

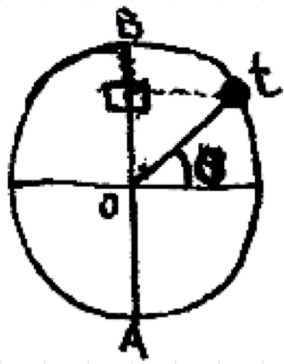
M.A.S.

pag 111 del libro $\Rightarrow$ Teoría.
Ejercicios M.A.S $\Rightarrow$ página web, junto con sus
soluciones

- a) Oscilación completa o ciclo completo,
- b) Velocidad angular, pulsación o frecuencia angular ω .

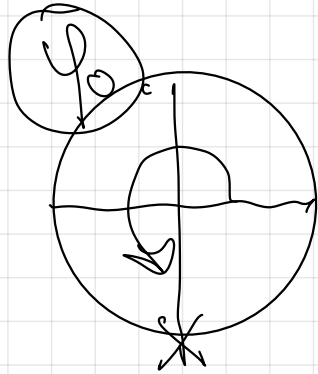
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

- c) Ángulo de fase φ (rad en S.I.).



θ nos representa el estado vibratorio en ese instante t

d) Ángulo de fase inicial φ_0 ,



$t=0$,

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right).$$

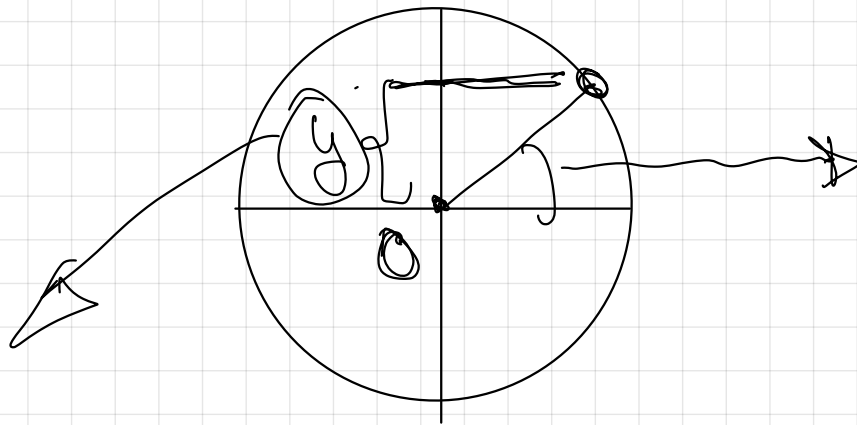
$$v = \frac{s}{t}.$$

$$s = v \cdot t.$$

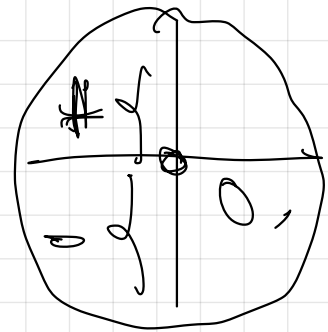
$$s = v \cdot t + s_0.$$

$$\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$$

e) Elongación y (m en SI).



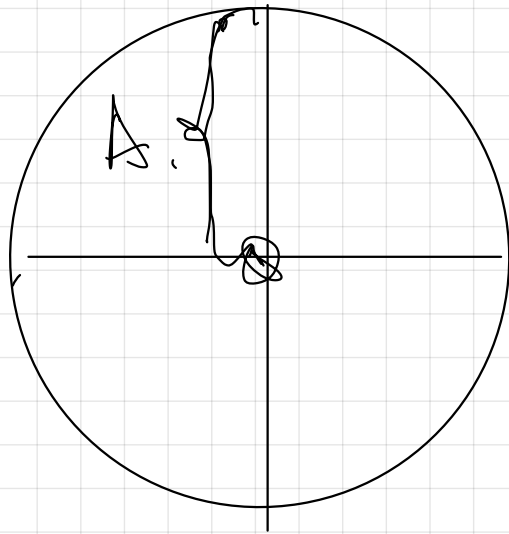
$$y = y_0 + \omega t$$



Distancia que lo separa de su posición intermedia en un instante t .

f) Amplitud (m)

$$y_{\max} = A.$$



AM
FM

g) Período T (s. en s#).

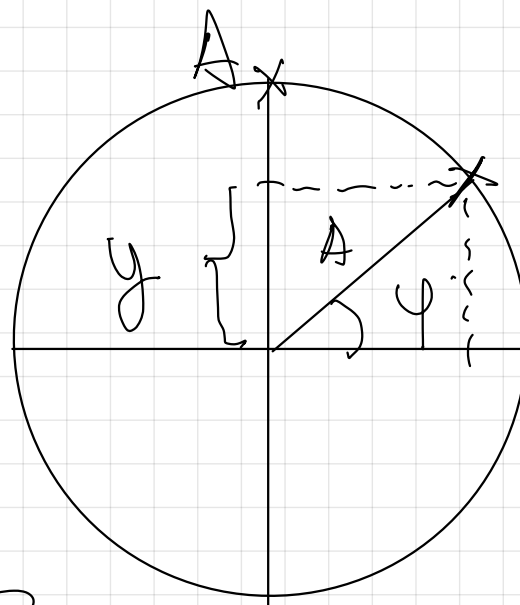
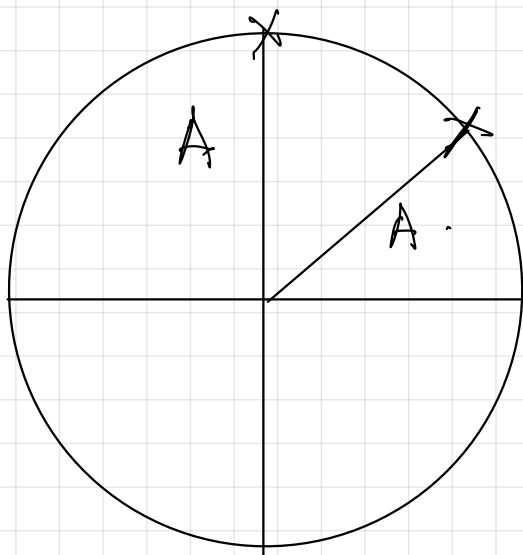
$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

h) Frequencia $\left(\text{Hz} = \text{s}^{-1}, \text{osc/s}, \text{etc.} \right)$

$$f = \frac{\text{n.º oscilações}}{t.}$$

$$f = \frac{1}{T.}$$

3º M.A.S.



$$\text{sen } \varphi = \frac{y}{A} \begin{matrix} \text{?} \\ \text{cateto opuesto} \\ \text{hipotenusa} \end{matrix}$$

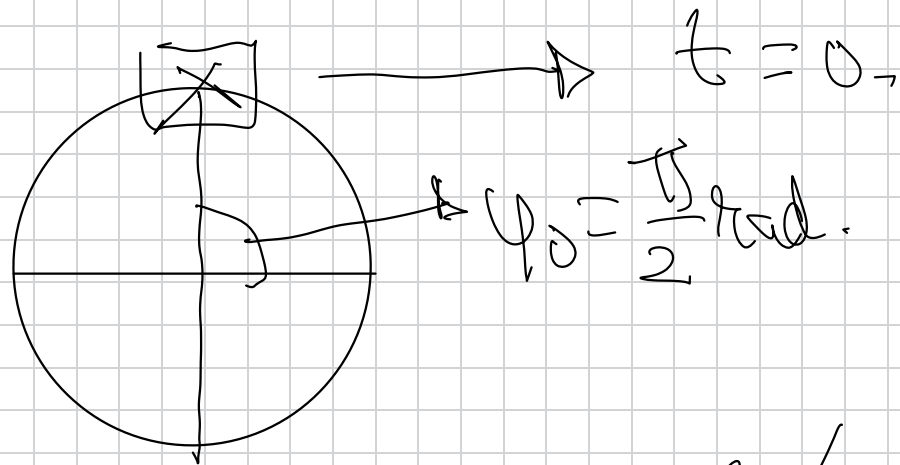
$$y = A \cdot \sin \phi \rightarrow (\omega t + \phi_0)$$

$$y = A \cdot \sin (\omega t + \phi_0)$$

$$y(t) = A \cdot \sin (\omega t + \phi_0)$$

Ecuación de un M.A.S.

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$



Para calcular φ_0 , asigno $t = 0$ y hallo cuánto vale sabiendo la elongación para ese instante.

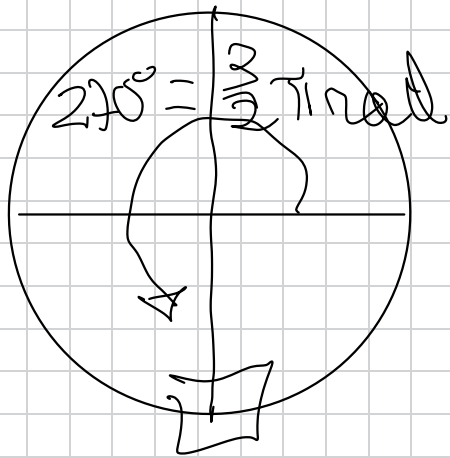
$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$t = 0 \Rightarrow y = A$

$$A = A \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\frac{A}{A} = \sin \varphi_0$$

$$\sin \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad (or)}$$



$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Cálculo φ_0 :

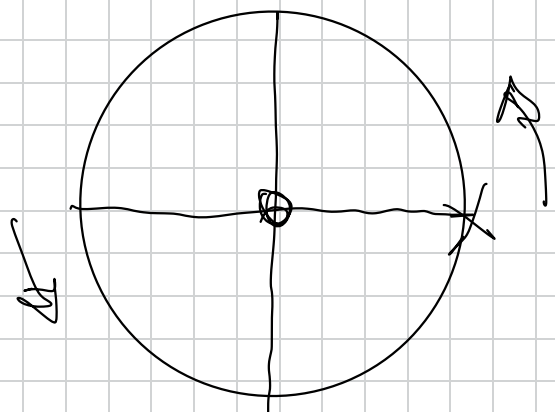
$$t=0 \Rightarrow y = -A.$$

$$-A = A \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$-A = A \cdot \sin \varphi_0.$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{-A}{A} = -1$$

$$\varphi_0 = \arcsin(-1) = \frac{3}{2} \pi \text{ rad}$$



φ_0 $\searrow$ 0°
 $\searrow$ $180^\circ (\pi \text{ rad})$

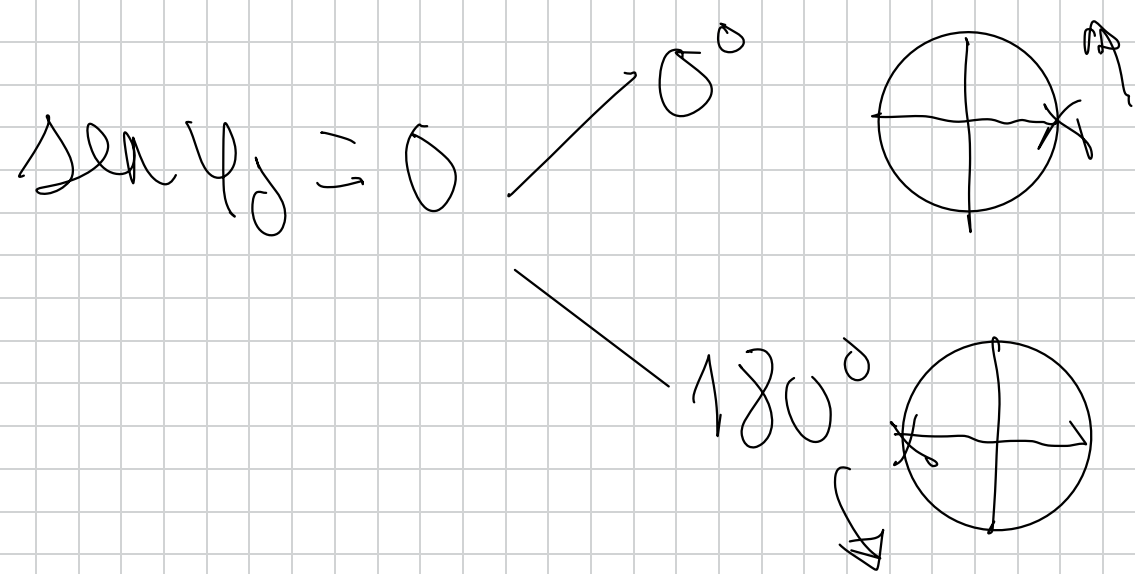
Calculate φ_0 .

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

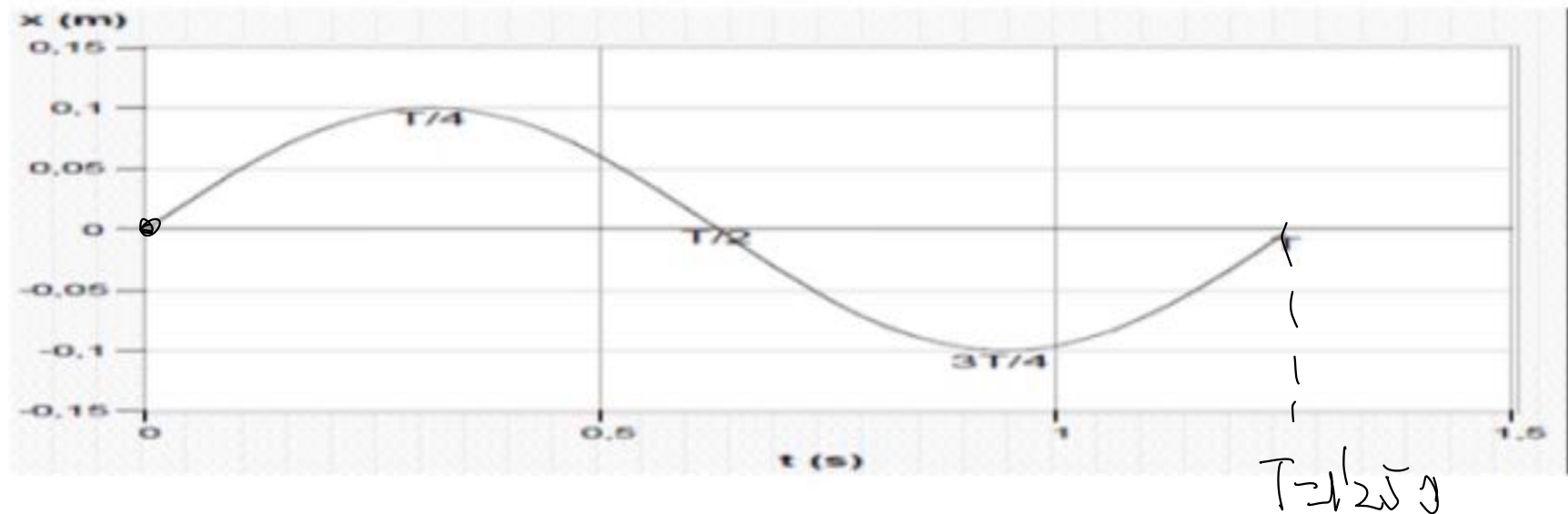
$$t = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$0 = A \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\frac{0}{A} = \sin \varphi_0$$



1.- En la gráfica se muestra la posición en función del tiempo para una partícula que describe un m.a.s. Determina la ecuación de dicho movimiento.



$$A = 0.1 \text{ m}$$

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$y(t) = 0.1 \cdot \sin\left(\frac{1}{6}\pi t + \varphi_0\right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi \text{ rad}}{1.25 \text{ s}} \Rightarrow \frac{1}{6}\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\boxed{y(t) = 0.1 \cdot \sin\left(\frac{1}{6}\pi t\right)} \quad (\text{SI})$$

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

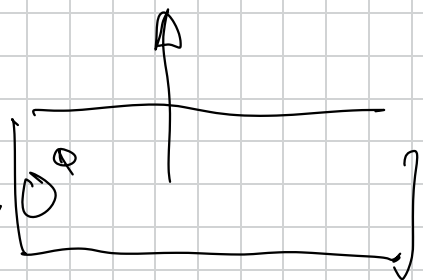
$$0 = A \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\frac{0}{A} = \sin \varphi_0$$

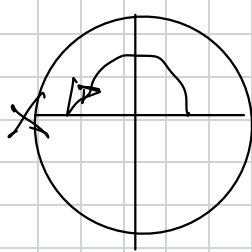
$$t=0$$

$$y=0$$

ascendente $\varphi_0 = 0$

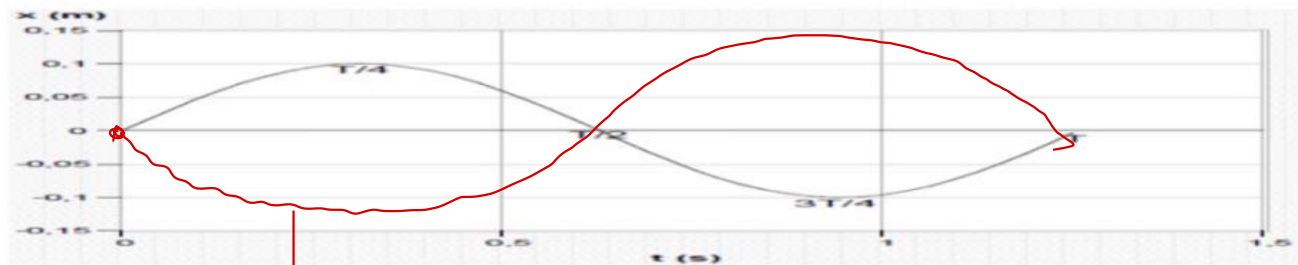
$$\varphi_0 = \arcsin 0 \rightarrow \begin{matrix} 0^\circ \\ 180^\circ (\pi \text{ rad}) \end{matrix}$$


Si φ_0 hubiese sido 180° (π rad)



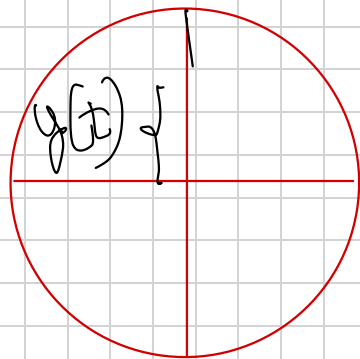
$\varphi_0 = 180$ (π rad)

1.- En la gráfica se muestra la posición en función del tiempo para una partícula que describe un m.a.s. Determina la ecuación de dicho movimiento.



$$y = 0.15 \cdot \cos(16\pi t + \pi) \quad (SI)$$

Cinematica del M.A.S.



~~$$v = c \cdot t$$~~

~~$$v = \frac{s}{t} = \frac{y}{t}$$~~

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

v nel M.A.S.

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot [\cos(\omega t + \varphi_0)] \omega$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \boxed{\cos(\omega t + \varphi_0)}$$

$$\boxed{v_{\max} = A \cdot \omega}$$
$$v_{\max} = \pm A \cdot \omega.$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0) = 1$$

$$\cos^2(\omega t + \varphi_0) = 1 - \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \underbrace{\left[\cos(\omega t + \varphi_0) \right]}_{\left[\cos(\omega t + \varphi_0) \right] = \sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \varphi_0)}}$$

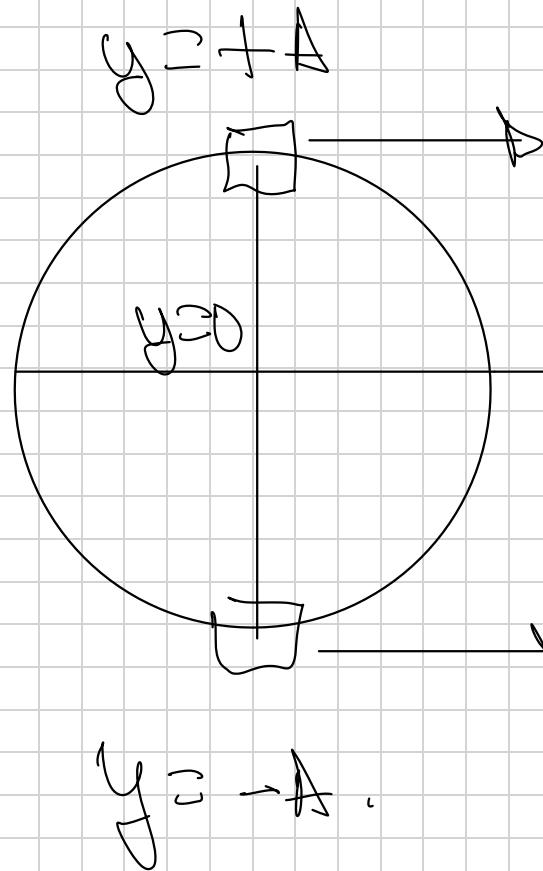
$$v = A \cdot \omega \cdot \sqrt{1 - \sin^2(\omega t + \varphi_0)}$$

$$v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - \underbrace{A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)}}_{\quad}$$

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2}$$

v del M.A.S en función de la posición.



$$v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - A^2} = 0$$

$v_{\min} = 0$
extremo

$$v = \omega \sqrt{A^2 - 0^2} = \omega \cdot A \rightarrow v_{\max}$$

en el centro

$$v_{\max} = \pm \omega A$$

$$v = \omega \sqrt{A^2 - (-A)^2} = 0$$

$v_{\min} = 0$
extremo

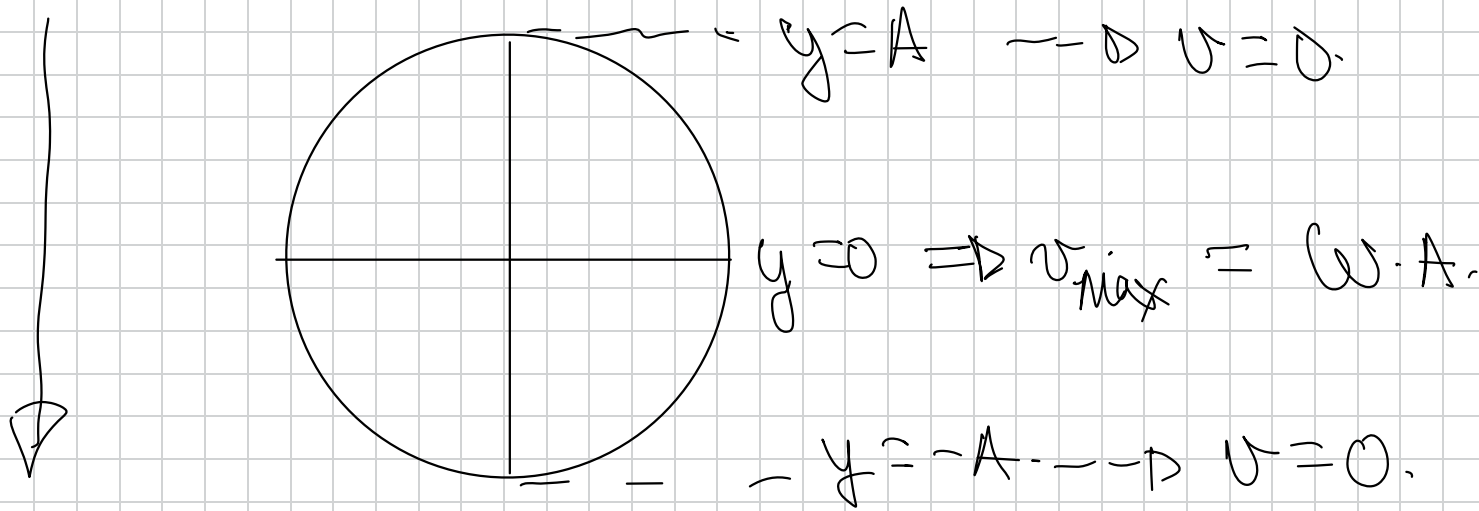
Aceleración del M.A.S.

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot \left[\cos(\omega t + \varphi) \right] \omega$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = \omega \sqrt{A^2 - y^2}$$



$$a = \frac{dv}{dt} = A \cdot \omega \left[-\sin(\omega t + \varphi_0) \right] \cdot \omega$$

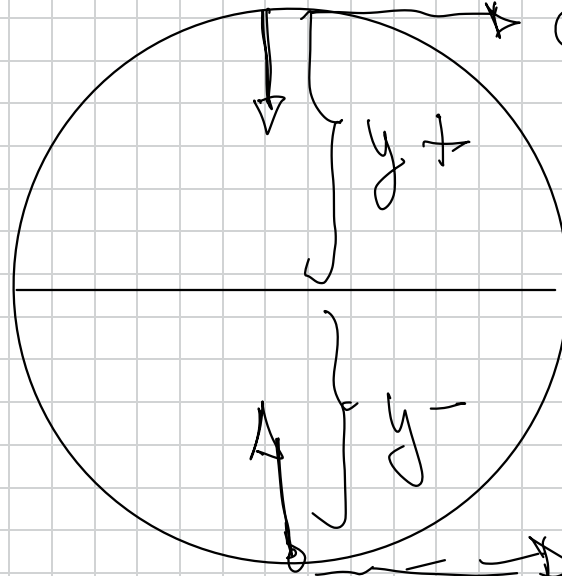
$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = -\omega^2 y$$

$$a_{\max} = \pm \omega^2 A$$

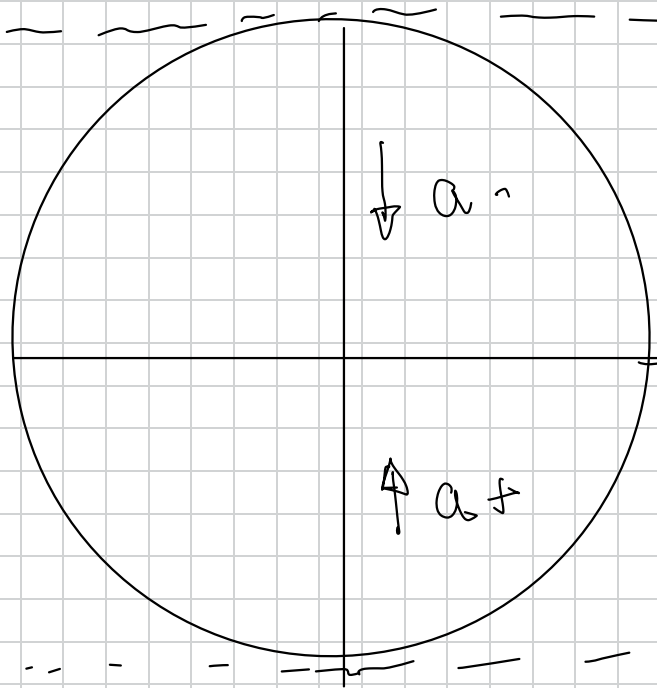
$$a_{\max} = -\omega^2 A$$



$$a_{\max} = +\omega^2 A$$

$$v = 0 \quad \text{---} \quad a_{\max} = \omega^2 A$$

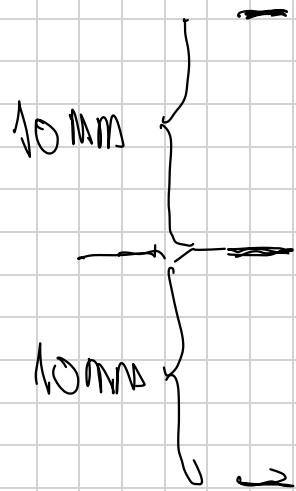
$$v_{\max} = \pm A \cdot \omega$$



$$a = 0$$

$$v = 0 \quad \text{---} \quad a_{\max} = \omega^2 A$$

2.- La aguja de una máquina de coser oscila entre dos puntos separados por una distancia vertical de 20 mm. Suponiendo que describe un m.a.s de frecuencia 30 Hz, ¿Cuál será su velocidad y aceleración máximas en unidades del Sistema Internacional?



$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 30$$

$$\omega = 60\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = 10 \text{ mm} = 10^{-2} \text{ m}$$

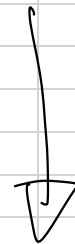
$$f = 30 \text{ Hz}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

No especifican
luego $\varphi_0 = 0$.

$$y = A \cdot \sin(\omega t)$$

$$y = 10^{-2} \cdot \sin(60\pi t) \text{ (S.I.)}$$



$$v = \frac{dy}{dt} = 10^{-2} \cdot \left[\cos(60\pi t) \right] \cdot 60\pi.$$

$$v = 60\pi \cdot 10^{-2} \cdot \cos(60\pi t)$$

$$v_{\max} = 60\pi \cdot 10^{-2} \text{ m/s} = 1.88 \text{ m/s}.$$

$$v_{\max} = A \cdot \omega$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 60\pi \cdot 10^{-2} \left[-\sin(60\pi t) \right] \cdot 60\pi$$

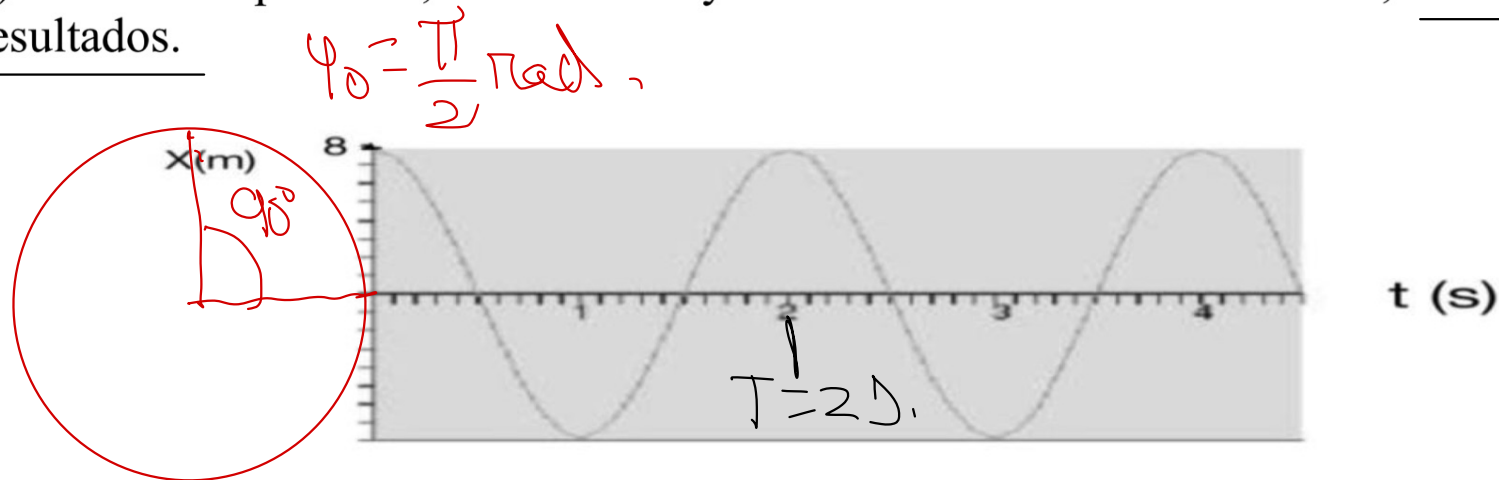
$$a_{\max} = \left(60\pi \right)^2 \cdot 10^{-2} \cdot \sin(60\pi t)$$

$$a_{\max} = \pm 354194 \text{ m/s}^2$$

4.- En la gráfica se muestra la posición en función del tiempo para una partícula que describe un m.a.s.

a) Escribir la ecuación del m.a.s en unidades S.I.

b) Calcular su posición, su velocidad y su aceleración en el instante $t=1s$, comentando los resultados.



$$a) \quad x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x(t) = 8 \cdot \sin(\pi t)$$

$$A = 8 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{2}$$

$$\omega = \pi \text{ rad/s}$$

Cálculo de φ_0

$$x(t) = 8 \cdot \sin(\pi t + \varphi_0)$$

$$t=0 \rightarrow \\ x(t) = 8 \text{ m}$$

$$8 = 8 \cdot \sin(\pi \cancel{t} + \varphi_0)$$

$$8 = 8 \cdot \sin(\varphi_0)$$

$$\sin \varphi_0 = 1$$

$$\varphi_0 = \arcsin 1$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad } (90^\circ)$$

$$x(t) = 8 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI)}$$

$$x(t) = 8 \cdot \cos(\pi t) \text{ (SI)}$$

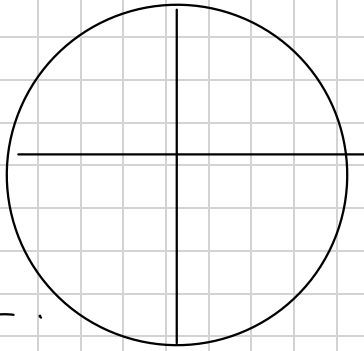
90

$$\sin 90 = 1.$$

$$\cos 90 = 0.$$

$$\sin 180 = 0$$

$$\cos 180 = -1.$$



0

$$\sin 0 = 0$$

$$\cos 0 = 1.$$

270

$$\sin 270 = -1$$

$$\cos 270 = 0.$$

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha.$$

$$x(t) = 8 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (SI)$$

$$x(t) = 8 \cdot \cos(\pi t) \quad (SI)$$



$$v = \frac{dx}{dt} = 8 \cdot [-\sin(\pi t)] \cdot \pi$$

$$v(t) = -8\pi \cdot \sin(\pi t)$$

$$v(t=1s) = -8\pi \cdot \sin(\pi)$$

$$v(t=1s) = 0$$

$$\left[\begin{array}{c} t=1s \\ T/2 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} v=0 \\ a = +8\pi^2 \left(\frac{m}{s^2} \right) \end{array} \right.$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = -8\pi \left[\cos(\pi t) \right] \pi$$

$$a = -8\pi^2 \cos(\pi t)$$

Comentarios ↓-

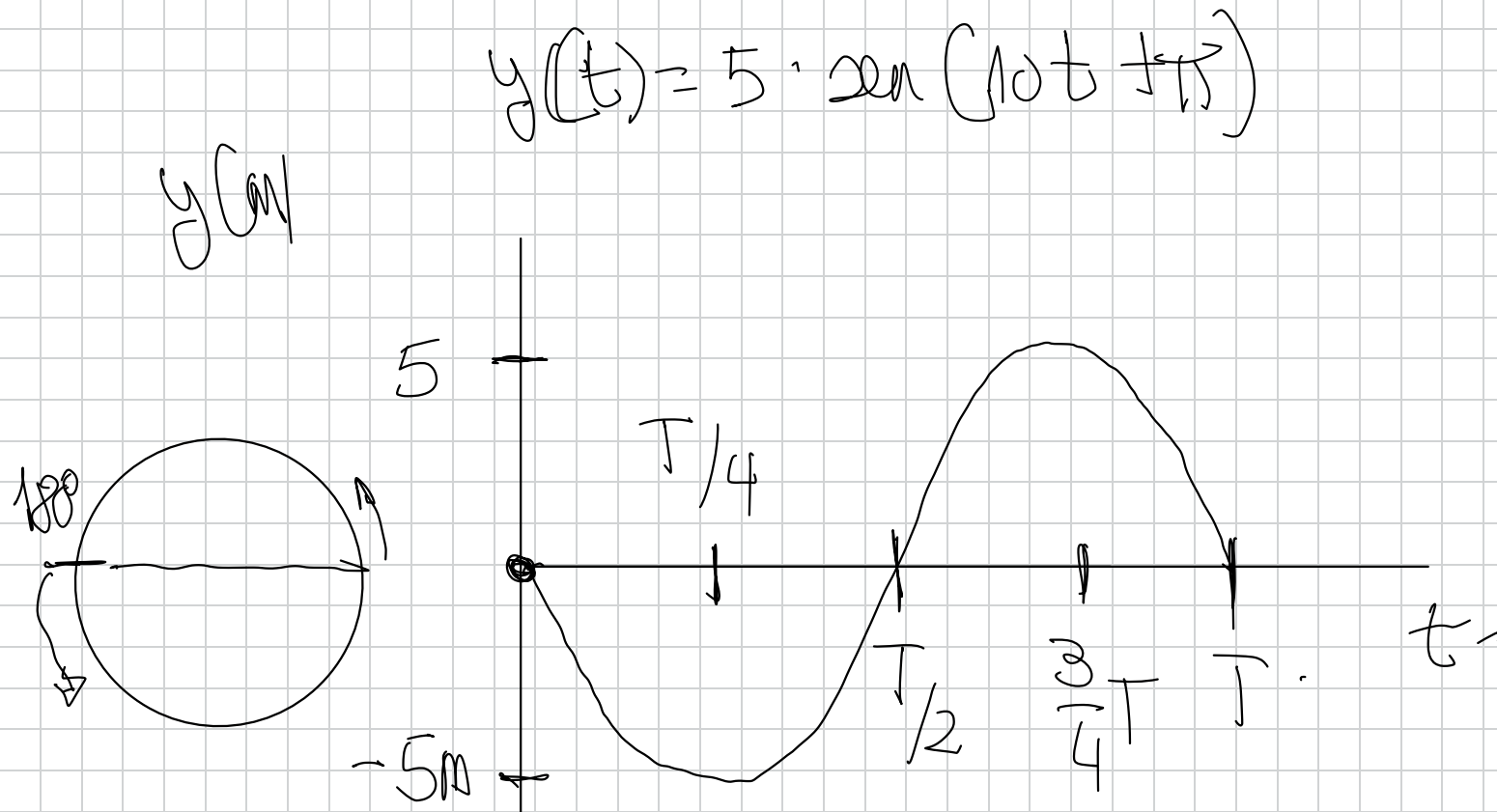
$$| a(t=1s) = -8\pi^2 \cdot \cancel{\cos(\pi)} \cdot \downarrow -1$$

$$a(t=1s) = +8\pi^2 \text{ m/s}^2$$

↓
Extremo

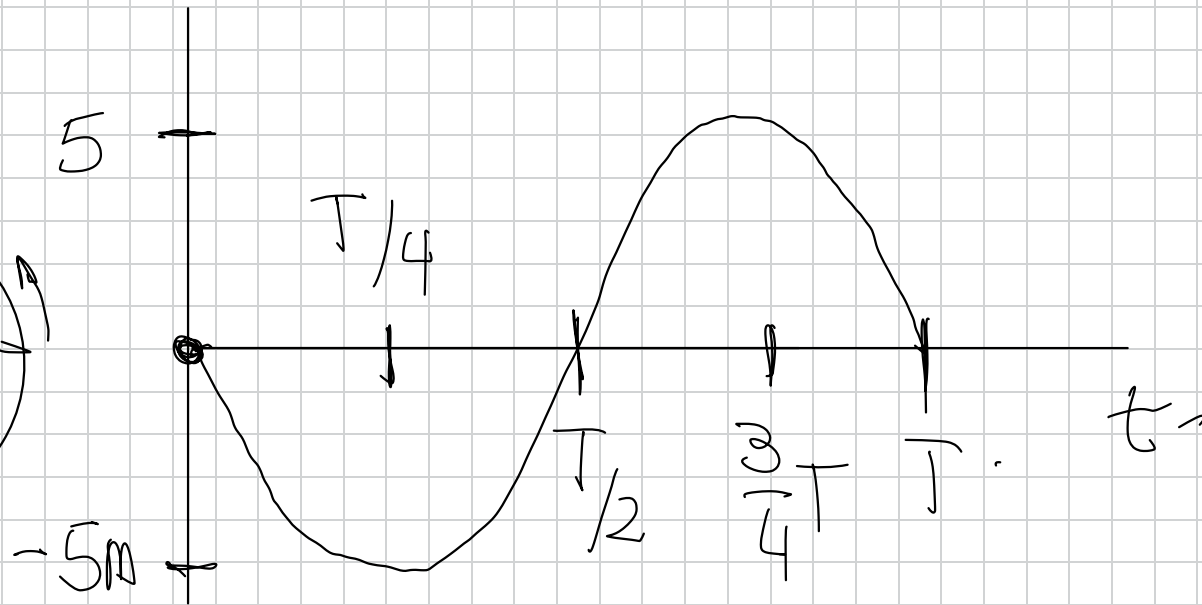
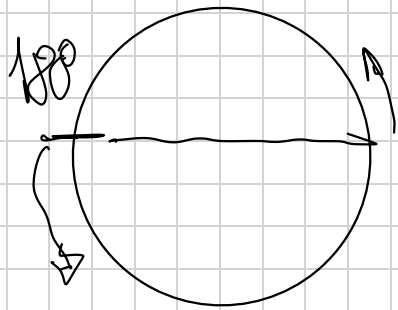
3.- a) Represente gráficamente el movimiento armónico simple de una partícula dado por la ecuación $y(t)=5 \cdot \text{sen}(10t+\pi)$ (S.I). Represente también otro movimiento armónico simple que tenga una amplitud doble y una frecuencia mitad que la anterior.

b) Represente gráficamente la velocidad y la aceleración del movimiento armónico simple dado por la ecuación $y(t)=5 \cdot \text{sen}(10t+\pi)$ (S.I)



$$y(t) = 5 \cdot \sin(\boxed{10t + \pi}) \text{ (SI)}$$

$y(t)$



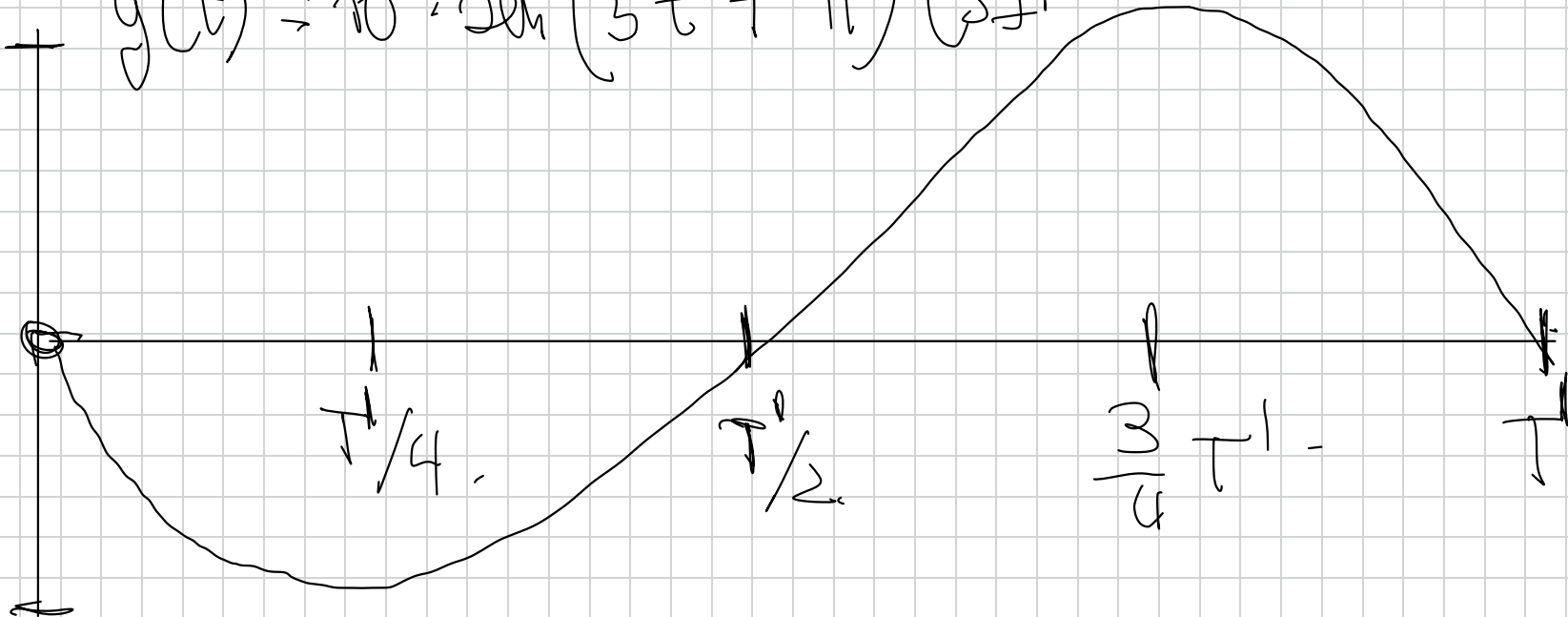
frequency
inverted

$$f = \frac{1}{T}$$

$$T' = 2T$$

$$y(t) = 10 \cdot \sin(5t + \pi) \text{ (SI)}$$

10m



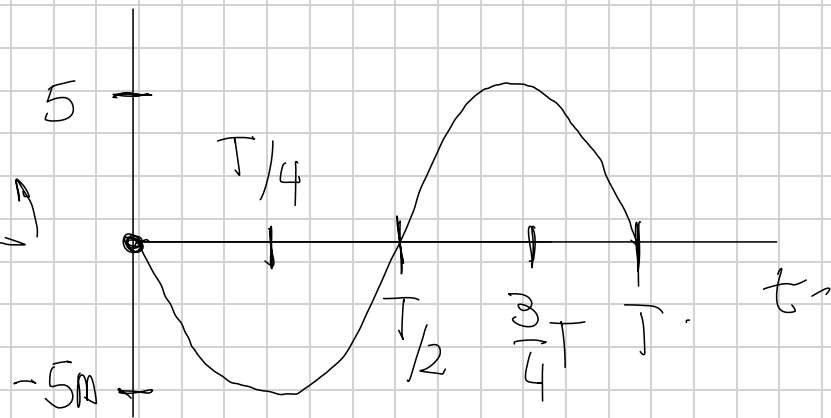
$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega' = \pi f$$

$$\omega' = \frac{1}{2} \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

-10m

$$y(t) = 5 \cdot \sin(10t + \pi)$$



$$v = \frac{dy}{dt} = 5 \cdot [\cos(10t + \pi)] \cdot 10$$

$$v = 50 \cdot \cos(10t + \pi)$$



$$a = \frac{dv}{dt} = 50 \cdot [-\sin(10t + \pi)] \cdot 10$$

$$a = -500 \cdot \sin(10t + \pi)$$

a



5.- La ecuación de un m.a.s viene dada por la expresión

$$x(t) = 0,5 \cdot \cos(\pi t) \text{ (S.I.)}$$

a) Calcular su amplitud, su ángulo de fase inicial, su periodo, su frecuencia y su posición al cabo de 0,5 segundos.

b) Calcular la velocidad y la aceleración máximas que podría alcanzar en su movimiento.

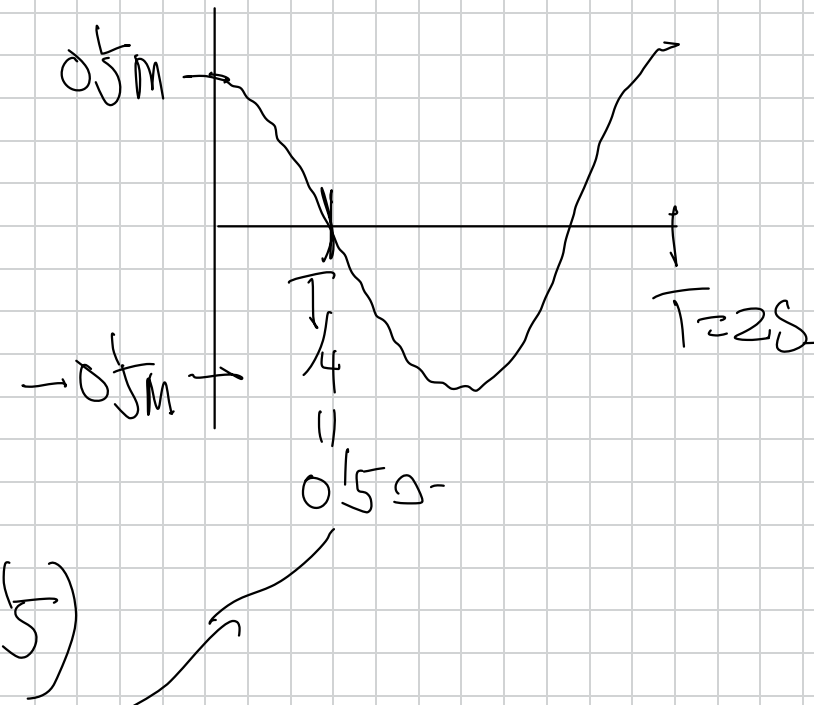
$$x(t) = 0,5 \cdot \cos\left(\underbrace{\pi t + \frac{\pi}{2}}_{\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}\right) \text{ (S.I.)}$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

a) $A = 0,5 \text{ m}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s.}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Hz.}$$



$$x(t) = 0,5 \cdot \cos(\pi t)$$

$$x(t=0,5 \text{ s}) = 0,5 \cdot \cos(\pi \cdot 0,5)$$

$$x(t=0.5s) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

b)

$$x(t) = 0.5 \cdot \cos(\pi t)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0.5 \cdot [-\sin(\pi t)] \cdot \pi$$

$$v = -0.5\pi \cdot \sin(\pi t)$$

$$v_{\max} = \pm 0.5\pi \text{ m/s}$$

$$(v_{\max} = A\omega)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -0.5\pi \cdot (\cos(\pi t))\pi$$

$$a = -0.5\pi^2 \cdot \cos(\pi t)$$

$$(a_{\max} = A \cdot \omega^2)$$

$$a_{\max} = \pm 0.5\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

6.- La ecuación de un cuerpo que describe un m.a.s es $x(t) = 10 \cdot \sin(\pi t + 3\pi/2)$ (S.I).

a) ¿Cuánto valen la amplitud, el periodo y la frecuencia del movimiento?

b) Representar gráficamente la posición en función del tiempo

b) ¿Cuánto valen la velocidad y la aceleración del cuerpo para $t = 2s$?

$$x(t) = \underbrace{10}_{A} \cdot \sin\left(\underbrace{\pi}_{\omega} t + \frac{3}{2}\pi\right) \text{ (S.I.)}$$

a) $A = 10 \text{ m}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ Hz}$$

b)

$$x(t) = 10 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$t=0$
 $x(t) = 10 \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)$
 $x(t) = -10 \text{ m}$



$$b) \quad x(t) = 10 \cdot \sin \left(\pi t + \frac{3}{2} \pi \right) \quad (5.1)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 10 \cdot \left[\cos \left(\pi t + \frac{3}{2} \pi \right) \right] \cdot \pi$$

$$v = 10 \pi \cdot \cos \left(\pi t + \frac{3}{2} \pi \right) \rightarrow a = \frac{dv}{dt}$$

$$\begin{array}{l}
 v(t=2s) = 10\pi \cdot \cos\left(2\pi + \frac{3}{2}\pi\right) \\
 v(t=2s) = 0
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 a = 10\pi \cdot \left[-\sin\left(\pi t + \frac{3}{2}\pi\right)\right] \cdot \pi \\
 a = -10\pi^2 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{3}{2}\pi\right)
 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
 a(t=2s) &= -10\pi^2 \cdot \sin\left(2\pi + \frac{3}{2}\pi\right) \\
 a(t=2s) &= -10\pi^2 (-1) \\
 a(t=2s) &= 10\pi^2 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

7.- Un punto material está animado con un movimiento armónico simple en el eje X, alrededor de su posición de equilibrio en $x=0$. En el instante $t=0$, el punto material está situado en $x=0$ y se desplaza en el sentido negativo del eje X con una velocidad de $40 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$. La frecuencia del movimiento es de 5 Hz. Determinar:

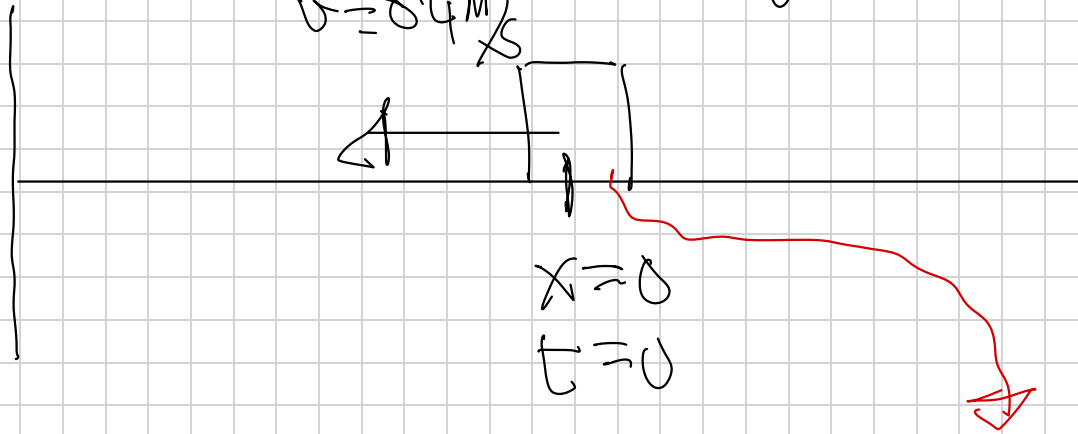
- La posición en función del tiempo o ecuación del movimiento armónico simple
- La posición y la velocidad en el instante $t=5\text{s}$

$$v = 40 \text{ cm/s.}$$

$$v = 0.4 \text{ m/s}$$

$$f = 5 \text{ Hz.}$$

$$40 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$v = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\text{max}} \text{ en el centro}$$

$$v_{\text{max}} = A \cdot \omega$$

$$A = \frac{v_{\text{max}}}{\omega}$$

$$A = \frac{0.4}{10\pi} \text{ m}$$

$$A = 0.013 \text{ m}$$

a)

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Cálculo de φ_0

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \\ x=0 \end{array} \right\}$$

$$0 = A \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$0 = A \cdot \sin(\varphi_0)$$

$$\frac{0}{A} = \sin \varphi_0 \Rightarrow \sin \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \arcsin 0$$

Al desplazarse en el sentido
negativo de las x , $\varphi_0 = 180^\circ = \pi \text{ rad}$.

$$x(t) = 0.13 \cdot \sin(10\pi t + \pi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi f$$
$$\omega = 2\pi \cdot 5 = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b)

$$f = 5 \text{ s}^{-1}$$

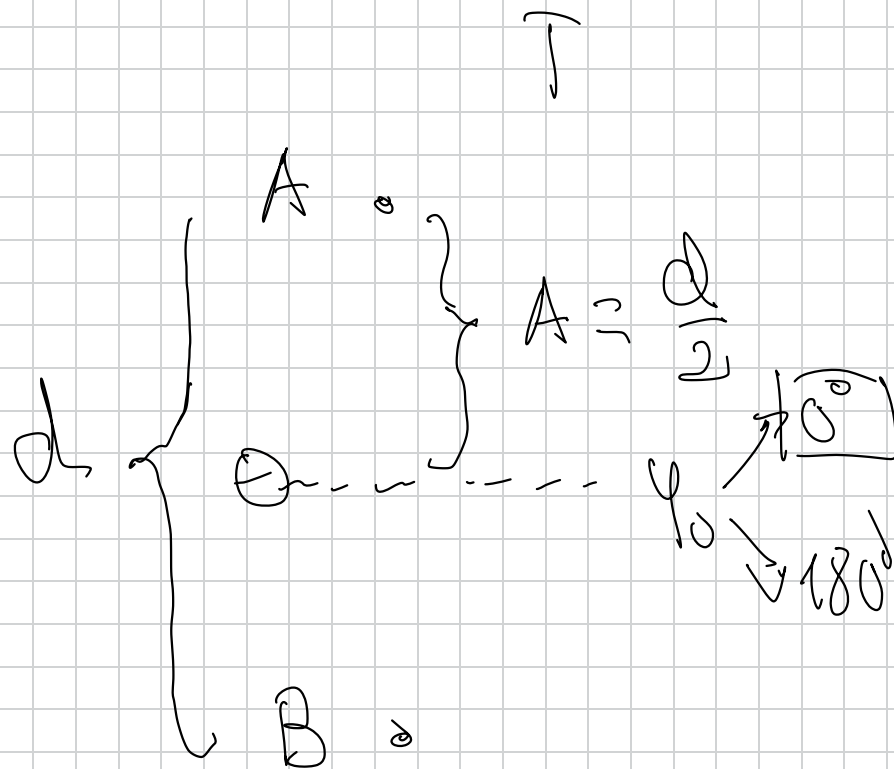
$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ s}$$

8.-Una partícula describe un movimiento armónico simple entre dos puntos A y B que distan una distancia vertical d , con un periodo T .

a) Escriba la ecuación de dicho movimiento armónico simple sabiendo que para $t=0$ la partícula se encuentra en el punto medio del segmento AB. Realizar una gráfica cualitativa de la elongación en función del tiempo.

b) Repita el apartado a) suponiendo que el periodo hubiese sido la mitad.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

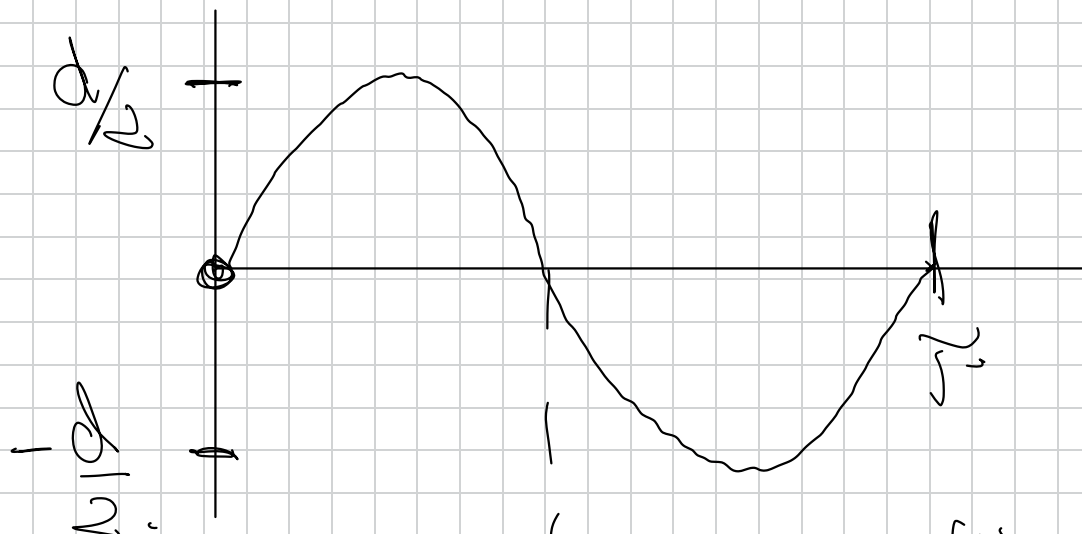


$$y(t) = \frac{d}{2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + 0\right)$$

$\Rightarrow$ Al no especificar, $\varphi_0 = 0$.

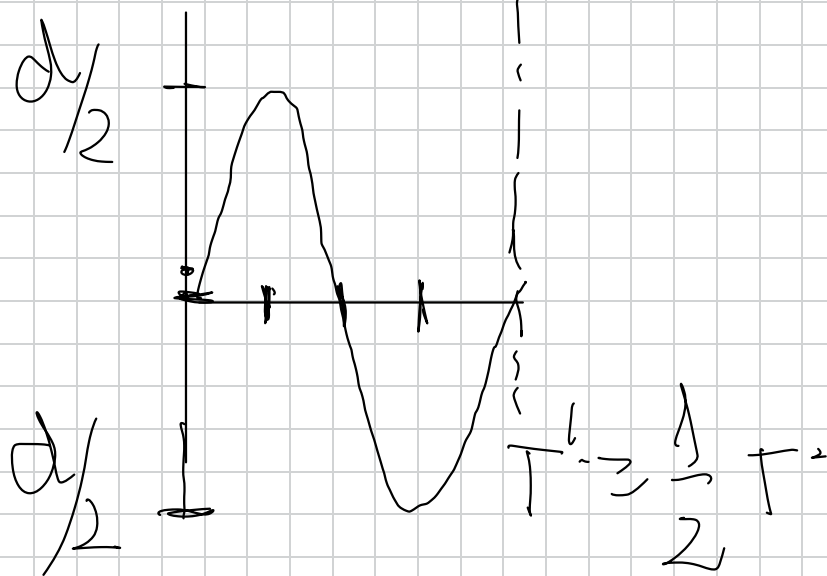
$$y(t) = \frac{d}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$y(t)$



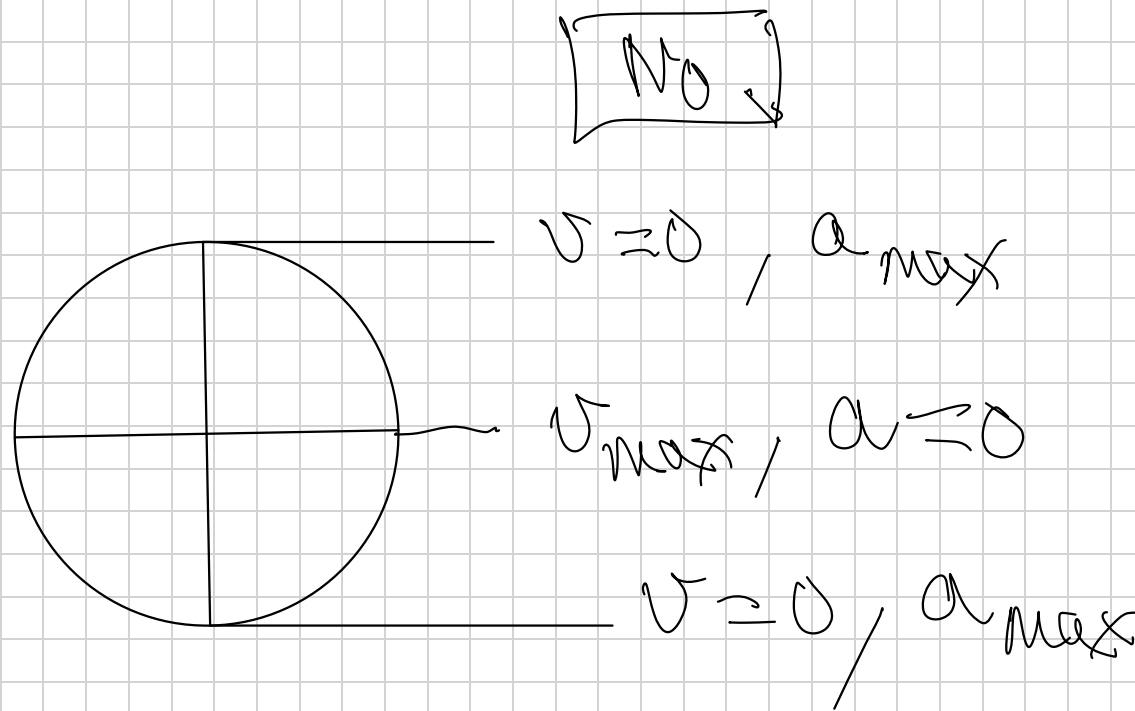
$$y(t) = \frac{d}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$y(t) = \frac{d}{2} \sin\left(\frac{4\pi}{T} t\right)$$



$$T \rightarrow \frac{1}{2} T$$

9.- ¿Pueden anularse simultáneamente la velocidad y la aceleración de un movimiento armónico simple?



10.- ¿En qué posición del movimiento armónico simple la velocidad es igual a la mitad de su valor máximo?

$$v_{max} = A \cdot \omega$$

Cuando vuelga
la mitad

$$\Rightarrow v = \frac{A \cdot \omega}{2}$$

$$v = \frac{A \cdot \omega}{2}$$

Tengo que escribir
la ecuación del M.A.S.
en función de la
posición.

$$v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2}$$

Sustituyo el
valor de v
y hallo el valor
de y que le corresponde.

$$\frac{A \cdot \omega}{2} = \omega \cdot \sqrt{A^2 - y^2}$$

$$\frac{A}{2} = \sqrt{A^2 - y^2}$$

$$\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{A^2 - y^2}\right)^2$$

$$\frac{A^2}{4} = A^2 - y^2$$

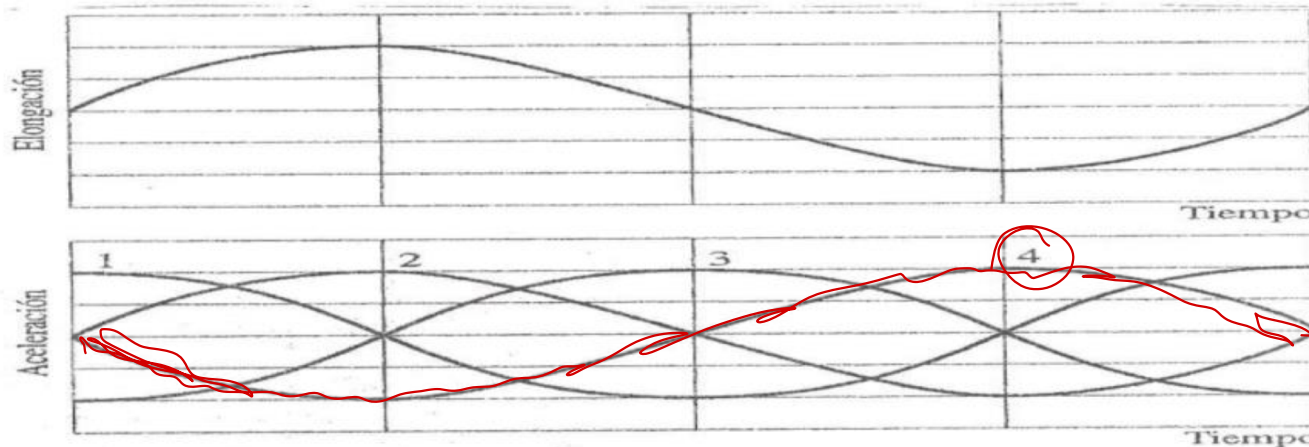
$$y^2 = A^2 - \frac{A^2}{4}$$

$$y^2 = \frac{3A^2}{4}$$

$$y = \sqrt{\frac{3A^2}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}A}{2}$$

Se alcanza en las
posiciones

11.- En la primera de las dos gráficas que se muestran, se representa la variación con el tiempo del desplazamiento (elongación) que experimenta una partícula que se mueve con un m.a.s. ¿cuál de las curvas numeradas en la segunda gráfica puede representar la variación de la aceleración con el tiempo del citado m.a.s?



$$y = A \cdot \sin(\omega t)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot [\cos(\omega t)] \cdot \omega$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

$$\boxed{a} = \frac{dv}{dt} = \boxed{-A\omega^2 \cdot \sin(\omega t)}$$

$$a = - \underbrace{[A]} \underbrace{\omega^2} \underbrace{[\sin(\omega t)]}$$

$$a = -\omega^2 \cdot \textcircled{y}$$

Un movimiento armónico simple (M.A.S) se caracteriza por tener una aceleración directamente proporcional a la elongación pero de sentido contrario.

pag 117.

Características dinámicas do M.A.S.

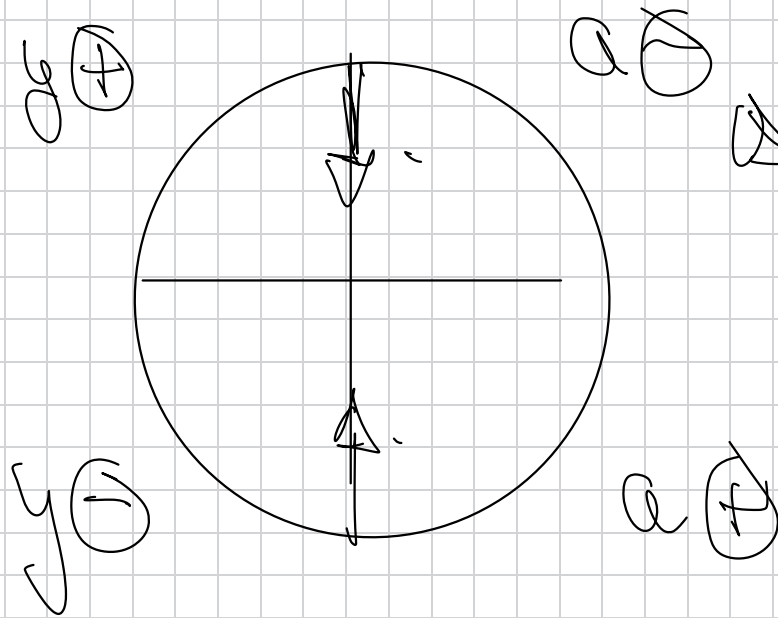
$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot \left[\cos(\omega t + \varphi_0) \right] \cdot \omega$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

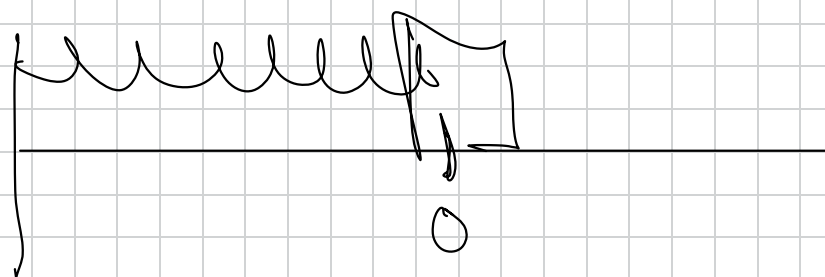
$$a = \frac{dv}{dt} = A \cdot \omega \left(-\sin(\omega t + \varphi_0) \right) \omega$$

Gen un M.A.S.

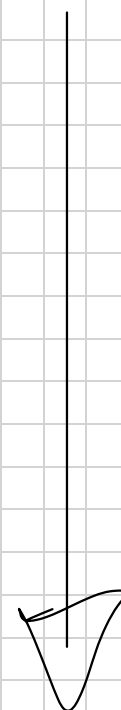
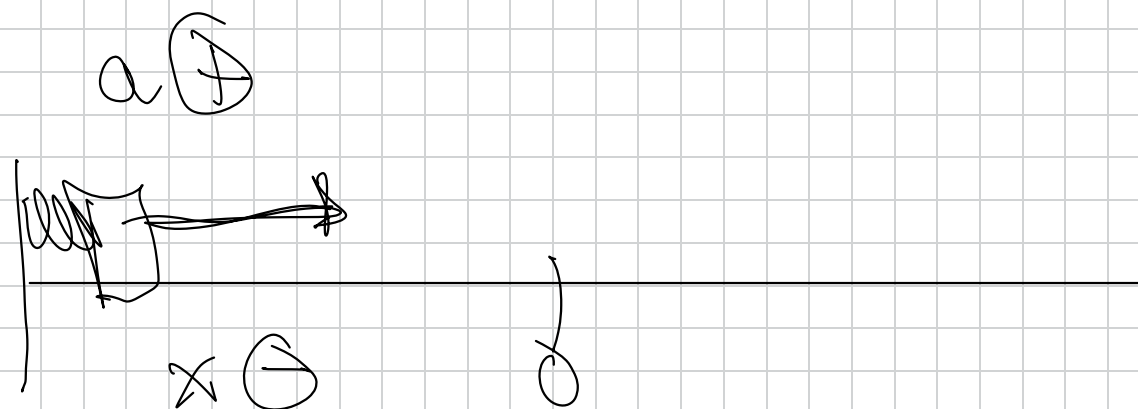
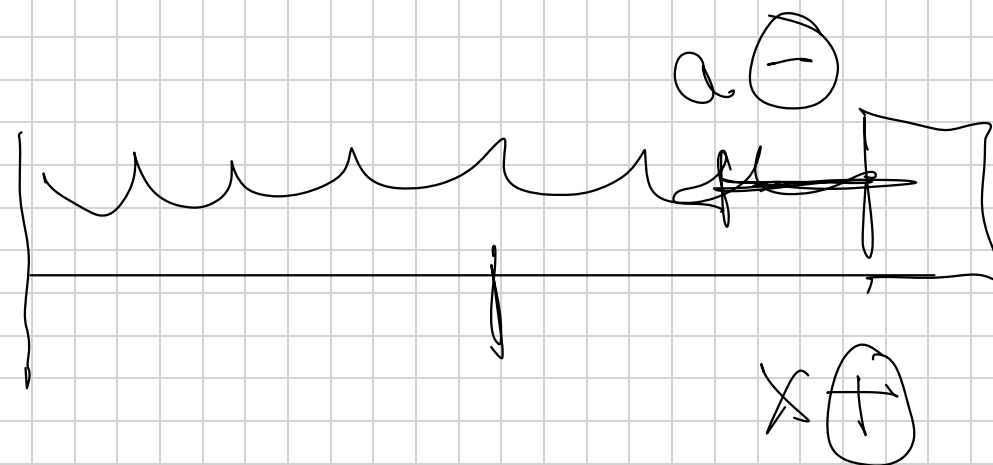


$$a \approx \underbrace{\left[A \right] \omega^2 \left[\sin(\omega t + \varphi_d) \right]}_y$$

$$a \approx \omega^2 \cdot y$$



$$Q = -\omega^2 \begin{pmatrix} \times \\ \oplus \end{pmatrix} \downarrow \begin{pmatrix} \oplus \end{pmatrix}$$

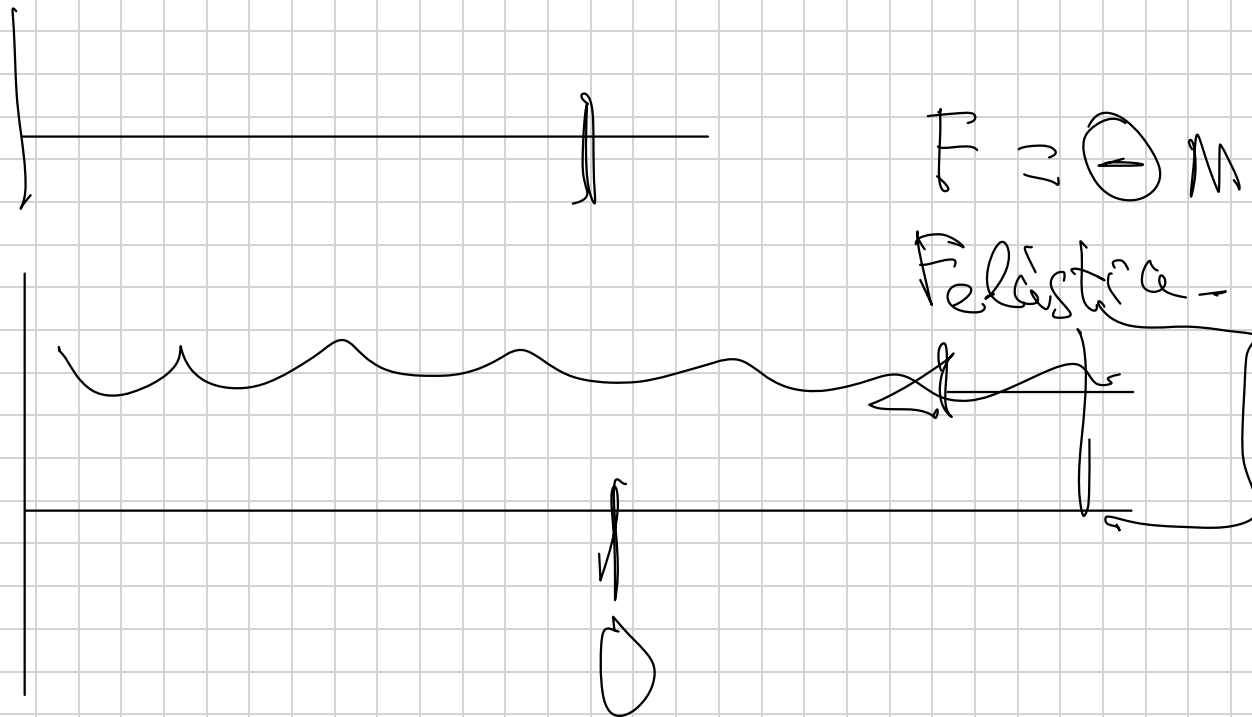


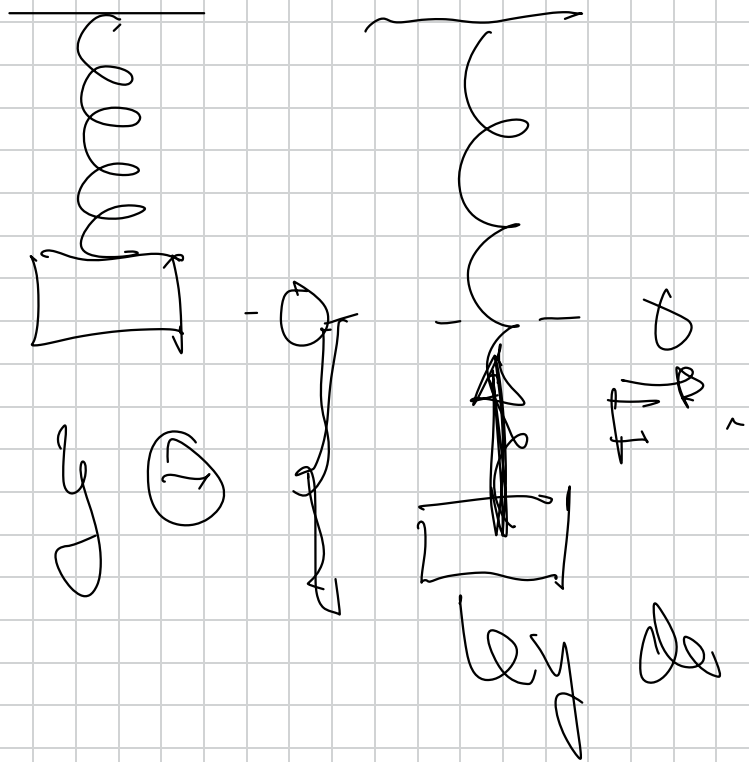
Dinamica del M.A.S.

2^6 by de Newton

$$F = m \cdot [a]$$

$$F \Rightarrow M_2(-\omega^2, y)$$





ley de Hooke

$$F = \left[m \cdot \omega^2 \right] \cdot y$$

$$F = -k \cdot y$$

$$F = \textcircled{0} \cdot k \cdot \textcircled{y}$$

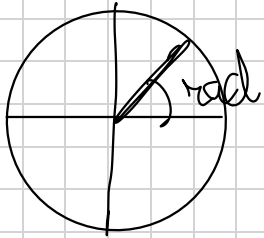
N.

$$\frac{N}{m} = \left[N - m - 1 \right]$$

Cada muelle tiene
su etc.

$$K = 50 \frac{N}{m}$$

$$K' = 100 \frac{N}{m}$$



$$K = m \cdot \omega^2 \left(\frac{N}{m} \right)$$

$$K = K_g \cdot \left(\frac{\text{rad}}{s} \right)^2$$

$$K = \frac{K_g}{s^2}$$

$$\frac{K_g}{s^2}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{N}{m}$$

$\Rightarrow$

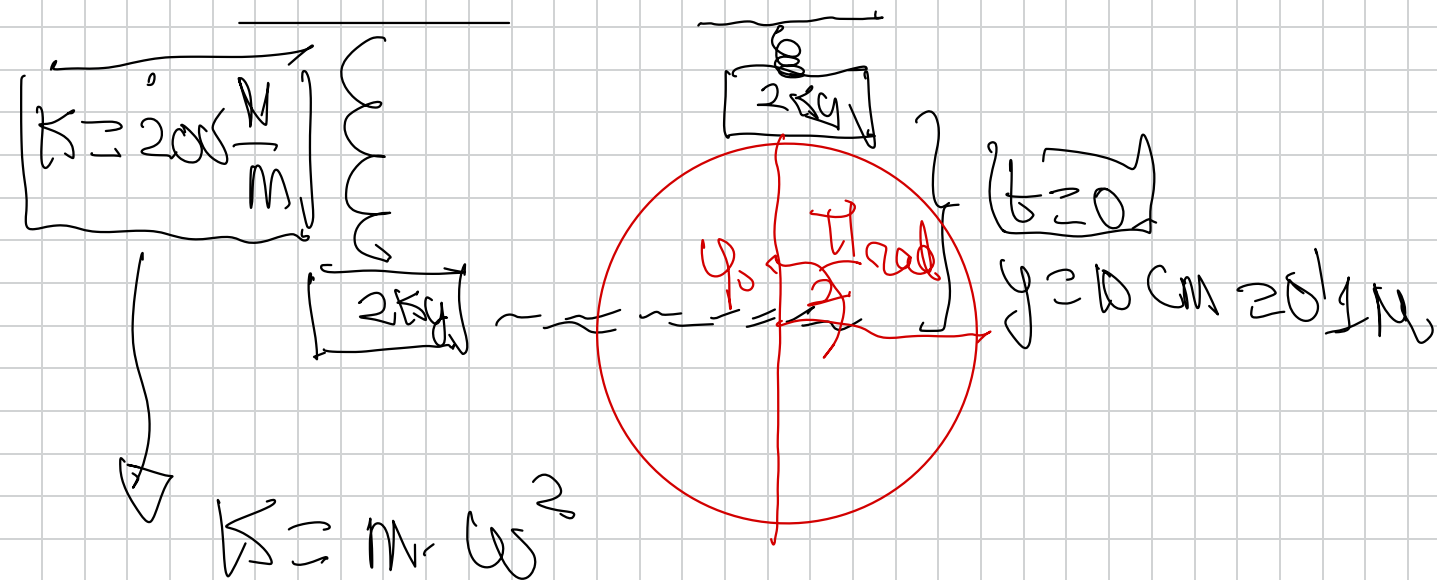
$$\frac{K_g \cdot \frac{N}{s^2}}{m}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{K_g}{s^2}$$

14.- Una masa de 2 Kg cuelga de un resorte cuya constante elástica es $K=200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ y puede oscilar libremente sin rozamiento. Desplazamos la masa 10 cm por encima de su posición de equilibrio y la soltamos para que empiece a oscilar.

- Calcula la ecuación del movimiento de la masa
- Representa gráficamente la posición de la masa en función del instante t
- Representa gráficamente la velocidad de la masa en función del instante t
- Representa gráficamente la aceleración de la masa en función del instante t
- Calcula su velocidad máxima y su aceleración máxima
- Calcula la fuerza recuperadora y la aceleración cuando la masa se encuentra 5 cm por encima de la posición de equilibrio
- Repetir el apartado f) para el caso en el que la masa se encuentre 7 cm por debajo de la posición de equilibrio.



$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$y = 0.1 \cdot 2 \sin(10t + \frac{\pi}{2})$$

(SI)

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = \sqrt{100} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$y = 0.1 \cdot \cos(10t) \text{ (SI)}$$

Calculate φ_0

$$t=0, \quad y=0.1 \text{ m}$$

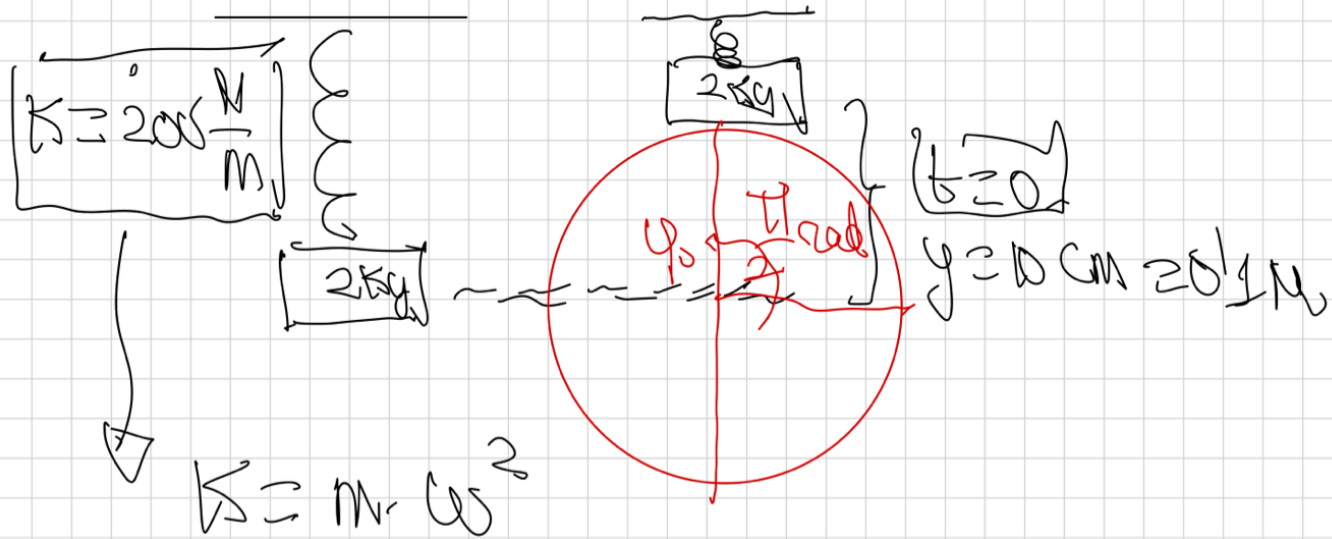
$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$0.1 \text{ m} = 0.1 \text{ m} \cdot \sin(\cancel{\omega t} + \varphi_0)$$

$$0.1 = 0.1 \cdot \sin(\varphi_0)$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{0.1}{0.1} = 1$$

$$\varphi_0 = \arcsin 1 = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$



$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$y = 0.1 \cdot \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{SI})$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = \sqrt{100} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$y = 0.1 \cdot \cos(10t) \quad (\text{SI})$$

Representation $y(t) = 0.1 \cdot \cos(10t) \quad (\text{SI})$

b) Calculamos la ecuación del m.a.s.

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

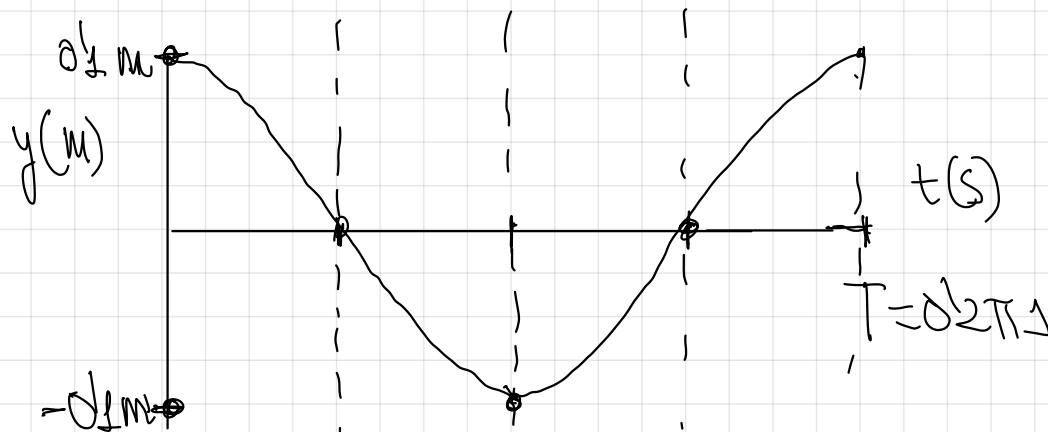
$$A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$K = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$y(t) = 0.1 \cdot \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

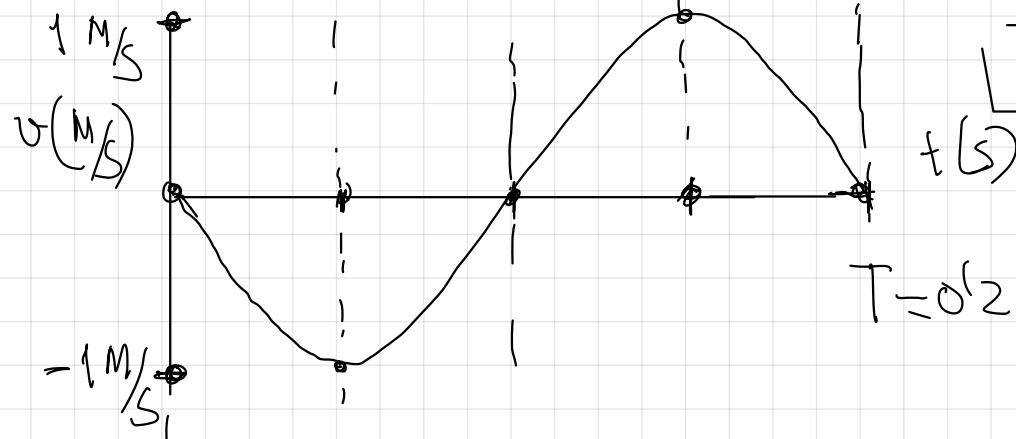
$$y(t) = 0.1 \cos(10t) \text{ SI} \rightarrow \text{recuerda que } \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha$$



$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = 0.2\pi \text{ s} \quad \left(\frac{\pi}{5} \text{ s}\right)$$

c)



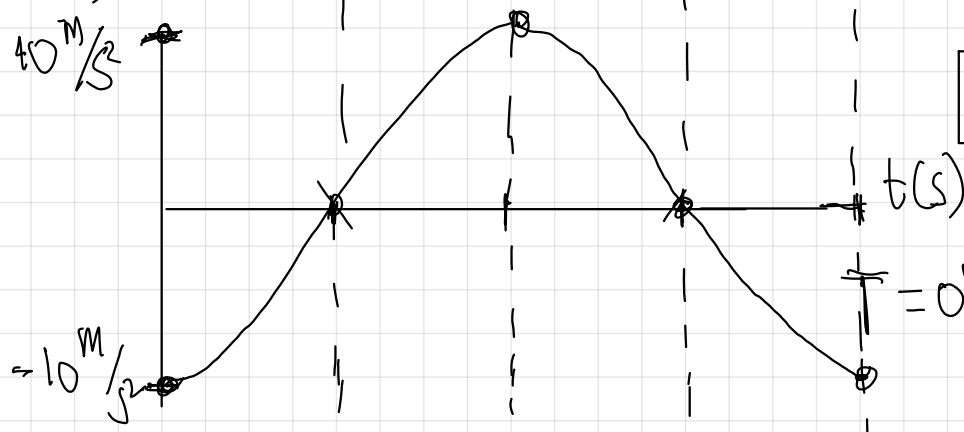
$$v = \frac{dy}{dt} = 0.1 \cdot (-\sin(10t)) \cdot 10$$

$$v = -1 \cdot \sin(10t) \text{ SI}$$

$$v_{\max} = \pm 1 \text{ m/s}$$

$$T = 0.2\pi \text{ s}$$

d)



$$a = \frac{dv}{dt} = -1 \cdot [\cos(10t)] \cdot 10$$

$$a = -10 \cdot \cos(10t) \text{ S.I.}$$

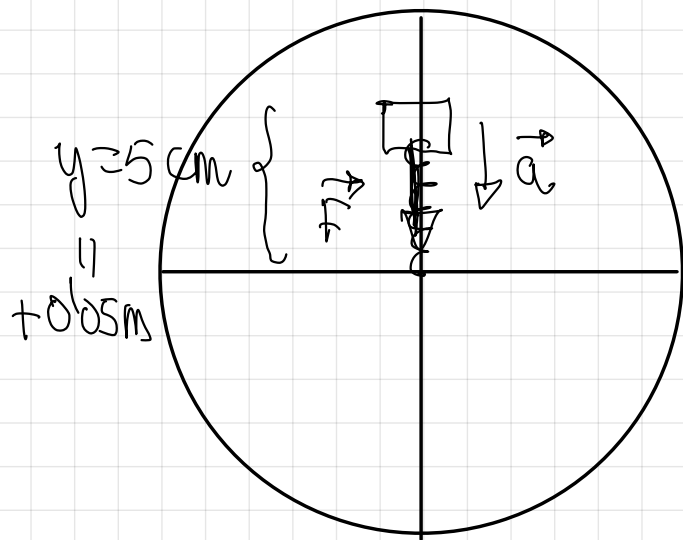
$$a_{\max} = \pm 10 \text{ m/s}^2$$

$$T = 0.2\pi \text{ s}$$

$$e) v_{\max} = \pm A \cdot \omega = \pm 0.1 \cdot 10 = \pm 1 \text{ m/s}$$

$$a_{\max} = \pm A \cdot \omega^2 = \pm 0.1 \cdot 10^2 = \pm 10 \text{ m/s}^2$$

f)



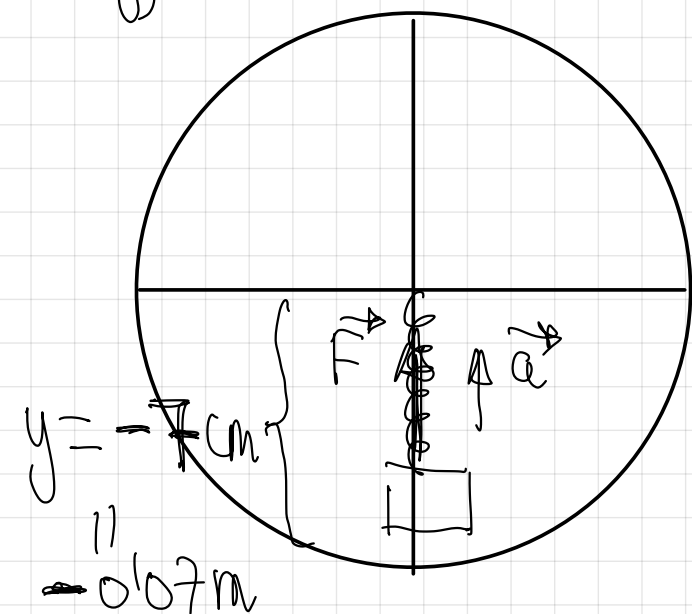
$$a = -\omega^2 \cdot y$$

$$a = -10^2 \cdot (+0.05) = -5 \text{ m/s}^2$$

$$F = -k \cdot y$$

$$F = -200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (+0.05) = -10 \text{ N}$$

g)



$$a = -\omega^2 \cdot y$$

$$a = -10^2 \cdot (-0.07) = 7 \text{ m/s}^2$$

$$F = -k \cdot y$$

$$F = -200 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (-0.07) = 14 \text{ N}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = \underbrace{\left[A \cdot \omega \cdot \left[-\sin(\omega t + \varphi_0) \right] \right]}_{y} \cdot \omega$$

$$a = -\omega^2 y$$

$$a = -\omega^2 \boxed{y}$$

$$F = m \cdot a = m \cdot (-\omega^2 y)$$

$$F = -\boxed{m\omega^2} \cdot y$$

$$F = -k y$$

5.- ENERGÍA DE UN OSCILADOR ARMÓNICO SIMPLE

pag 119

E_c , E_m , E_p .

E_c de un M.A.S.

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $\rightarrow v$ del M.A.S.

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot [A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)]^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \underbrace{m A^2 \omega^2}_K \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$E_c = \frac{1}{2} K \cdot A^2 \underbrace{\cos^2(\omega t + \varphi_0)}_{\substack{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ \sin^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0) = 1}}$$

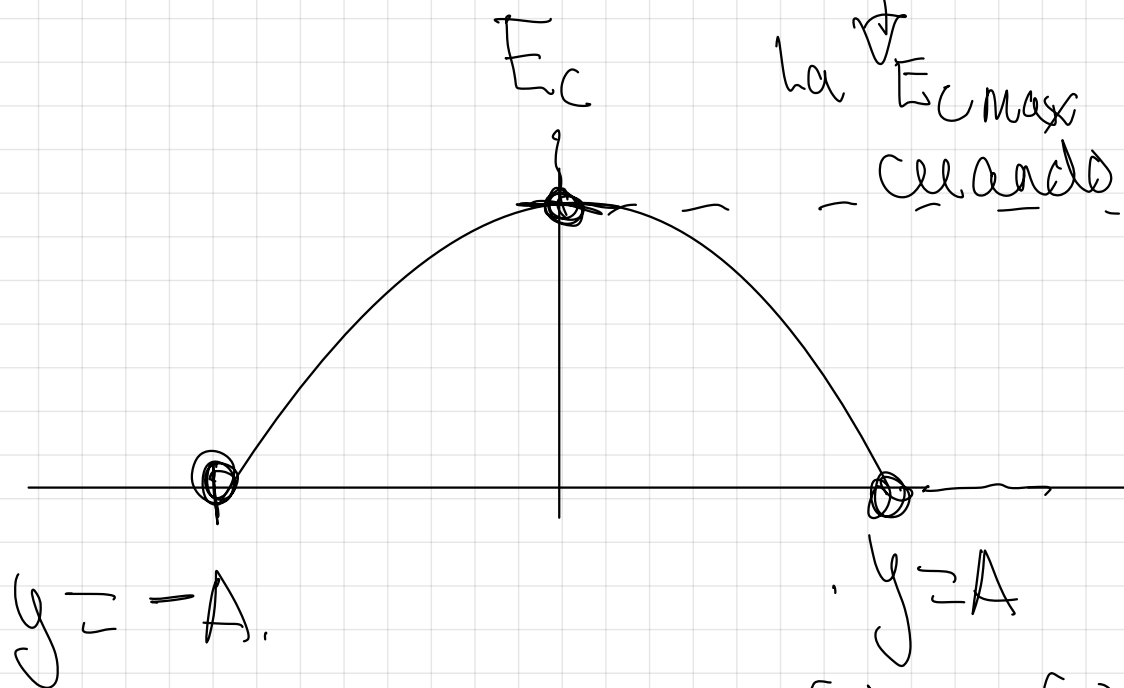
$$\cos^2(\omega t + \varphi_0) = 1 - \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$E_c = \frac{1}{2} K A^2 (1 - \sin^2(\omega t + \varphi_0))$$

$$E_c = \frac{1}{2} K \cdot \left(A^2 - \underbrace{A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0)} \right)$$

$$\nabla y^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - y^2)$$



La $E_{c \max}$ si ha
quando $y=0$.

$$E_{c \max} = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_m = E_{c \max} + E_p$$

$$E_m = \frac{1}{2} k A^2$$

$x(t)$ o $y(t)$

$$E_m = E_{max}$$

$$E_m = E_c + E_p$$

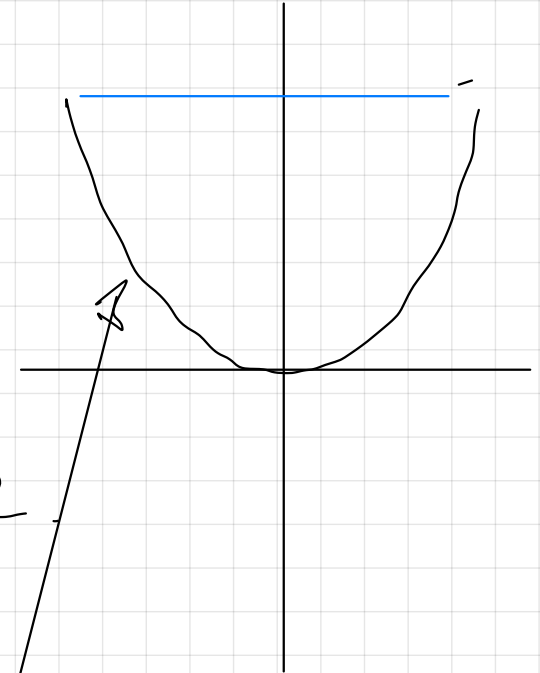
$$\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} k (A^2 - y^2) + E_p$$

$$E_p = \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} k (A^2 - y^2)$$

$$E_p = \cancel{\frac{1}{2} k A^2} - \cancel{\frac{1}{2} k A^2} + \frac{1}{2} k y^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} k y^2$$

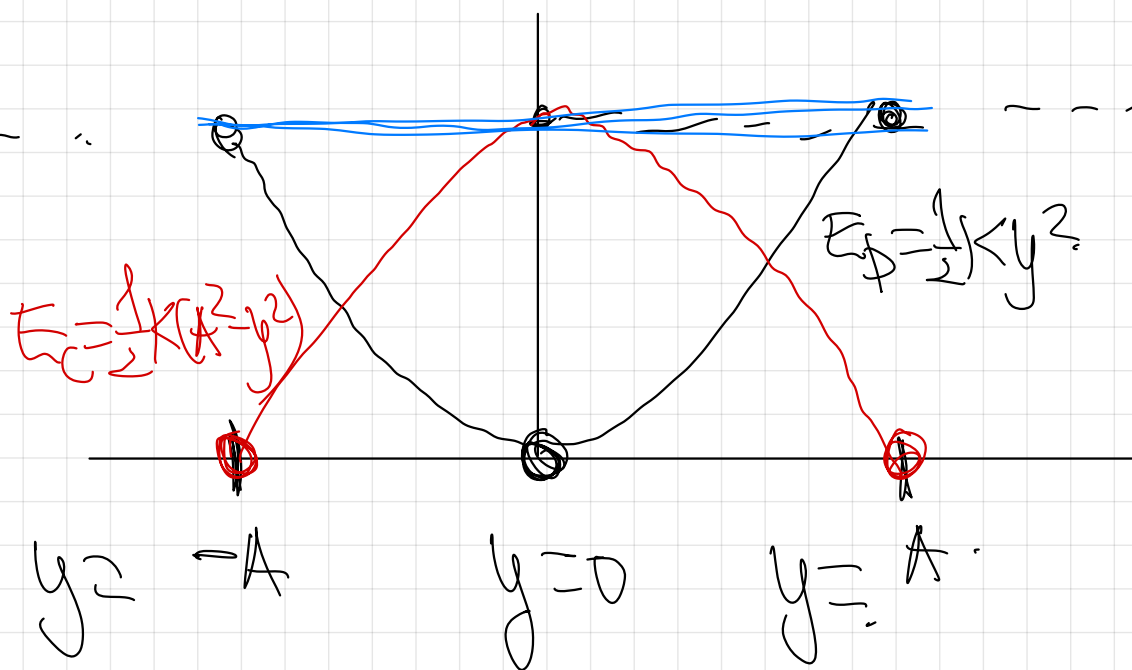
$$E_m = \frac{1}{2} k A^2$$



$$E_{p\max} = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_{c\max} = \frac{1}{2} k A^2$$



17.- Un cuerpo de 800 g de masa describe un m.a.s con una elongación máxima de 30 cm y un periodo de 2 s. Calcula su máxima energía cinética.

$$m = 800 \text{ g} = 0.8 \text{ kg}$$

$$y_{\text{max}} = A = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m.}$$

$$E_{\text{cmax}} = E_{\text{m}} = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

$$E_{\text{cmax}} = E_{\text{m}} = \frac{1}{2} 79 \cdot (0.3)^2$$

$$E_{\text{cmax}} = 0.35 \text{ J}$$

$$T = 2 \text{ s.}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

$$k = 0.8 \cdot \left(\frac{2\pi}{2} \right)^2$$

$$k = 79 \frac{\text{N}}{\text{m.}}$$

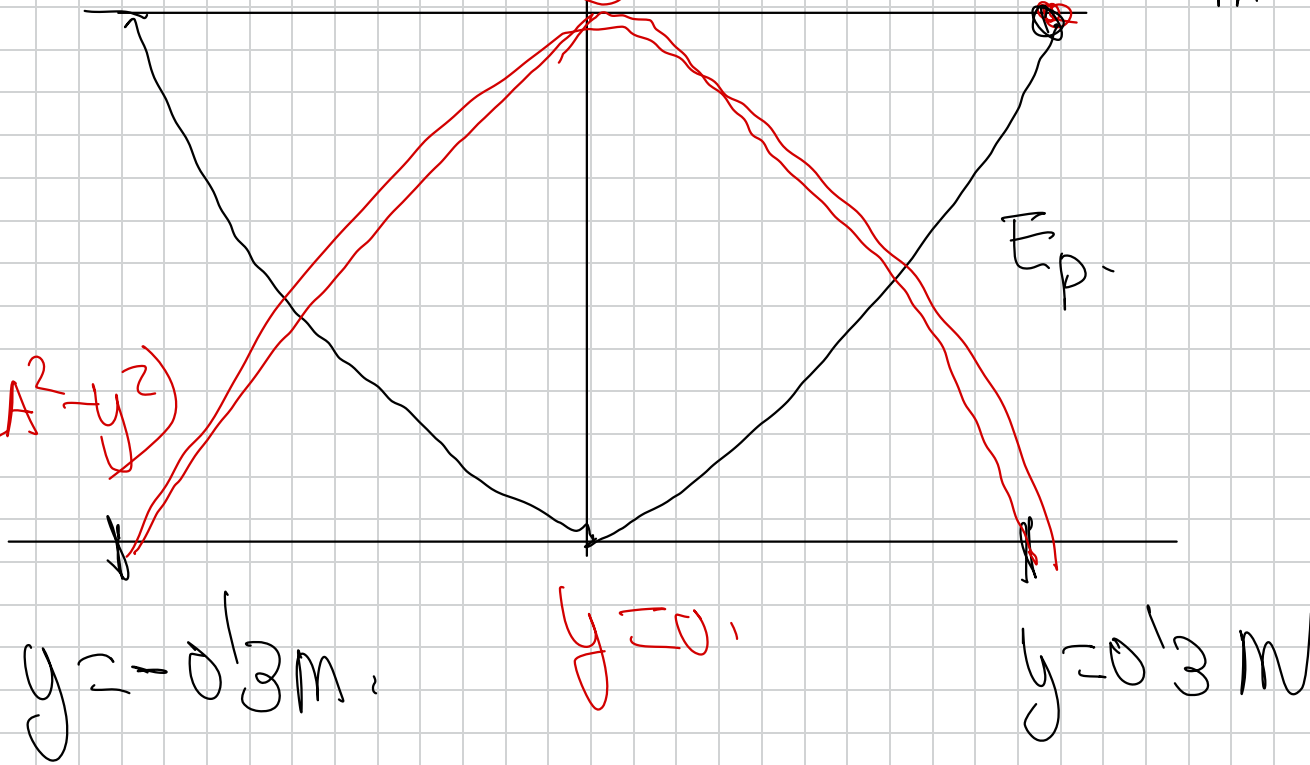
$$E_p = \frac{1}{2} k y^2$$

$$E_{\text{max}} = \frac{1}{2} k A^2 = 0.35 \text{ J}$$

$$E_m = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_m = E_{\text{max}} = 0.35 \text{ J}$$

$$E = \frac{1}{2} (k A^2 - y^2)$$



18.- Una masa de 20g realiza un movimiento vibratorio armónico en el extremo de un resorte que da dos oscilaciones por segundo a lo largo del eje X, siendo la amplitud de 5 cm.

- Calcula la velocidad máxima de la masa que oscila
- Calcula la aceleración de la masa en el extremo de su movimiento
- Calcula la constante K del resorte
- Realiza un análisis de las variaciones energéticas
- Calcula su energía mecánica, su energía cinética y su energía potencial cuando se encuentra en la posición $x=4$ cm

$f = \frac{n^{\circ} \text{ osc}}{t} = \frac{1}{T}$
 $f = 2 \frac{\text{osc}}{s} = 2 \text{ Hz}$
 $A = 5 \text{ cm}$
 $E_{\text{m}} = E_{\text{k max}}$
 $E_{\text{m}} = \frac{1}{2} k A^2$
 $\frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} k A^2$

$$K = m \cdot \omega^2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$K = m \cdot (2\pi f)^2 = m 4\pi^2 f^2$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v_{\max} = \pm A \cdot \omega \cdot \pm 1$$

$$\frac{1}{2} K \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$$

$$\frac{1}{2} m 4\pi^2 f^2 A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

$$v_{\max} = \sqrt{4\pi^2 f^2 A^2}$$

$$v_{\max} = 2\pi f \cdot A$$

$$v_{\max} = A \cdot \omega$$

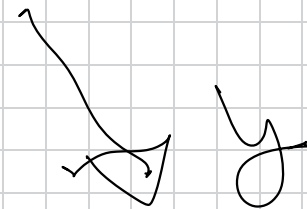
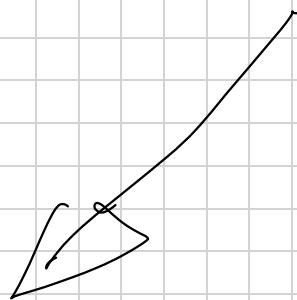
$$v_{\max} = \pm A \cdot \omega$$

$$v_{\max} = A \cdot \omega$$

$$v_{\max} = A \cdot 2\pi f = 0.05 \cdot 2\pi \cdot 2 = 0.628 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = A \cdot \omega \cdot [-\sin(\omega t + \varphi_0)] \cdot \omega$$

$$a = \underbrace{[A]}_{\text{amplitude}} \underbrace{\omega^2}_{\text{frequency}} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$



Gen. d. extrem: $a_{\max}$

$$a_{\max} = \pm A \omega^2.$$

$$a_{\max} = \pm 0.05 \cdot (2\pi \cdot 2)^2.$$

$$a_{\max} = \pm 7.1 \text{ g N/s}^2.$$

$$a = -\omega^2 \cdot y \geq A.$$

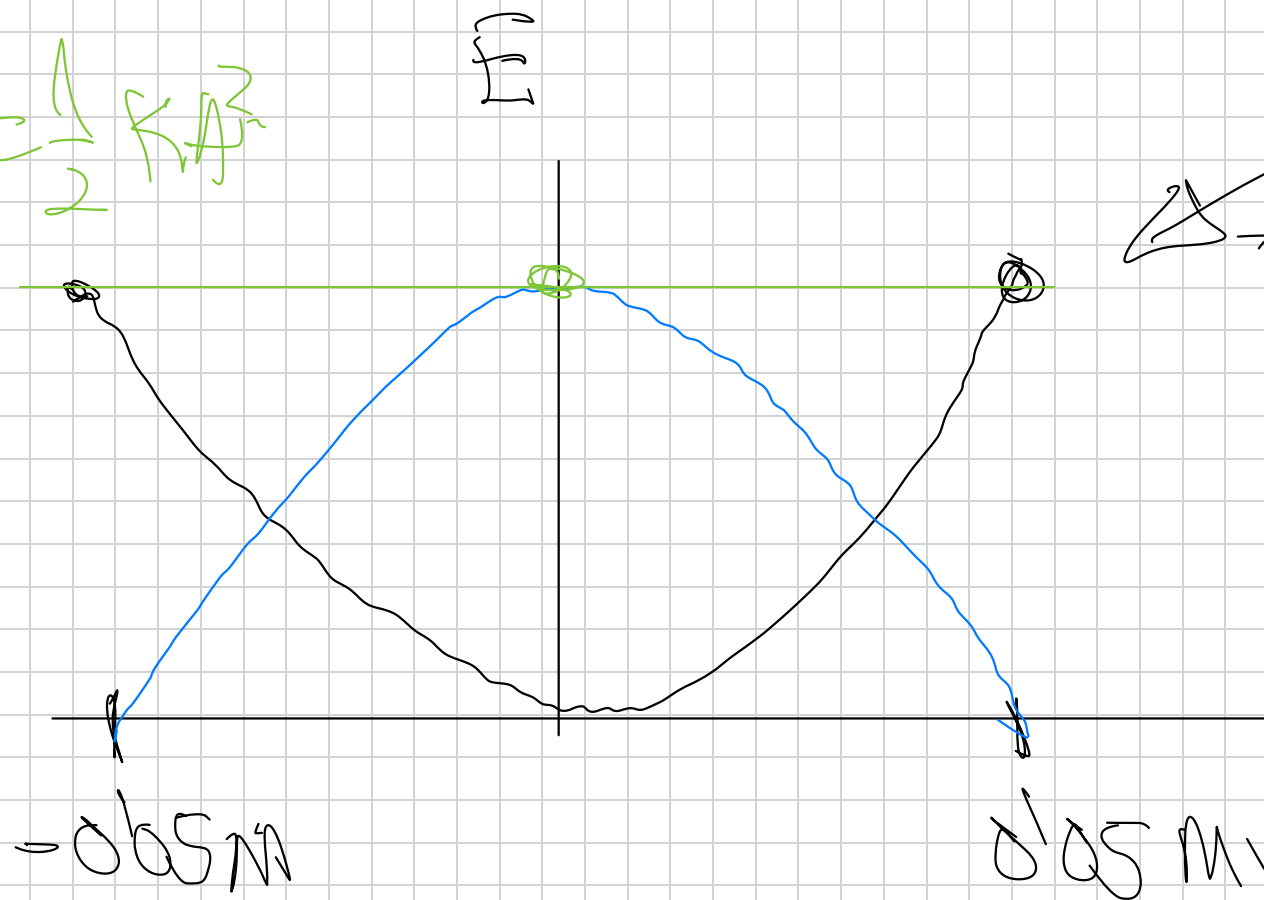
$$a_{\max} = -\omega^2 \cdot A.$$

$$a_{\max} = \pm 7.1 \text{ g N/s}^2.$$

$$c) \quad K = m \cdot \omega^2 = m (2\pi f)^2 = m \cdot 4\pi^2 f^2.$$

$$K = 3.16 \text{ N/m}.$$

$$E_m = \frac{1}{2} k A^2$$



$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} k A^2$$

e)

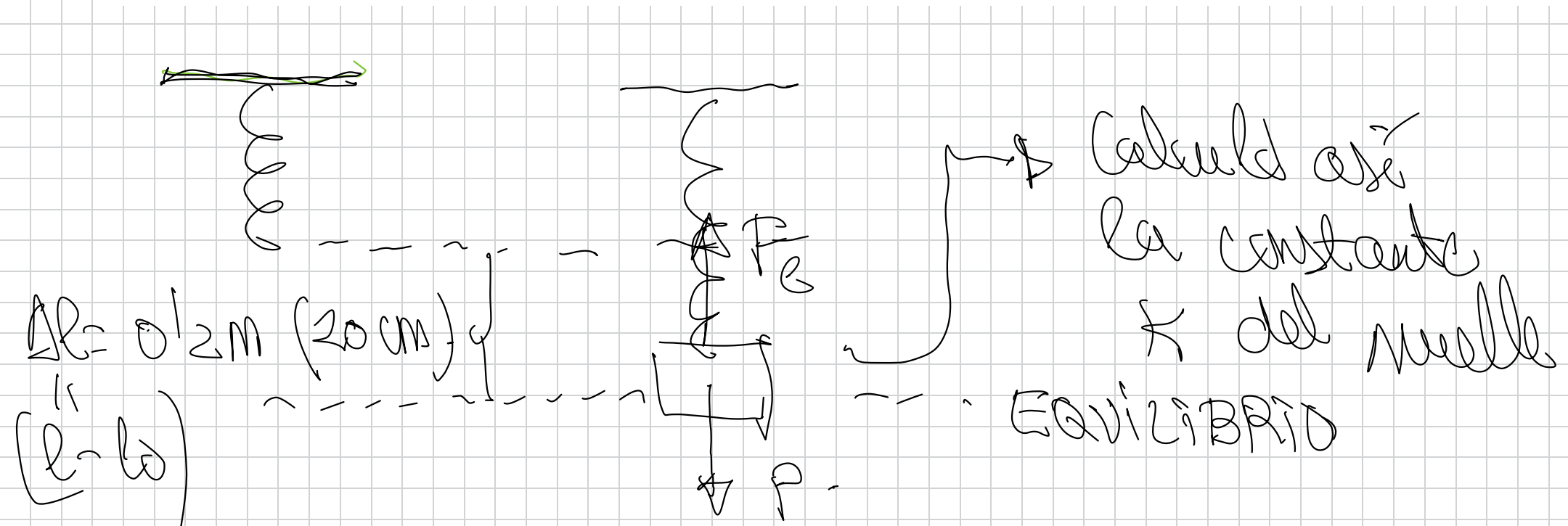
$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 316 \cdot (0.04)^2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} 316 [(0.05)^2 - (0.04)^2] = 1.4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$E_m = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 316 \cdot (0.05)^2 = 3.9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

27.- Cierta muelle que se deforma 20 cm cuando se le cuelga en vertical una masa de 1 kg, se coloca sin deformación, unido a la misma masa sobre una superficie horizontal sin rozamiento. En esta posición, se tira de la masa hasta que el muelle se alarga 2 cm, y posteriormente se suelta. $g=9,8 \text{ m/s}^2$

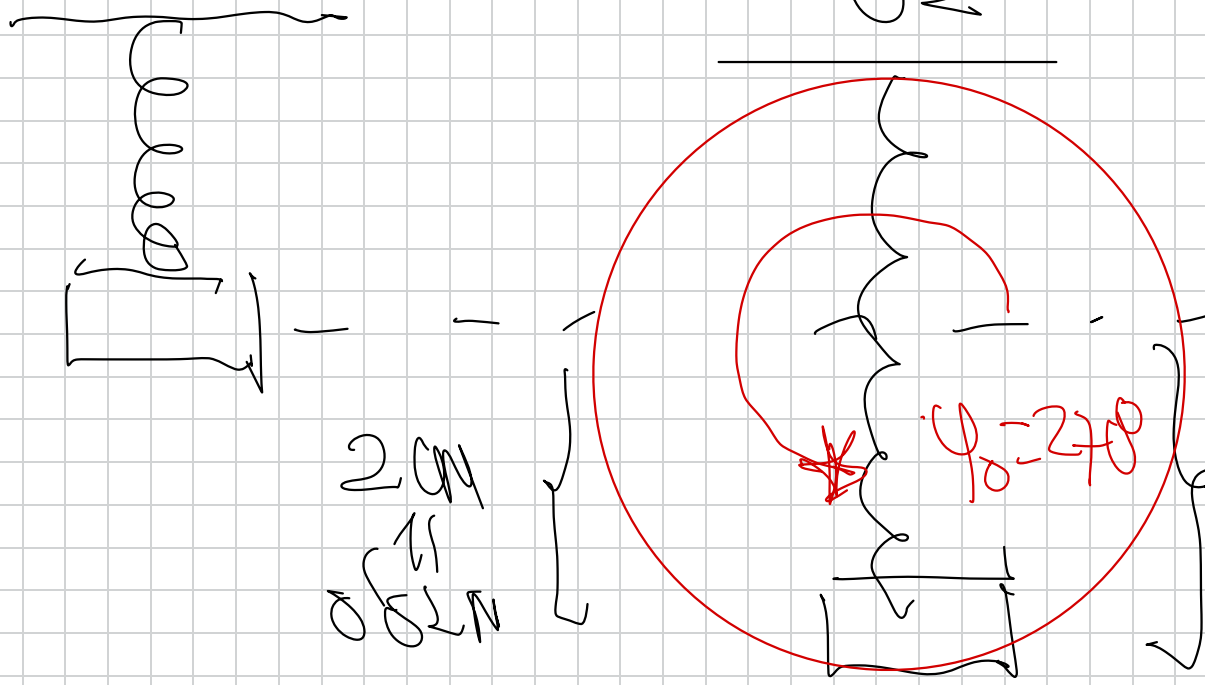
- Hallar la ecuación del movimiento armónico simple resultante y representarla gráficamente.
- Representar gráficamente la fuerza, recuperadora, en función de la posición, hallando sus valores máximos y calculando su valor cuando $x=1 \text{ cm}$.
- Hallar las energías cinética, potencial elástica y mecánica cuando ha transcurrido un tiempo $t=3T/4$
- Representar los valores de la energía potencial elástica, energía cinética, y energía mecánica en función del tiempo durante un periodo T . Indicar en la gráfica los valores de estas energías cuando $t=0$.



$$|\vec{p}| = |\vec{r}|$$

$$m \cdot g = k \cdot \Delta l$$

$$k = \frac{m \cdot g}{\Delta l} = \frac{1 - 0.8}{0.2} = 40 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$



$$A = 0.02 \text{ m}$$

$$k = 40$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$y = 0.02 \cdot \sin\left(7t + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$49 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$K = m \cdot \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{49}{1}} = 7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$t = 0$$

$$y = -0.02 \text{ m}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

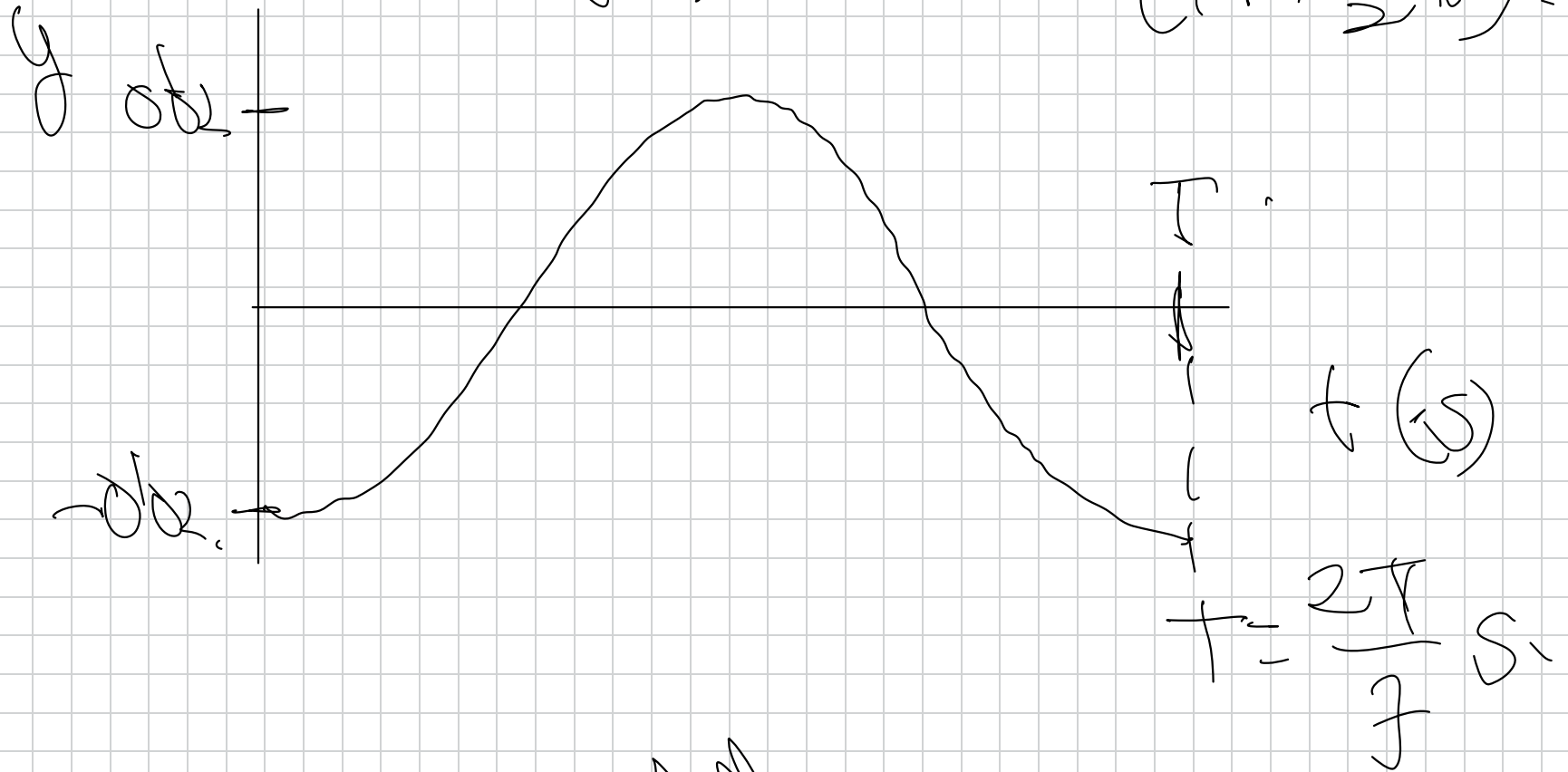
$$-0.02 = 0.02 \cdot \sin(\varphi_0)$$

$$\sin(\varphi_0) = -1$$

$$\varphi_0 = 2\pi \cdot \frac{3}{2} \text{ rad}$$

$$y = 0.02 \cdot \sin\left(7t + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$y(t) = 0.02 \cdot \sin\left(7t + \frac{3}{2}\pi\right)$$



$$\omega = 7 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7} s$$

29.- Un cuerpo realiza un movimiento vibratorio armónico simple.

a) Escriba la ecuación del movimiento si la aceleración máxima es de $5\pi^2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$, el periodo de las oscilaciones 2s y la elongación del cuerpo al iniciarse el movimiento 2,5 cm.

b) Represente gráficamente la elongación y la velocidad en función del tiempo y comente la gráfica.

$$a_{\text{max}} = 5\pi^2 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$5\pi^2 \frac{\cancel{\text{cm}}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \cancel{\text{cm}}} =$$

$$a_{\text{max}} = A \cdot \omega^2$$

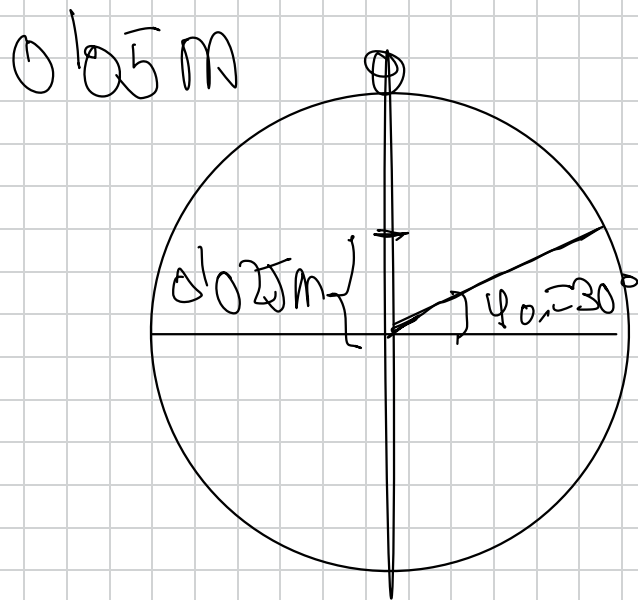
$$a_{\text{max}} = 0.05\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = \frac{a_{\text{max}}}{\omega^2} = \frac{0.05\pi^2}{\pi^2} = 0.05 \text{ m}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$y = 0.05 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$



$$\left. \begin{array}{l} t=0 \\ y=0.025 \text{ m} \end{array} \right\}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$0.025 = 0.05 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$0.025 = 0.05 \cdot \sin \varphi_0$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{0.025}{0.05} = \frac{1}{2}$$

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{1}{2} = 30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$$

$$y = 0,05 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

b) La velocidad de vibración se obtiene derivando la elongación respecto al tiempo.

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 0,05 \cdot \pi \cdot \cos\left(\pi \cdot t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ m/s}$$

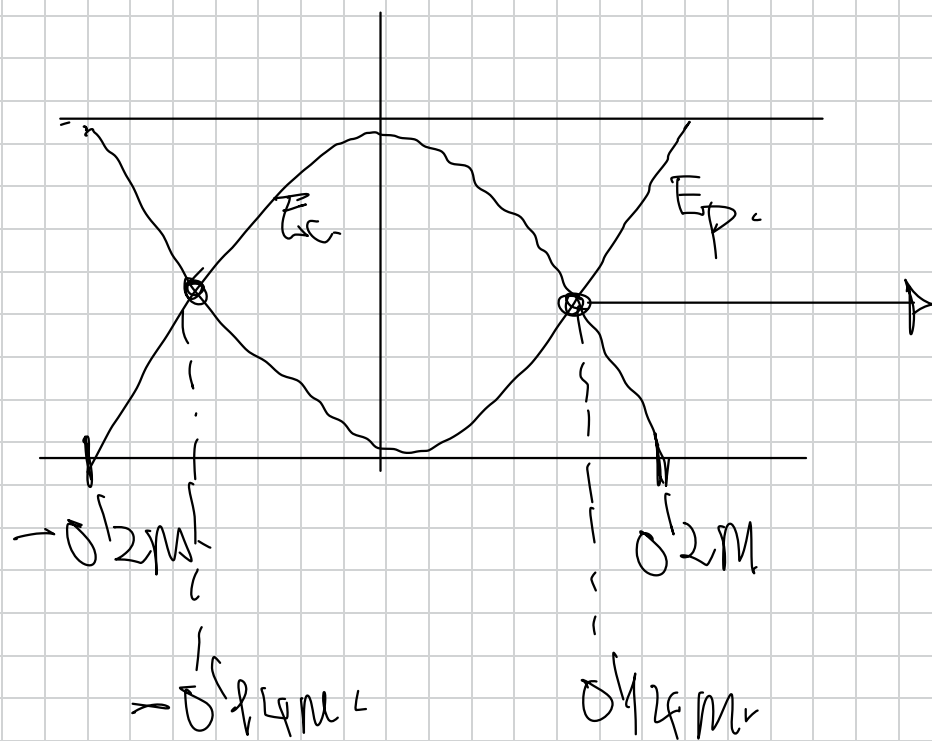
La velocidad es máxima (en valor absoluto) en aquellos instantes en que el móvil pasa por la posición de equilibrio, y nula cuando el móvil se encuentra en sus punto de elongación máxima.

La velocidad máxima es $0,05\pi$ m/s. Ambas funciones (seno y coseno) están desfasadas $\pi/2$.

Para $t = 0$ s, el movimiento comienza con una elongación igual a 0,025 m (la mitad de la amplitud) y con una velocidad de 0,136 m/s (la velocidad máxima es de 0,157 m/s)

Como todo m.a.s, la gráfica representa un movimiento periódico.

21.- Una partícula describe un movimiento armónico simple, cuya amplitud de 0,2 m.
¿Cuál será el desplazamiento en el instante en el que las energías cinética y potencial son iguales?.



$$x = \frac{A}{\sqrt{2}} = \frac{0.2}{\sqrt{2}} = \pm 0.14 \text{ m}$$

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$$

las igualo y calculo x ?

$$E_p = E_c$$

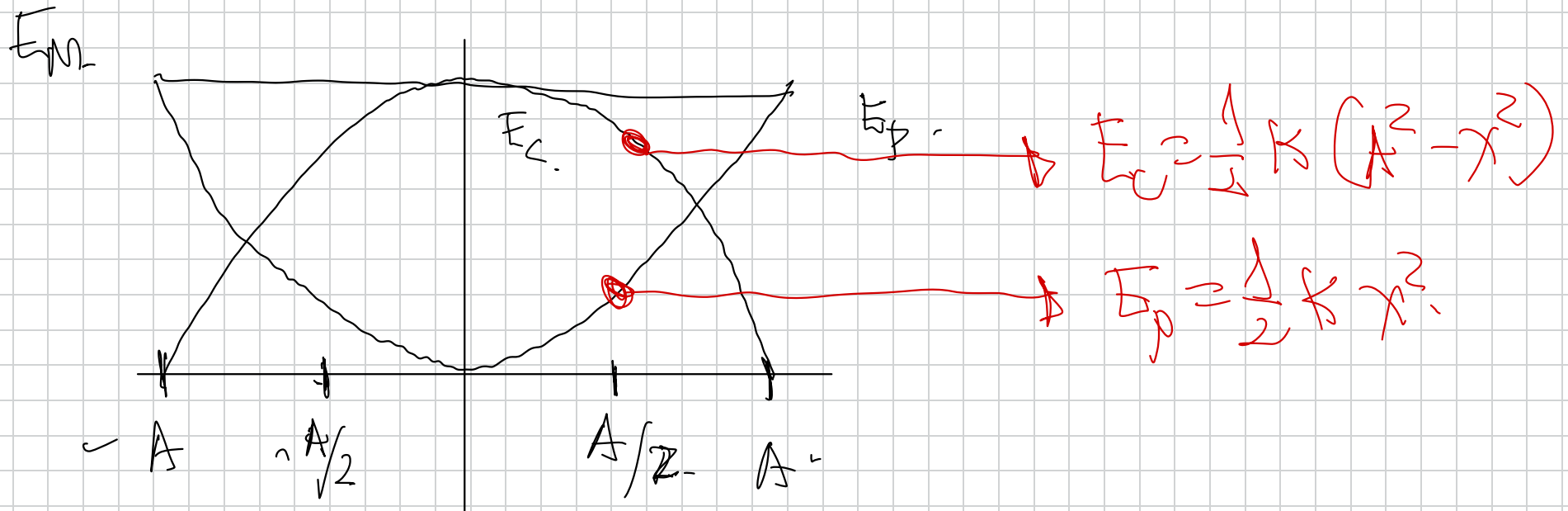
$$\cancel{\frac{1}{2}} k x^2 = \cancel{\frac{1}{2}} k (A^2 - x^2)$$

$$x^2 = A^2 - x^2$$

$$x^2 + x^2 = A^2$$

$$2x^2 = A^2$$

22.- Un oscilador armónico se encuentra en un instante en la posición $x=A/2$. ¿Qué relación existe entre sus energías cinética y potencial?



$$x = \frac{A}{2}$$

$$\frac{E_c}{E_p}$$

$$E_c = \frac{1}{2} K \left(A^2 - \left(\frac{A}{2} \right)^2 \right) = \frac{1}{2} K \left[A^2 - \frac{A^2}{4} \right] = \frac{1}{2} K \left[\frac{3}{4} A^2 \right]$$

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K \left(\frac{A}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} K \frac{A^2}{4}$$

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} K \left[\frac{3}{\cancel{4}} A^2 \right]}{\cancel{\frac{1}{2}} K \left[\frac{1}{\cancel{4}} A^2 \right]}$$

$$\frac{E_c}{E_p} = 3 \quad \boxed{E_c = 3E_p}$$

23.- Explica cómo varía la energía de un oscilador cuando

- Se duplica la amplitud
- Se duplica la frecuencia
- Se duplica la amplitud y se reduce la frecuencia a la mitad

$$E_m = \frac{1}{2} K A^2$$

$$E'_m = \frac{1}{2} K (2A)^2 = \frac{1}{2} K 4 A^2$$

$$\frac{E'_m}{E_m} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \cancel{4} A^2}{\cancel{\frac{1}{2}} \cancel{A^2}}$$

$$E'_m = 4 E_m$$

b) $E_m = \frac{1}{2} K \cdot A^2.$

Se se duplica f ,

$$E_m = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2.$$

$$E_m = \frac{1}{2} m (2\pi f)^2 A^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} m 4\pi^2 f^2 A^2.$$

$$E'_m = \frac{1}{2} m 4\pi^2 (2f)^2 A^2.$$

$$\frac{E_m'}{E_m} = 4$$

$$E_m' = 4 E_m$$

c)

$$E_m = \frac{1}{2} m 4 \pi^2 \int^2 A^2.$$

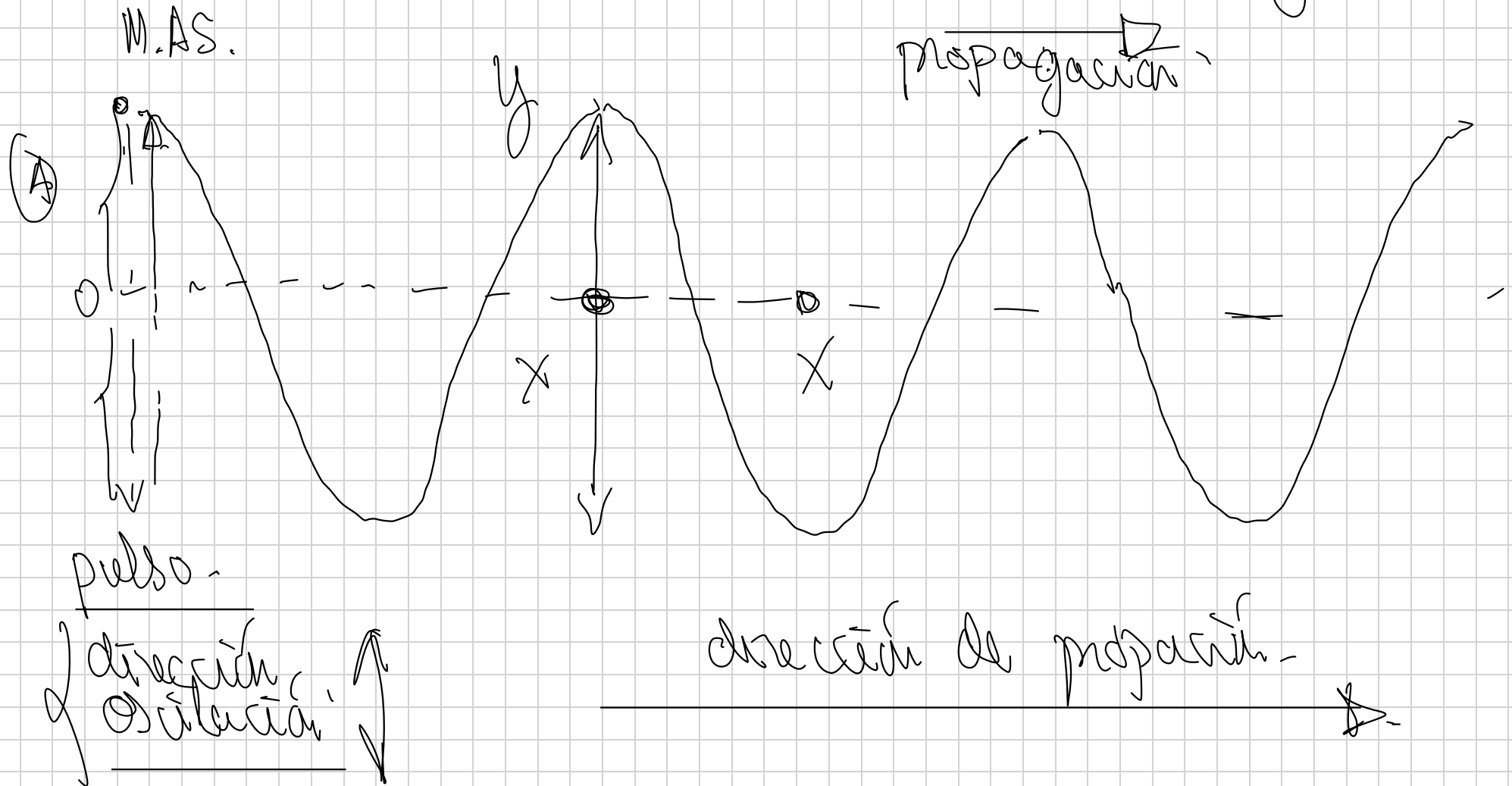
$$E_m' = \frac{1}{2} m 4 \pi^2 \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 \cdot (2A)^2.$$

$$E_m' = E_m \quad \text{no change.}$$

pag 123 y sucesivas del libro.

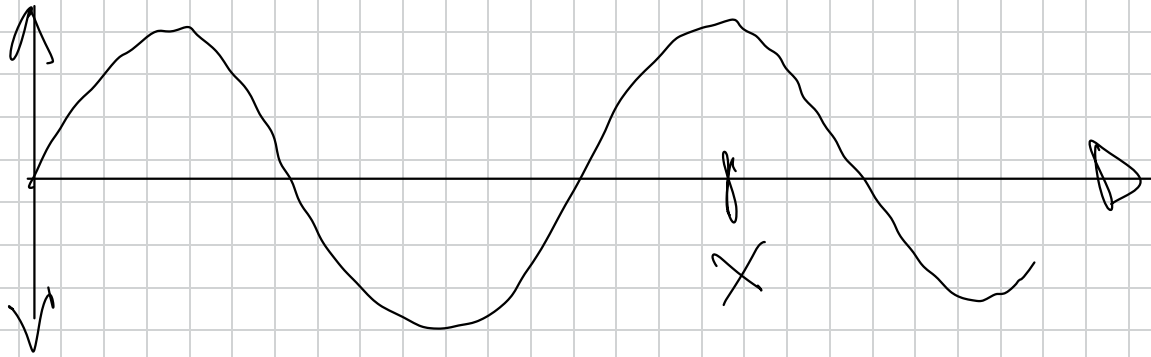
Movimiento ondulatorio.

Fenómenos ondulatorios, Pulsos y ondas.

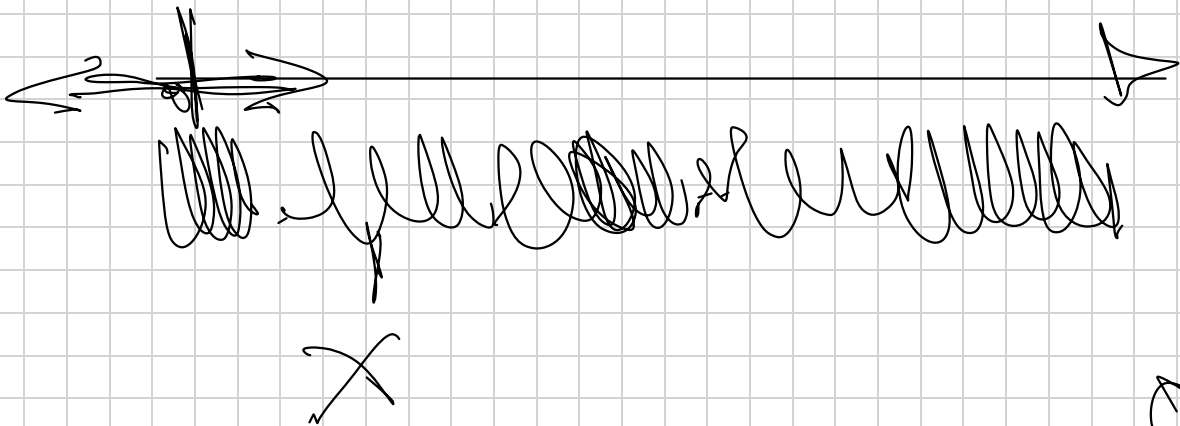


Criterios de clasificación

- Direcciones de oscilación y de propagación.



Dirección de oscilación
↓ a la
dirección de
propagación
Onda transversal

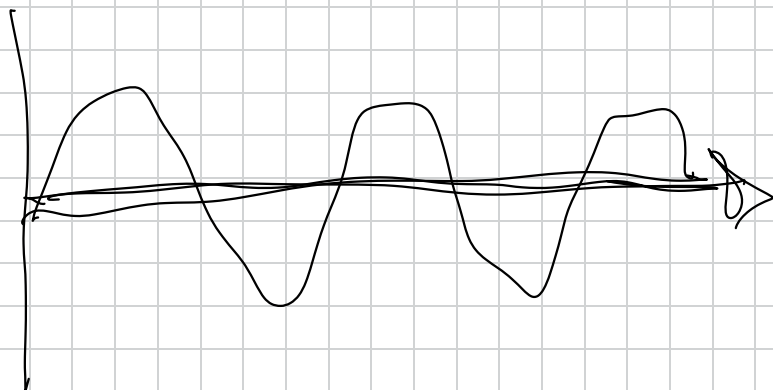


Dirección de oscilación
y la de propagación
es la ~~misma~~ misma.
Onda longitudinal.

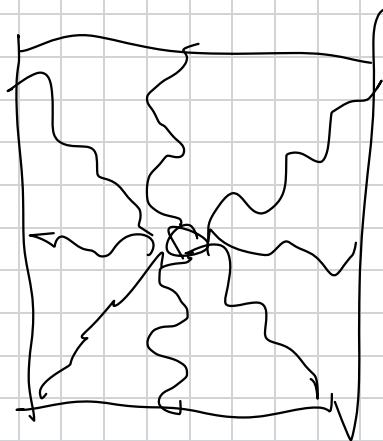
Medio en el que propagan.

- Ondas mecánicas o materiales, necesitan de un medio material para propagarse.
(el sonido)
- Ondas electromagnéticas: no necesitan el medio material para propagarse.
(la luz)

Nº de dimensiones en las que se propagan.



↓ dirección
Unidimensionales
(cuerdas)

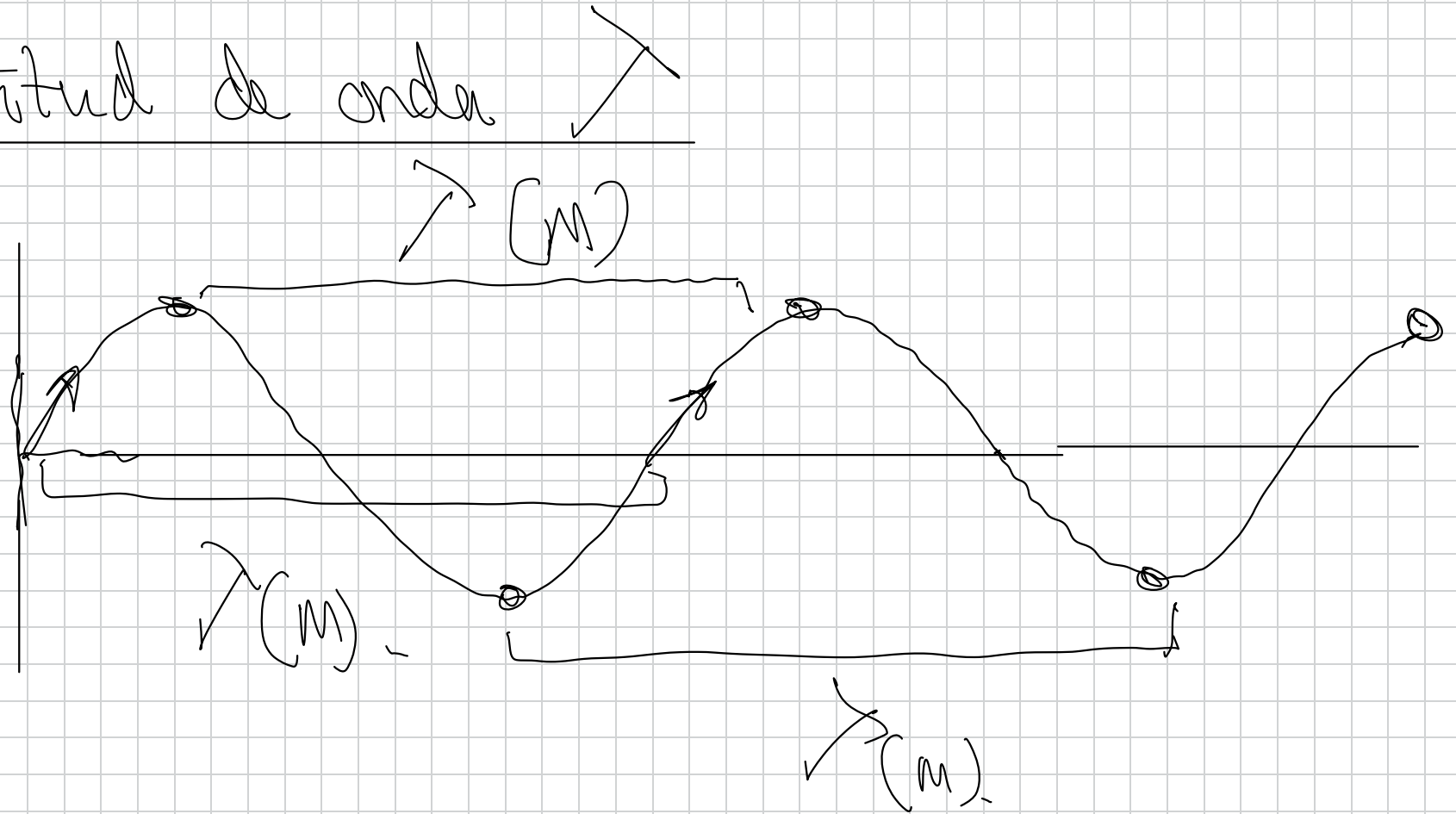


→ bidimensionales
(piedra en el estanque)

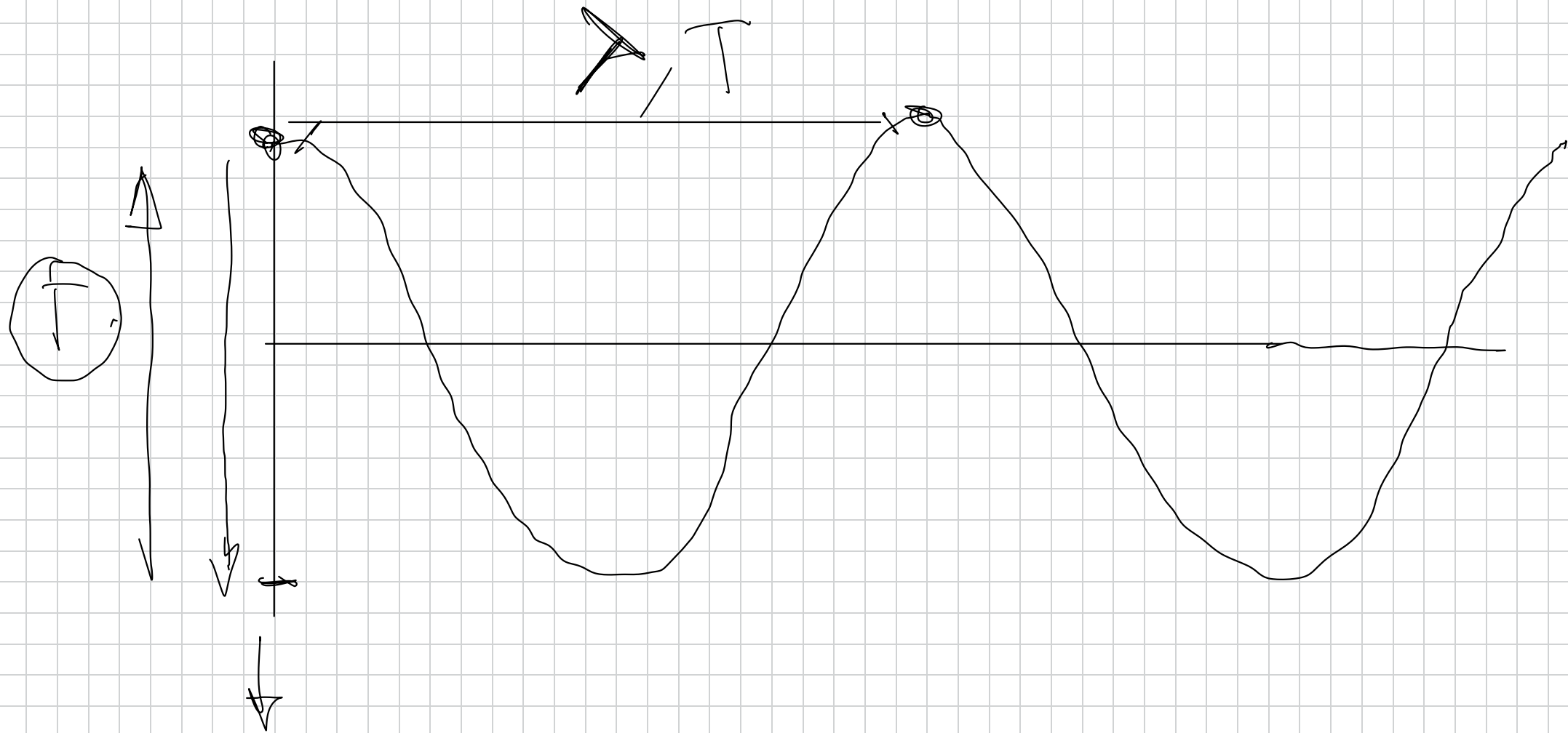
— tridimensionales
(sonido)

Magnitudes características de una onda

= Longitud de onda



= Período (T)



FOCO
Cpts donde se inicia la perturbación.

frecuencia:

M.A.S. $f = \frac{N \text{ osc}}{t}$

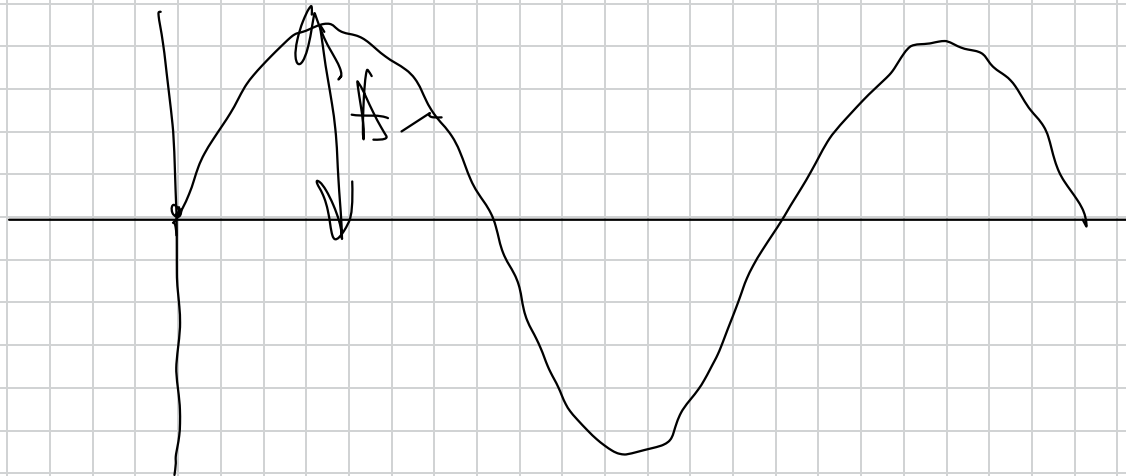
onda: $f = \frac{N^{\circ} \text{ ondas}}{t}$

(1)

$f = \frac{1 \text{ osc}}{T}$

$f = \frac{1 \text{ onda}}{T}$

$f = \frac{1}{T}, s^{-1}, \text{ Hz}$



$A (m)$

$$v_p \rightarrow$$



$$v_p \rightarrow$$

$\Rightarrow$ cte.

$v_p =$ cte dentro del mismo medio.

$$v = cte = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{m}{s}$$

no ctr.

osc.



v del M.A.S

$$v = \frac{dy}{dt}$$

$$v_p = \lambda f$$

$$v_p = \frac{\omega}{k}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T}$$

$$v_p = \lambda \cdot \left[\frac{1}{T} \right]$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

Número de onda k

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\text{rad}}{\text{m}} \right)$$

Velocidad angular $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Es la ω del M.A.S de las partículas

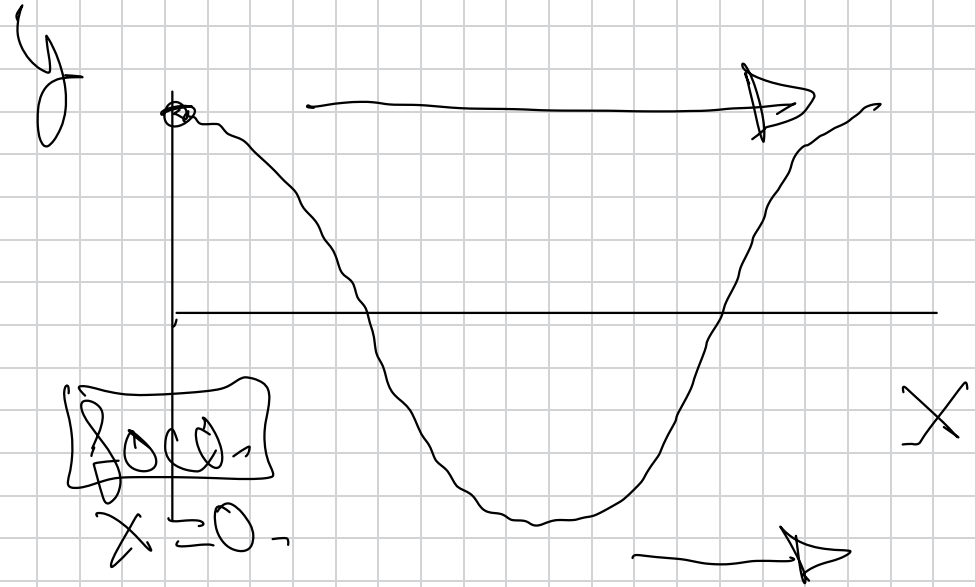
Ecuación de una onda.

$$M.A.S.$$



$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

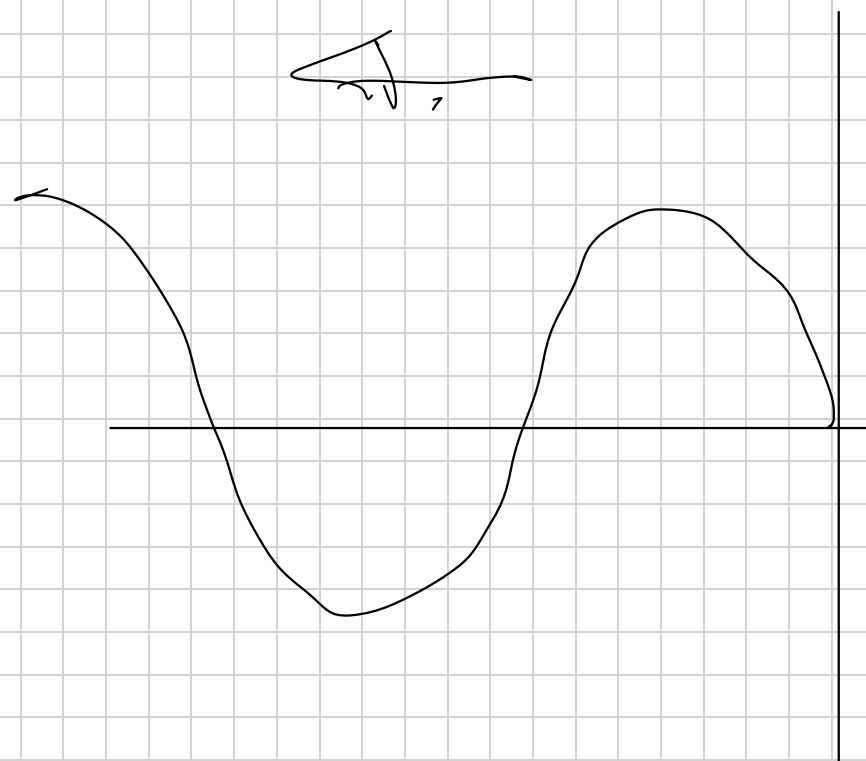
ONDA.



$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t + kx + \varphi_0)$$

Ángulo de fase inicial
en el foco.

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ t=0 \end{array} \right\}$$



$$y = A \cdot \sin(\omega t \pm kx \mp \phi)$$

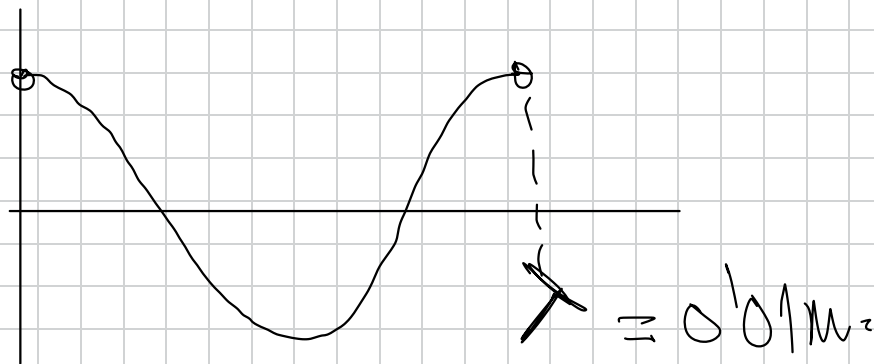
Una onda de 5 cm de amplitud se propaga en el sentido positivo del eje x . Se sabe que su período es $T = 2\text{ s}$, y que el foco en el instante inicial se encuentra en la posición $y = 5\text{ cm}$. Su longitud de onda es $\lambda = 1\text{ cm}$.

a) Escribir la ecuación de la onda en unidades S.I.

$$y = A$$

$$x = 0$$

$$t = 0$$



$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$$y(x, t) = 0.05 \cdot \sin(4\pi t - 200\pi x + \phi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.01} = 200\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$x=0 \quad y=0.05\text{m}$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$y(t) = A \cdot \sin \varphi_0$$

$$0.05 = 0.05 \cdot \sin \varphi_0$$

$$\varphi_0 = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

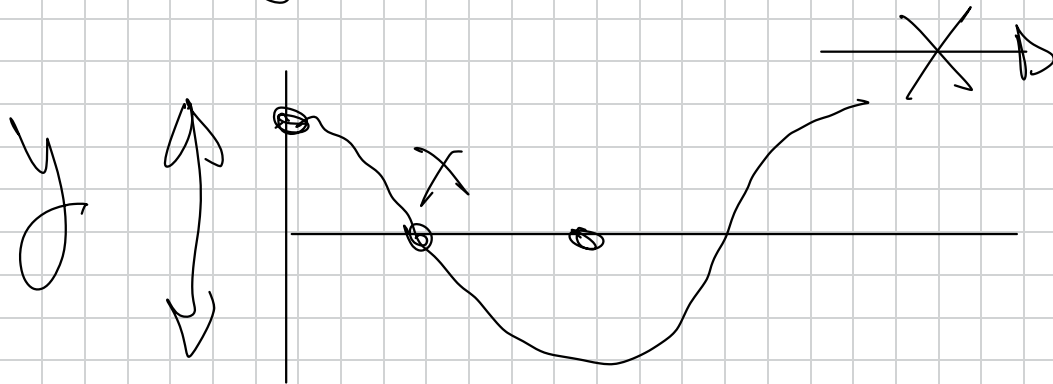
$$y(x,t) = 0.05 \cdot \sin\left(\pi t - 200\pi x + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

$$y(x,t) = 0.05 \cdot \cos(\pi t - 200\pi x) \text{ (SI)}$$

b) Calcular su velocidad de propagación.

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.01 \text{ m}}{20} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s.}$$

c) Calcular la v de oscilación de un pto x cualquiera de la cuerda.



$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$v_{osc} = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{x=0} = A \cdot \left[\cos(\omega t - kx + \varphi_0) \right] \omega$$

$$v_{osc} = A \cdot \omega \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$v_{osc} = \pm A \cdot \omega = 0.05 \cdot \pi \text{ m/s}$$

$$\pm 1$$

pag 167.

4.- La ecuación de una onda en una cuerda es $y(x,t) = 0,03 \cdot \sin(2t - 3x)$ (S.I)

a) Explicar la doble periodicidad de la onda

b) Calcula su amplitud, su período, su longitud de onda y su frecuencia

c) Calcular su velocidad de propagación así como la velocidad de oscilación que puede tener un punto cualquiera de la cuerda y explicar el significado de cada una de ellas.

d) Calcular la velocidad máxima de oscilación que puede tener un punto cualquiera de la cuerda

a)

$$y(x,t) = \underbrace{0,03}_A \cdot \sin\left(\underbrace{2t}_\omega - \underbrace{3x}_k\right) \text{ (S.I.)}$$

b)

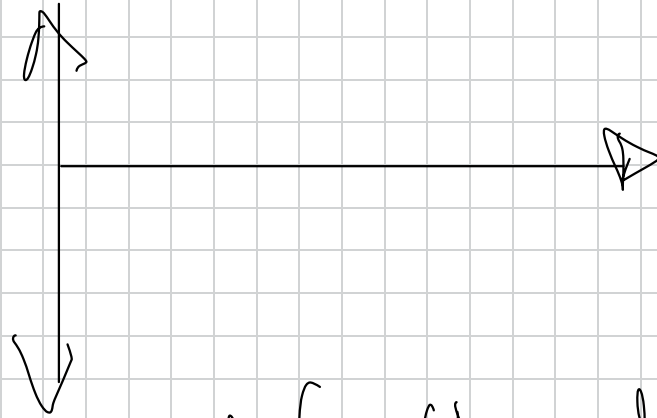
$$A = 0,03 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ s} \quad (3/4)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2}{3} \pi \text{ m}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} \text{ Hz}$$

c)



$v = \text{cte}$ en el mismo medio.

$$v = \frac{S}{t} = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2}{3} \cancel{\lambda}}{\cancel{T}} = \frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$y(x, t) = 0.03 \cdot \sin(2t - 3x) \quad (\text{SI})$$

$$v_{osc} = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{x=\text{cte}} = 0.03 \cdot [\cos(2t - 3x)] \cdot 2$$

$$v_{osc} = 0.03 \cdot 2 \cdot \cos(2t - 3x) \quad \text{No es cte.}$$

↓
depende del
constante t y
del pto x en

$$v_{\text{osc}} = 0.03 \cdot 2 \cdot \cos(2t - 3x) \quad \text{concretar}$$

$$v_{\text{max}} = \pm 0.06 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{max osc}} = \pm A \cdot \omega$$

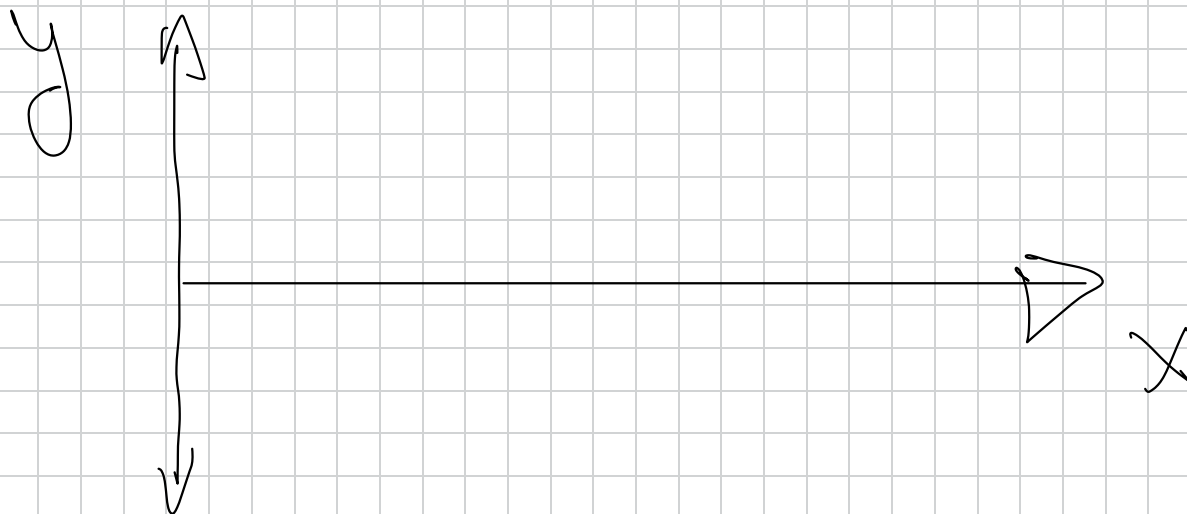
$$v_{\text{max osc}} = \pm 0.03 \cdot 2 = 0.06 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

pag 167.

Calcula la frecuencia de dicho sonido.

3.- Escribe la ecuación de una onda transversal de 10 cm de amplitud y periodo de 0,5 s que se desplaza con una velocidad de fase de $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ hacia la parte positiva del eje X. Supóngase que en el foco y en el instante inicial la elongación es máxima.

$v_{\text{propagación}}$



$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5}$$

$$\omega = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$y(x, t) = 0.1 \cdot \sin\left(4\pi t - \frac{2\pi}{170}x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y(x, t) = 0.1 \cdot \cos\left(4\pi t - \frac{2\pi}{170}x\right) \quad (\text{ST})$$

340 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $\uparrow$
 v_p



$$T = 0.50$$

$$\Rightarrow \lambda = v_p \cdot T = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.5 \text{ s} = 170 \text{ m}$$

$$K = \frac{2\pi}{170} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t - Kx + \varphi_0)$$

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \\ x=0 \end{array} \right\} \Rightarrow y = A_1$$

$$A = A \cdot \sin(\cancel{\omega t} - \cancel{Kx} + \varphi_0)$$

$$A = A \cdot \sin \varphi_0$$

$$\sin \varphi_0 = 1$$

$$\varphi_0 = \arcsin 1$$

$$\varphi_0 = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

1.- ¿Con qué velocidad se desplaza una onda armónica cuya longitud de onda es de 0,5 cm y su frecuencia de $6 \cdot 10^{10}$ Hz?. ¿Cuál será el tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a una longitud de onda?

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$\Rightarrow v = \lambda \cdot \frac{1}{T}$$

$$v = \lambda \cdot f = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 6 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}$$

$$v = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,67 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{6 \cdot 10^{10}} = 1.67 \cdot 10^{-11} \text{ s.}$$

- 2.- El sonido de la sirena de una fábrica tarda 10 s en llegar a un determinado receptor situado a una distancia equivalente a 5000 veces la longitud de onda del sonido emitido. Calcula la frecuencia de dicho sonido.

$$\begin{aligned} \text{⑤} &= \frac{\text{⑤}}{\text{⑦}} \\ &\quad \swarrow \quad \searrow \\ &\quad \frac{5000 \cancel{\lambda}}{10} = \cancel{\lambda} \cdot f \quad \swarrow \\ &\quad \quad \quad f = 500 \text{ Hz} \end{aligned}$$

c) Cuánto varía la elongación de los puntos que presentan la velocidad máxima.

- 6.- Suponga que en una onda armónica se duplica la frecuencia. Indicar cómo se modifican el período, la velocidad de propagación, la longitud de onda, la amplitud, y la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera.

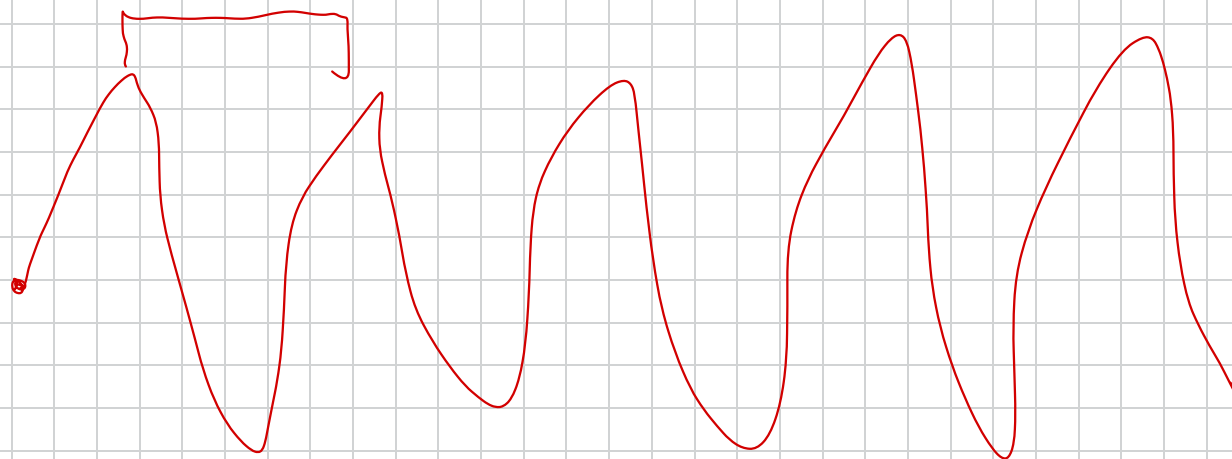
¡OJO! ¡CUIDADO! ¡SALE EN EL EXAMEN!

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T} & \left\{ \begin{array}{l} T = \frac{1}{f} \\ T' = \frac{1}{2f} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \frac{T'}{T} = \frac{\frac{1}{2f}}{\frac{1}{f}} \Rightarrow T' = \frac{1}{2}T \\ \downarrow \end{array} \right. \end{aligned}$$

$v_p \Rightarrow$ cte en el mismo medio, ¡OJO! no cambia.



$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



$$\omega_p = \frac{1}{T}$$

$$\omega_p = \omega_c$$

$$v_p = \text{etc.}$$

$$v_p = \frac{\cancel{\lambda}}{\cancel{T}}$$

la même

$$v_p = \frac{\lambda}{\frac{1}{2}T}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{\frac{1}{2}T}$$

$$\frac{\cancel{\lambda}}{\cancel{\frac{1}{2}T}} =$$

$$\lambda = \frac{1}{2}T$$

la amplitud y la frecuencia son independientes, A no cambia.

$$v_{\max \text{ osc}} = A \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$v_{\max \text{ osc}} = A \cdot 2\pi f$$

$$v'_{\max \text{ osc}} = A \cdot 2\pi \cdot 2f$$

$$v_{\max \text{ osc}} = 2 v_{\max \text{ osc}}$$



7.- a) Escribe la ecuación de una onda armónica que se propaga en el sentido positivo del eje X, sabiendo que su frecuencia es de $5 \cdot 10^{10}$ Hz, su velocidad de propagación de $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y su amplitud de 0,5 m.

b) ¿Cómo se modificaría la ecuación de la onda anterior si la misma se propagase en sentido contrario con una amplitud mitad y una longitud de onda doble?

$$y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \phi_0)$$

Al no especificar $\phi_0 = 0$

$$y(x, t) = 0,5 \cdot \sin\left(10^{11} \pi t - \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-10}} x\right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^{10} = 10^{11} \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow v_p = \lambda \cdot f$$

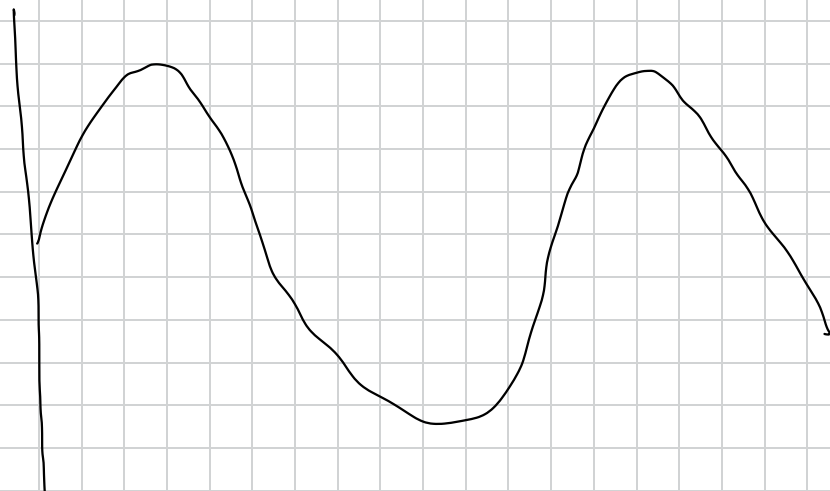
$$\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{15 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-10}} \text{ rad/m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$y(x,t) = 0.5 \cdot \sin \left(\underbrace{10^{11} \pi t}_{\text{}} - \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-10}} x \right)$$

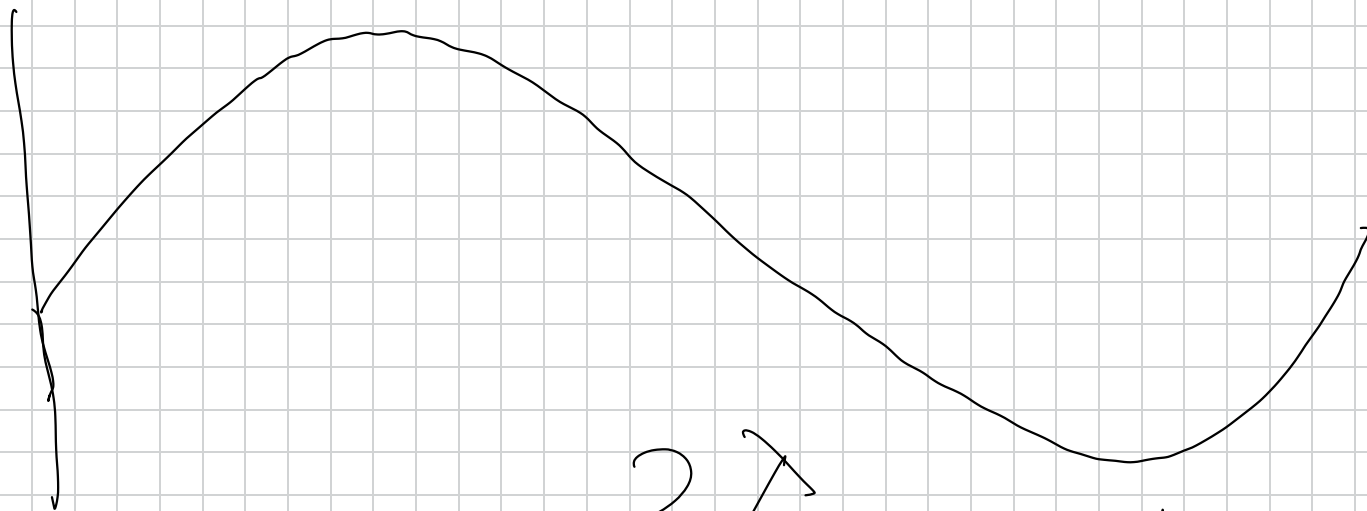
$$y(x,t) = 0.25 \cdot \sin \left(\frac{10^{11} \pi t}{2} + \frac{2\pi}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-10}} x \right) \text{ (SI)}$$



$$T' = 2T$$

$$\omega' = \frac{2\pi}{T'}$$

$$\omega' = \frac{1}{2}\omega$$



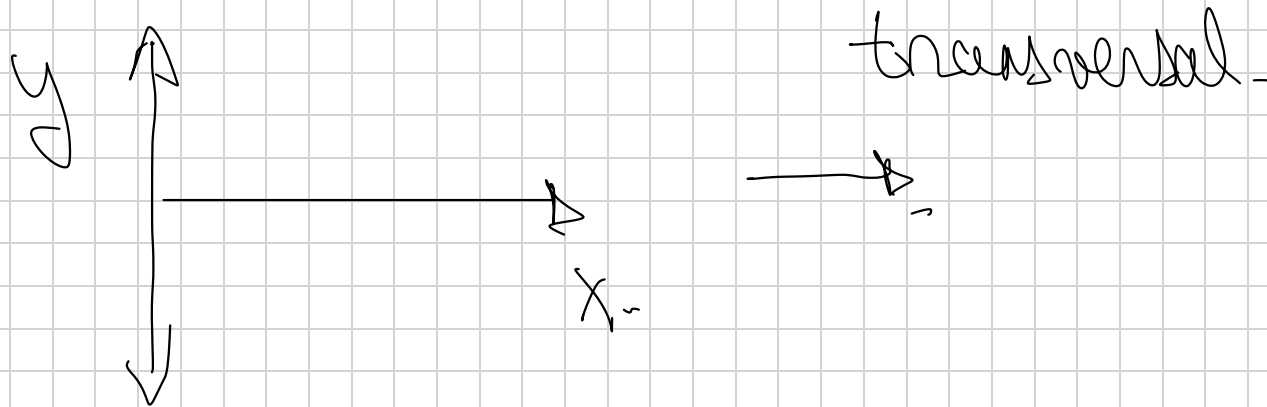
$$v_p = \text{const} \Rightarrow v_p = \frac{2\lambda}{2T} = \text{const.}$$

10.- Una onda viene dada por la ecuación:

$$y(x,t) = 2 \cdot \cos(100t - 5x) \text{ (S.I.)}$$

donde x e y son coordenadas cartesianas

- Haga un análisis razonado del movimiento ondulatorio representado por la ecuación anterior y explique si es longitudinal o transversal, y cuál es su sentido de propagación.
- Calcule la frecuencia, el período, la longitud de onda y el número de onda, así como el módulo, dirección y sentido de la velocidad de propagación de la onda. ¿Se mueven los puntos del medio con esa velocidad?



$$y(x,t) = 2 \cdot \cos(\underbrace{100t}_{\omega} - \underbrace{5x}_{k}) \text{ (S.I.)}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$k = 5 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi/\lambda}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k} = \frac{100}{5} = 20 \text{ m/s}$$

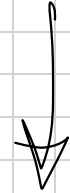
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100} \text{ s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{5} \text{ m}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{100}{2\pi} \text{ Hz}$$

$$\vec{v} = 20 \hat{i} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$



Los ptes del medio se movieran en la oscilación.

9.- Una onda armónica transversal que se propaga a lo largo de la dirección positiva del eje de las X tiene 5 cm de amplitud, 8π cm de longitud de onda, y velocidad de propagación de $40 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$. Sabiendo que la elongación de la partícula de abscisa $x=0$ en el instante $t=0$ es de 5 cm por debajo de la posición de equilibrio, determinar:

- El número de onda y la frecuencia angular de la onda
- La ecuación que representa el movimiento vibratorio armónico simple de la partícula de abscisa $x=0$
- la ecuación que representa la onda armónica transversal indicada

$$v_p = 40 \text{ cm/s} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = 8\pi \text{ cm} = 0.08\pi \text{ m}$$

$$a) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0.08\pi \text{ m}}$$

$$k = 25 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T} \quad T = \frac{\lambda}{v_p}$$

$$T = \frac{0.08\pi}{0.4} =$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{0.08\pi}{0.4}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b)

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

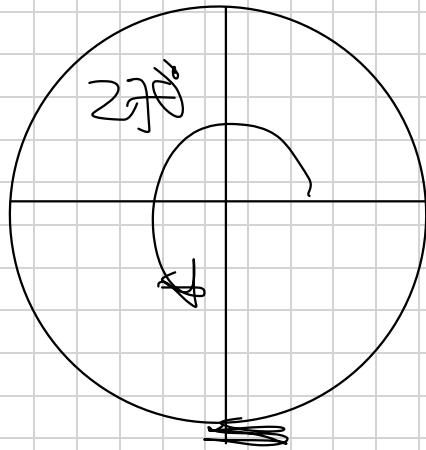
$$y(t) = 0.05 \cdot \sin(10t + \varphi_0)$$

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ t=0 \end{array} \right\} y = 0.05 \text{ m.}$$

$$\begin{aligned} \cancel{y(x,t)} &= 0.05 \sin(\cancel{10t} - \cancel{kx} + \varphi_0) \\ &= 0.05 = 0.05 \sin \varphi_0 \end{aligned}$$

$$\text{sen } \varphi_0 = -1$$

$$\varphi_0 = \arcsin(-1) = \frac{3\pi}{2} \text{ rad.} \\ (270^\circ)$$

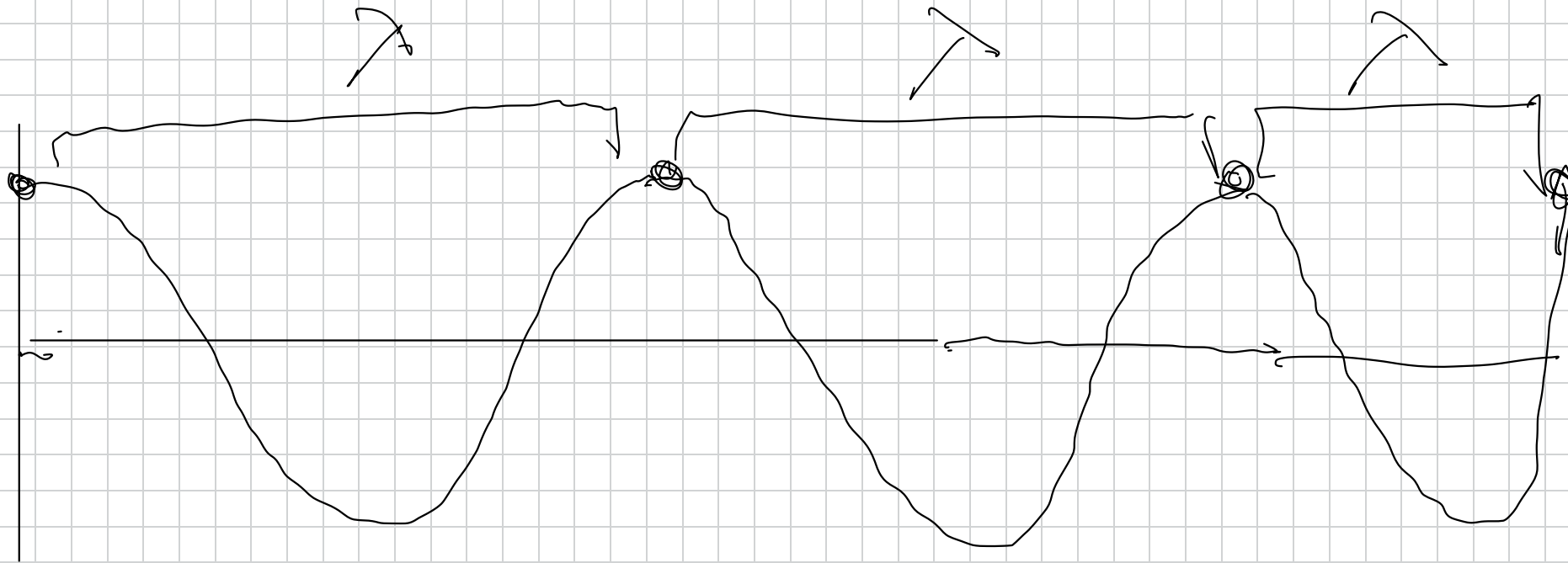


$$y(t) = 0.05 \cdot \text{sen} \left(10t + \frac{3}{2}\pi \right) (\text{SI})$$

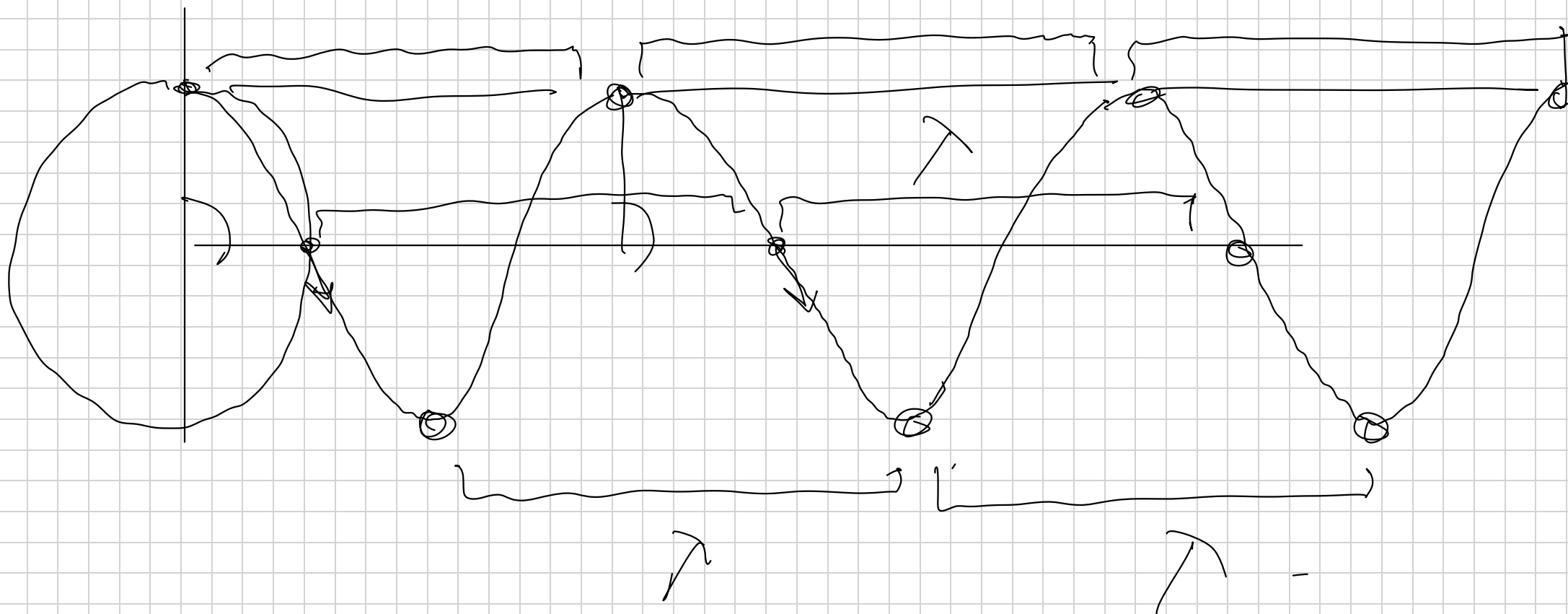
$$y(x, t) = 0.05 \cdot \text{sen} \left(10t - 25x + \frac{3}{2}\pi \right) (\text{SI})$$

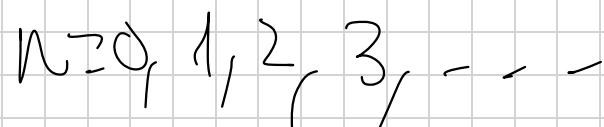
$$y(x, t) = 0.05 \cdot \sin\left(10t - 25x + \pi + \frac{\pi}{2}\right) (S)$$

$$y(x, t) = 0.05 \cdot \cos\left(10t - 25x + \pi\right) (S)$$



pto en fase.

$$2\pi / 4\pi.$$

$$n \times$$



14.- La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es:

$$y(x,t)=0,06 \cdot \cos 2\pi (4t-2x) \text{ (S.I)}$$

a) Calcule la diferencia de fase entre los ~~estado~~ ^{estado} de vibración de una partícula de la cuerda en los instantes $t=0$ y $t=0,5$ s.

b) Haga una representación gráfica aproximada de la forma que adopta la cuerda en los instantes anteriores.

$$y(x,t) = 0,06 \cdot \cos \left(\underbrace{8\pi t}_{\omega} - \underbrace{4\pi x}_{k} \right) \text{ (S.I)}$$

$8\pi \text{ rad/s}$ $4\pi \text{ rad/m}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8\pi} = \frac{1}{4} \text{ s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$y(x,t) = 0.06 \cos \left(\underbrace{8\pi \cancel{t} - 4\pi x}_{\phi_1} \right)$$

Misma
pto
x.

$$y(x,t) = 0.06 \cos \left(\underbrace{8\pi \cancel{t} - 4\pi x}_{\phi_2} \right)$$

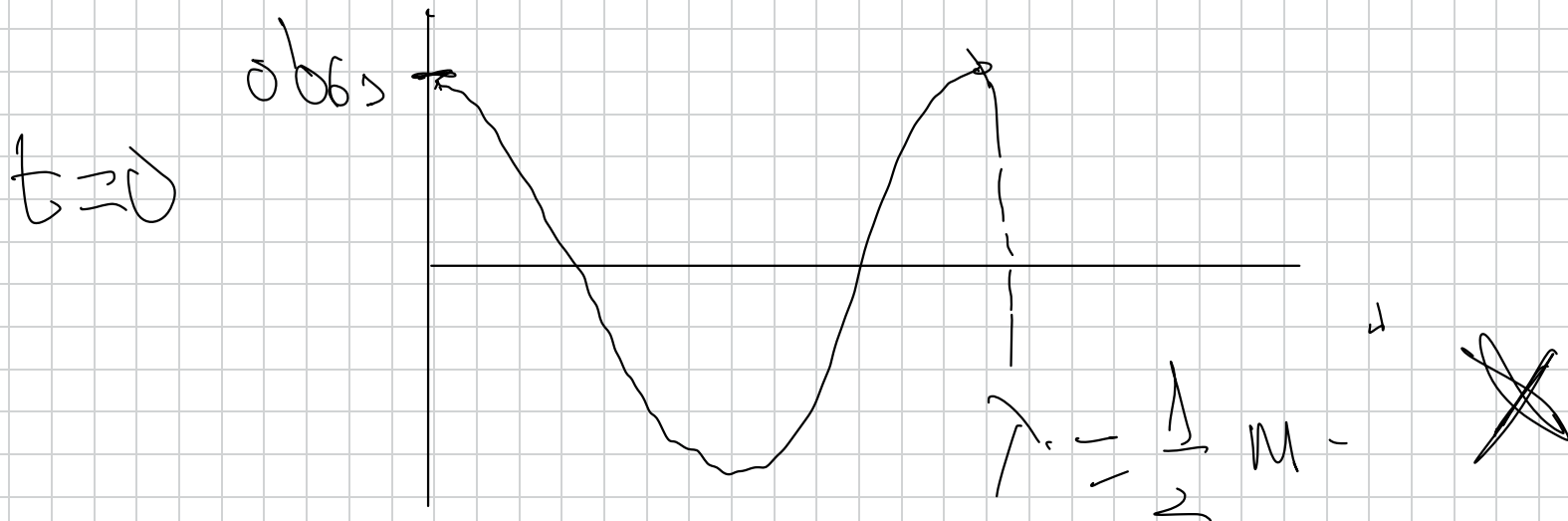
$$\phi_2 - \phi_1 = \underbrace{[8\pi \cdot 0.5 - 4\pi x]}_{\phi_2} - \underbrace{[8\pi \cdot 0.1 - 4\pi x]}_{\phi_1}$$

$$\phi_2 - \phi_1 = 4\pi - \cancel{4\pi x} - 0 + \cancel{4\pi x}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 4\pi \text{ rad} = 0^\circ \quad (\text{estão em fase}).$$

b) $t=0. \Rightarrow y(x,t) = 0,06 \cdot \cos(8\pi t - 4\pi x)$

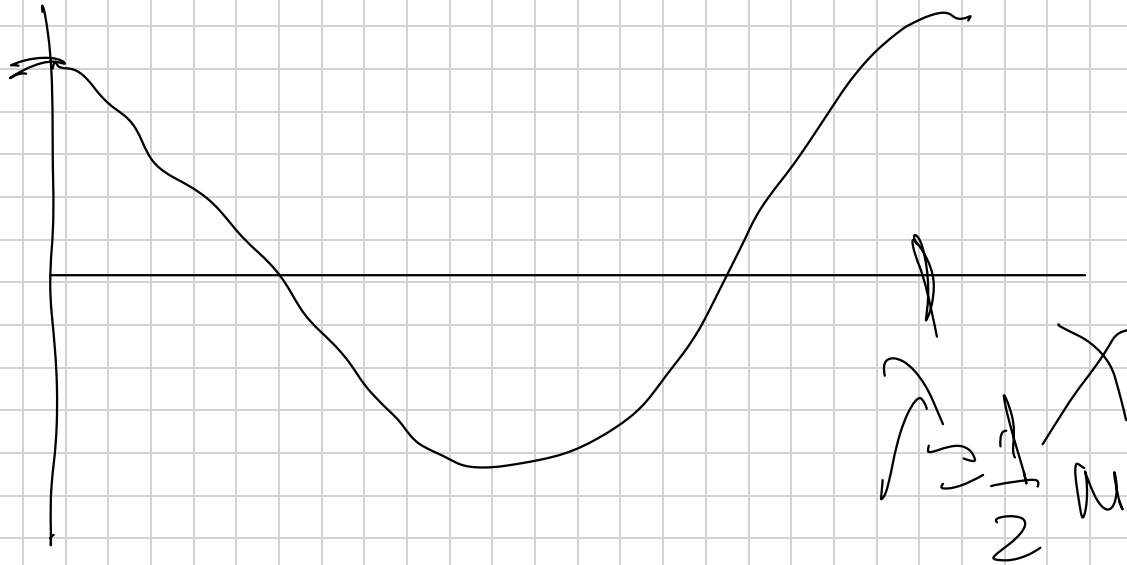
função a representar $\Rightarrow y(x,t) = 0,06 \cdot \cos(-4\pi x) \quad (\text{SI}).$



$$t=0.5 \Rightarrow y(x,t) = 0.06 \cdot \cos(8\pi \cdot 0.5 - 4\pi x)$$

$$y(x,t) = 0.06 \cdot \cos(4\pi - 4\pi x)$$

y
0.06



$A = \frac{1}{2}$

adapta la
misma forma.

15.- Una onda armónica se propaga por un medio elástico siguiendo la ecuación

$$y(x,t)=24 \cdot \sin 2\pi (2000t-5x) \text{ (S.I)}$$

Calcula el desfase que existirá entre dos puntos separados 0,2 m entre si a lo largo de la dirección de propagación de la onda. en un mismo instante t

$$y(x,t) = 24 \cdot \sin \left(4000\pi t - \underbrace{10\pi}_{k} x \right)$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} \text{ m}$$

p to en fase. $\rightarrow$

$$\boxed{\lambda = 0,2 \text{ m}}$$

même instant t

$$y(x,t) = 24 \cdot \sin \left(\underbrace{4000\pi t}_{\varphi_1} - 10\pi x \right)$$

$$y(x,t) = 24 \cdot \sin \left(\underbrace{4000\pi t}_{\varphi_2} - 10\pi (x+0.2) \right)$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = [4000\pi t - 10\pi x + 2\pi] - [4000\pi t - 10\pi x]$$

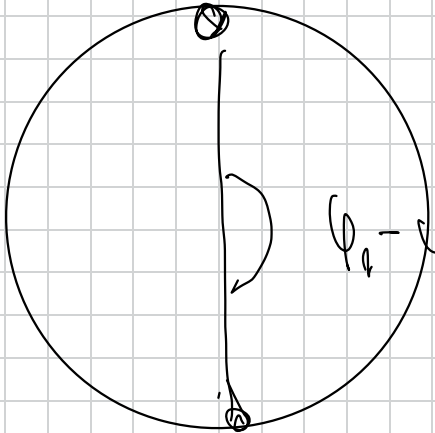
$$\varphi_2 - \varphi_1 = \cancel{4000\pi t} - \cancel{10\pi x} + 2\pi - \cancel{4000\pi t} + \cancel{10\pi x}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \text{ rad.} \Rightarrow \text{Est en phase.}$$

16.- Una onda armónica cuya frecuencia es de 50 Hz, se propaga en la dirección positiva del eje X. Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 20 cm es de $\pi/2$ rad, determinar:

- El período, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda
- En un punto dado, ¿Qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s?

$$a) \quad f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s} \quad \Rightarrow \quad \boxed{0.02 \text{ s}}$$



$$\phi_1 - \phi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

$$\frac{\lambda}{2} = 0.2 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad 20 \text{ cm}$$

$$\boxed{\lambda = 0.4 \text{ m}}$$

$y = A \cdot \sin \left(\underbrace{\omega t - kx}_{\varphi_1} \right)$ ↗ gleiche instante t.
 $y = A' \cdot \sin \left(\underbrace{\omega t - k(x + \Delta x)}_{\varphi_2} \right)$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

$$\omega t - k(x + \Delta x) - [\omega t - kx] = \frac{\pi}{2}$$

$$\cancel{\omega t} - \cancel{kx} - \underbrace{[k] \Delta x}_{\downarrow} - \cancel{\omega t} + \cancel{kx} = \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{2\cancel{\lambda}}{\cancel{\lambda}} \cdot 0.2 = \frac{\cancel{\lambda}}{2}$$

$$\lambda = -0.4 \text{ m}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.4 \text{ m}}{0.020} = 20 \text{ m/s} \quad |\cancel{\lambda}| = 0.4 \text{ m}$$

b)

$$y = A \cdot \sin(\underbrace{\omega t - kx}_{\varphi_1})$$

$$y = A \cdot \sin(\underbrace{\omega(t+0.1) - kx}_{\varphi_2})$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \omega(t+0.1) - kx - \omega t + kx$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \cancel{\omega t} + \omega \cdot 0.01 - \cancel{\pi} - \cancel{\omega t} + \cancel{\pi}$$

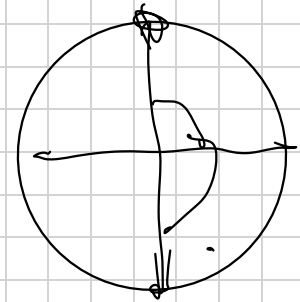
$$\varphi_2 - \varphi_1 = \omega \cdot 0.01$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{T} \cdot 0.01$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{0.02} \cdot 0.01$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\cancel{0.02} \pi}{\cancel{0.02}}$$

$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi \text{ rad} \rightarrow$ Ca opoziții de fază.



17.- Una onda armónica sinusoidal se propaga en el sentido positivo del eje OX con una frecuencia de 100 Hz, con una velocidad de $500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ y tiene una amplitud de 15 cm. Calcular:

a) La separación entre dos puntos cuya diferencia de fase, en un cierto instante, es de $\pi/5$ radianes

b) La diferencia de fase entre dos vibraciones de un mismo punto del espacio, separadas por un intervalo de tiempo de $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

$$a) \quad y = A \cdot \sin(\underbrace{\omega t - kx_1}_{\varphi_1})$$

$$y = A \cdot \sin(\underbrace{\omega t - kx_2}_{\varphi_2})$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{\lambda}{T} \\ v &= \lambda \cdot f \\ \lambda &= \frac{v}{f} = \frac{500}{100} \\ \lambda &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \cancel{\omega t} - kx_2 - \cancel{\omega t} - kx_1$$

$$\frac{\pi}{5} = K (x_1 - x_2) \rightarrow \text{separación.}$$

~~$$\frac{\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} (x_2 - x_1)$$~~

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{5} (x_2 - x_1)$$

$$(x_2 - x_1) = 0,5 \text{ m.}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0.01.$$

$$2.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t - \underbrace{\varphi_1}_{\substack{\text{Nulldurchgang} \\ \text{Nicht} \\ \text{Nulldurchgang}}})$$

$$y = A \cdot \sin(\underbrace{\omega(t + 2.5 \cdot 10^{-3})}_{\varphi_2} - \underbrace{\varphi_1}_{\text{Nulldurchgang}})$$

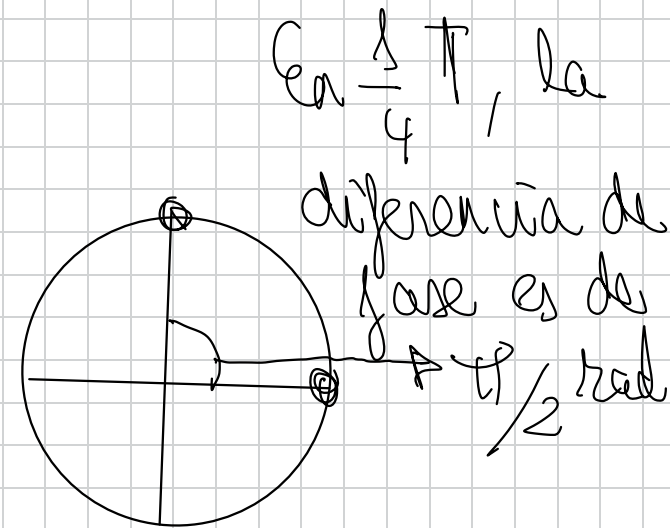
$$\varphi_2 \varphi_1 = \omega \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}.$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{T} \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{0.01} \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

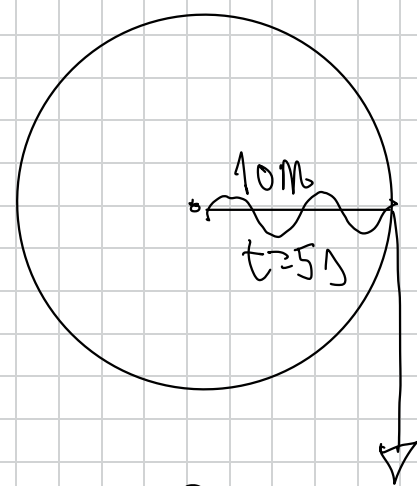
$$T = 0.01 \text{ s} \quad 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \text{ es } \frac{1}{4} T$$



92

(17-R) a) Escriba la ecuación de una onda armónica transversal que se propaga a lo largo del sentido positivo del eje X e indique el significado de las magnitudes que aparecen en ella.

b) En el centro de la superficie de una piscina circular de 10 m de radio se genera una onda armónica transversal de 4 cm de amplitud y una frecuencia de 5 Hz que tarda 5 s en llegar al borde de la piscina. Escriba la ecuación de la onda y calcule la elongación de un punto situado a 6 m del foco emisor al cabo de 12 s.



$$v = \frac{d}{t} = \frac{10\text{m}}{5\text{s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t - kx + \phi_0)$$



$$A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

$$f = 5 \text{ Hz}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi \cdot 5 = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$y = 0.04 \cdot \sin(10\pi t - 5\pi x) \text{ (SI)}.$$

$$y(x, t) = 0.04 \cdot \sin(10\pi t - 5\pi x)$$

$$y(6\text{m}, 12\text{s}) = 0.04 \cdot \sin(10\pi \cdot 12 - 5\pi \cdot 6)$$

$$y(6\text{m}, 12\text{s}) = 0.04 \sin(90\pi)$$

$$y(6\text{m}, 12\text{s}) = 0.$$

$$v_p = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T}$$

$$v_p = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{2}{5} \text{ m}.$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2/5} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

90

(17-R) a) Escriba la ecuación de una onda armónica que se propaga en el sentido negativo del eje X. ¿Qué se entiende por periodo y por longitud de onda? ¿Qué relación hay entre esas dos magnitudes?

b) Una onda armónica se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 10 m s^{-1} . La frecuencia del foco emisor es 2 s^{-1} y la amplitud de la onda es $0,4 \text{ m}$.

Escriba la ecuación de la onda considerando que en el instante inicial la elongación en el origen es cero. Calcule la velocidad de una partícula de la cuerda situada en $x = 2 \text{ m}$, en el instante $t = 1 \text{ s}$.

b)



$$v_p = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f = 2 \text{ Hz}$$

$$A = 0,4 \text{ m}$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$t = 0$$

$$y = 0$$

$$\varphi_0 = 0$$

$$y = 0,4 \sin\left(4\pi t - \frac{2}{5}\pi x\right) \text{ (SI)}$$

$$f = 2 \text{ Hz} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = 2\pi f = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{5} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$v = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = \frac{1}{4} \left[\cos \left(4\pi t - \frac{2}{5}\pi x \right) \right] \cdot 4\pi$$

$$v = 1/6 \pi \cdot \cos \left(4\pi t - \frac{2}{5} \pi x \right)$$

$$v(2m, 1s) = 1/6 \pi \cdot \cos \left(4\pi - \frac{2}{5} \pi \cdot 2 \right)$$

$$v = 1/6 \pi \cdot \cos \left(4\pi - \frac{4}{5} \pi \right)$$

102

(19-R) a) Una onda transversal se propaga por una cuerda tensa con una velocidad v , una amplitud A_0 y oscila con una frecuencia f_0 . Si se aumenta al doble la longitud de onda, manteniendo constante la velocidad de propagación, conteste razonadamente en qué proporción cambiarían la velocidad máxima y la aceleración máxima de oscilación de las partículas del medio.

b) Si la ecuación de la onda que se propaga por la cuerda es:

$$y(x,t) = 0,02 \text{ sen } (100\pi t - 40\pi x) \text{ (SI)}$$

Calcule la longitud de onda, el periodo y la velocidad de propagación. Determine las ecuaciones de la velocidad de vibración y de la aceleración de vibración.

$$y = A \cdot \text{sen } (\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$v = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{x=\text{cte}} = A \cdot \left[\cos (\omega t - kx + \varphi_0) \right]$$

$$v = A \cdot \omega \cos (\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$\boxed{v_{\max} = \pm A \cdot \omega}$$

$$a = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{x=0}$$

$$a = A \cdot \omega \cdot \left[\sin(\omega t - kx + \varphi_0) \right] \cdot \omega$$

$$a = \pm A \omega^2 \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

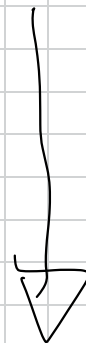
$$\boxed{a_{\max} = \pm A \cdot \omega^2}$$

$$u_{\max} = A \cdot \omega$$

$$u_{\max} = A \cdot \underbrace{2\pi f}_{\downarrow}$$

$$u_{\max} = A \cdot \underbrace{2\pi f}_{\downarrow}$$

$$u = A \cdot \underbrace{\omega}_{\downarrow} = \underbrace{\left[2\pi \right]}_{\downarrow} \cdot \underbrace{\left[f \right]}_{\downarrow} = \left[A \right]$$



$$\frac{v_{\max}}{v_{\max}} = \frac{\cancel{A} \cdot \frac{2\pi}{\cancel{2T}}}{\cancel{A} \cdot \frac{2\pi}{\cancel{T}}} =$$

$$v_{\max} = \frac{1}{2} v_{\max}$$

$$a_{\max} = A \cdot \omega^2$$

$$a_{\max} = A \cdot \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 =$$

$$a_{\max} = A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} =$$

$$a_{\max} = A \cdot \frac{4\pi^2}{(2T)^2} =$$

$$\frac{Q_{max}}{Q_{max}}$$

$$\frac{\cancel{A} \cdot \frac{\cancel{4\pi R^2}}{\cancel{4\pi R^2}}}{\cancel{A} \cdot \frac{\cancel{4\pi R^2}}{\cancel{4\pi R^2}}}$$

$$Q_{max} \cdot \frac{1}{4} Q_{max}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$y = A \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$
 $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k}$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

94

18-E) a) ¿Es lo mismo velocidad de vibración que velocidad de propagación de una onda? Justifique su respuesta en base a sus expresiones matemáticas correspondientes.

b) Dada la onda de ecuación:

$$y(x,t) = 4 \sin(10\pi t - 0,1\pi x) \text{ (SI)}$$

Determine razonadamente: (i) La velocidad y el sentido de propagación de la onda; (ii) el instante en el que un punto que dista 5 cm del origen alcanza su velocidad de máxima vibración.

↓ 0,05 m.

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{10\pi}{0,1\pi} = 100 \text{ m/s}$$

$$v = 4 \cdot \left(\cos(10\pi t - 0,1\pi x) \right) \cdot 10\pi$$

$$v = 40\pi \cdot \cos(10\pi t - 0'1\pi x) \quad (S)$$

$$v = 40\pi \cdot \cos(10\pi t - 0'1\pi \cdot 0'05)$$

$$\textcircled{v} = 40\pi \cdot \cos(10\pi t - 5 \cdot 10^{-3}\pi)$$

↓

$$v_{\max}$$

↑ 1

$$\cos(10\pi t - 5 \cdot 10^{-3}\pi) = 1$$

11
0.

$$10\pi t - 5 \cdot 10^{-3} \pi = 0$$

$$10\pi t = 5 \cdot 10^{-3} \pi$$

$$t = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cancel{\pi}}{10 \cancel{\pi}} = \boxed{5 \cdot 10^{-4} \text{ s.}}$$

q1

(17-R) a) Considere la siguiente ecuación de las ondas que se propagan en una cuerda:

$$y(x,t) = A \sin(Bt \pm Cx)$$

¿Qué representan los coeficientes A, B y C? ¿Cuáles son sus unidades en el Sistema Internacional? ¿Que indica el signo "±" que aparece dentro del paréntesis?

b) Obtenga la ecuación de una onda transversal de periodo 0,2 s que se propaga por una cuerda, en el sentido positivo del eje X, con una velocidad de 40 cm s^{-1} . La velocidad máxima de los puntos de la cuerda es $0,5 \pi \text{ m s}^{-1}$ y, en el instante inicial, la elongación en el origen ($x = 0$) es máxima. ¿Cuánto vale la velocidad de un punto situado a 10 cm del origen cuando han transcurrido 15 s desde que se generó la onda?

$$y = A \cdot \sin(\omega t - kx + \phi_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v = 40 \frac{\cancel{\text{cm}}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \cancel{\text{cm}}} = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = v \cdot T = 0.4 \cdot 0.2 \text{ m} = 0.08 \text{ m}$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow K = \frac{2\pi}{0.08} = 25\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$y = \boxed{A} \sin(\omega t - Kx + \varphi_0)$$

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ t=0 \end{array} \right\} y=A \quad A = A \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

$$A = A \cdot \sin \varphi_0$$

$$\boxed{\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}}$$

$$v_{\max} = A \cdot \omega$$

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{0.5 \text{ m/s}}{10 \text{ s}^{-1}} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$y(x, t) = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin \left(10\pi t - 25\pi x + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$y(x, t) = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin (10\pi t - 25\pi x) \quad (51)$$

$$v_{\text{osc}} = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{x=0} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \left[-\sin (10\pi t - 25\pi x) \right] \cdot 10\pi$$

$$v_{\text{osc}}(x, t) = -0.5\pi \cdot \sin (10\pi t - 25\pi x) \quad (52)$$

$$X = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$t = 150$$

$$v_{oc}(0.1 \text{ m}, 150) = -0.5 \pi \cdot 2\pi (150 \pi - 2.5 \pi) \quad (5)$$

$$v_{oc} = -0.5 \pi \cdot 2\pi (147.5 \pi) \quad (5)$$

$$\frac{147.5 \pi}{2} = 73.75 \text{ m}$$

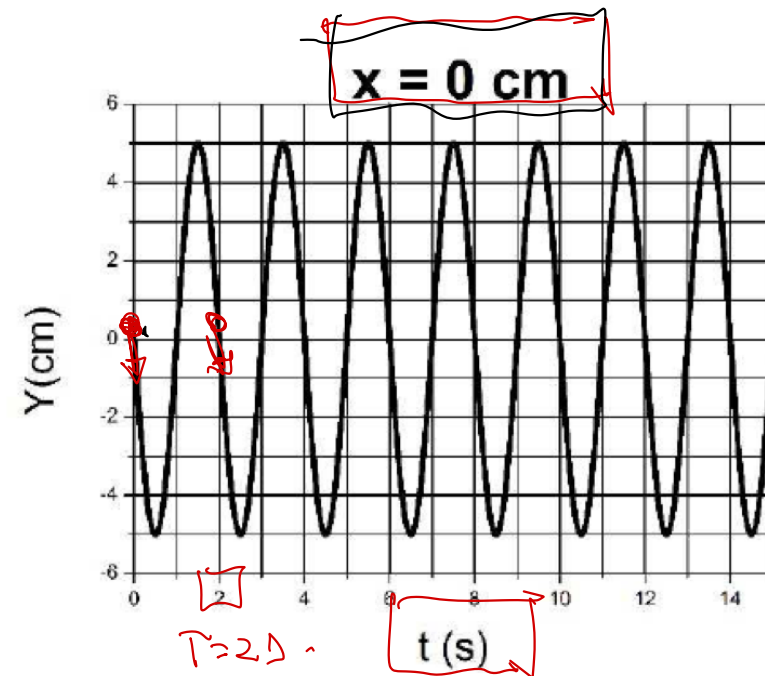
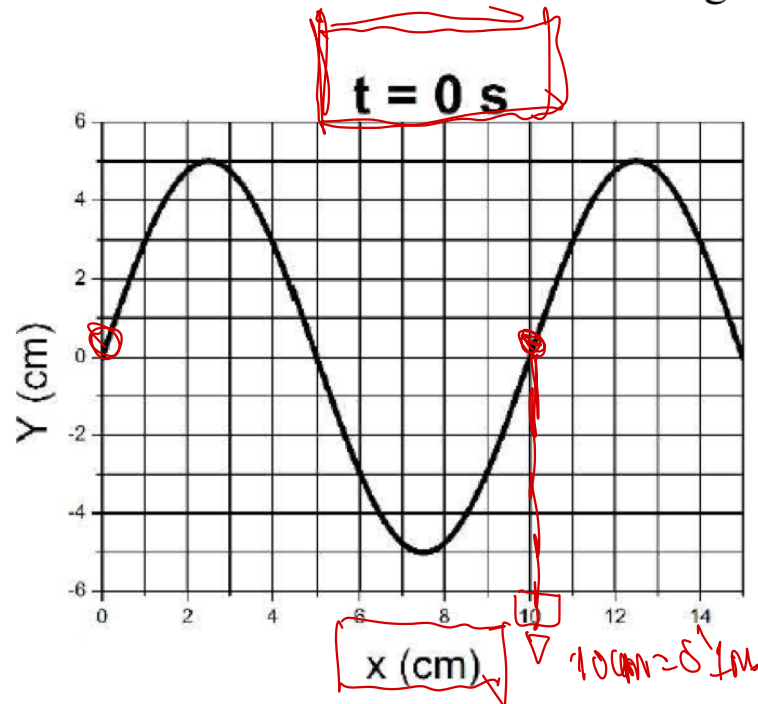
$$v_{oc} = 0.5 \pi \cdot \sin\left(\frac{3}{2} \pi\right) \quad \swarrow 270^\circ$$

$$v_{oc} = 0.5 \pi \cdot (-1)$$

$$v_{oc} = 0.5 \pi \text{ m/s}$$



60.- Una onda armónica transversal se propaga en el sentido de las x positivas. A partir de la información contenida en las figuras y justificando su respuesta:



- Determine el periodo, la frecuencia angular, el número de onda y la longitud de onda.
- Escriba la expresión de la función de onda.
- La velocidad de propagación y la velocidad de oscilación en $x=0$ y $t=0$

Pay 175.

$$a) T = 2s$$

$$\lambda = 10cm = 0.1m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{rad}{s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.1} = 20\pi \frac{rad}{m}$$

$$b) y = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi) \quad A = 0.05m$$

$$y = 0.05 \cdot \sin(\pi t - 20\pi x)$$

$$y = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi)$$

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ t=0 \end{array} \right\} y=0 \rightarrow 0 = A \cdot \sin(\cancel{\omega t}^{20} - \cancel{kx}^{10} + \phi)$$

$$\frac{0}{A} = \sin \phi_0$$

$$\boxed{\sin \phi_0} = 0$$

$\phi_0 \nearrow 0^\circ$
 $\searrow 180^\circ \quad (\pi \text{ rad})$

$$y = 0.05 \cdot \sin(\pi t - 20\pi x + \pi) \quad (\text{SI})$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.1 \text{ m}}{20} = 0.05 \text{ m/s}$$

$$v = 0.05 \cdot \cos(\pi t - 20\pi x + \pi) \cdot \pi$$

$$v = 0.05 \pi \cdot \cos(\pi t - 20\pi x + \pi)$$

$\swarrow$ $\swarrow$
 0 0

$$v = 0.05 \pi \cdot \cos(\pi) = 1$$

$$v = 0.05 \frac{m}{s}$$

18.- La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda es :

$$y(x,t)=0,5 \text{ sen } \pi(8t-4x) \text{ (S.I)}$$

- Calcular la velocidad y la aceleración máximas de un punto cualquiera de la cuerda
- Representa gráficamente la posición de los puntos de la cuerda en el instante $t=0$
- Representa gráficamente la elongación en $x=0$ en función del tiempo
- Representa gráficamente la velocidad de un punto $x=0$ en función del tiempo
- ¿Son iguales los valores máximos de la elongación y velocidad en otro punto cualquiera?

$$y(x,t) = 0,5 \text{ sen } (8\pi t - 4\pi x)$$

$$v \equiv \frac{dy}{dt} = 0,5 \cdot \left[\cos (8\pi t - 4\pi x) \right] \cdot 8\pi.$$

$$v = 4\pi \cdot \cos (8\pi t - 4\pi x) \text{ (S.I)}$$

$$v_{\text{max}} = \pm 4\pi \text{ m/s} \approx 12,56 \text{ m/s.}$$

$\pm A \cdot \omega$

$$a = \left(\frac{dv}{dt} \right) = 4\pi \cdot \left[-2\pi (8\pi t - 4\pi x) \right] \cdot 8\pi.$$

$$a = -32\pi^2 \cdot 2\pi (8\pi t - 4\pi x) \text{ (SI)}.$$

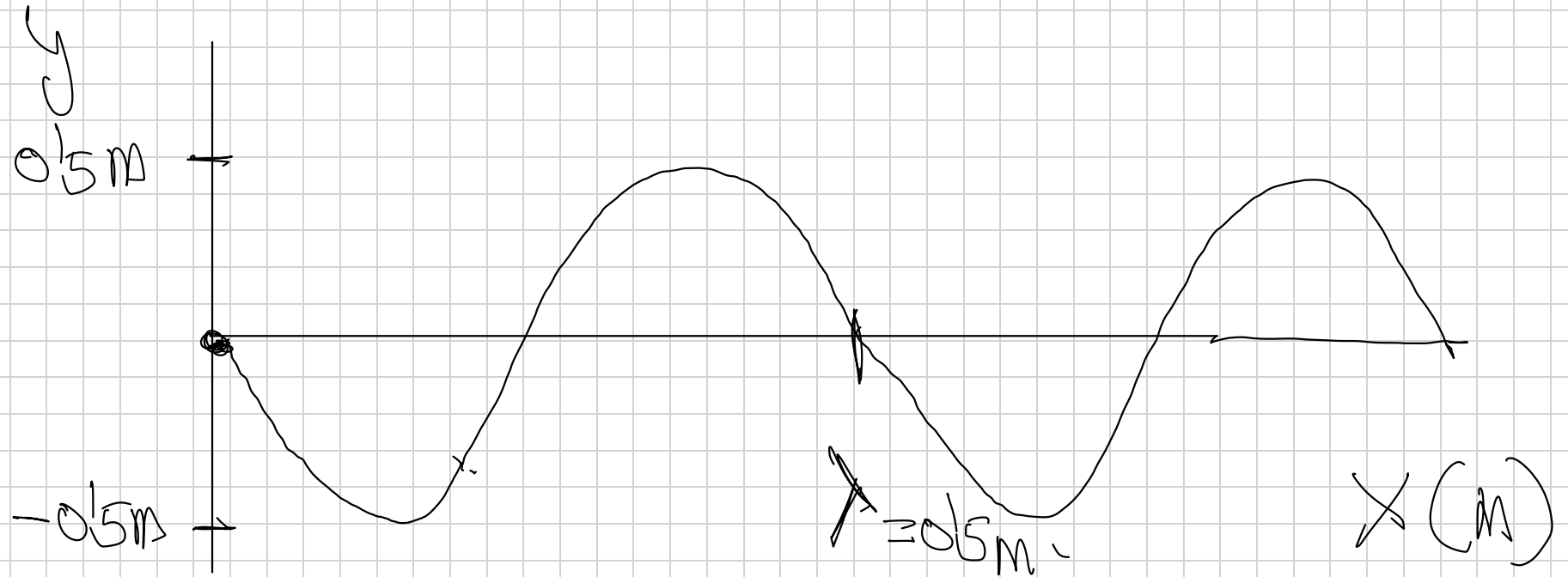
$$a_{\max} = \pm 32\pi^2 \cdot \cancel{M} \sqrt{5} = \pm A\omega^2.$$

$$b) \quad y(x,t) = 0.5 \cdot \sin(8\pi t - 4\pi x) \text{ (SI)}$$

$$t \geq 0 \Rightarrow y(x) = 0.5 \cdot \sin(\cancel{8\pi t}^0 - 4\pi x) \text{ (SI)}$$

$$y(x) = 0.5 \cdot \sin(\ominus 4\pi x) \text{ (SI)}$$

$$t = 0$$



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0.5\text{m}$$

$$y(x,t) = 0.5 \sin(8\pi t - 4\pi x)$$

$$x=0 \Rightarrow y(t) = 0.5 \cdot \sin(8\pi t - 4\pi \cancel{x})$$

$$y(t) = 0.5 \cdot \sin(8\pi t)$$

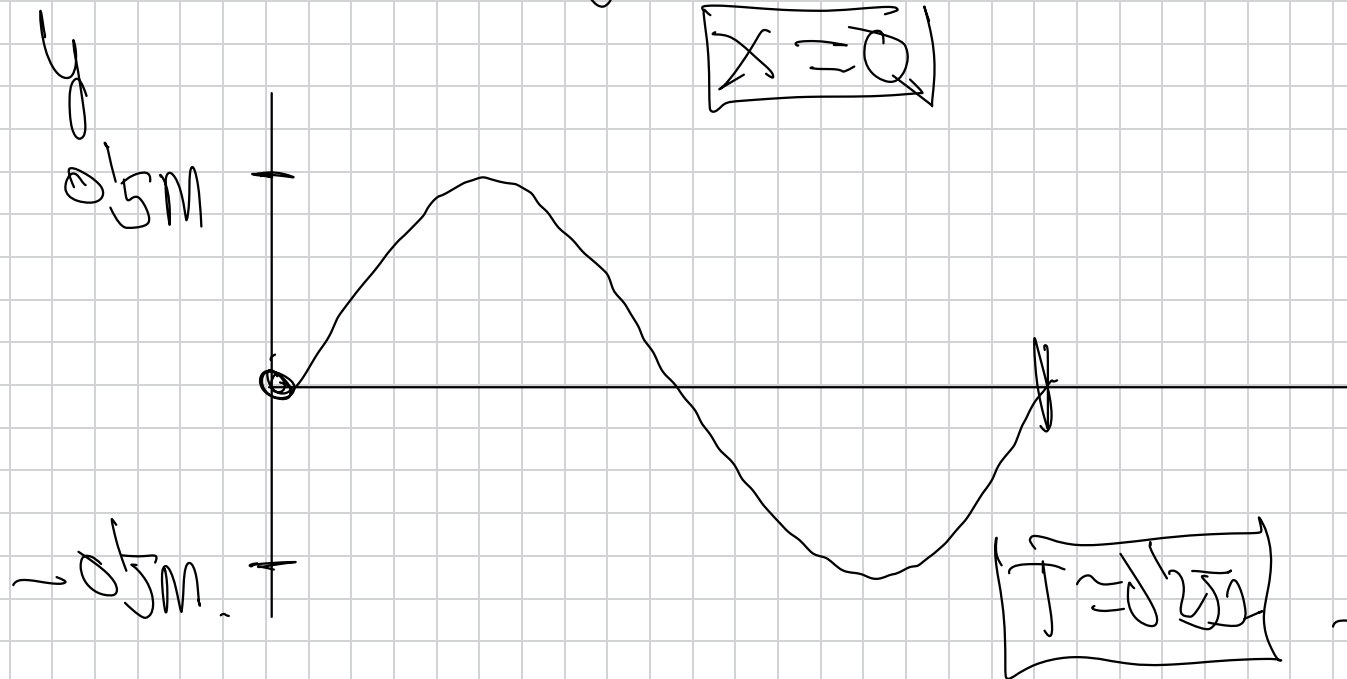
$x=0$

Ecuación del
MAS del
pto $x=0$.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$t(s) \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{8\pi} = 0.25s$$



Representar
velocidad del pto $x=0$ en función del
tiempo.

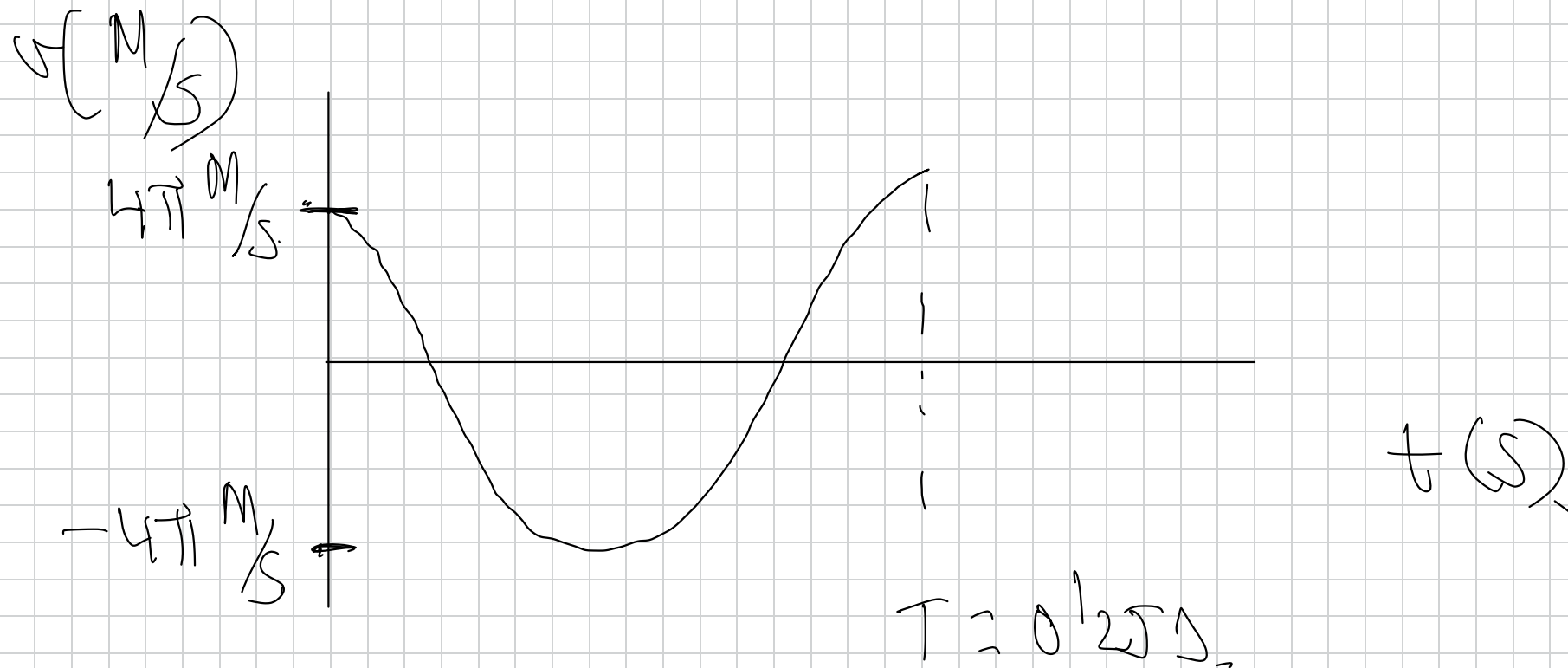
$$y(x, t) = 0.5 \cdot \sin(8\pi t - 4\pi x) \quad (\text{S.I.})$$

$$v = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{x=0} = 0.5 \cdot [\cos(8\pi t - 4\pi x)] 8\pi.$$

$$v = 4\pi \cdot \cos(8\pi t - 4\pi x)$$

$$x=0 \quad v = 4\pi \cdot \cos(8\pi t - 4\pi \cancel{x^0})$$

$$v = 4\pi \cdot \cos(8\pi t) \quad (5\overline{2})$$

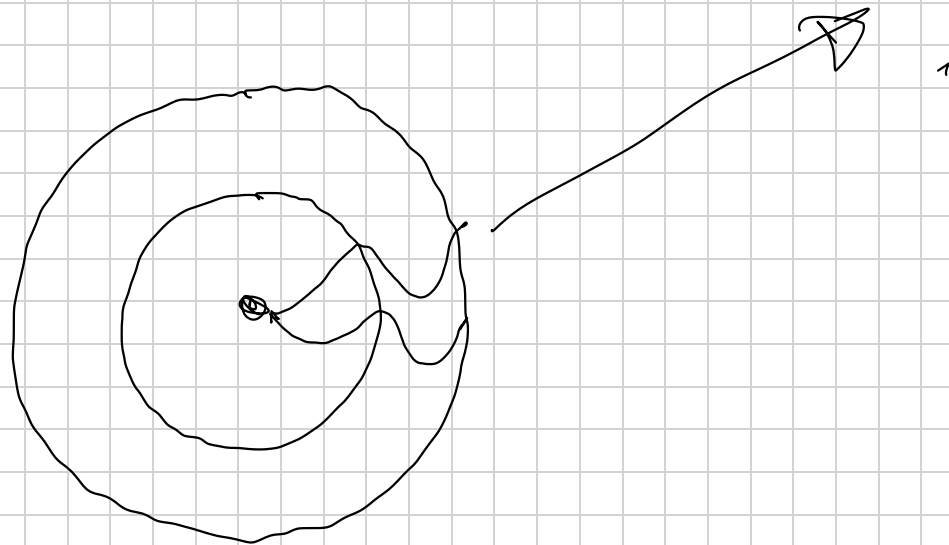


Todos alcanzan la misma Amplitud
(todos describen el mismo $u-A$)

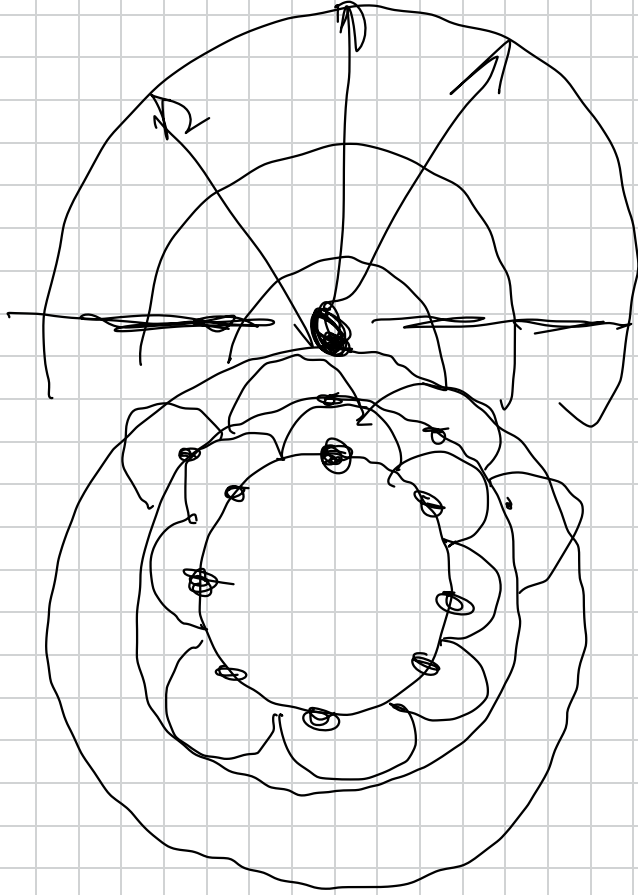
Todos alcanzan la misma $v_{max} = A \cdot \omega$.

Pag 133 Princípio de Huygens.

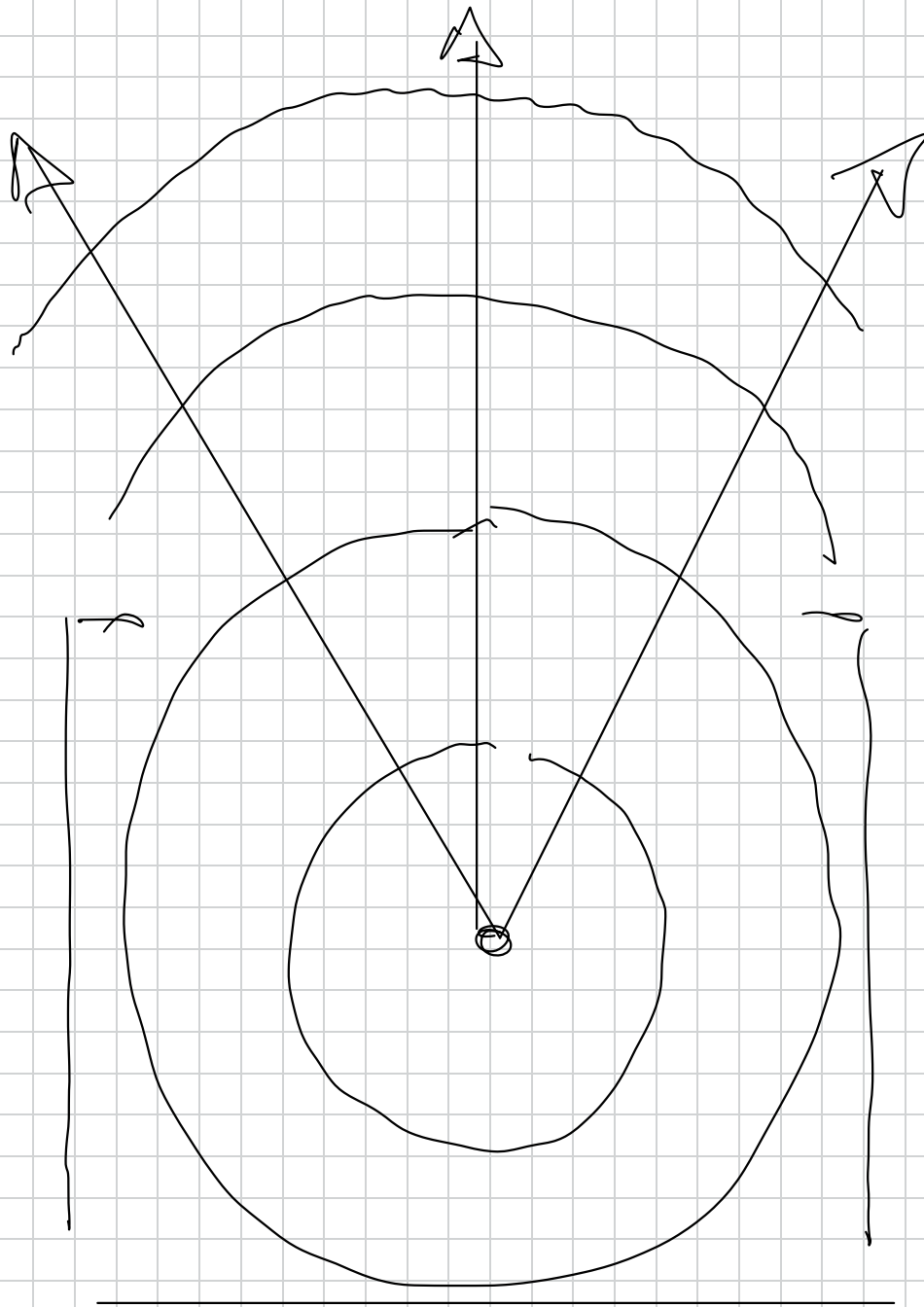
Frentes de onda.



Agua.

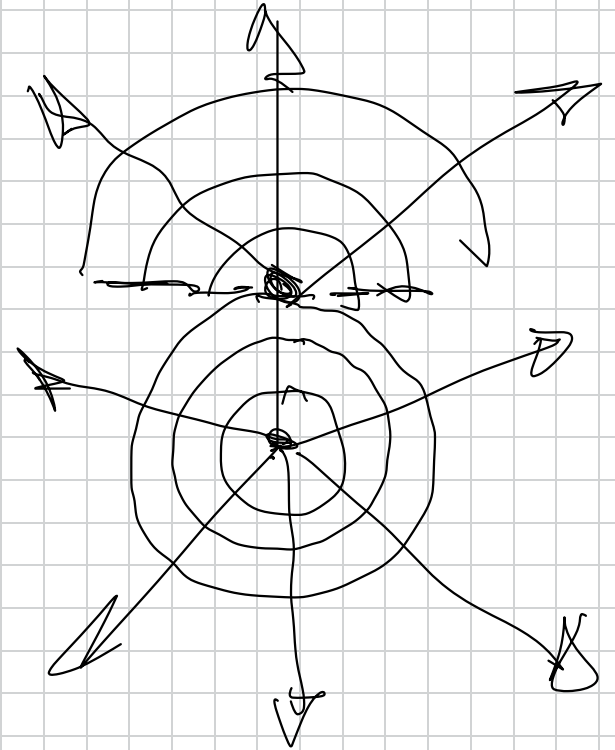
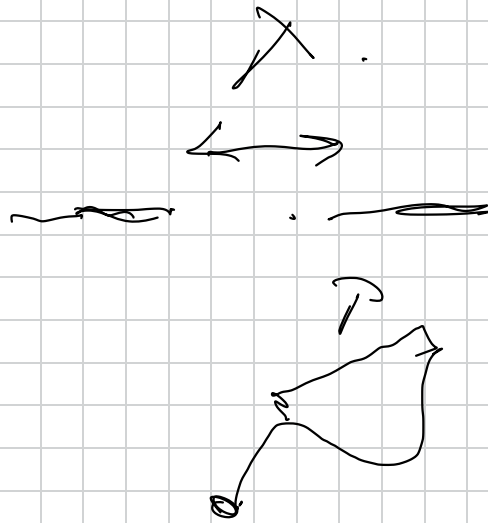


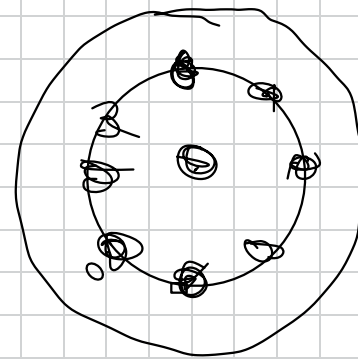
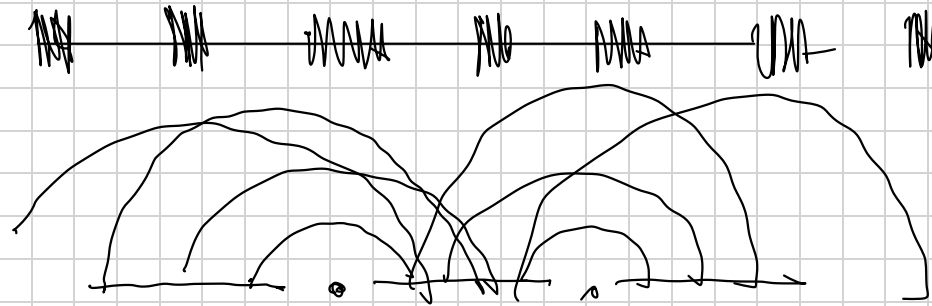
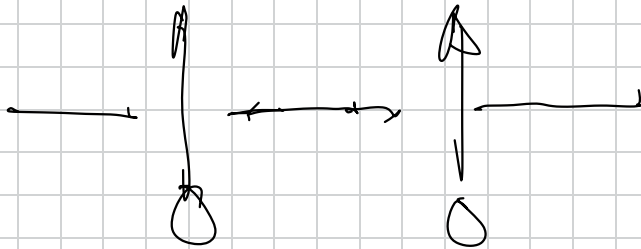
Diffraktion



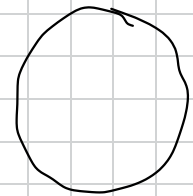
Difracción -

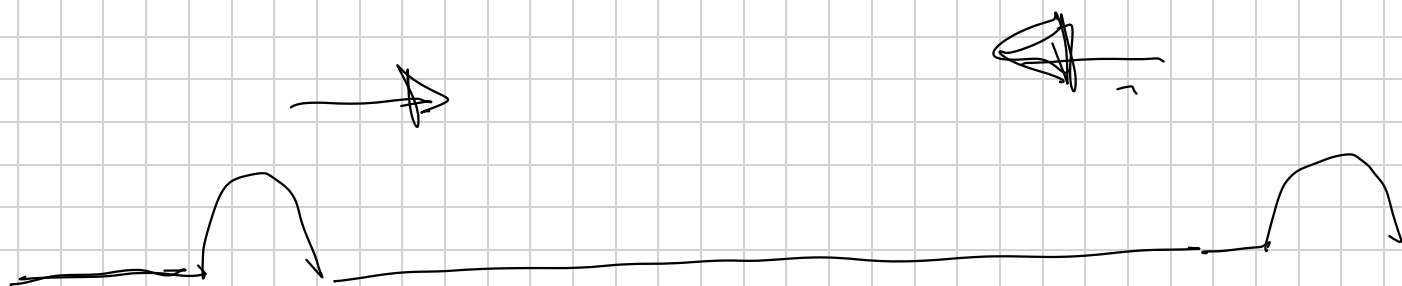
del orden de λ .

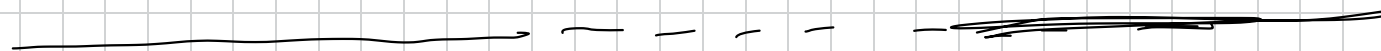




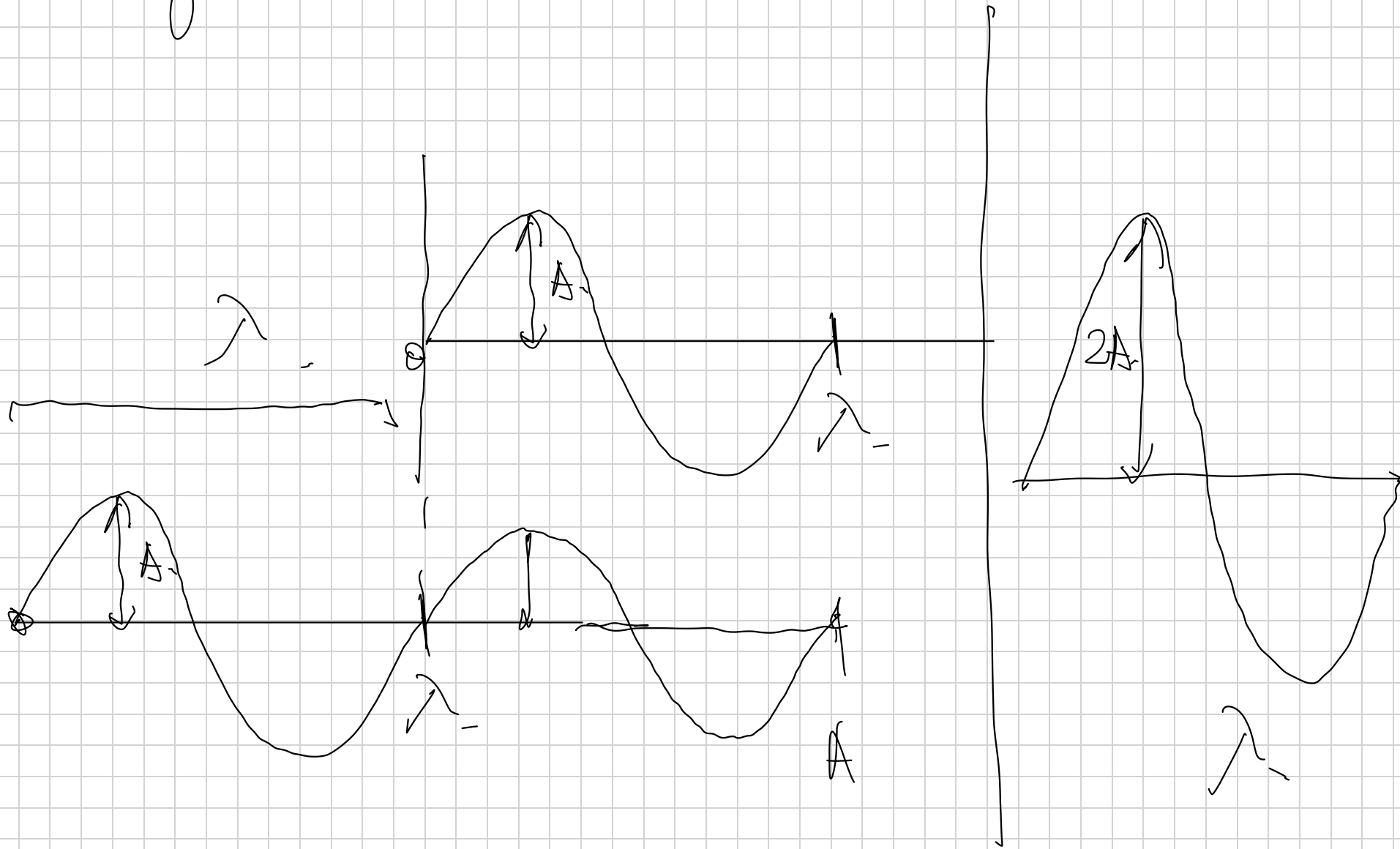
orbital

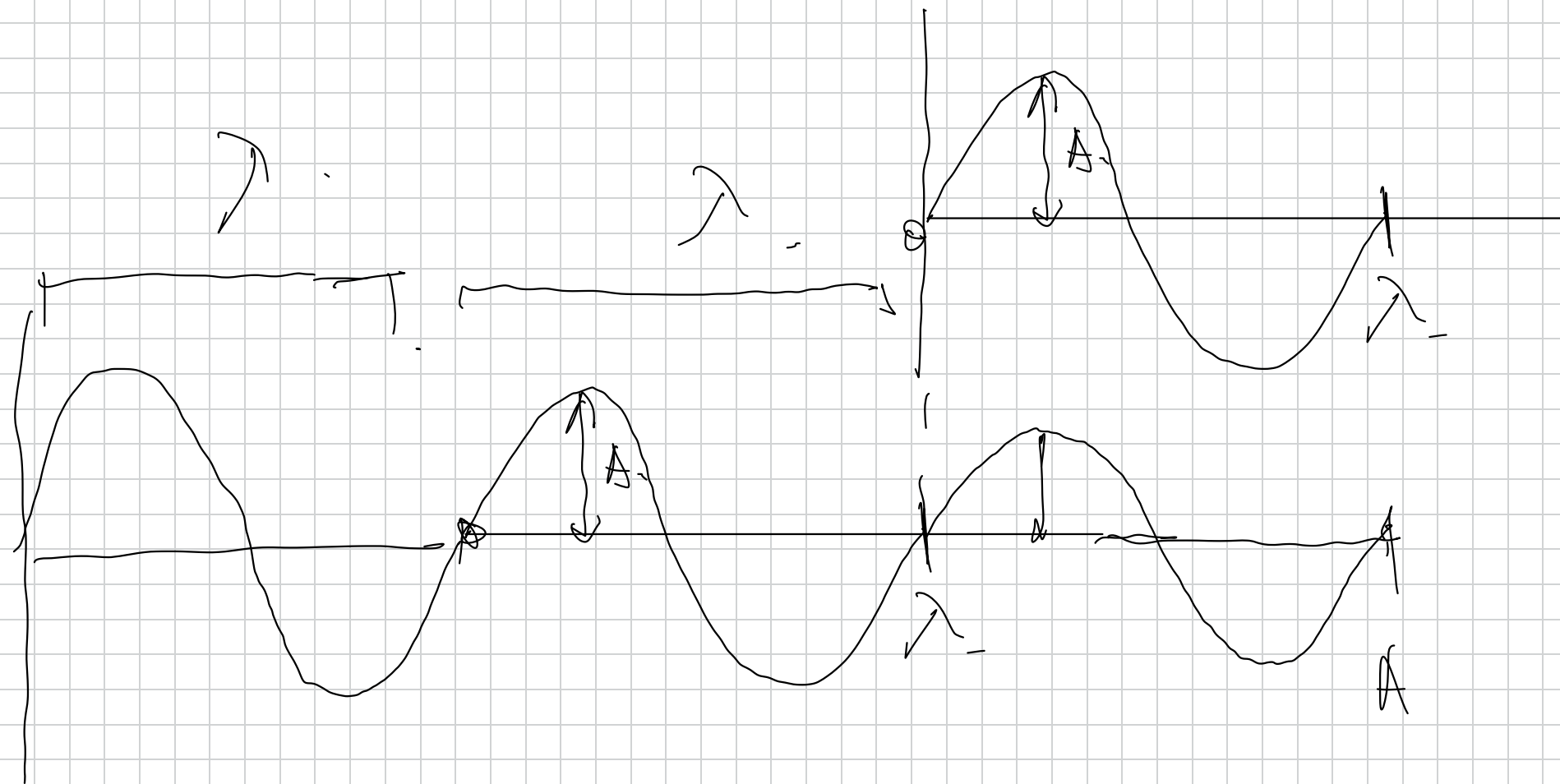




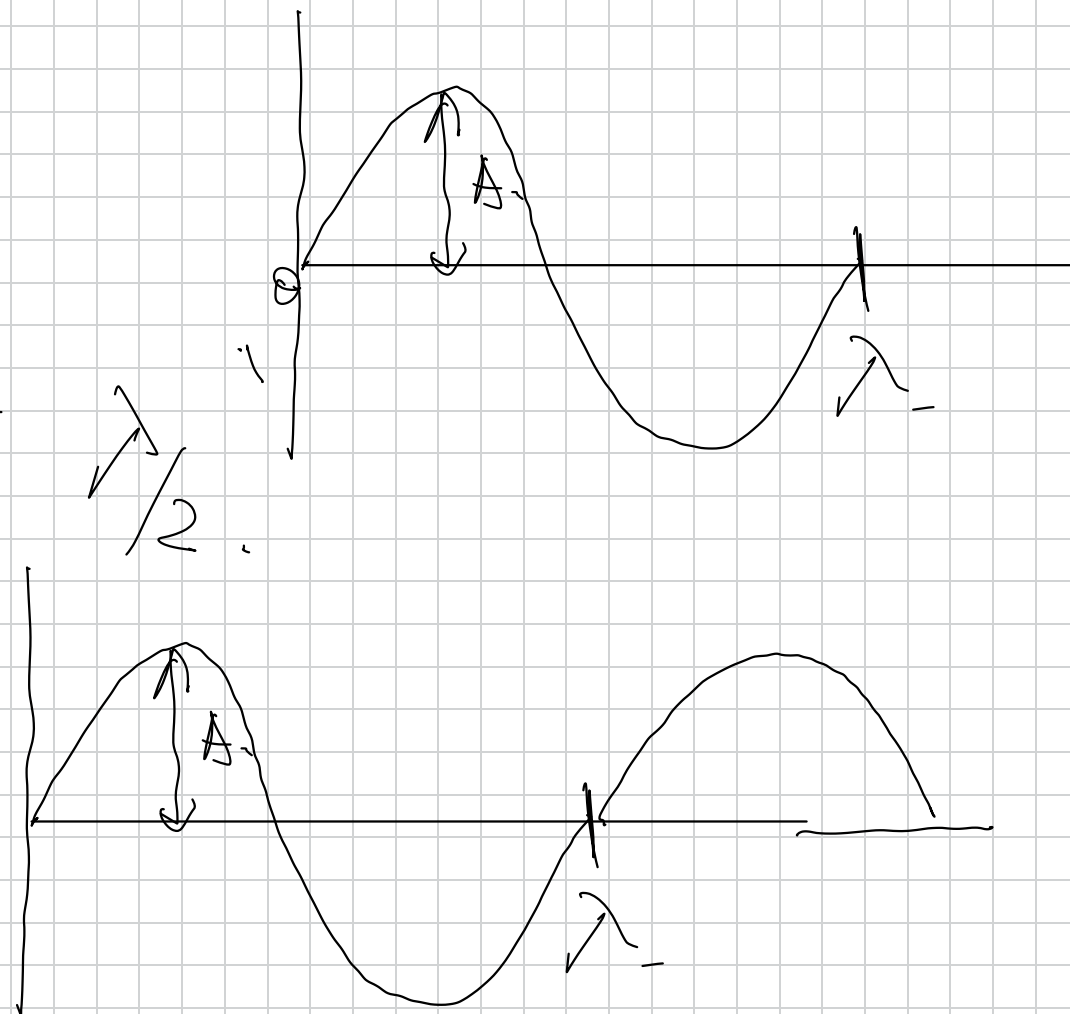


Gen. case





—



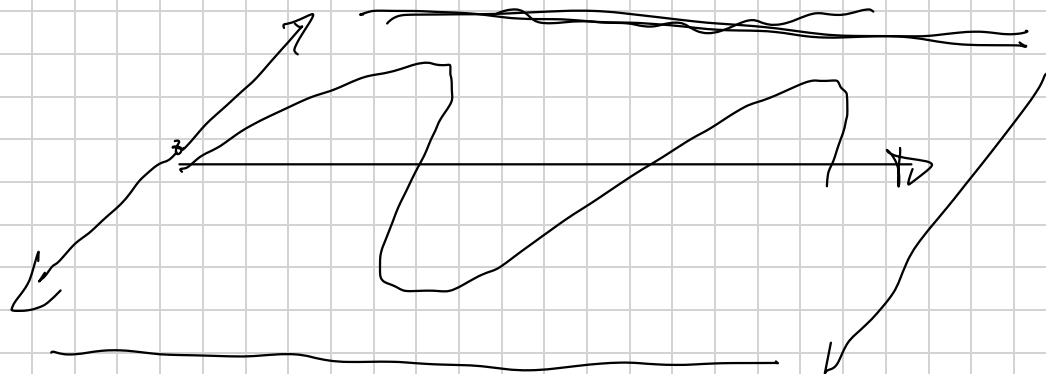
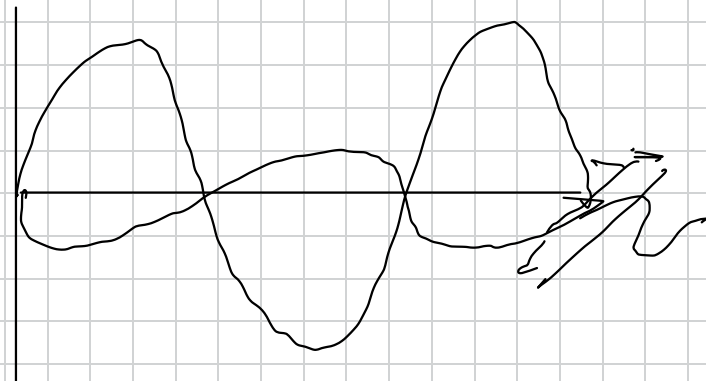
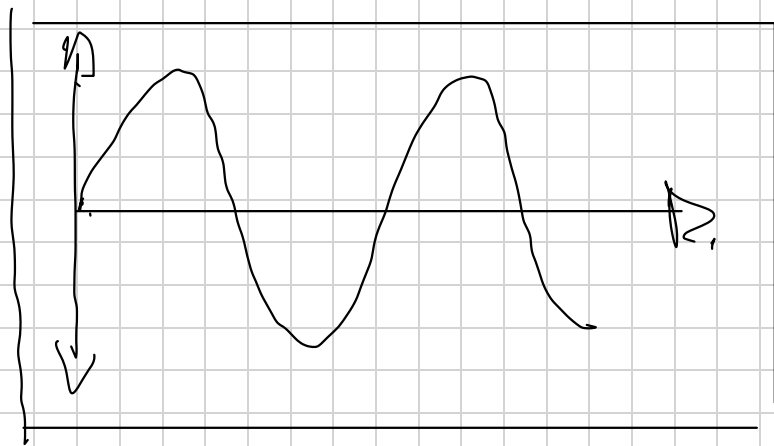


$$\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

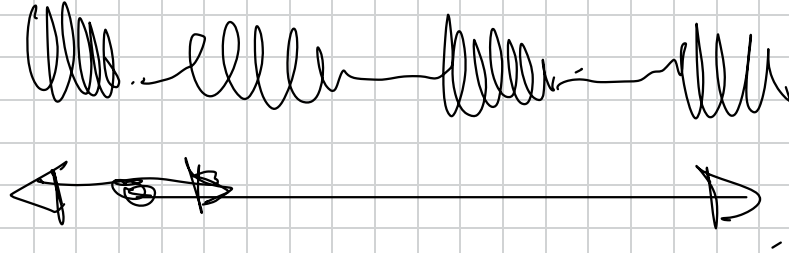
$$\begin{aligned}
 & 2 \nearrow + \frac{\nwarrow}{2} \\
 & \nwarrow + \frac{\nearrow}{2} \\
 & \frac{(2n+1) \nearrow}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 5 \frac{\nwarrow}{2} \\
 & \infty \frac{\nwarrow}{2}
 \end{aligned}$$

pag 138 Polarización de ondas.



Ondas longitudinales
Sonido

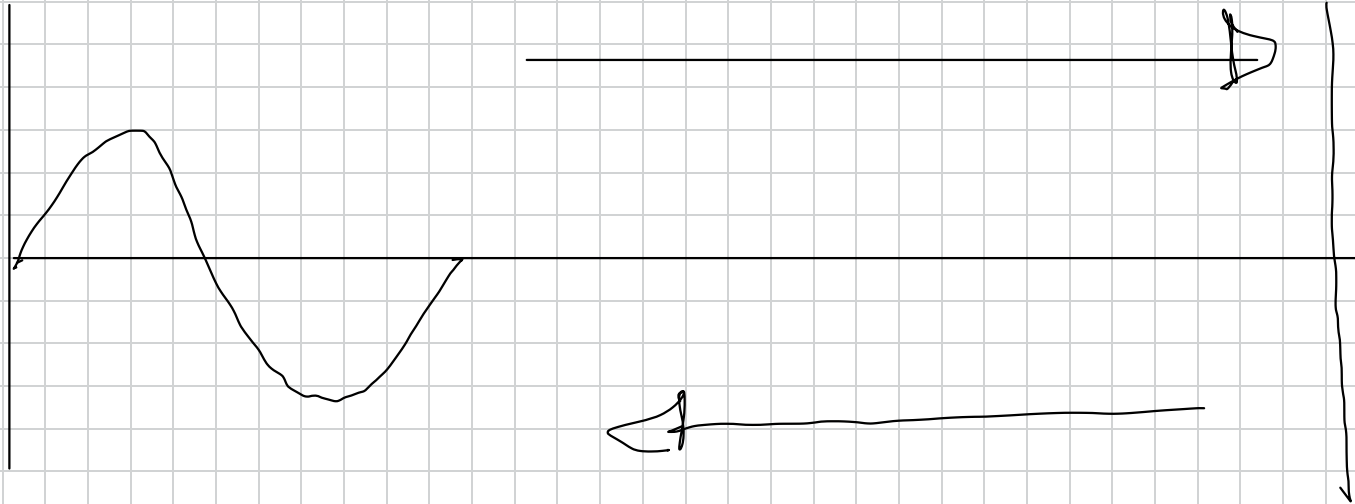


plano de
polarización.

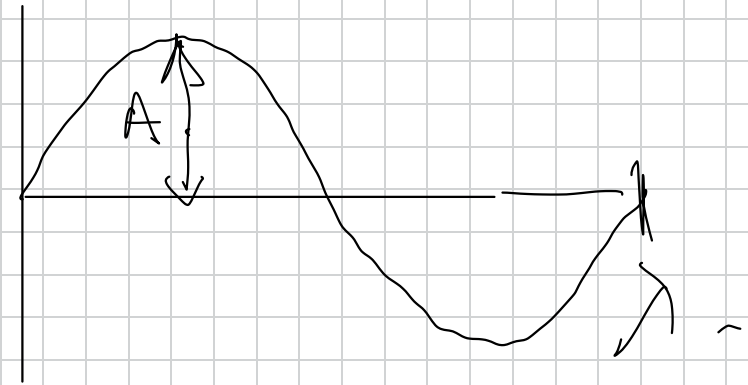
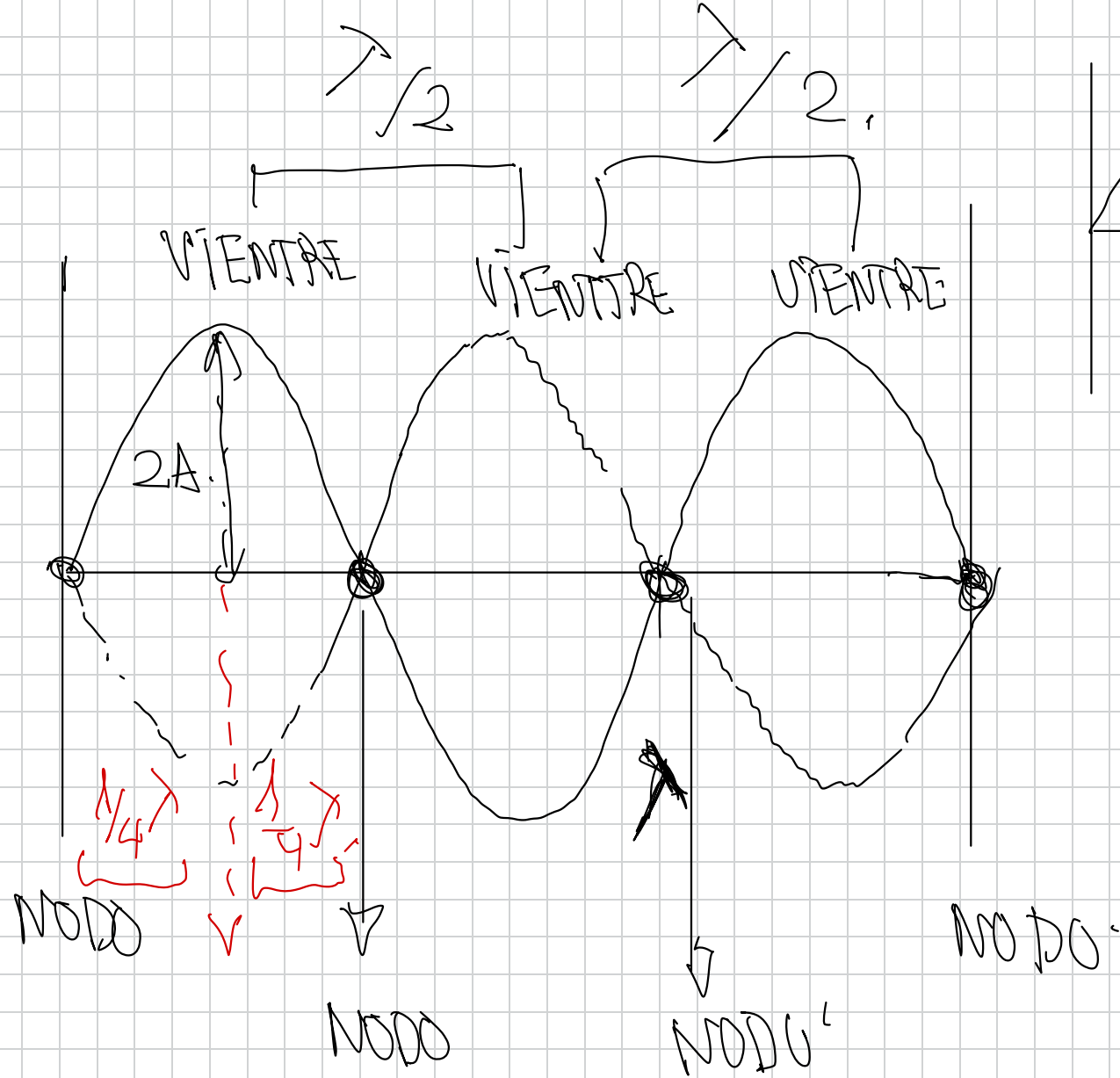
VIDEO CONFERENCIA

18:30h.

Ondas estacionarias.



Onda estacionaria.



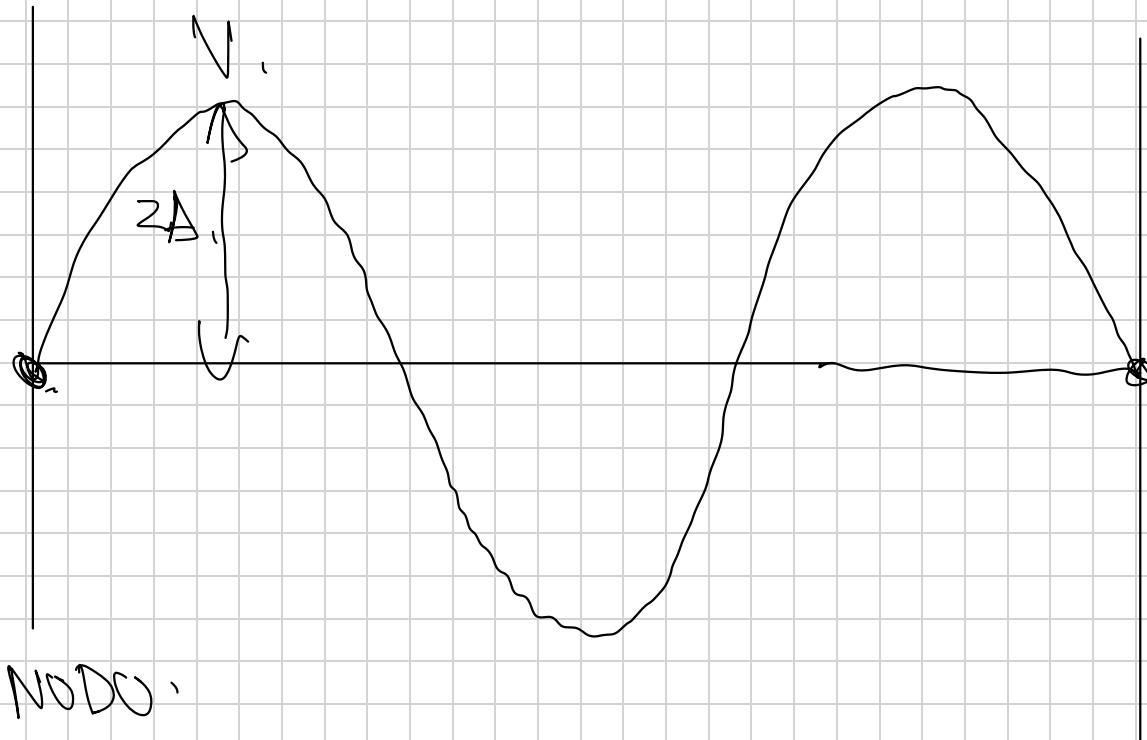
$$\left. \begin{aligned} y_1 &= A \cdot \sin(\omega t - kx) \\ y_2 &= A \cdot \sin(\omega t + kx) \end{aligned} \right\}$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$y = 2A \cdot \sin(Kx) \cdot \cos(\omega t) \quad (\text{S.I.})$$



5.- Una cuerda vibra de acuerdo con la ecuación :

$$y(x,t) = 5 \cdot \sin(\pi/3 \cdot x) \cdot \cos(40\pi t) \text{ (S.I.)}$$

a) Calcule la amplitud y la velocidad de propagación de las ondas cuya superposición pueda dar lugar a esta vibración

b) Calcule la distancia entre nodos consecutivos, la distancia entre vientres consecutivos, así como la distancia nodo-vientre consecutivos

c) Calcule la velocidad de una partícula de la cuerda situada en $x = 1.5 \text{ m}$ cuando $t = 1.25 \text{ s}$. Explique el resultado

$$y(x,t) = \boxed{5} \sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) \cos(40\pi t), \text{ (S.I.)}$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

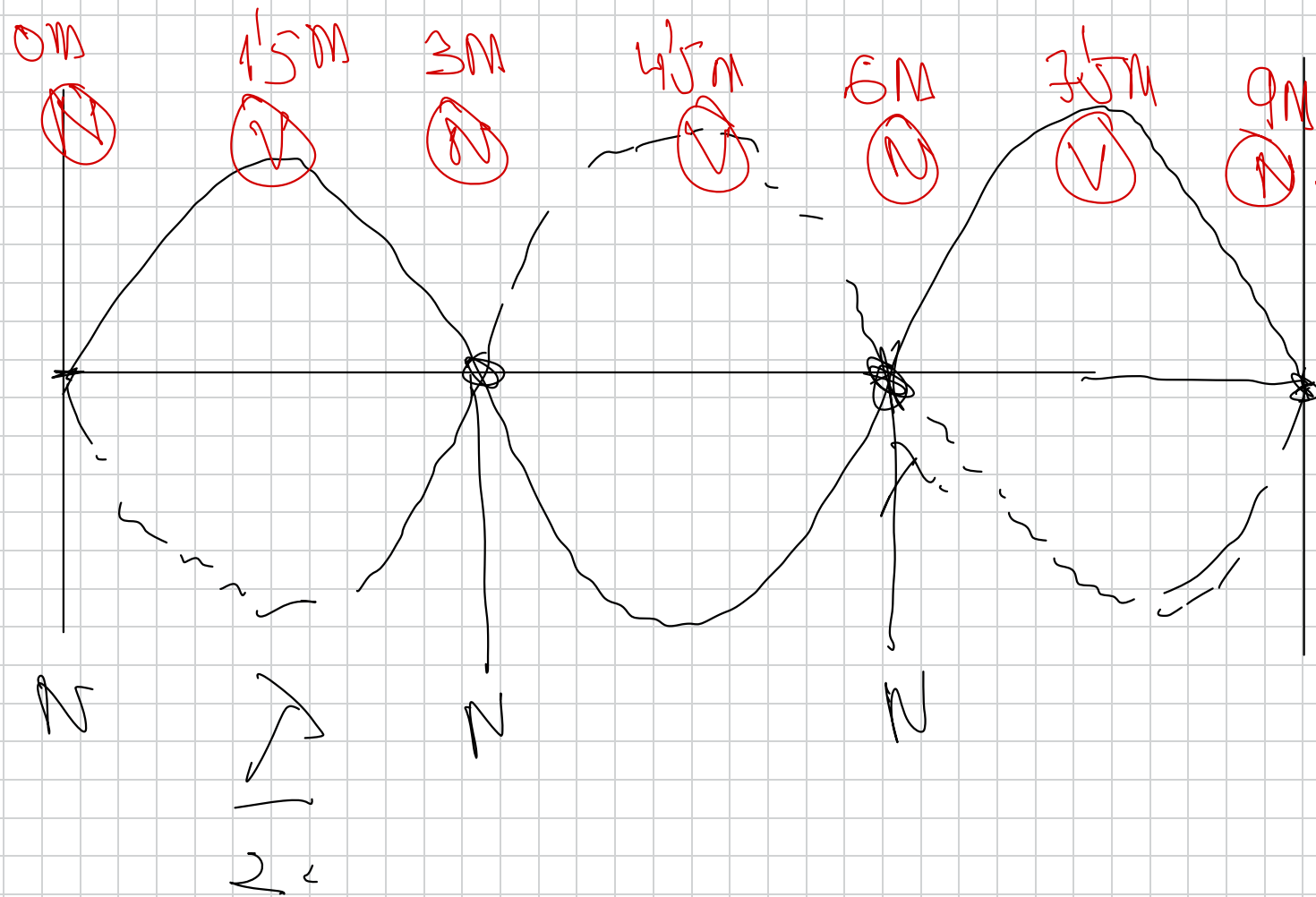
$$5 \text{ m} = 2A$$

$$A = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} =$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{40\pi}{\pi/3} = 120 \text{ m/s.}$$

$$y(x,t) = \boxed{5} \sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) \cos(40\pi t).$$



$$\begin{aligned}
 & \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \text{ m}}{1 \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = 3 \text{ m} \\
 & \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \text{ m}}{1 \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = 3 \text{ m} \\
 & \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \text{ m}}{1 \text{ Hz}} \Rightarrow \lambda = 3 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$v - v = \frac{\lambda}{2} = \frac{6 \text{ m}}{2} = 3 \text{ m.}$$

$$N - v = \frac{\lambda}{4} = \frac{6 \text{ m}}{4} = 1.5 \text{ m.}$$

$$y(x, t) = \boxed{5} \sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) \cos(40\pi t).$$

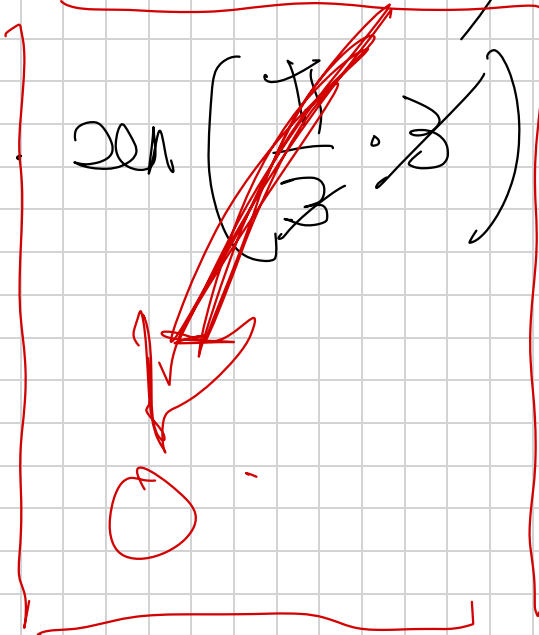
$x = 3 \text{ m}$
nodo.

→ Se calcula su oscilación $z(t)$ o en cualquier instante t

$$v_{\text{ox}} = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{\boxed{x=3\text{m}}} = 5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} x\right) \cdot \left[-\sin(40\pi t) \right] \cdot 40\pi$$

$$v_{ox} = 200\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \sin(40\pi t)$$

$$x = 3\text{ m} \quad v_{ox}(x=3\text{ m}, t) = -200\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} \cdot 3\right) \cdot \sin(40\pi t)$$



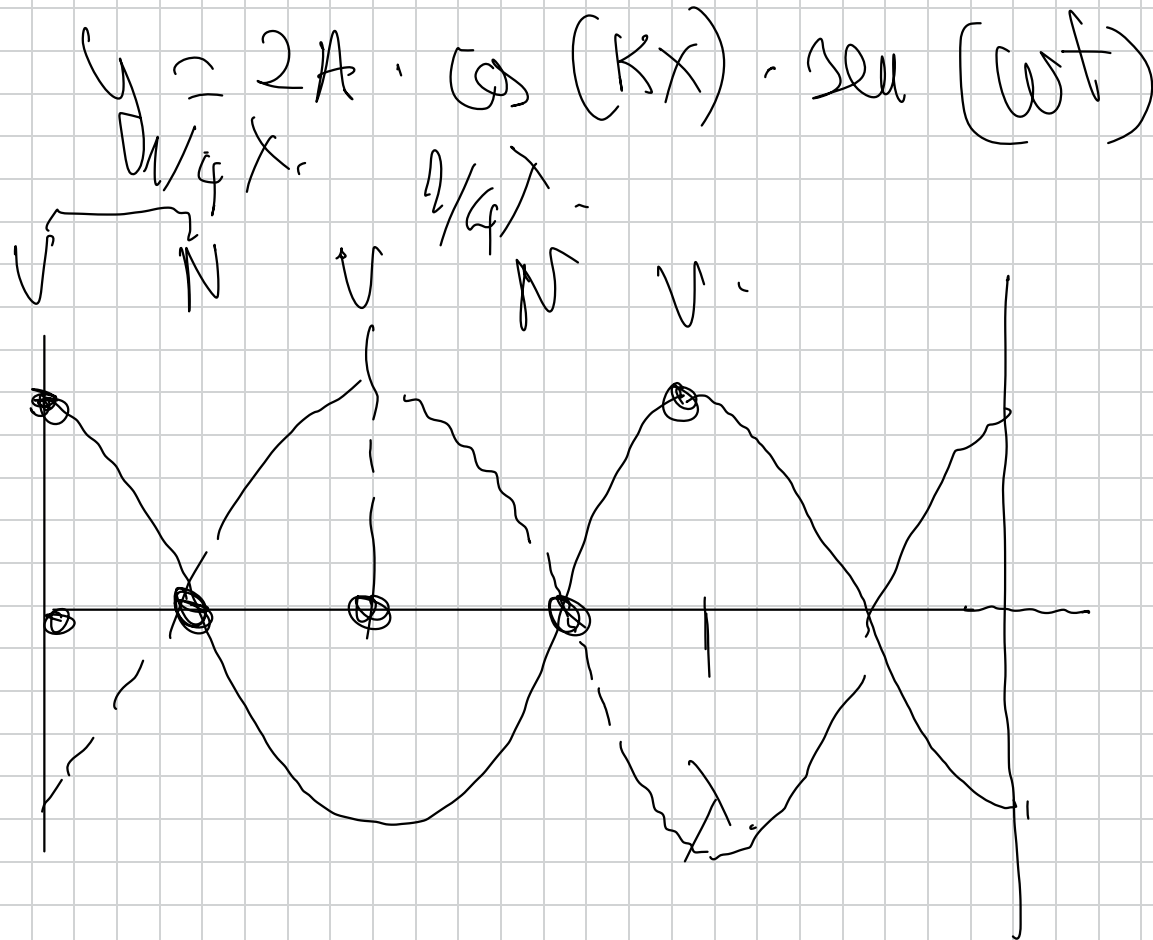
$v_{ox} = 0$ en cualquier instante t ,
 para $x=3\text{ m}$.

$$v_{ox} = -200\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \sin(40\pi t)$$

$$x = 1.5\text{ m} \quad v_{ox} = -200\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} \cdot 1.5\right) \cdot \sin(40\pi \cdot 1.25)$$

$$t = 125 \mu s \quad V_{ox} = -200 \text{ V} - 200 \left(\frac{\pi}{2} \right) \cdot \sin(50\pi) = 0$$

$\swarrow$ $\searrow$
 1 5



$$\begin{aligned}
 N - N &= \frac{1}{2} \lambda \\
 V - V &= \frac{1}{2} \lambda \\
 N - V &= \frac{1}{4} \lambda
 \end{aligned}$$

4.- La ecuación de una onda en una cuerda es :

$$y(x,t) = 10 \cdot \cos(\pi/3 \cdot x) \cdot \sin(2\pi t) \text{ (S.I.)}$$

a) Explique las características de la onda y calcule el período, la longitud de onda, la amplitud y la velocidad de propagación de las ondas cuya superposición da lugar a esta vibración.

b) Calcule la distancia nodo-nodo, nodo-vientre y vientre-vientre consecutivos

c) Determine la velocidad de una partícula situada en el punto $x = 1.5 \text{ m}$ en el instante $t = 0.25 \text{ s}$. Explique el resultado

$$y(x,t) = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) \cdot \sin(2\pi t) \text{ (S.I.)}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 6 \text{ m.}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ s}$$

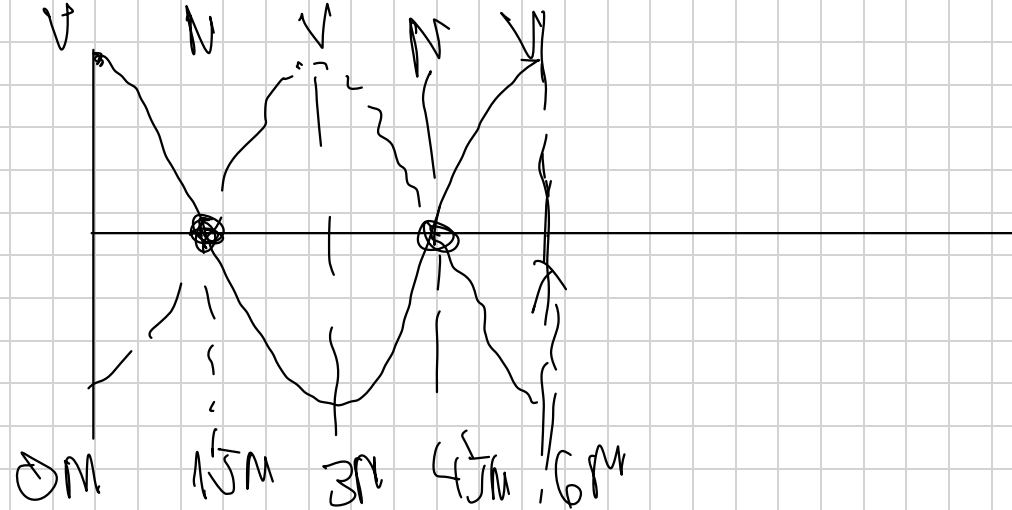
$$2A = 10 \text{ m} \quad A = 5 \text{ m}$$

$$v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{6 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 6 \text{ m/s}$$

$$\frac{\lambda}{4} = 1.5 \text{ m}$$

$$N-N = 3 \text{ m}$$

$$V-V = 3 \text{ m}$$



$$\left. \begin{array}{l} N \rightarrow \\ A \rightarrow N \end{array} \right\} 1.5$$

$$x = 1.5m$$

$$y(x,t) = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \sin(2\pi t)$$

$$v_{osc} = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{x=0} = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \left[\sin(2\pi t)\right] \cdot 2\pi$$

$$x = 1.5m, v_{osc} = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}1.5\right) \cdot \left[\sin(2\pi t)\right] \cdot 2\pi$$

$$t = 0.25s, v_{osc} = 20\pi \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos(2\pi t) = 0$$

fente si $t = 0/25$ como se
 este valor, la serie sera
 nula $\Rightarrow$ NODO.

$$y = 10 - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \text{ sen}(2\pi t).$$

$x = 15m.$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$