

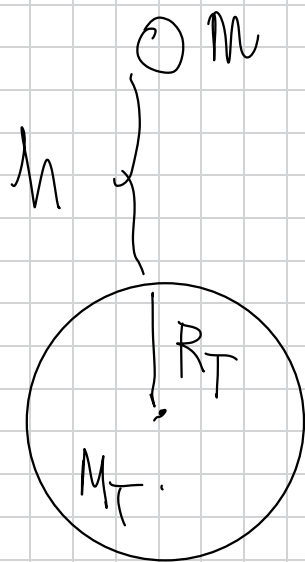
DUDAS CAMPO GRAVITATORIO

2º EXAMEN

b) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m , situado a una altura h sobre la superficie terrestre, puede expresarse en las dos formas siguientes: mgh o $-GM_Tm/R_T+h$. Explique el significado de cada una de esas expresiones y por qué corresponden a diferentes valores (y signo).

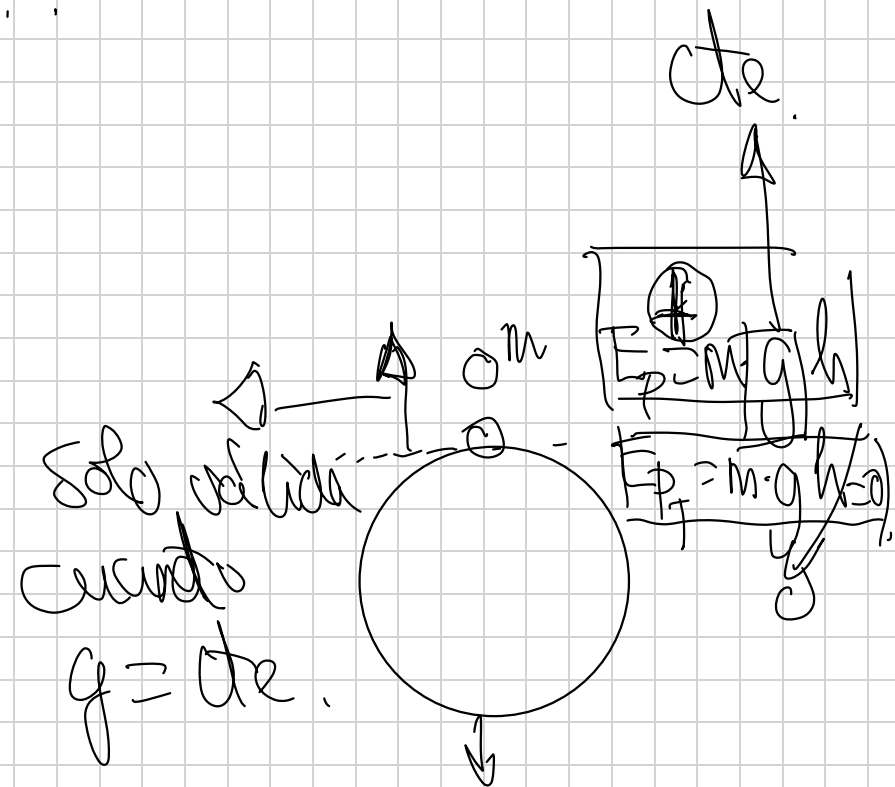
∞ - - - - - $|E_{p\infty} = 0|$ - - - - -

$\circ m$ - $|E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}|$ $\downarrow$



$\downarrow$

Válida en
cualquier rango
de distancia
válida cuando g no es cte

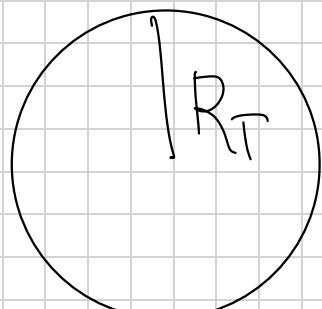
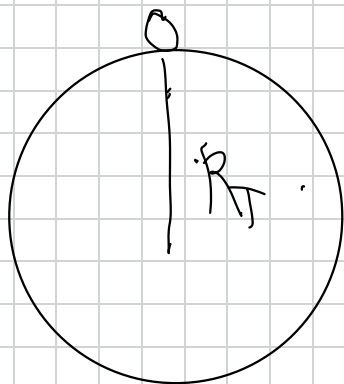


2 diferencias:

solo válidas en
distancias pequeñas en
comparación con R ($g = \text{cte}$)

- El origen de E_p tomado, que nos determine
que el valor de la E_p sea positivo
o negativo.

- $E_p = m \cdot g \cdot h$ es válida solo en el
caso de la superficie terrestre
($g = \text{cte}$) mientras que $E_p = G \frac{M \cdot m}{(R+h)}$
es válida también cuando
 g no es cte .



$$\boxed{G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}}$$

$\Rightarrow$ Unidades S.I.

Radio $\Rightarrow$ m.

Para salir de la Luna, los astronautas del Apolo tuvieron que despegar de su superficie en su módulo lunar de 15000 kg. Calcule razonadamente: i) la velocidad de escape de la Luna; ii) la energía cinética mínima necesaria para que el vehículo escape de la Luna; iii) la velocidad con que llegaría a la Tierra una nave, inicialmente en reposo, desde una altura de $2,5 \cdot 10^4$ km sobre la superficie terrestre. Considere despreciable el rozamiento con el aire y el efecto de la Luna.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}; M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}; R_T = 6370 \text{ km};$$

$$M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}; R_L = 1740 \text{ km}$$

FISICA. 2025. RESERVA 2. EJERCICIO b2

∞ — — — $P_{\text{pas}} = 0, [E_{\text{cin}} = 0]$
 ~~$g = 1,6$~~
 $E_{\text{pot}} = -G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L}$
 $m = 15000 \text{ kg}$
 R_L
 M_L
 v_e
 $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} M v_e^2$
 $E_A + E_{\text{cin}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{cin}}$

$$-G \frac{M_L = M}{R_L} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 + 0.$$

$$R_L = 1740 \text{ km}$$

$$R_L = 174 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\frac{1}{2} M v_e^2 = G \cdot \frac{M_L = M}{R_L}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 667 \cdot 10^{-11} \cdot 735 \cdot 10^{22}}{174 \cdot 10^6}}$$

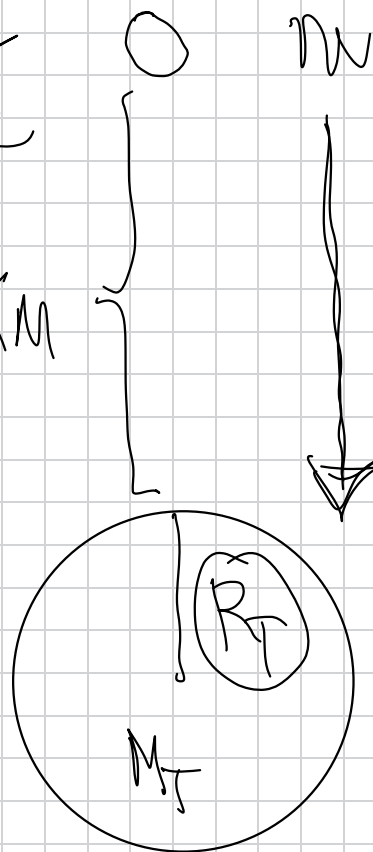
$$v_e = 237381 \text{ m/s}$$

$$\vec{L}) \quad E_L = \frac{1}{2} M v_e^2 = \frac{1}{2} 15000 \cdot (237381)^2 = 4.21 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$\infty \rightarrow 0$

ii) ~~$g \neq 0$~~

$(h) 2.5 \cdot 10^4 \text{ KM}$
 $= 2.5 \cdot 10^7 \text{ m}$



$$E_{Ph} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$E_{Ch} = 0$$

$$E_{Pt} = -G \frac{M_T \cdot m}{R_T}, \quad E_C = \frac{1}{2} m v_T^2$$

No hay rozamiento
 Conservación de la E_m.

$$E_{Ph} + \cancel{E_{Ch}} = E_{Pt} + E_C$$

$$-G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} = -G \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$G \frac{P_T}{R_T} - G \frac{P_T}{(R_T + R_h)} \approx \frac{1}{2} v^2.$$

$$v = \sqrt{2 G P_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + R_h)} \right)}$$

~~$$v = 3.5 \frac{N}{s}$$~~

$$v = \sqrt{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24} \cdot \left(\frac{1}{(6.37 \cdot 10^6)} - \frac{1}{(6.37 \cdot 10^6 + 2.5 \cdot 10^7)} \right)}$$

$$v = 9.99 \cdot 10^3 \frac{N}{s}.$$

i) Como no hay rozamiento, aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica

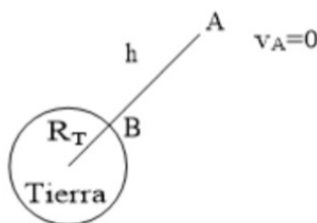
$$E_{\text{mec}}(A) = E_{\text{mec}}(\infty) \Rightarrow E_c(A) + E_{pg}(A) = E_c(\infty) + E_{pg}(\infty) \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{escape}}^2 - G \frac{M_L \cdot m}{R_L} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}}{1740000}} = 2373,82 \text{ m/s}$$

ii)

$$E_{c \text{ min}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{escape}}^2 = \frac{1}{2} \cdot 15000 \cdot (2373,82)^2 = 4,23 \cdot 10^{10} \text{ Julios}$$

iii) Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica



$$E_{\text{mec}}(A) = E_{\text{mec}}(B) \Rightarrow E_c(A) + E_{pg}(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) \Rightarrow -G \frac{M_T \cdot m}{R_T + h} = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - G \frac{M_T \cdot m}{R_T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 2G \left(\frac{M_T}{R_T} - \frac{M_T}{R_T + h} \right) = 2 \cdot G \cdot M_T \left(\frac{R_T + h - R_T}{R_T(R_T + h)} \right) = 2 \cdot G \cdot M_T \left(\frac{h}{R_T(R_T + h)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T \cdot h}{R_T(R_T + h)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 2,5 \cdot 10^7}{6370000(6370000 + 2,5 \cdot 10^7)}} = 9990,14 \text{ m/s}$$

¿Te interesa El Emprendimiento?
Apúntate A Un Congreso Online Gratuito
19, 20 Y 21 De Diciembre

CONGRESO TALLERES EXPERIENCIA
LSA: MENTES DIVERGENTES
CULTIVANDO LA CULTURA EMPRENDEDORA
Y LA INNOVACIÓN DESDE TU TERRITORIO
Una oportunidad para conectar
mentes abiertas al cambio.

MENTES DIVERGENTES

Buscar

Síguenos En Redes Sociales



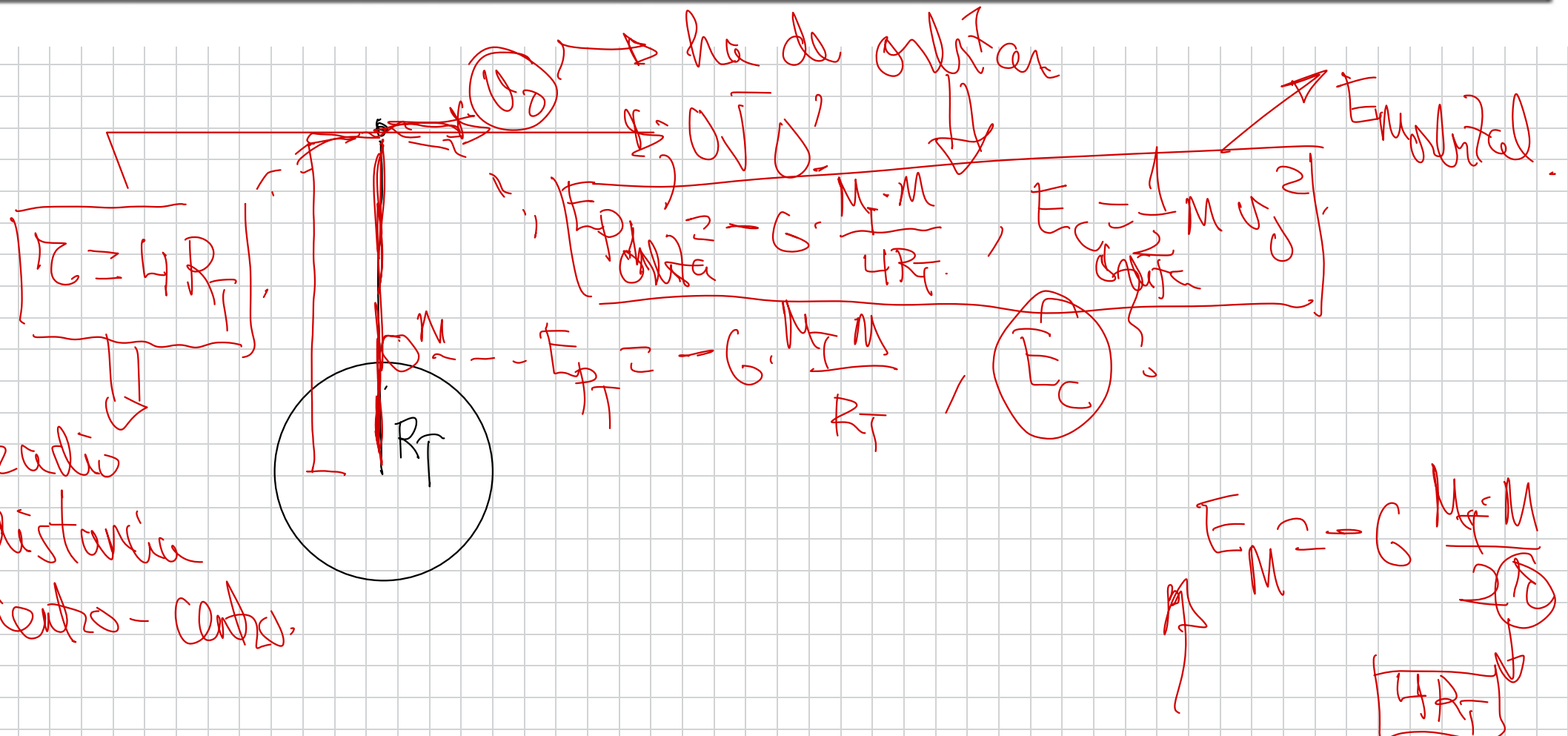
NA

a) Un satélite orbita alrededor del planeta A, y otro satélite alrededor del planeta B. El planeta A tiene cuatro veces más masa que el planeta B. Determine la relación entre las velocidades orbitales de los dos satélites si estos orbitan a la misma distancia del centro de cada planeta.

b) Un satélite artificial de 800 kg de masa se sitúa en una órbita de radio cuatro veces el radio de la Tierra. i) Determine su periodo orbital. ii) Calcule la energía necesaria para ponerlo en la órbita desde la superficie terrestre, despreciando la rotación de la Tierra.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}; M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}; R_T = 6370 \text{ km}$$

FISICA. 2021. RESERVA 4. EJERCICIO A1



$$E_{PT} + E_{CT} = \overbrace{\left(E_{\text{fördata}} + E_{\text{cdata}} \right)}^{E_{\text{in data}}}$$

$$- G \frac{M_T \cdot M}{R_T} + \left(E_G \right) = - G \frac{M_T \cdot M}{2(4R_T)}$$

$$E_G = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} \rightarrow G \frac{M_T \cdot M}{8 R_T}$$

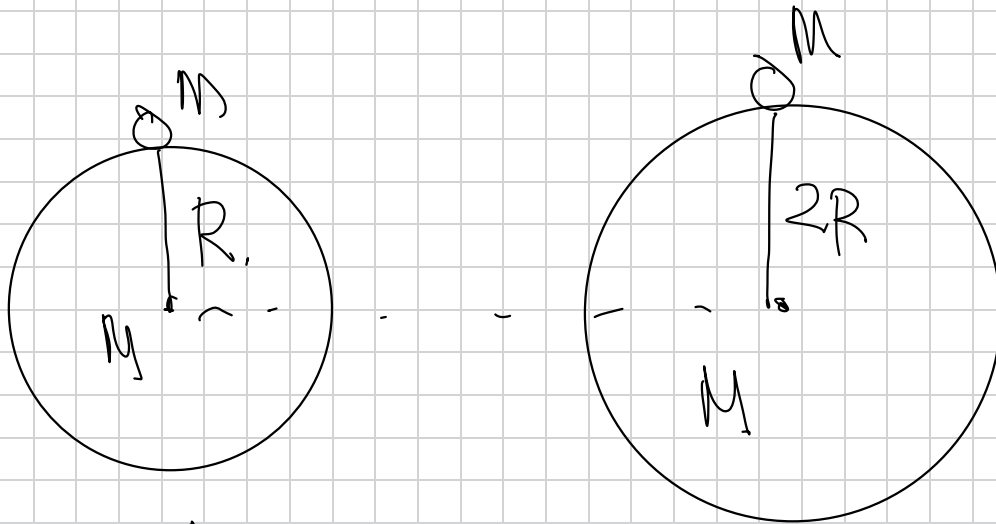
$$E_{CT} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} \left(1 - \frac{1}{8} \right)$$

$$E_{CT} = \frac{7}{8} G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} = \frac{7}{8} 667 \cdot 10^{11} \cdot \frac{598 \cdot 10^{24} \cdot 800}{637 \cdot 10^6}$$

$$E_G = 4138 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

8.- Suponiendo que el radio de un planeta aumentara al doble de su valor, explicar cómo variaría el peso de los cuerpos en su superficie considerando el caso en el que permaneciera constante:

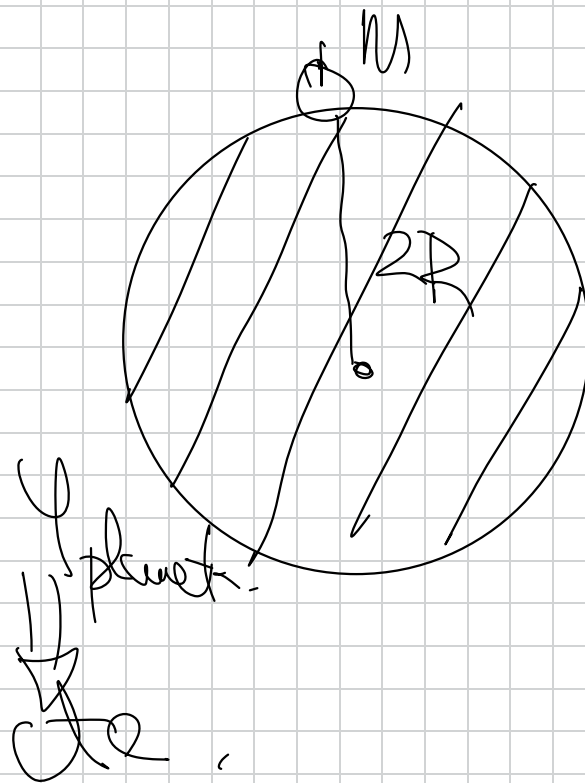
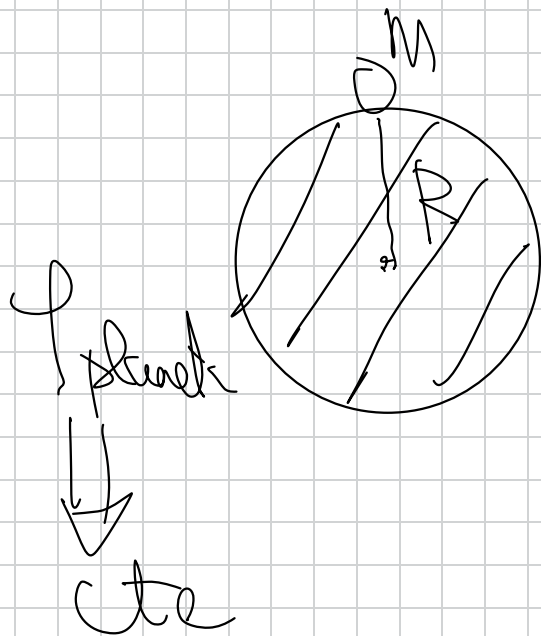
- a) La masa del planeta -
- b) La densidad del planeta -



$$P = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

$$P' = G \cdot \frac{M \cdot m}{(2R)^2}$$

$$P' = \frac{1}{4} P$$



$$P = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$\boxed{M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$P = G \frac{\cancel{M} m}{R^2}$$

$$P = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 m \underbrace{\quad}_{R^2}$$

$$P = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \boxed{R} m$$

$\downarrow$
 etc.

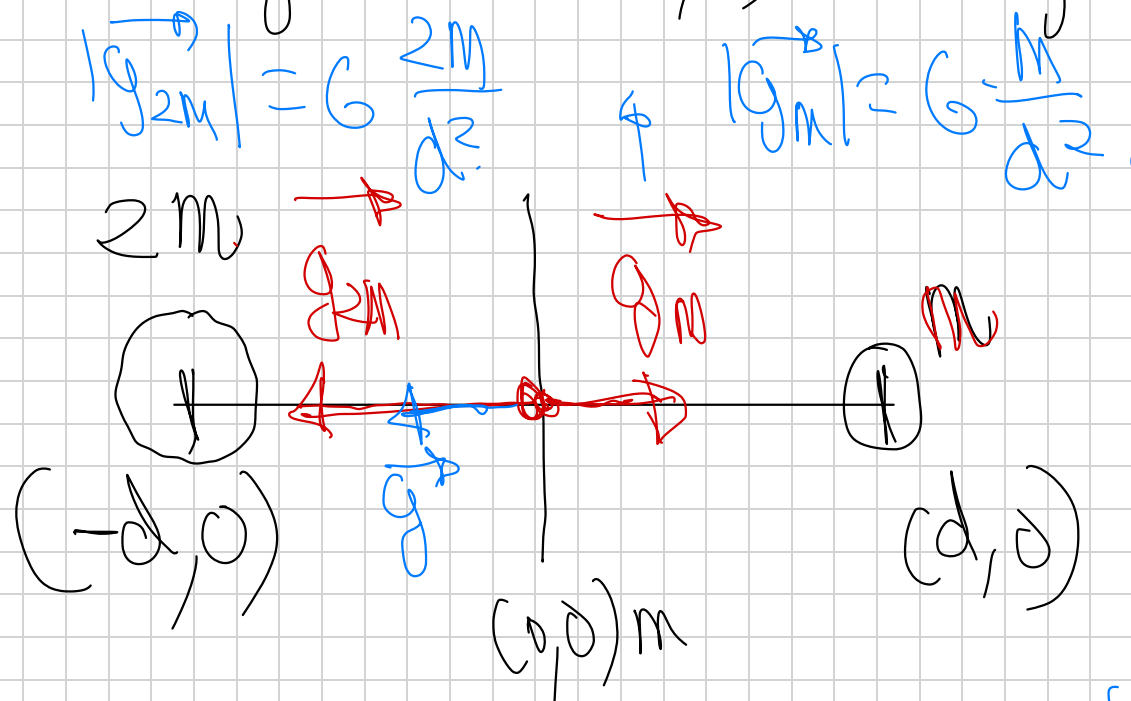
$$\boxed{P' = 2P}$$

$$P' = G \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \boxed{2R} m$$

$\downarrow$
 etc

Una partícula de masa m está situada en A $(d, 0)m$ y otra de masa $2m$ está en B $(-d, 0)$.

II Deducir $\vec{g}$ en $(0, 0)m$ y representarlo



$$|\vec{g}_{2m}| = G \frac{2m}{d^2}$$

$$|\vec{g}_m| = G \frac{m}{d^2}$$

$$|\vec{g}| = |\vec{g}_{2m}| - |\vec{g}_m|$$

$$|\vec{g}| = G \frac{2m}{d^2} - G \frac{m}{d^2}$$

Principio de superposición - $|\vec{g}| = G \frac{m}{d^2}$

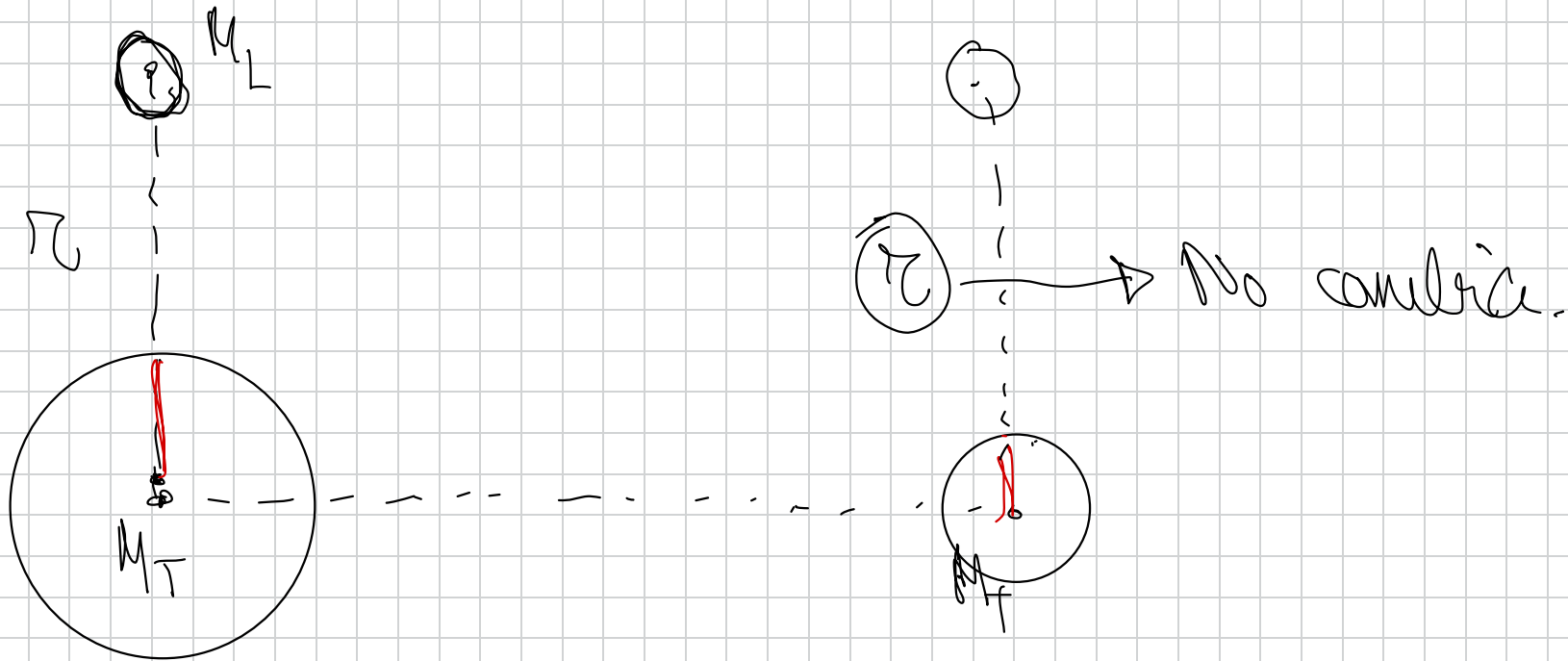
$$\vec{g} = \vec{g}_m + \vec{g}_{2m}$$

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

$$\vec{g} = +G \cdot \frac{m}{d^2} \vec{r} + \left(-G \cdot \frac{2M}{d^2} \vec{r} \right)$$

$$\boxed{\vec{g} = -G \cdot \frac{m}{d^2} \vec{r}}$$

Si la Tierra, manteniendo su masa, disminuyese su radio a la mitad, ¿cómo se vería afectada la velocidad orbital de la Luna?



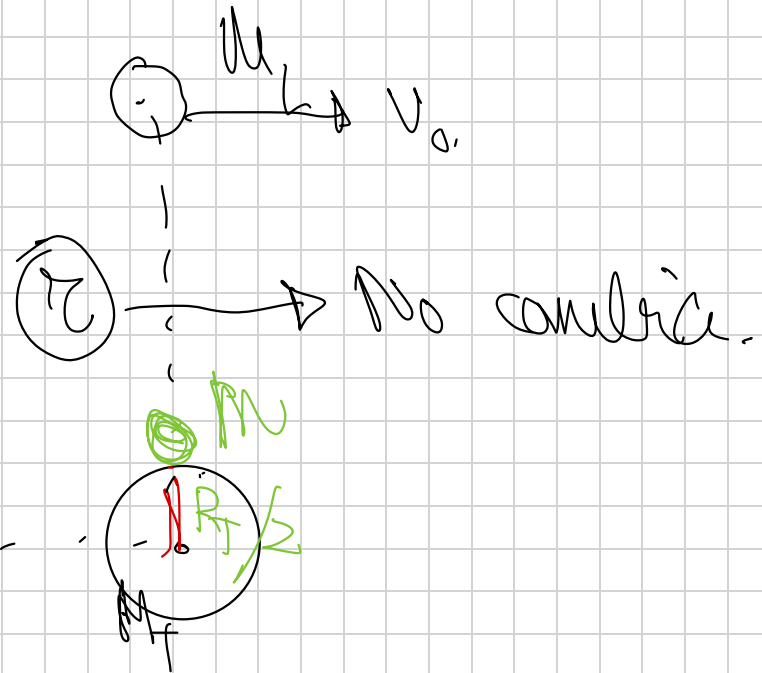
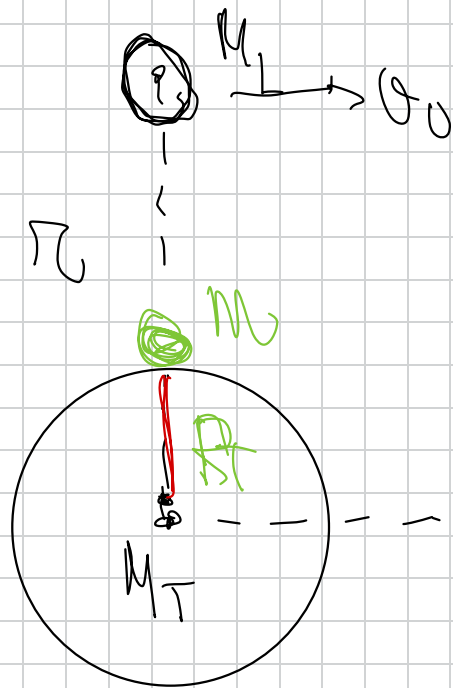
$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T M_L}{r^2} = M_L \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$v_o = \sqrt{G \frac{M_T}{r_0}}$$

$$v_o = \sqrt{G \frac{M_T}{r_0}} \Rightarrow \text{Es la misma.}$$

↳ no cambia.



¿Cómo cambiaría en este caso el peso de un cuerpo en la superficie terrestre?

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$P_T' = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{\left(\frac{R_T}{2}\right)^2}$$

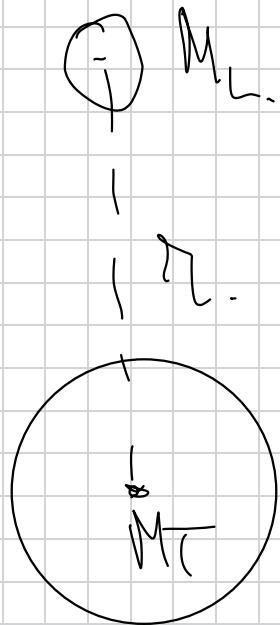
$$P_T' = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2/4}$$

$$P_T' = 4 \cdot G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$\frac{P_T'}{P_T} = 4$$

$\boxed{P_T' = 4P_T} \rightarrow$ O peso
será 4
vezes maior.

Si la luna orbitase con el mismo
radio que orbita sobre la Tierra
pero la torna a un planeta de
masa ~~de~~ doble que la terrestre,
¿cómo cambiaría su ω orbital?



$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}}$$

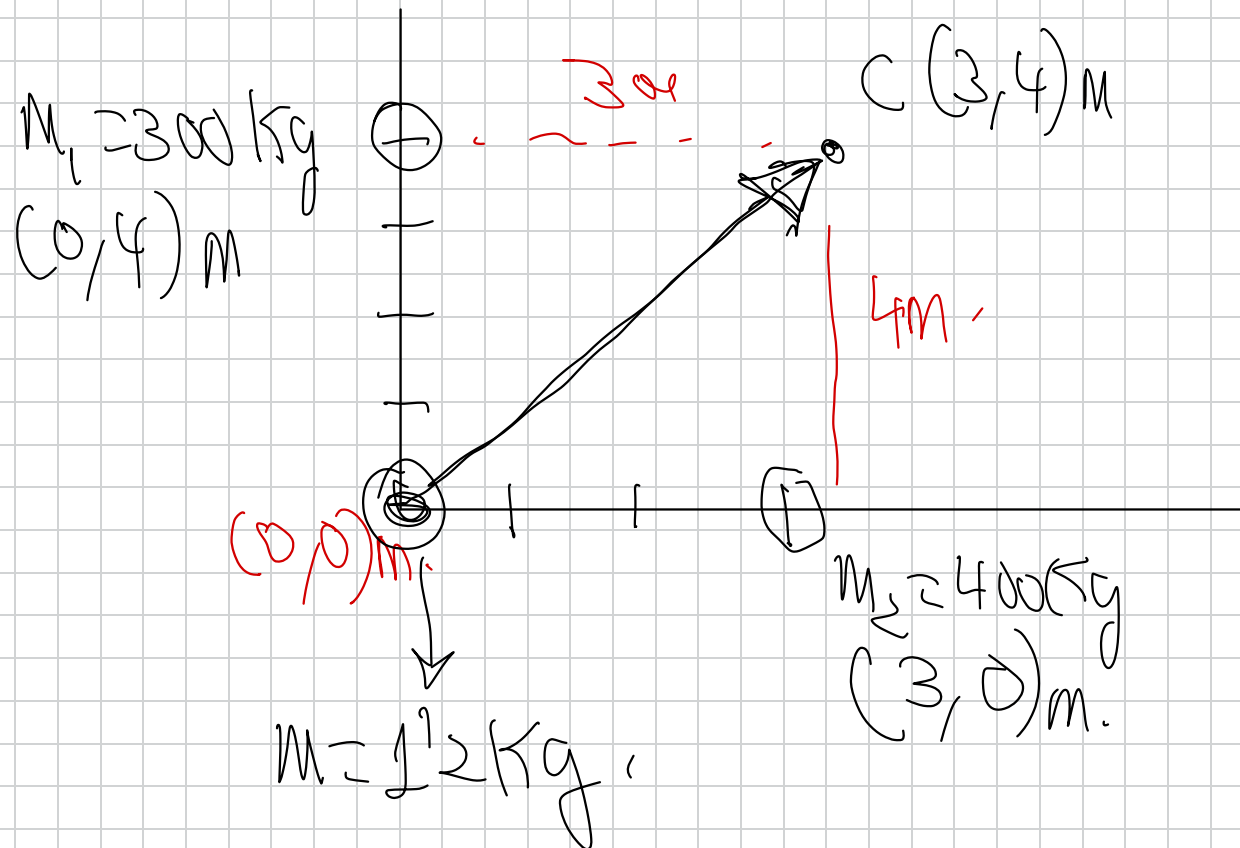
$$v' = \sqrt{G \cdot \frac{2M}{R}}$$

$$v' = \sqrt{2} v_0$$

Dos masas puntuales de 300 kg y 400 kg están situadas en los puntos A(0,4)m y B(3,0)m, respectivamente. Calcule razonadamente: i) el potencial gravitatorio en el punto C(3,4)m, apoyándose de un esquema; ii) el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para desplazar una tercera masa de 1,2 kg desde el origen de coordenadas al punto C.

$$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

FISICA. 2025. RESERVA 3. EJERCICIO b1



$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$

Principio de superposición

$$V_{(3,4)m} = V_1 + V_2$$

$$V_{(3,4)m} = -G \cdot \frac{M_1}{r_1} - G \cdot \frac{M_2}{r_2}$$

$$V_{(3,4)m} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{300}{3} - 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{400}{4}$$

$$V_{(3,4)m} = -233 \cdot 10^{-8} \text{ J/Kg}$$

Princípio da superposição -

$$V_{(0,0)m} = V_1 + V_2$$

$$V_{(0,0)m} = -G \cdot \frac{m_1}{r_{g1}} - G \cdot \frac{m_2}{r_{g2}}$$

$$V_{(0,0)m} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{300}{4} - 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{400}{3}$$

$$V(0,0)_n = -1.38 \cdot 10^{-8} \text{ J/kg}.$$

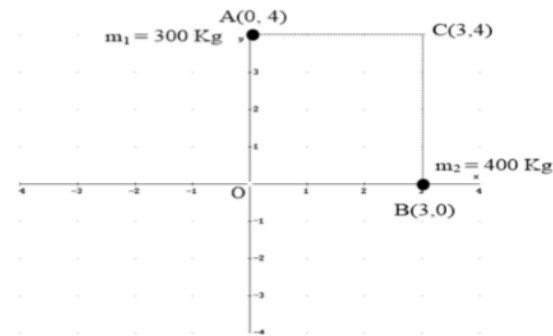
$$[V = -\int E_p]$$

$$W_{(0,0)_n \rightarrow (3,4)_n} = m \cdot (V_{(0,0)_n} - V_{(3,4)_n})$$

$$W_{(0,0)_n \rightarrow (3,4)_n} = 1.2 \cdot (-1.38 \cdot 10^{-8} - (-1.33 \cdot 10^{-8}))$$

$$W_{(0,0)_n \rightarrow (3,4)_n} = -6 \cdot 10^{-10} \text{ J}.$$

RESOLUCION



i) Potencial gravitatorio:

$$V_g(C) = V_{gm_1}(C) + V_{gm_2}(C) = -G \frac{m_1}{r_1} - G \frac{m_2}{r_2} = -6,67 \cdot 10^{-11} \left(\frac{300}{3} + \frac{400}{4} \right) = -1,334 \cdot 10^{-8} \text{ J/kg}$$

ii) Principio de superposición:

$$V_g(O) = V_{gm_1}(O) + V_{gm_2}(O) = -G \frac{m_1}{r'_1} - G \frac{m_2}{r'_2} = -6,67 \cdot 10^{-11} \left(\frac{300}{4} + \frac{400}{3} \right) = -1,39 \cdot 10^{-8} \text{ J/kg}$$

Calculamos el trabajo

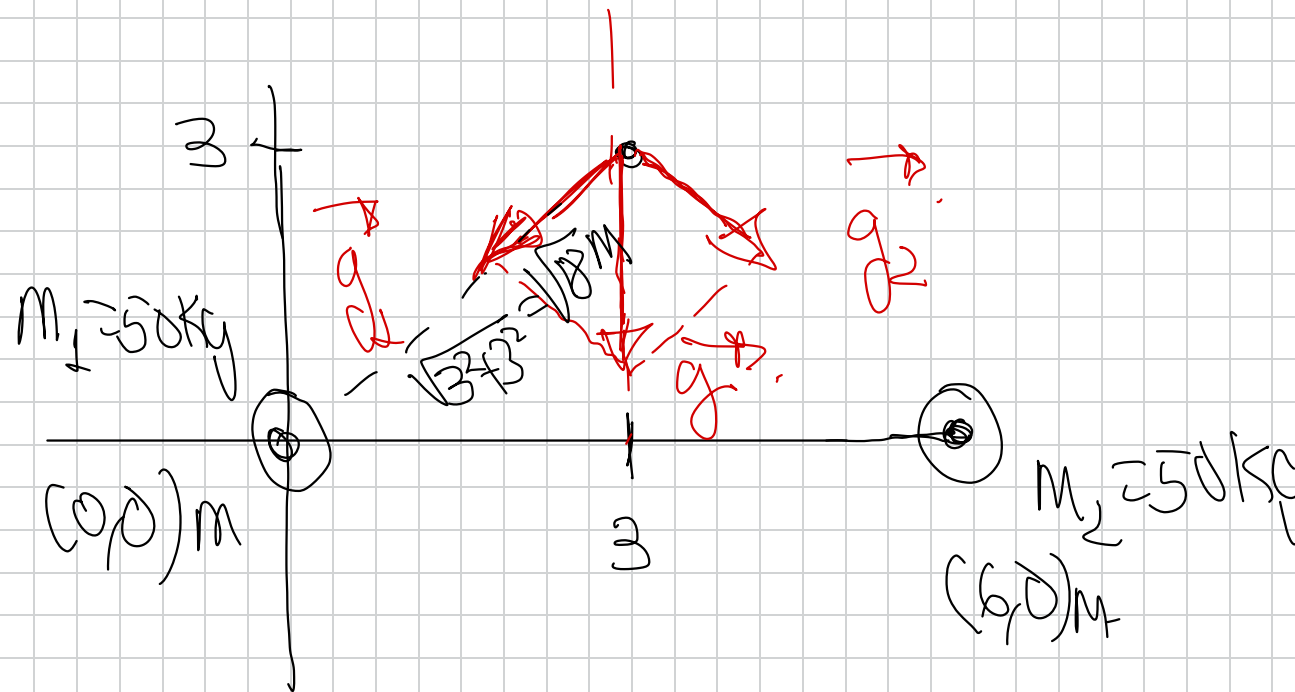
$$\begin{aligned}
 W_{O \rightarrow C}(F_g) &= -[E_{pg}(C) - E_{pg}(O)] = -m[V_g(C) - V_g(O)] = \\
 &= -1,2 \cdot [-1,334 \cdot 10^{-8} + 1,39 \cdot 10^{-8}] = -6,72 \cdot 10^{-10} \text{ Julios}
 \end{aligned}$$

a) Dibuje las líneas de campo gravitatorio de dos masas puntuales de igual valor y separadas una cierta distancia. ¿Existe algún punto donde la intensidad de campo gravitatorio se anula? ¿Y el potencial gravitatorio? Razone sus respuestas.

b) Dos masas iguales de 50 kg se sitúan en los puntos A(0,0) m y B(6,0) m. Calcule: (i) El valor de la intensidad del campo gravitatorio en el punto P(3,3) m; (ii) si situamos una tercera masa de 2 kg en el punto P, determine el valor de la fuerza gravitatoria que actúa sobre ella.

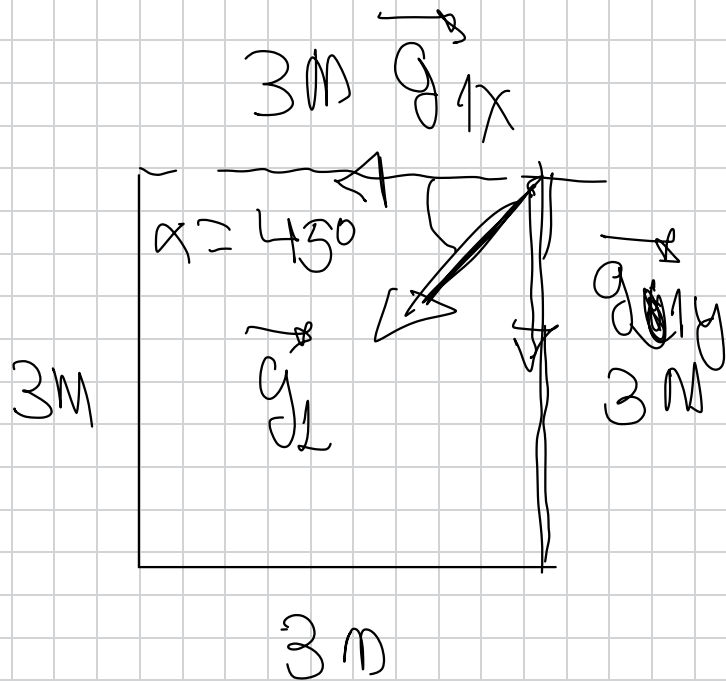
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

FISICA. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B



Principio de superposición. $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$

$$|\vec{g}_1| = G \cdot \frac{M_1}{r_1^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{50}{(\sqrt{18})^2} = 1.85 \cdot 10^{-10} \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$



$$\sin 45^\circ = \frac{g_{1y}}{g_1}$$

$$g_{1y} = g_1 \cdot \sin 45^\circ$$

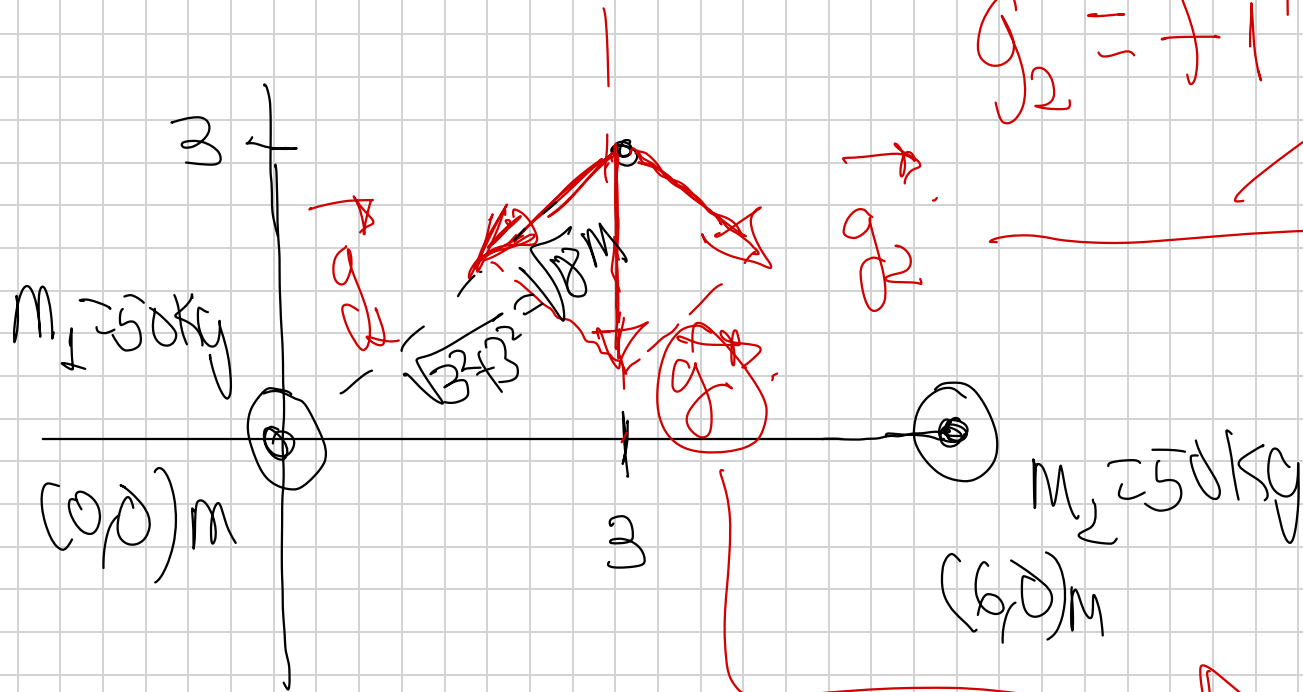
$$g_{1y} = 1.85 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$g_{1y} = 1.31 \cdot 10^{-10} \text{ N/kg}$$

$$g_{1x} = 1.31 \cdot 10^{-10} \text{ N/kg}$$

$$\vec{g}_1 = -1'31 \cdot 10^{-10} \vec{e} - 1'31 \cdot 10^{-10} \vec{j} \left(\frac{N}{kg} \right)$$

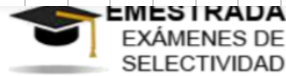
$$\vec{g}_2 = +1'31 \cdot 10^{-10} \vec{e} - 1'31 \cdot 10^{-10} \vec{j} \left(\frac{N}{kg} \right)$$



$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$$

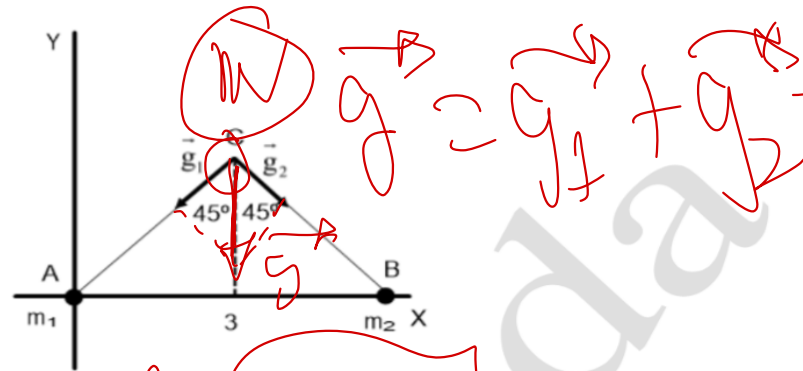
$$\vec{g} = -2'62 \cdot 10^{-10} \vec{e} \left(\frac{N}{kg} \right)$$

$$|g| = 2.62 \cdot 10^{-10} \frac{m}{s^2}$$



Para que la suma sea 0, uno de los potenciales debe ser negativo y el otro positivo. Esto no es posible porque los dos potenciales gravitatorios son negativos. Luego, no existe ningún punto P donde $V_g(P) = 0$.

b)



(i) Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g}(C) = \vec{g}_1(C) + \vec{g}_2(C)$

$$|\vec{g}_1(C)| = G \frac{m}{R_1^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{50}{18} = 1.85 \cdot 10^{-10}$$

$$|\vec{g}_2(C)| = G \frac{m}{R_2^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{50}{18} = 1.85 \cdot 10^{-10}$$

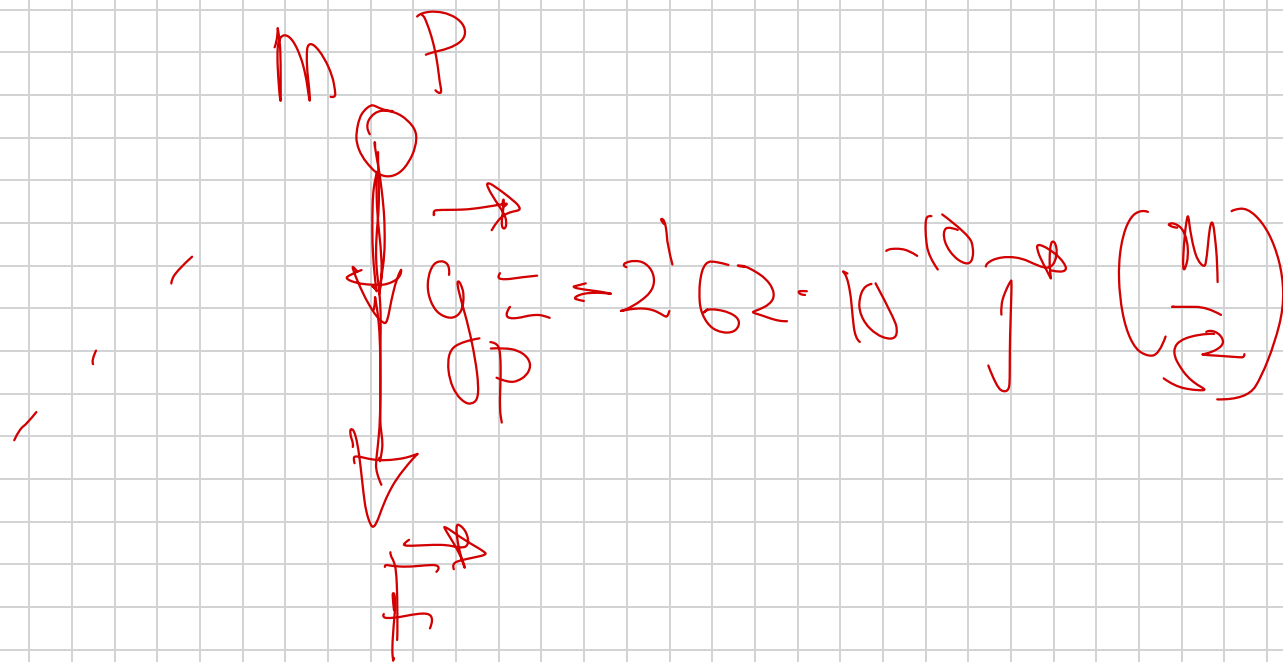
Los módulos son iguales y los vectores forman el mismo ángulo (45°) con la vertical, luego, la suma es un vector vertical hacia abajo. Luego, el campo gravitatorio en C vale:

$$\vec{g}(C) = 1.85 \cdot 10^{-10} (-\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) + 1.85 \cdot 10^{-10} (\cos 45^\circ \vec{i} - \sin 45^\circ \vec{j}) = -2 \cdot 1.85 \cdot 10^{-10} \sin 45^\circ \vec{j} = -2.62 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

(ii) Calculamos la fuerza gravitatoria

$$\vec{F}_g(C) = m \cdot \vec{g}(C) = 2 \cdot (-2.62 \cdot 10^{-10} \vec{j}) = -5.24 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ N}$$

$$\boxed{g = -2.62 \cdot 10^{-10} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}$$



$$F = m \cdot g$$

$$F = 2.62 \cdot 10^{-10}$$

$$2.62 \cdot 10^{-10}$$

$$\left(\frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

$$|\vec{F}| = 524 \cdot 10^{-10} \text{ N}$$

$$\vec{F} = 524 \cdot 10^{-10} \vec{1} \text{ (N)}$$