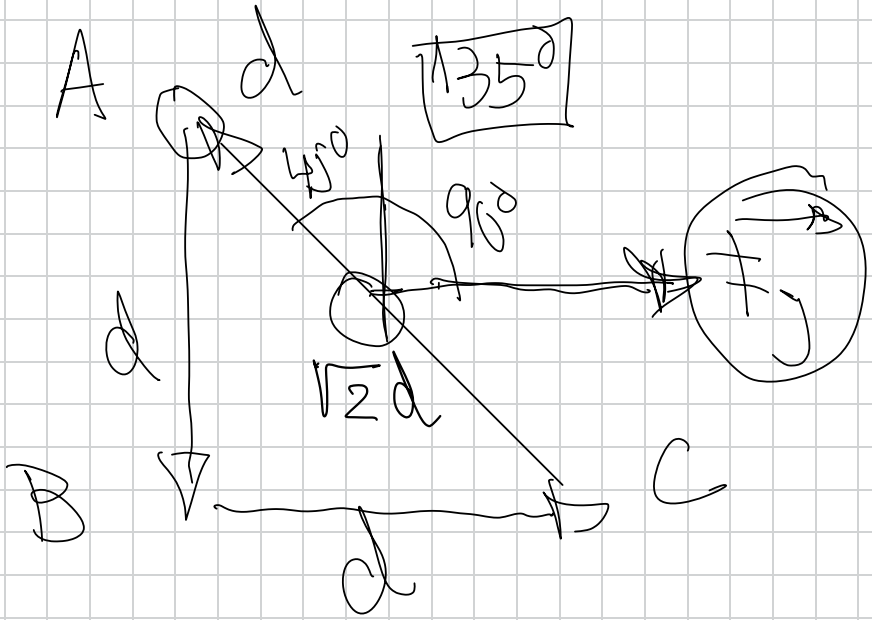
$$\Delta E_{P_{C \to}} = m \cdot g \cdot d$$

la E_P aumenta

$W < 0$, no cede un trabajo

espontáneo por parte de la fuerza del campo, sería necesaria la actuación de una fuerza externa al campo para realizarlo, la E_p aumentaría.

Otra forma de pensarlo: $F = m \cdot g$.



$$W_{C \to A} = F \cdot \sqrt{(d^2 + d^2)} \cdot \cos 135^\circ$$

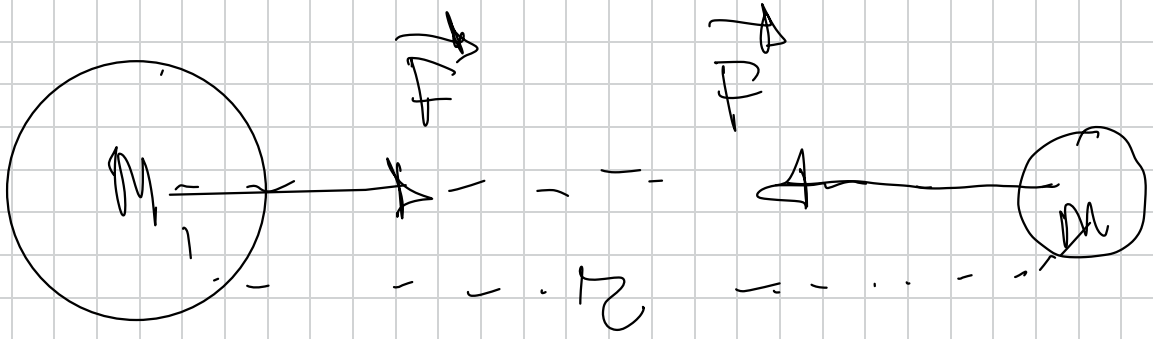
$$W_{C \to A} = m \cdot g \sqrt{2d^2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$W_{C \to A} = m \cdot g \cdot \sqrt{2} \cdot d \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$W_{C \to A} = -m \cdot g \cdot d$$

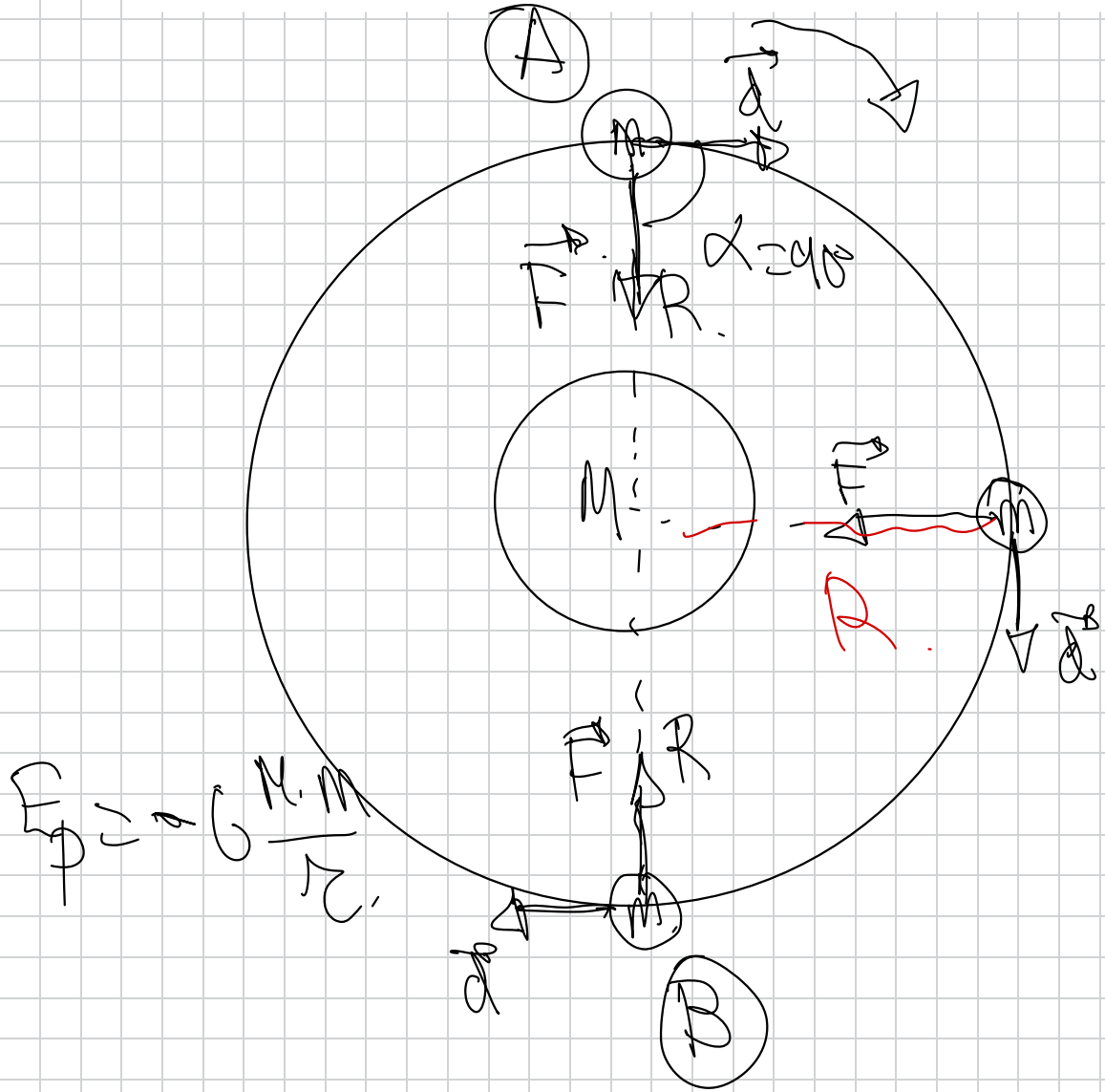
66.- a) Explique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza que actúa sobre una de las dos masas puntuales al describir media órbita circular de radio R alrededor de la otra?, ¿Y si se desplazara desde esa distancia R hasta el infinito?. Razone las respuestas.

a) Se explican las fuerzas que se ejercen entre dos cuerpos masas según la ley de la gravitación Universal, explicando los parámetros que aparecen en ella



$$F = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

66.-a) Explique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales
b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza que actúa sobre una de las dos masas puntuales al describir media órbita circular de radio R alrededor de la otra?, ¿Y si se desplazara desde esa distancia R hasta el infinito?. Razone las respuestas.



$W = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$

A → B. Otra forma.

$W_{A \to B} = -\Delta E_{p\,A \to B}$

$E_{p_A} = E_{p_B}$

$W_{A \to B} = 0$

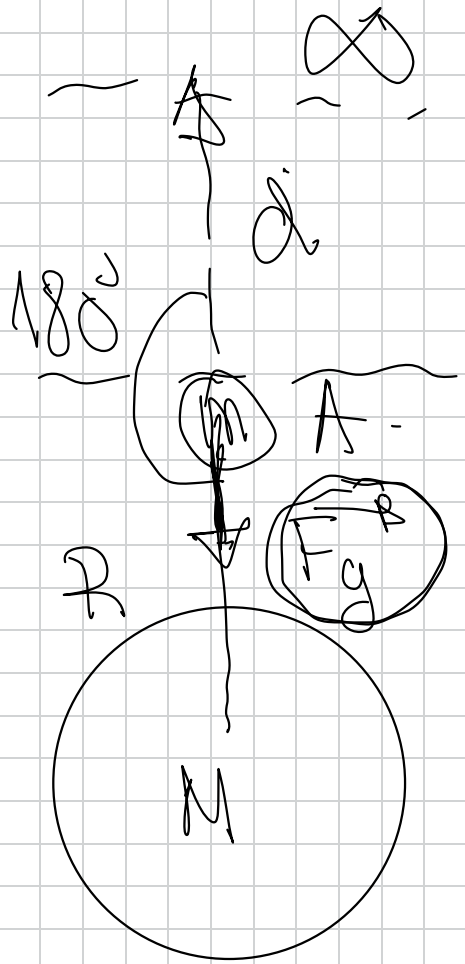
$$W_{A \to B} = \Delta E_{c\, A \to B} = 0.$$

$$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$$

$$V_A = V_B.$$

$$W_{A \to B} = 0.$$

$$V = -G \frac{M}{r}.$$



$W = F_g \cdot d \cdot \cos 180°$

En este caso no es la F_g de A, y esa expresión no la podemos utilizar

$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$ → No es la misma.

No es la misma.

$W_{A \to \infty} = -\Delta E_{P\,A \to \infty}$

$$W_{A \to \infty} = -\left(E_{P\infty} - E_{PA}\right)$$

$$W_{A \to \infty} = -\left(0 - E_{PA}\right)$$

$$W_{A \to \infty} = E_{PA}$$

→ Otra definición de E_P

$$W_{A \to \infty} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

La E_P también se define como el trabajo necesario para llevar a

Trabajo negativo o no espontáneo

la masa m desde este punto hasta el ∞

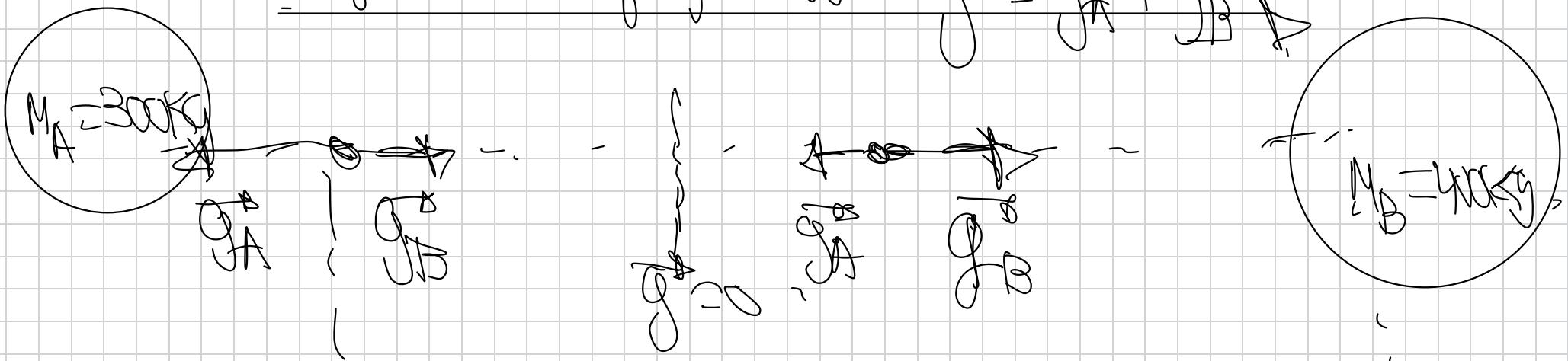
45.- Si tenemos una masa M_A=300 Kg en (0,0) m y otra masa M_B=400 Kg en (4,0) m

a) Describir cualitativamente la variación que experimentará el campo gravitatorio al pasar de M_A a M_b

$\vec{g}$

$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$

Principio de superposición $\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$



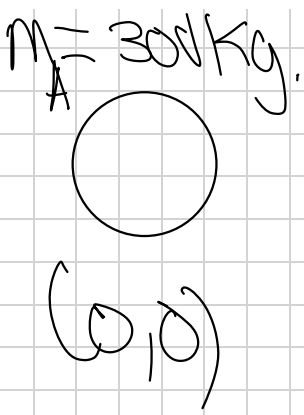
$|\vec{g}| = |\vec{g}_A| - |\vec{g}_B|$ $\quad$ $|\vec{g}| = |\vec{g}_B| - |\vec{g}_A|$

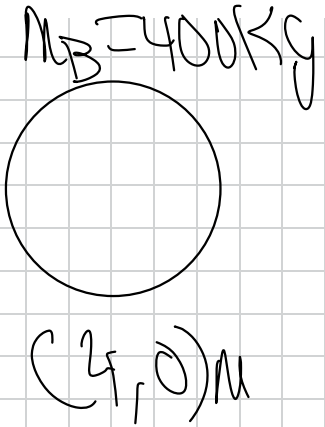
disminuye hasta hacerse cero | aumenta hasta hacerse máximo.

b) Calcular los potenciales gravitatorios en los puntos (5,0)m y (6,0)m

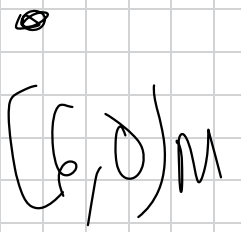
c) Calcular la velocidad con la que una partícula, partiendo desde el reposo en (6,0) m llegaría al punto (5,0) m

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$









Principio de superposición.

$$V_{(5,0)M} = V_A + V_B = -G\cdot\frac{M_A}{r_A} - G\cdot\frac{M_B}{r_B}$$

$$V_{(5,0)M} = -6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{300}{5} - 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{400}{1} = -3\cdot10^{-8}\ \frac{J}{kg}$$

$$V_{(6,0)M} = V_A' + V_B' = -G\frac{M_A}{r_A'} - G\cdot\frac{M_B}{r_B'}$$

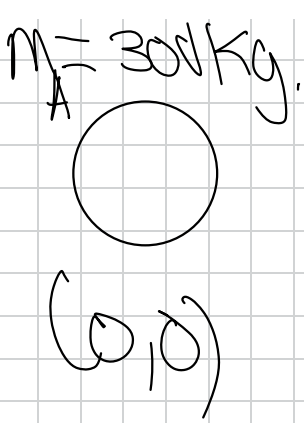
$$V_{(6,0)M} = -6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{300}{6} - 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{400}{2} = -1{,}6\cdot10^{-8}\ \frac{J}{kg}$$

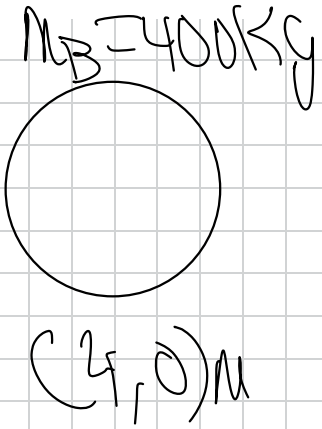
c)

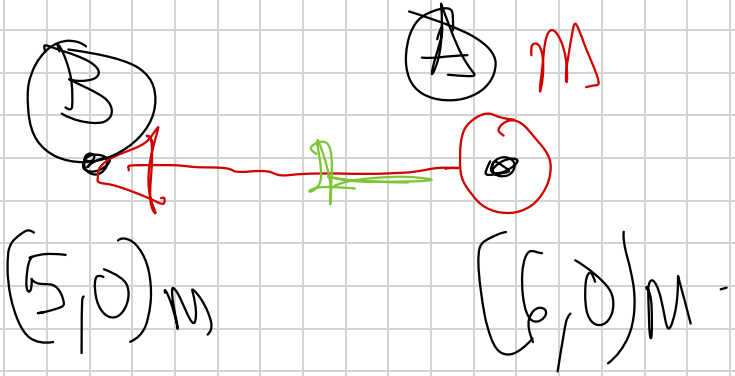
b) Calcular los potenciales gravitatorios en los puntos (5,0)m y (6,0)m

c) Calcular la velocidad con la que una partícula, partiendo desde el reposo en (6,0) m llegaría al punto (5,0) m

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$







$W = F \cdot d \cdot \cos\alpha$

No sirve la fuerza no existe.

$v^2 = v_0^2 + 2 a s$

No sirve @ no existe.

$$W_{A \to B} = \Delta E_{c\, A \to B}$$

$$m \cdot (V_A - V_B) = E_{cB} - E_{cA}$$

Perte de vitesse

$$m(V_{(6,0)} - V_{(5,0)}) = \frac{1}{2} m v_{(5,0)}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{(6,0)}^2$$

$$2(V_{(6,0)} - V_{(5,0)}) = v_{(5,0)}^2$$

$$v_{(5,0)} = \sqrt{2(V_{(6,0)} - V_{(5,0)})}$$

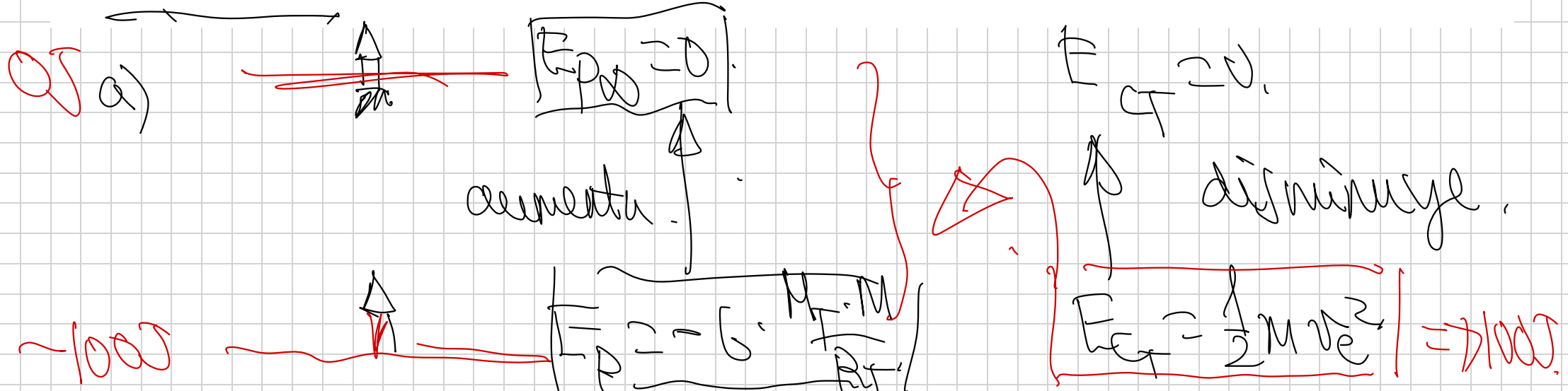
$$v_{(\infty)} = \sqrt{2 \cdot \left(-1{,}6 \cdot 10^{8} - \left(-3 \cdot 10^{8}\right)\right)}$$

$$v_{(\infty)} = 1{,}67 \cdot 10^{4}\ m/s$$

36.- Se lanza un cohete desde la superficie de la Tierra tal que escapa a la atracción gravitatoria terrestre.

a) Realizar un análisis energético de dicho proceso

b)¿Dependerá la energía cinética que es preciso comunicar al cohete del origen de energía potencial tomado?



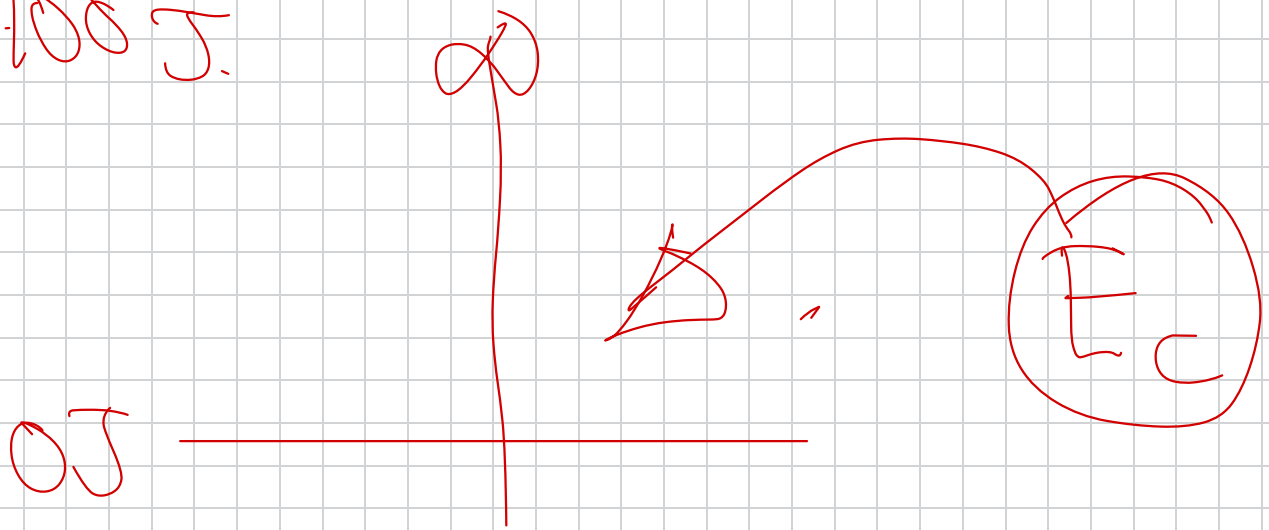
E_p A , E_c B

No hay pérdidas → energías en ambos momentos

E_m = cte.

b)

100 J.



$$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p_\infty} + \cancel{E_{c_\infty}}^{0}$$

$$E_{c_T} = \boxed{E_{p_\infty} - E_{p_T}}$$

La E_{c_T} [illegible] no depende del origen de Ep.

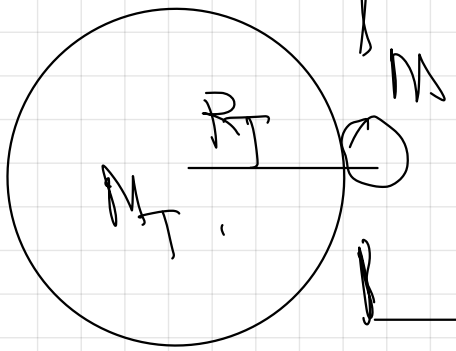
Esa diferencia se mantiene independientemente de donde fijemos el origen de Ep.

Pag 27

15.- Si hipotéticamente colocásemos el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m en la superficie de la Tierra, ¿Cuál sería el valor de la energía potencial gravitatoria de la partícula cuando ésta se encontrase a una distancia infinita de la Tierra?.

$E_{pT} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$.

$E_{p\infty} = 0$.

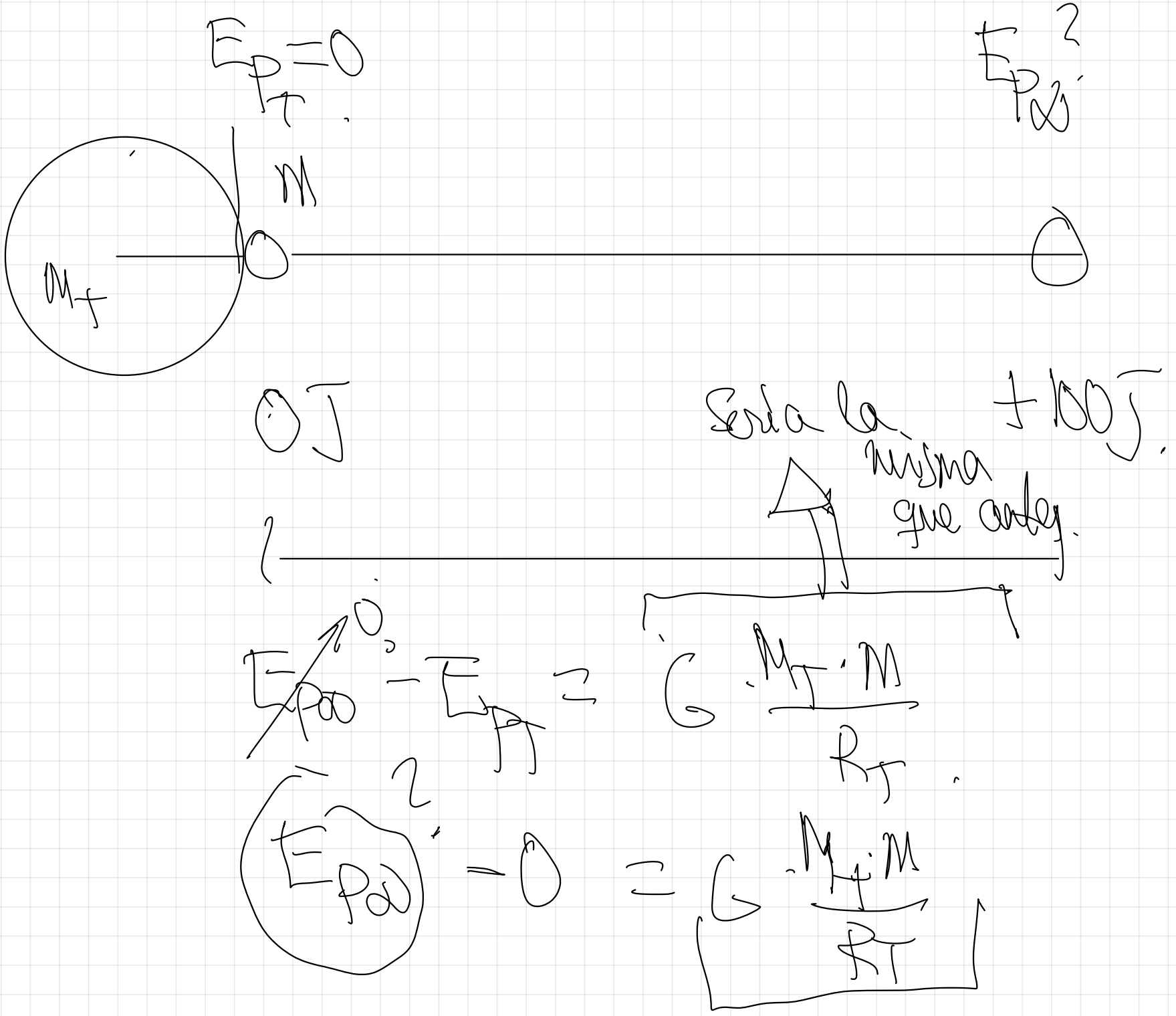




$|E_{p\infty} - E_T| = 0 - \left(-G \frac{M_T \cdot m}{R_T}\right) = \boxed{G \frac{M_T \cdot m}{R_T}}$

$-100J$.

0


$E_{P_T} = 0$
E_{P_∞}
M
M_T
0 J
Sería la misma que antes.
+100 J
$E_{P_\infty} - E_{P_T} = -G \frac{M_T \cdot M}{R_T}$
$E_{P_\infty} = 0$
$= -G \frac{M_T \cdot M}{R_T}$

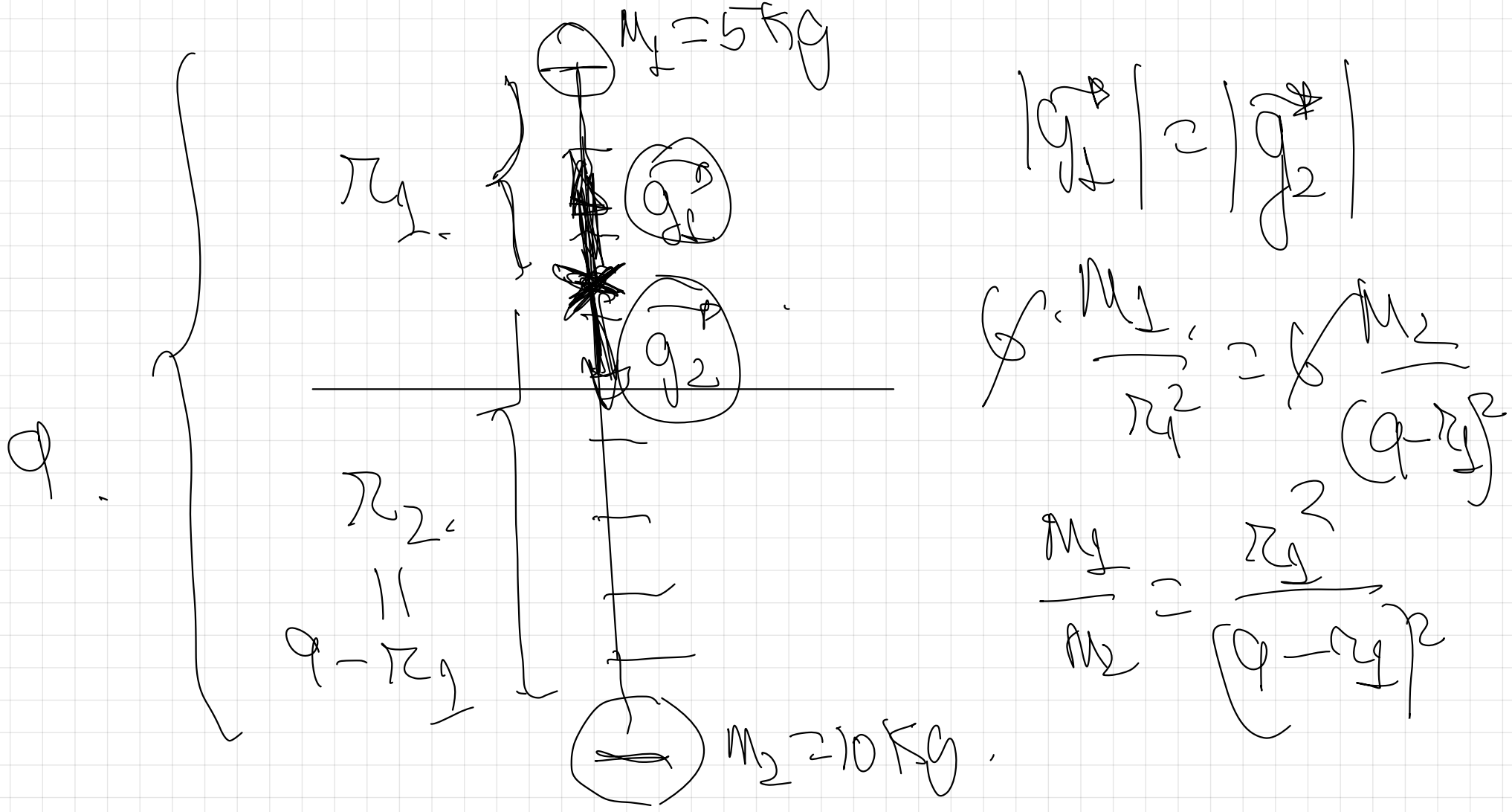
$$E_{RV} = +G \cdot \frac{M \cdot m}{R_T}$$

68,52, 42,73

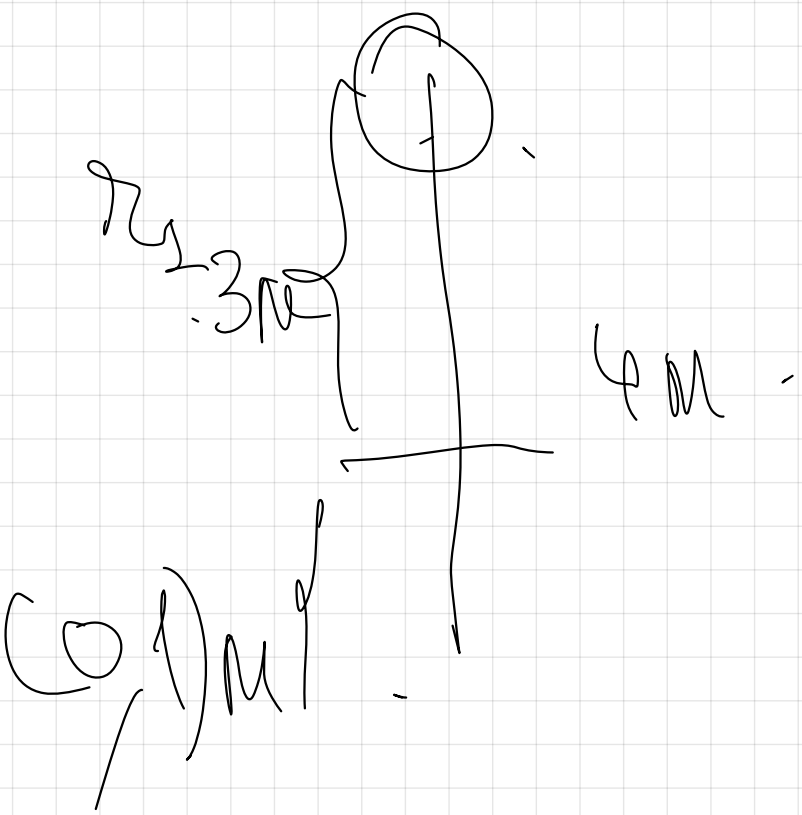
2q3

3) (14-R) Considere dos masas puntuales de 5 y 10 kg situadas en los puntos (0,4) y (0,-5) m respectivamente.

a) Aplique el principio de superposición y determine en qué punto el campo resultante es cero.

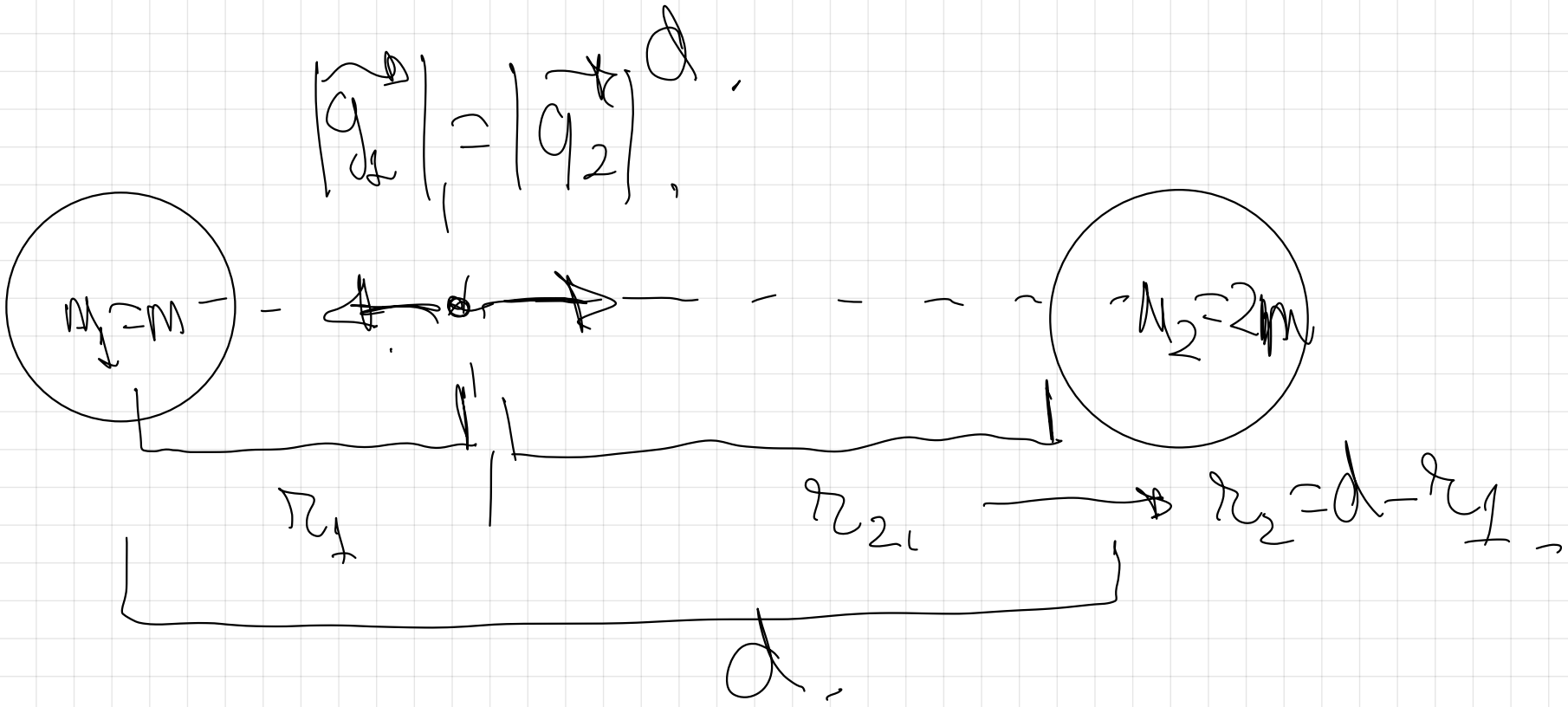


$$\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{r_1}{q - r_1}$$



(17-E) a) Dos partículas, de masas m y 2m, se encuentran situadas en dos puntos del espacio separados una distancia d. ¿Es nulo el campo gravitatorio en algún punto cercano a las dos masas? ¿Y el potencial gravitatorio? Justifique las respuestas.

b) Dos masas de 10 kg se encuentran situadas, respectivamente, en los puntos (0,0) m y



$$|\vec{g}_1| = |\vec{g}_2|$$

$$G \cdot \frac{m}{r_1^2} = G \cdot \frac{2m}{(d-r_1)^2}$$

$$(d - r_1)^2 = 2 \cdot r_1^2 .$$

$$d - r_1 = \sqrt{2}\, r_1 .$$

$$d = r_1 + \sqrt{2}\, r_1 .$$

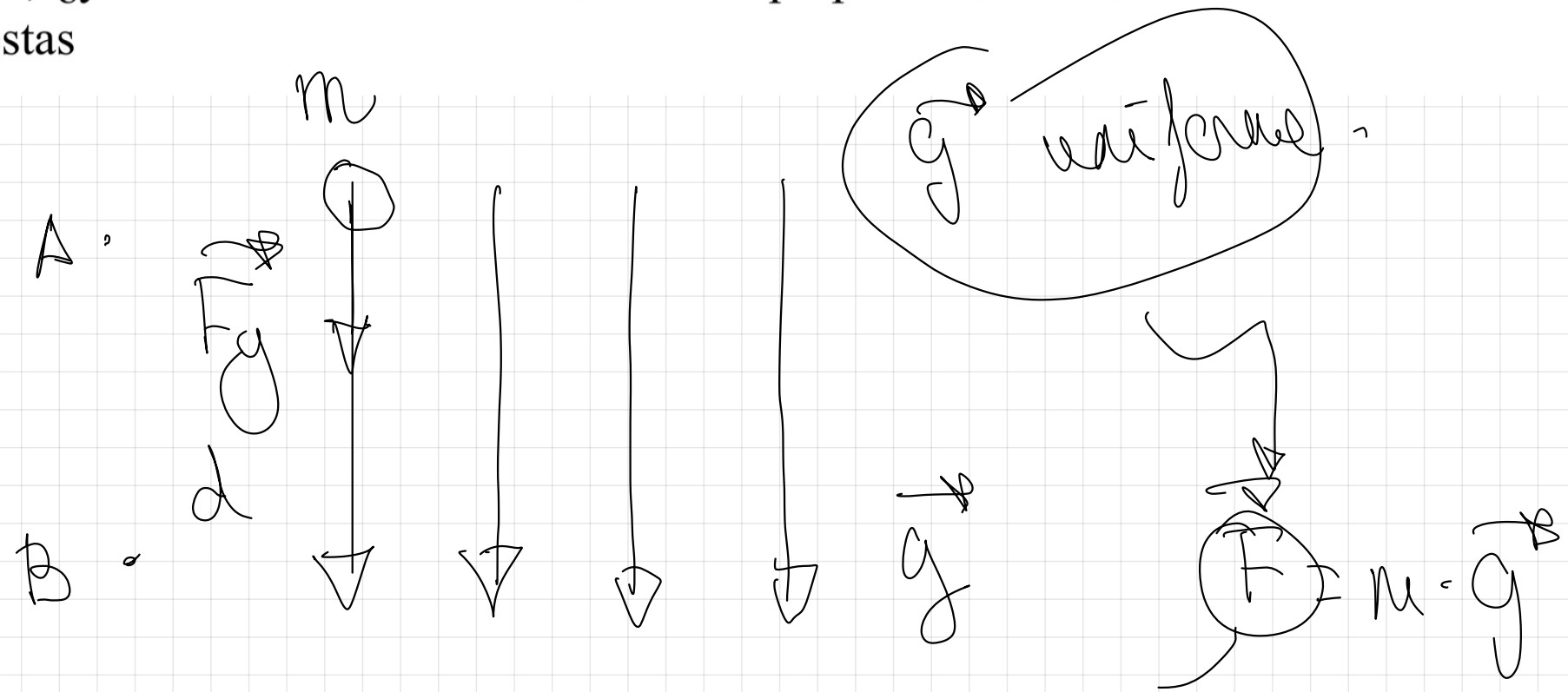
$$d = r_1 (1 + \sqrt{2}) .$$

$$r_1 = \frac{d}{(1 + \sqrt{2})}$$

$v = v_0 + v_g \neq 0.$

pag 35

68.- Una partícula se mueve en un campo gravitatorio uniforme, ¿aumenta o disminuye su energía potencial al moverse en la dirección y el sentido de la fuerza ejercida por el campo?, ¿y si se moviera en una dirección perpendicular a dicha fuerza?. Razone las respuestas



$W_{A \to B} = F_g \cdot d \cdot \cos 0^\circ$; verifiamo :

> 0 ;

$\rightarrow$ F_g è F conservativa

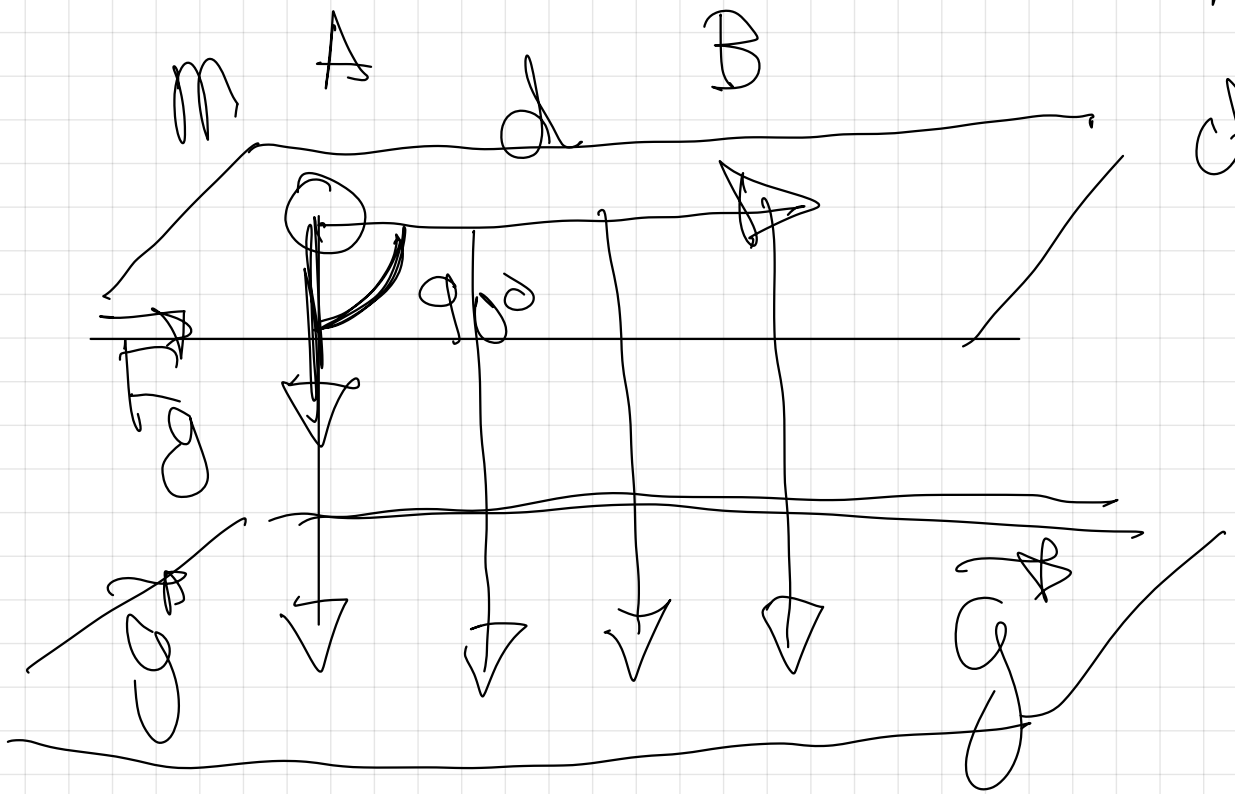
$-\Delta E_{p_{A \to B}} = W_{A \to B} > 0$!!

$-\Delta E_{p_{A \to B}} > 0$;

$-(E_{p_B} - E_{p_A}) > 0$;

$E_{p_A} > E_{p_B}$; $\rightarrow$ La E_p diminuisce.

b)



$W_{A\to B} = F \cdot d \cdot \cos 90°$

$\cos 90° = 0$

$W_{A\to B} = 0$

$W_{A\to B} = -\Delta E_p$

$0 = -(E_{pB} - E_{pA})$

$E_{pA} = E_{pB}$

No varía la E_p

Sup. equipotencial

$V_A = V_B$

$E_{pA} = m \cdot V_A = m \cdot V_B = E_{pB}$

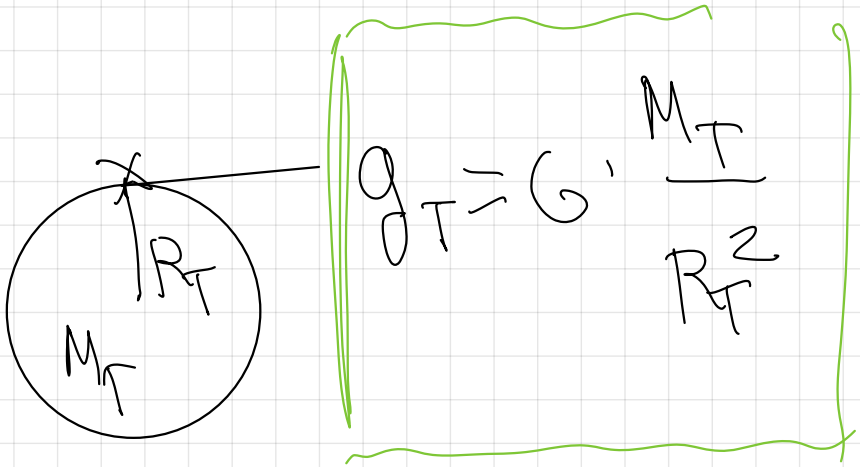
$W_{A \to B} = -\Delta E_{gA \to B}$

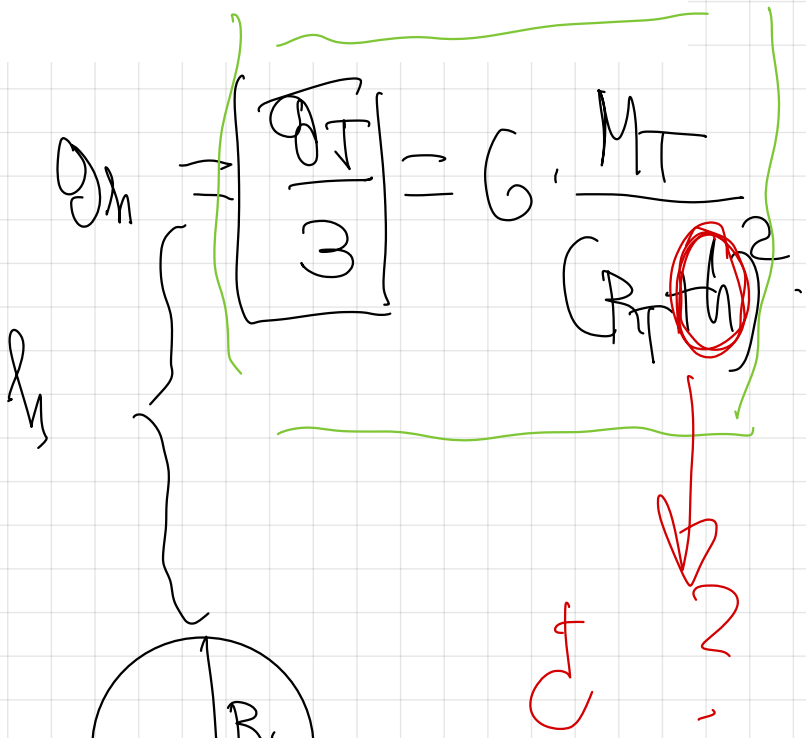
$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$ } válido con F cte y no cte.

$W_{A \to B} = F \cdot d \cdot \cos \alpha$

↓ Solo cuando F es cte.

52.- ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra la gravedad terrestre se reduce a la tercera parte?. $R_T = 6370$ Km





$$\frac{\frac{g_T}{3}}{g_T} = \frac{g_h}{g_T} = \frac{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}}{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}}$$

$$\frac{g_{T/3}}{g_T} = \frac{G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)^2}}{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}},$$

$$\frac{1}{3} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2},$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}}.$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{R_T}{R_T + h}$$

$$R_T + h = \sqrt{3} R_T$$

$$h = \sqrt{3} R_T - R_T$$

$$h = R_T (\sqrt{3} - 1)$$

$$h = 6{,}37 \cdot 10^6 (\sqrt{3} - 1) = 4{,}42 \cdot 10^6 \text{ m}$$

65, 51, 238, 42, 22 b) , 61, 63, 73

- **65.-** Relación entre el campo y el potencial gravitatorios

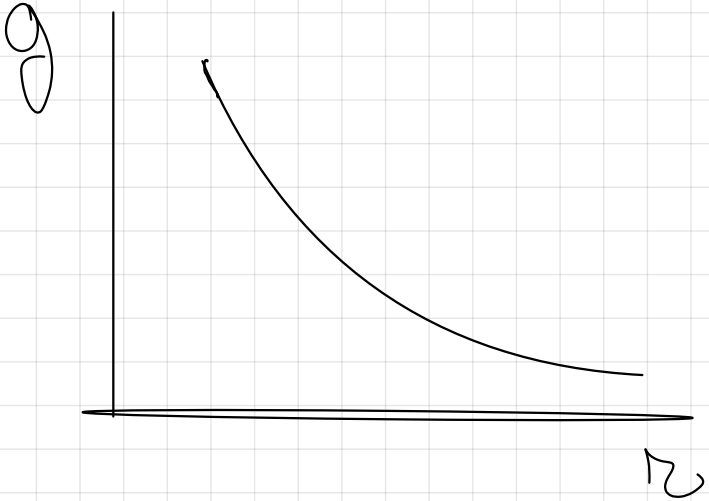
65.- Relación entre el campo y el potencial gravitatorios

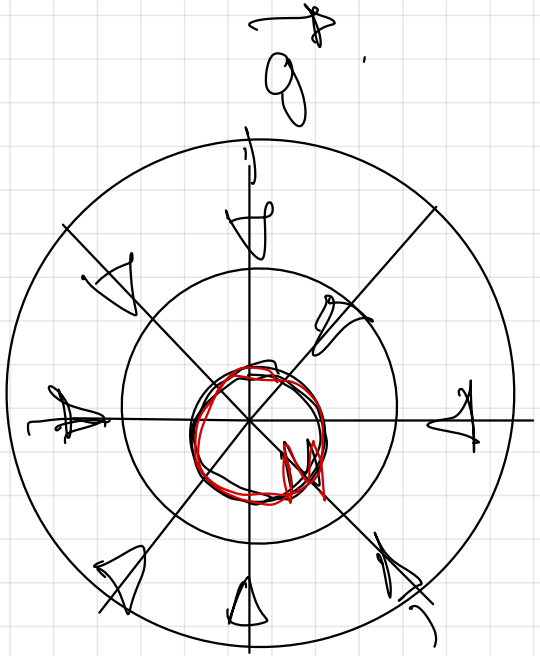
$\vec{g}$ Magnitud vectorial

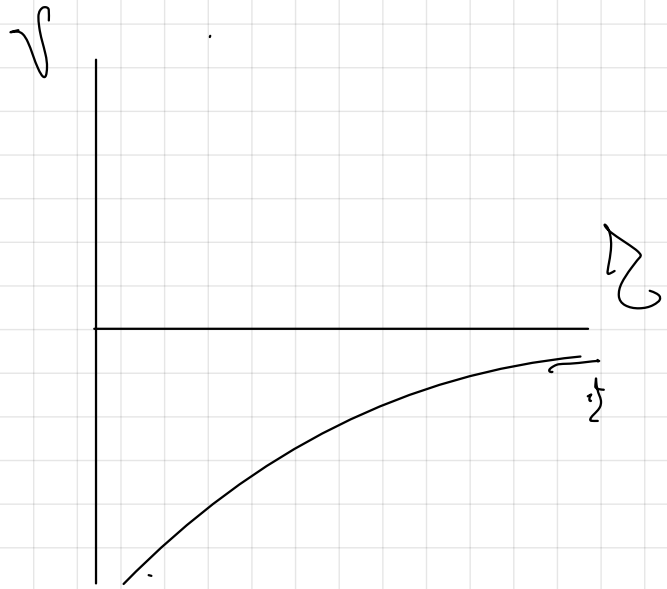
$$|\vec{g}| = \frac{F}{m} = \frac{G\frac{M\cdot m}{r^2}}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

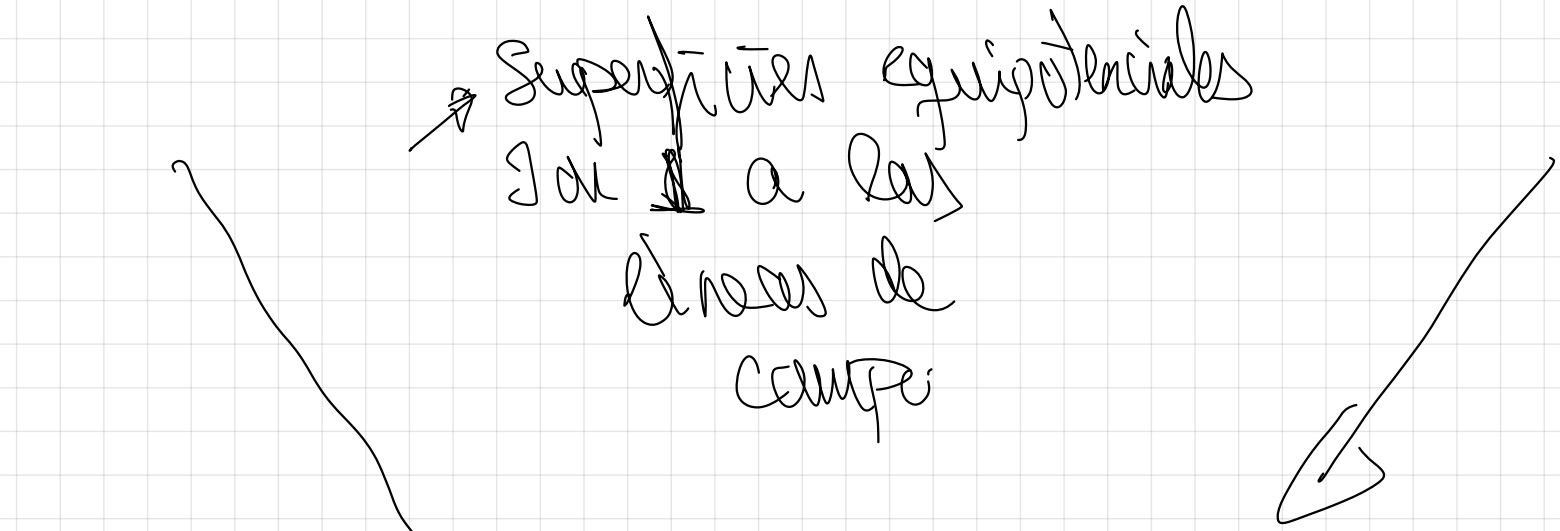
V Magnitud escalar

$$V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G\frac{M\cdot m}{r}}{m} = -G\frac{M}{r}$$



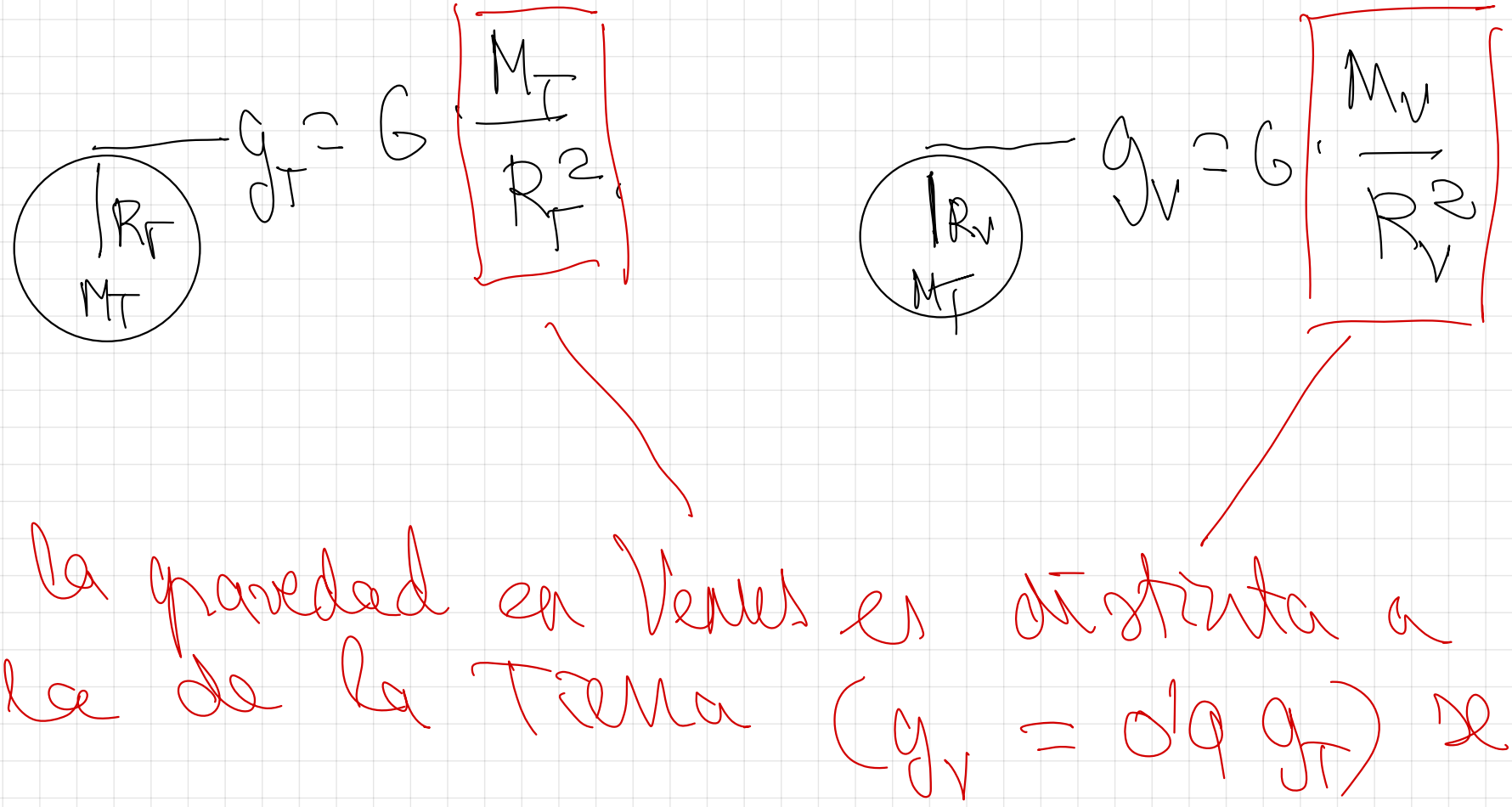






Al alejarnos de la masa M que crea el campo, el campo gravitatorio decrece y el potencial gravitatorio aumenta.

51.- Justifique si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: "la gravedad en la superficie de Venus es el 90% de la gravedad en la superficie de la Tierra, y en consecuencia, si midiésemos en Venus la constante de gravitación universal G, el valor obtenido sería el 90% del medido en la Tierra.



Si la gravedad en Venus es distinta a la de la Tierra ($g_V = 0'9\, g_T$) se

debe a que la relación M/R^2 es distinta en ambos planetas, y no se debe al valor de G que es una cte universal (no varía independientemente del medio)

42.- La masa de la Luna es 0,01 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,25 veces el radio terrestre. Un cuerpo, cuyo peso en la Tierra es de 800 N, cae de una altura de 50 m sobre la superficie lunar.

a) Determinar la masa del cuerpo y su peso en la Luna.

b) Realizar el balance de energía en el movimiento de caída y calcular la velocidad con la que el cuerpo llega a la superficie.

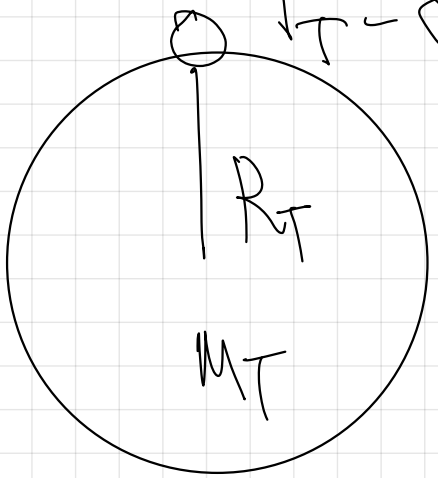
$g = 10\ m \cdot s^{-2}$

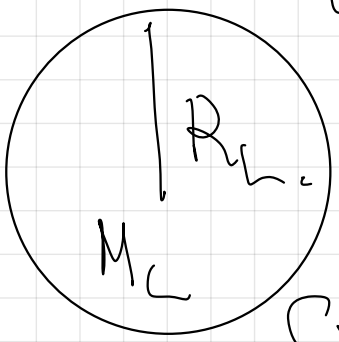
$M_L = 0{,}01\, M_T$.

$R_T = 0{,}25\, R_T$.

P_L ?

$P_T = 800\,N$.





Es el peso en la Luna.

$$P_T = m \cdot g_T$$

$$m = \frac{P_T}{g_T} = \frac{800\,N}{10\,m/s^2} = 80\,kg$$

$$P_L = m \cdot g_L$$

$$P_L = m \cdot 0{,}16\, g_T$$

$$P_L = 80 \cdot 0{,}16 \cdot 10$$

$$P_L = 128\,N$$

$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}}{G \cdot \frac{0'01\, M_T}{(0'25 R_T)^2}}$$

$$\boxed{g_L = 0'16\, g_T}$$

$$g_L = 0'16 \cdot 10 = 1'6\ m/s^2$$

Se puede usar $E_p = m g h$.



$E_{m\,h} = E_{m\,\text{superficie lunar}}$.

$E_{Ph} + E_{Ch} = E_{Psup\ bajo} + E_{C\ sup\ bajo}$.

$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m v^2 = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

h desde cero.

0.

$E_P \downarrow$, $E_C \uparrow$, $E_M = cte$.

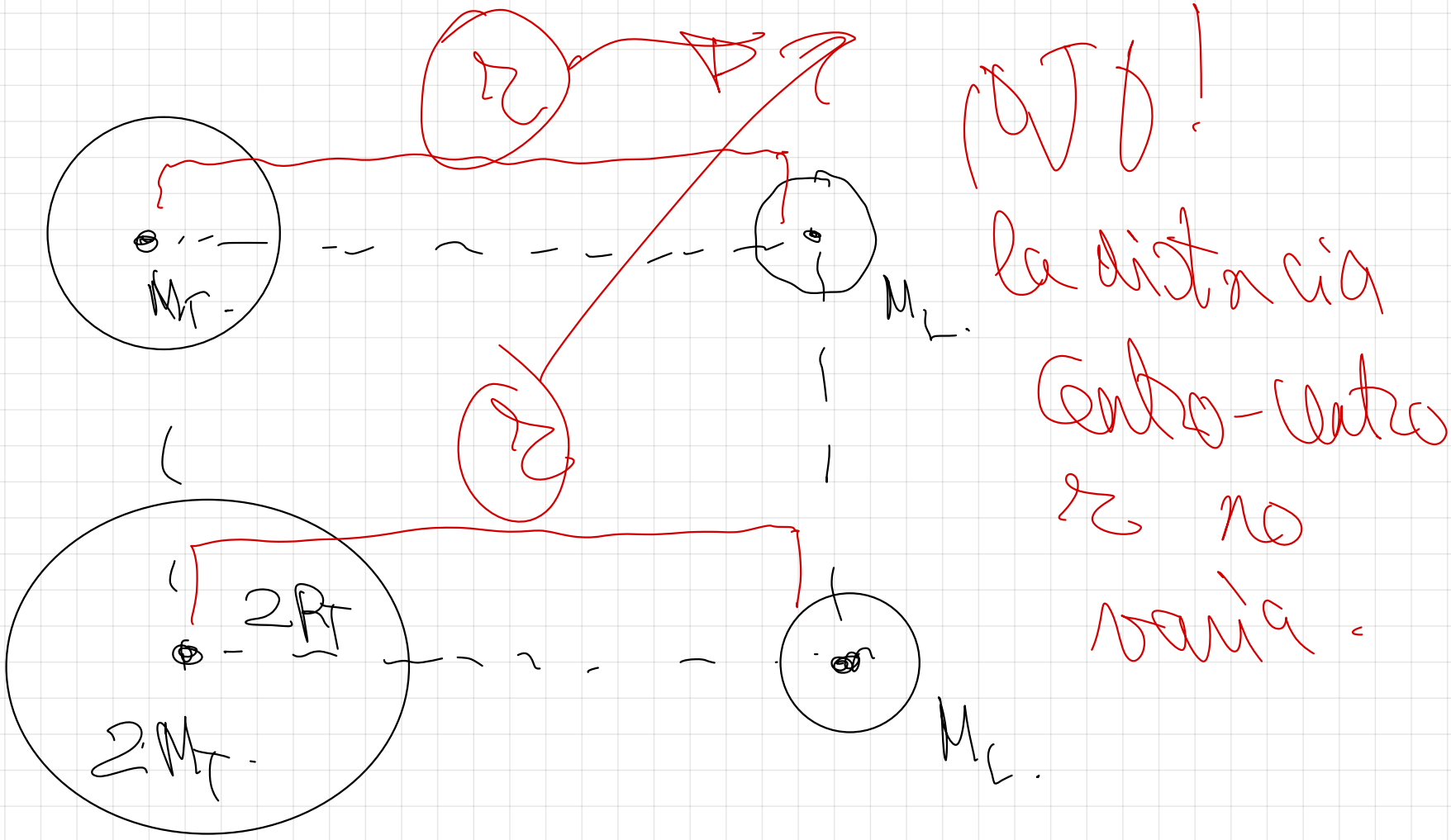
$v = \sqrt{2 g \cdot h} = 12'64\ m/s$.

SELECTIVIDAD 2018

23) (18-E) a) Si la masa y el radio de la Tierra se duplican, razone si las siguientes afirmaciones son correctas: (i) El periodo orbital de la Luna se duplica; (ii) su velocidad orbital permanece constante.

b) La masa de Marte es aproximadamente la décima parte de la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. Calcule cuál sería la masa y el peso en la superficie de Marte de una persona que en la superficie terrestre tuviera un peso de 700 N.

$g_T = 9{,}8\ m\ s^{-2}$



Condición de orbitación

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot \frac{v_L^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_T}}$$

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot 2M_T}}$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{\sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot 2M_T}}}{\sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot M_T}}}$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Jojo! la kisna.

$$T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$$

↓

La afirmación es falsa.

Condición de oblicuidad

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_K}{R^2} = M_K \cdot \frac{v_0^2}{R}$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$$

$$v_0' = \sqrt{G \cdot \frac{2M_T}{R}}$$

R ... vzdálenost

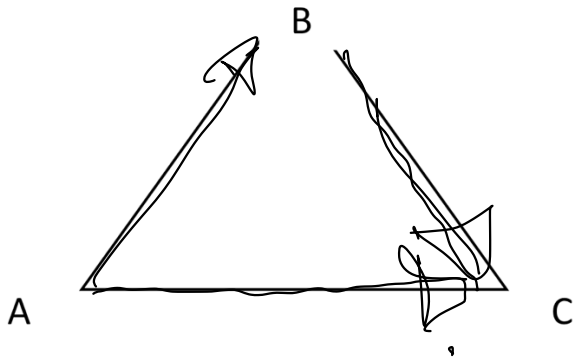
$$\frac{v_0'}{v_0} = \frac{\sqrt{G \frac{2M_T}{R}}}{\sqrt{G \frac{M_T}{R}}} \Rightarrow v_0' = \sqrt{2}\, v_0$$

63.- Una masa M se mueve desde el punto A hasta el punto B de la figura y posteriormente desciende hasta el C. Compare el trabajo mecánico realizado en el desplazamiento A-B-C con el que se hubiera realizado en un desplazamiento horizontal desde A hasta C

a) Si no hay rozamiento

b) En presencia de rozamiento

Justifique las respuestas



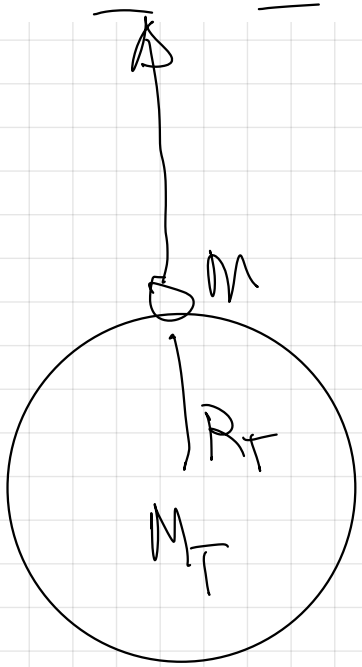
a) Si no hay rozamiento y actúa únicamente una fuerza conservativa el trabajo es el mismo (no depende de la trayectoria)

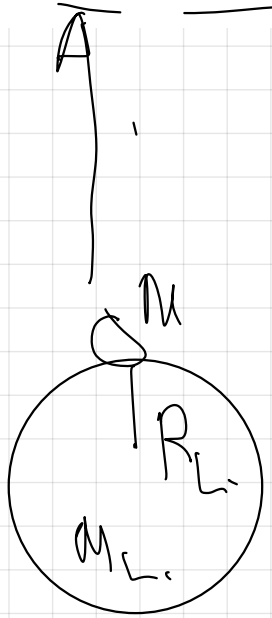
$$W_{A \to B \to C} = W_{A \to C}.$$

$$m \cdot (v_A - v_C) = m \cdot (v_A - v_C)$$

b) Si hay rozamiento, la pérdida energética $A \to B \to C$ es mayor, y por ello para llevar a cabo ese desplazamiento se necesita un mayor $W_{A \to B \to C}$.

73.- Razonar dónde será la velocidad de escape mayor, si en la Tierra o en la Luna





$$E_{P_T} + E_{C_T} = E_{P_\infty} + E_{C_\infty}$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2}mv_e^2 = 0 + 0$$

$$E_{P_L} + E_{C_L} = E_{P_\infty} + E_{C_\infty}$$

$$-G\frac{M_L \cdot m}{R_L} + \frac{1}{2}mv_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$v_{e_T} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L}$$

$$v_{e_L} = \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}$$

Con esta expresión no se puede comparar.

$$g_T = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

$$g_L = \frac{G \cdot M_L}{R_L^2}$$

$$v_{eT} = \sqrt{\frac{2 g_T \cdot R_T^2}{R_T}} \qquad v_{eL} = \sqrt{\frac{2 g_L \cdot R_L^2}{R_L}}$$

$$v_{eT} = \sqrt{2 g_T \cdot R_T} \longrightarrow v_{eL} = \sqrt{2 g_L \cdot R_L}$$

$g_T > g_L$

$R_T > R_L$.

Se demuestra así: $\Big($ $\rightarrow v_{eT} > v_{eL}$.