# PÁGINA WEB DONDE SE PUBLICARÁ

https://fisicacucurella.enceuta.es

# FÍSICA 2º BACHILLERATO.

PROFESOR: JOSÉ MANUEL GARCÍA CUCURELLA.

## ESTRUCTURA DEL CURSO.

### 1ª EVALUACIÓN

- CAMPO GRAVITATORIO. → 6
- CAMPO ELÉCTRICO. → 5 → 8

REC.

## 2ª EVALUACIÓN

- ELECTROMAGNETISMO. ——— 3
- ONDAS. ——— 5

4 → REC → 7

## 3ª EVALUACIÓN

- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS, FÍSICA CUÁNTICA, FÍSICA NUCLEAR. ← 9 → REC
- ÓPTICA, MECÁNICA. ——— 1 → 5

FINAL — SUBIR NOTA.

OLIMPIADA DE FÍSICA: +0,5 p en alguna de las partes de la 2ª evaluación.

Material => Libro de la 1ª evaluación (copistería)

Calculadora => la misma que en matemáticas.

# TEMA 1

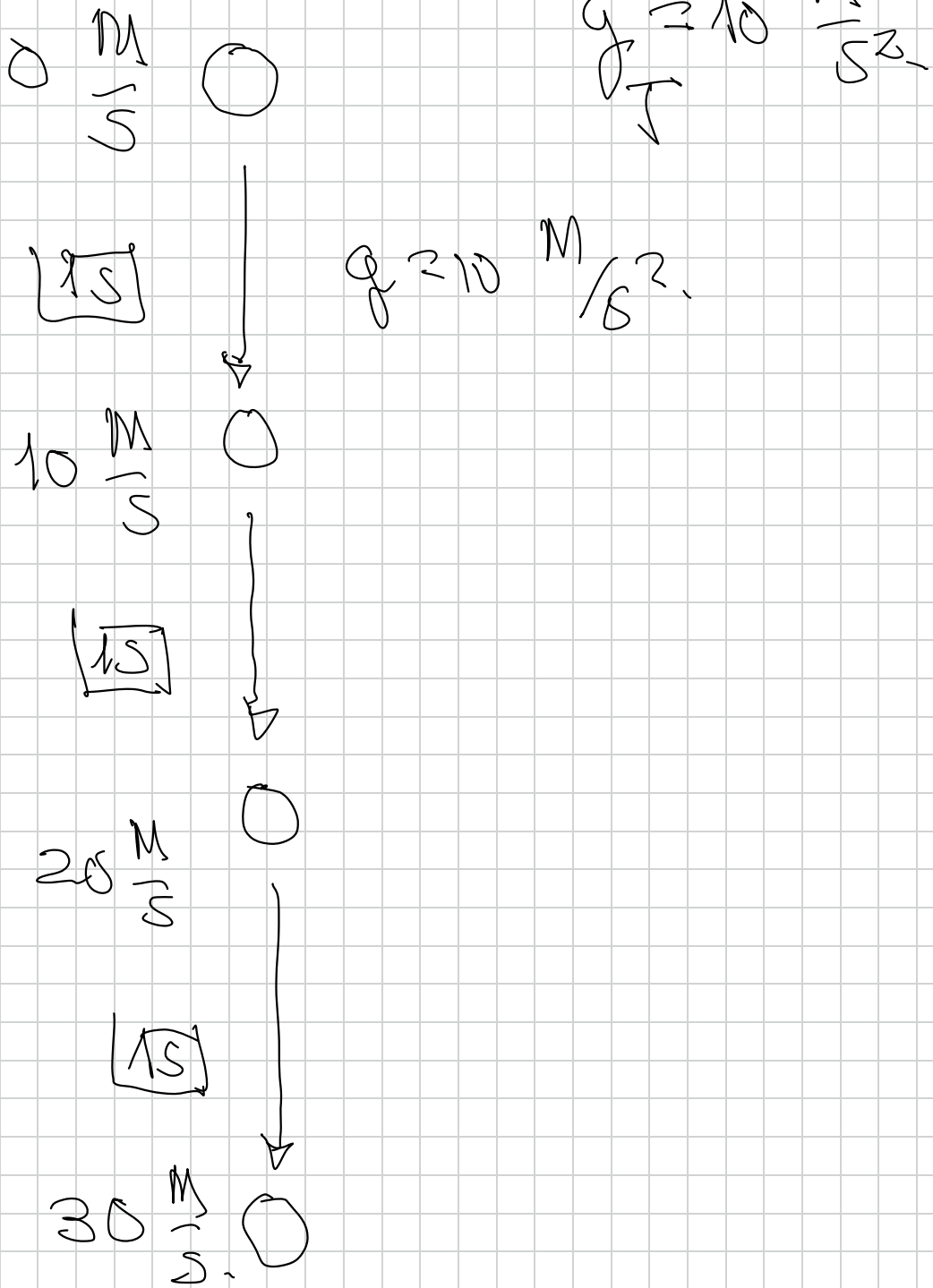
# CAMPO GRAVITATORIO

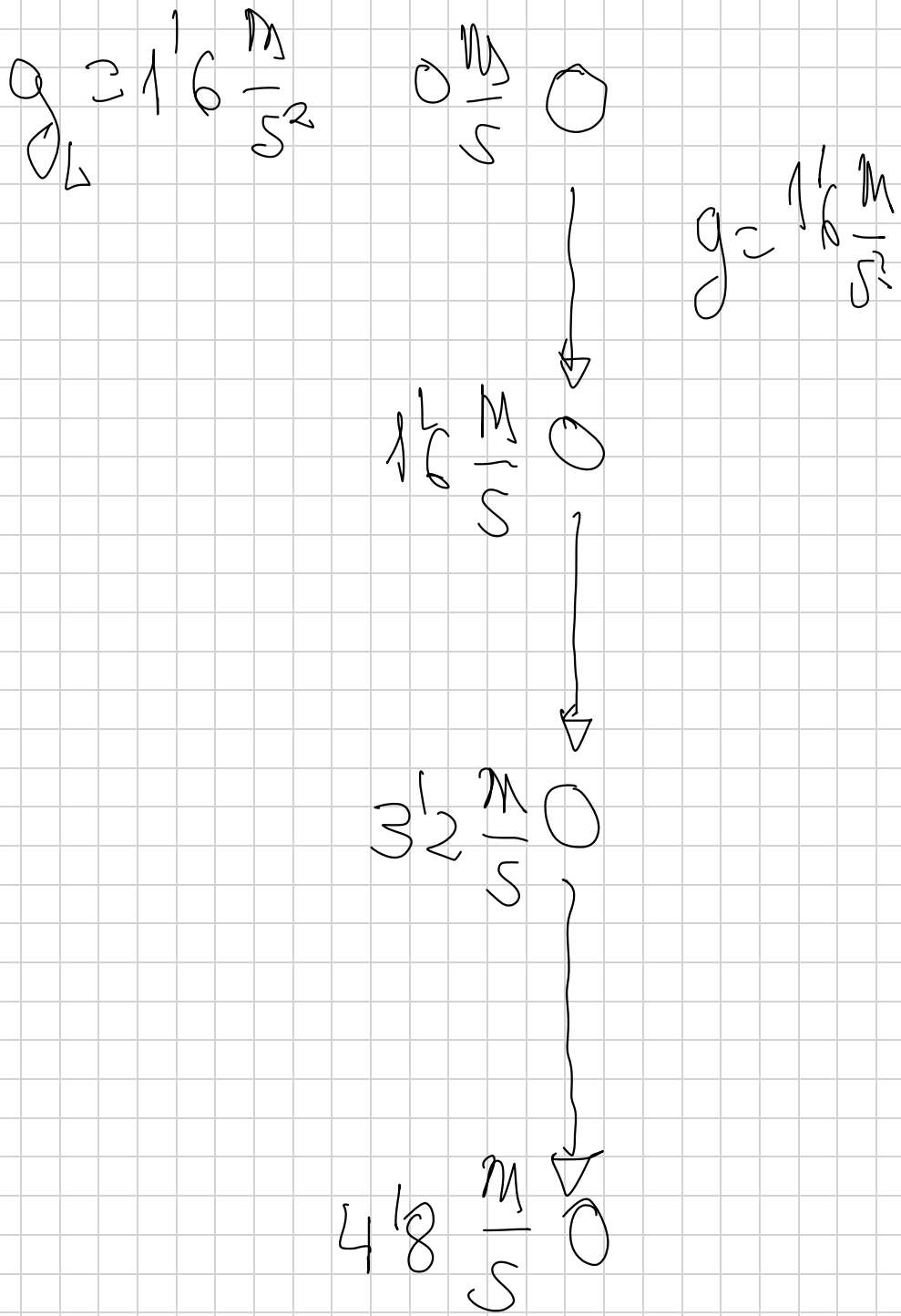
## 1.- Fuerzas por contacto y a distancia.

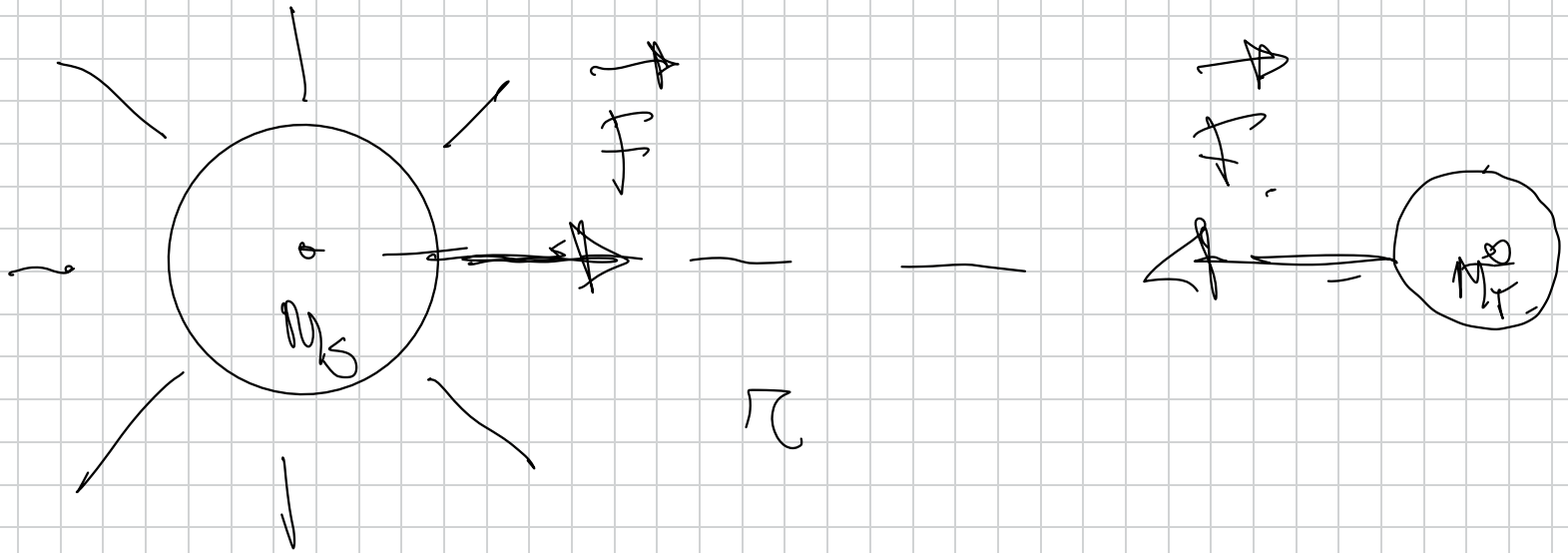
2ª ley de Newton ⇒ $F = m \cdot a$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$[N] = [Kg] \cdot \left[\frac{m}{s^2}\right]$$


0 m/s
1s
10 m/s
1s
20 m/s
1s
30 m/s.
g = 10 m/s²
g = 10 m/s².


g = 16 m/s²
0 m/s
16 m/s
32 m/s
48 m/s
g = 16 m/s²




# Ley de la Gravitación Universal.

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$M$ → kg
$m$ → kg
$r^2$ → $m^2$
$F$ → N.

Dos cuerpos cualesquiera del universo se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto

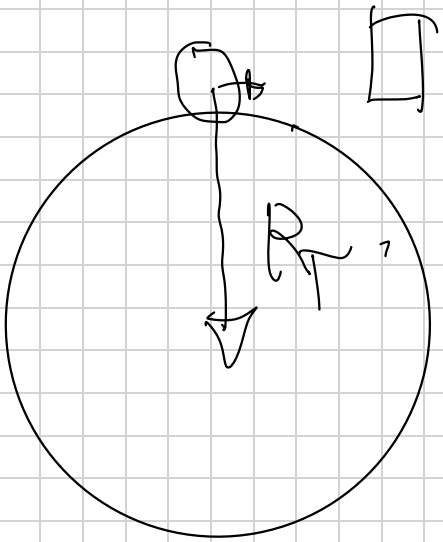
de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa centro a centro.

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \quad \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

$$G = 6{,}67 \cdot (10^{-11}) \quad N \cdot m^2 \, kg^{-2}.$$

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$G = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m} = \frac{N \cdot m^2}{kg^2} = N \cdot m^2 \, kg^{-2}.$$




$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{50\,kg \cdot 6 \cdot 10^{24}\,kg}{(6{,}4 \cdot 10^{6}\,M)^2} \simeq 500\,N.$$

$\vec{T}$ TIERRA

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{50\,Kg \cdot 20\,Kg}{(2m)^2} = 3{,}13 \cdot 10^{-6}\,N.$$

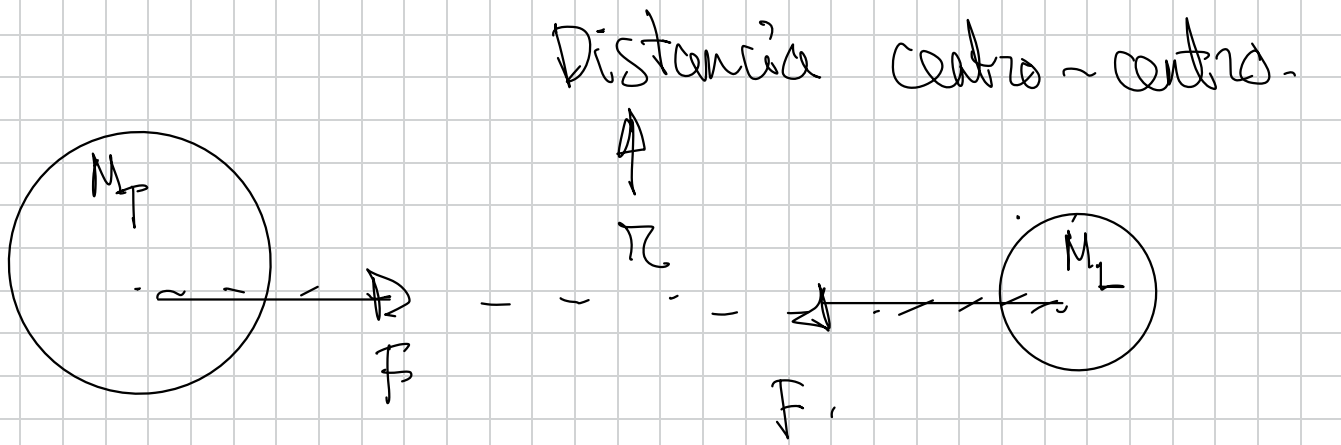
PIZARRA

$$P = m \cdot g = 50 \cdot Kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} = 500\,N.$$

pag 25 del libro. Enunciados.

**1.-** La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa de la Luna es de $7{,}2 \cdot 10^{22}$ Kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es de $1{,}9 \cdot 10^{20}$ N, ¿Cuál será la distancia entre sus centros?
.$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$ ← Unidades SI

1º Dibujo de la situación.




2º Aplico ley de la Gravitación Universal.

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2}$$

3º Despejo distancia entre sus centros

$$F \cdot r^2 = G \cdot M_T \cdot M_L$$

Todo en unidades S.I.

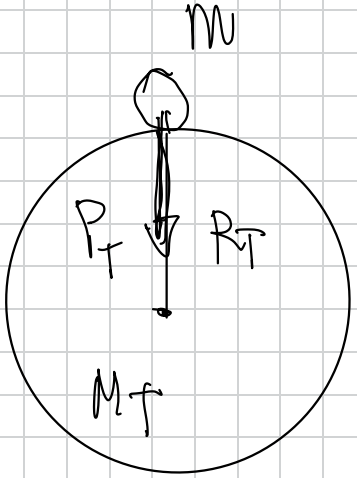
$$r = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24}\ kg \cdot 7{,}2 \cdot 10^{22}\ kg}{1{,}9 \cdot 10^{20}\ N}}$$

$$r \simeq 3{,}1 \cdot 10^{8}\ m$$

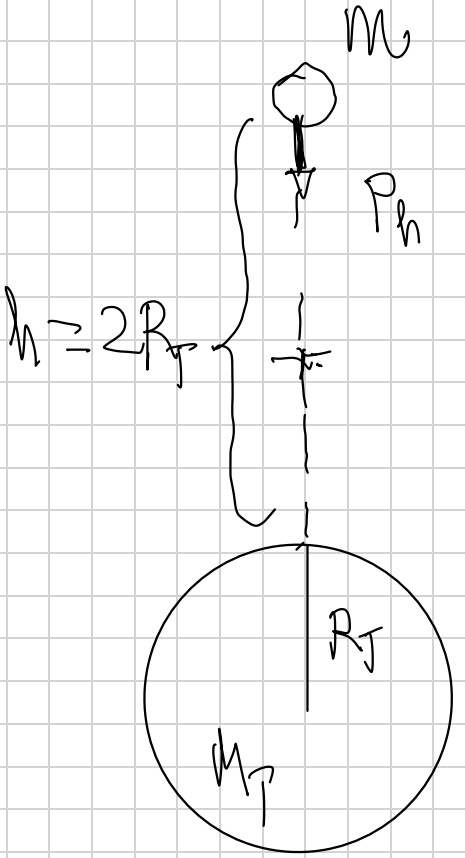
**2.-** ¿A cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se eleva desde el nivel del mar a una altura igual al doble del radio terrestre?

1º) Dibujo de la situación.

$r \approx R_T$




¡OJO! distancia centro-centro.




$r = R_T + h$

$r = R_T + h$

$r = R_T + 2R_T$

$r = 3R_T$

2º paso: escribo las expresiones en ambos casos

$$F_T = P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_h = P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + 2R_T)^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(3R_T)^2}$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \iff P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9R_T^2}$$

El peso disminuida a la novena parte

El peso sería la novena parte que en la superficie terrestre.

3º ⇒ Relacionó ambas expresiones

divididas entre sí.

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_1 \cdot m}{q R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}$$

Nada más.

$$\frac{\frac{1}{q}}{1}.$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{1}{q} \Rightarrow \boxed{P_h = \frac{1}{q} P_T}$$

Se pesa a esa altura es la novena parte de lo que pesaba en la Tierra.

Modo Sebastián -

$$\frac{P_T}{P_h} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9 R_T^2}}$$

$$\frac{P_T}{P_h} = \frac{1}{\frac{1}{9}}$$

$$\frac{P_T}{P_h} = 9 \Rightarrow P_T = 9 P_h$$

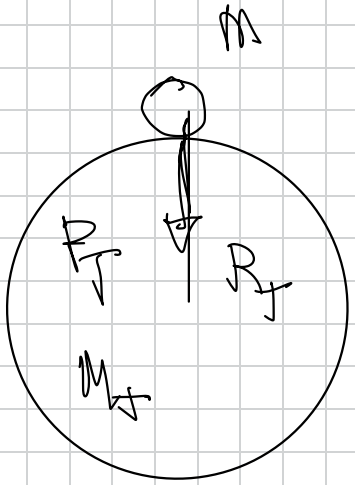
Su peso en la Tierra es 9 veces mayor que el que tenía a esa altura.

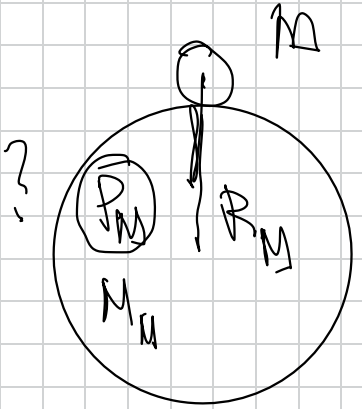
**4.-** El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 Km, mientras que el de Marte viene a ser de unos 3440 Km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿Cuál sería su peso en Marte?. Dato: Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.

1º Dibujo de la situación.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

No se puede usar, no la dan.




2º Pongo ambas expresiones.

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_M = G \cdot \frac{M_M \cdot m}{R_M^2}$$

?

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_M \cdot M}{R_M^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}}$$

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{M_M \cdot R_T^2}{M_T \cdot R_M^2}$$

$$M_M = 0{,}11\, M_T$$

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{0{,}11\, M_T \cdot R_T^2}{M_T \cdot R_M^2}$$

$$P_M = \frac{0{,}11\, R_T^2}{R_M^2} \cdot P_T$$

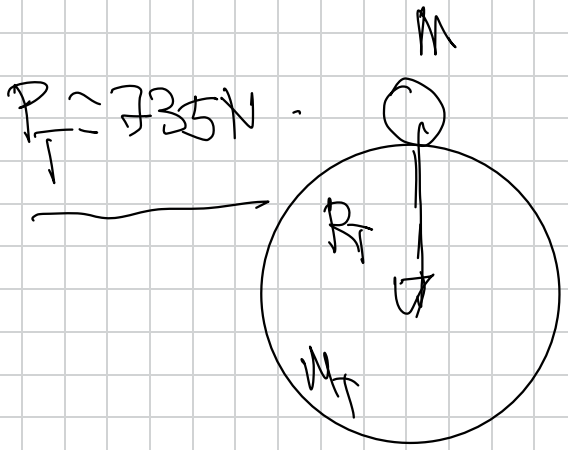
$$P_M = \frac{5{,}11 \cdot (6{,}37 \cdot 10^6\ m)^2}{(3{,}44 \cdot 10^6\ m)^2} \cdot 200\ N.$$

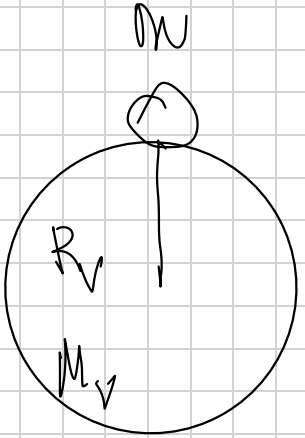
$$P_M = 75{,}43\ N.$$

**5.-** Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 735 N, aterriza en el planeta Venus y al medir su peso observa que éste es de 600 N. Teniendo en cuenta que el diámetro de Venus es el mismo que el de la Tierra:

a) Halla la relación que existe entre las masas de la Tierra y Venus

b) Calcula la masa de Venus, sabiendo que la masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg




$$P_V = 600\ N.$$

$$\left[ R_V = R_T \right]$$

$$P_J = G \cdot \frac{M_J \cdot M}{R_J^2 \cdot}$$

$$P_V = G \cdot \frac{M_V \cdot M}{R_V^2 = R_J^2 \cdot}$$

$$\frac{P_J}{P_V} = \frac{G \cdot \frac{M_J \cdot M}{R_J^2 \cdot}}{G \cdot \frac{M_V \cdot M}{R_J^2}}$$

$$\frac{P_J}{P_V} = \frac{M_J}{M_V}$$

Relación entre las masas de los planetas.

$$\frac{M_J}{M_V} = \frac{735}{600}$$

$$\frac{M_J}{M_V} = 1'22$$

$$M_V = \frac{1}{1'22} M_T$$

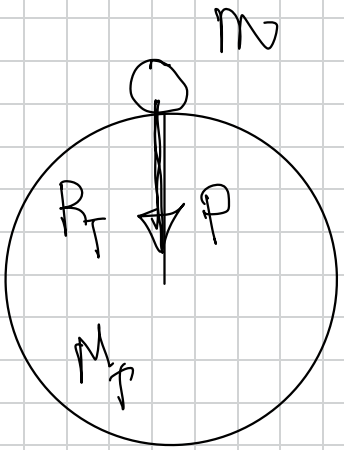
$$\Leftarrow \quad M_T = 1'22\, M_V$$

b) $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$.

$$M_T = 1'22\, M_V \Rightarrow M_V = \frac{M_T}{1'22} = \frac{6 \cdot 10^{24}\ kg}{1'22}$$

$$M_V = 4'92 \cdot 10^{24}\ kg.$$

# ley de la gravitación Universal.




$$P = F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$\boxed{P_T} = \boxed{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}}$$

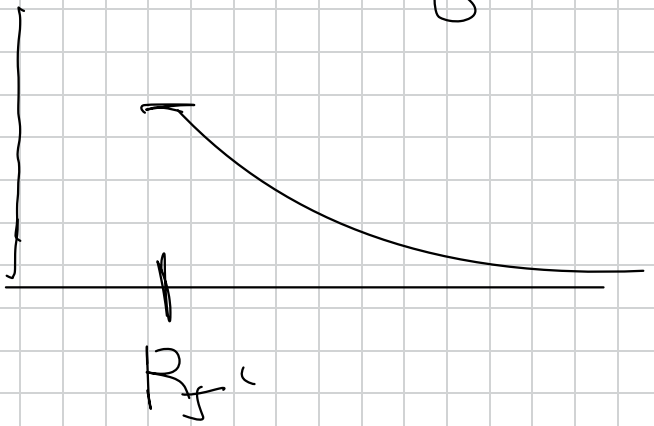
$$\boxed{P_T} = m \cdot \boxed{g_T}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}\ kg}{(6{,}4 \cdot 10^6\ m)^2} =$$

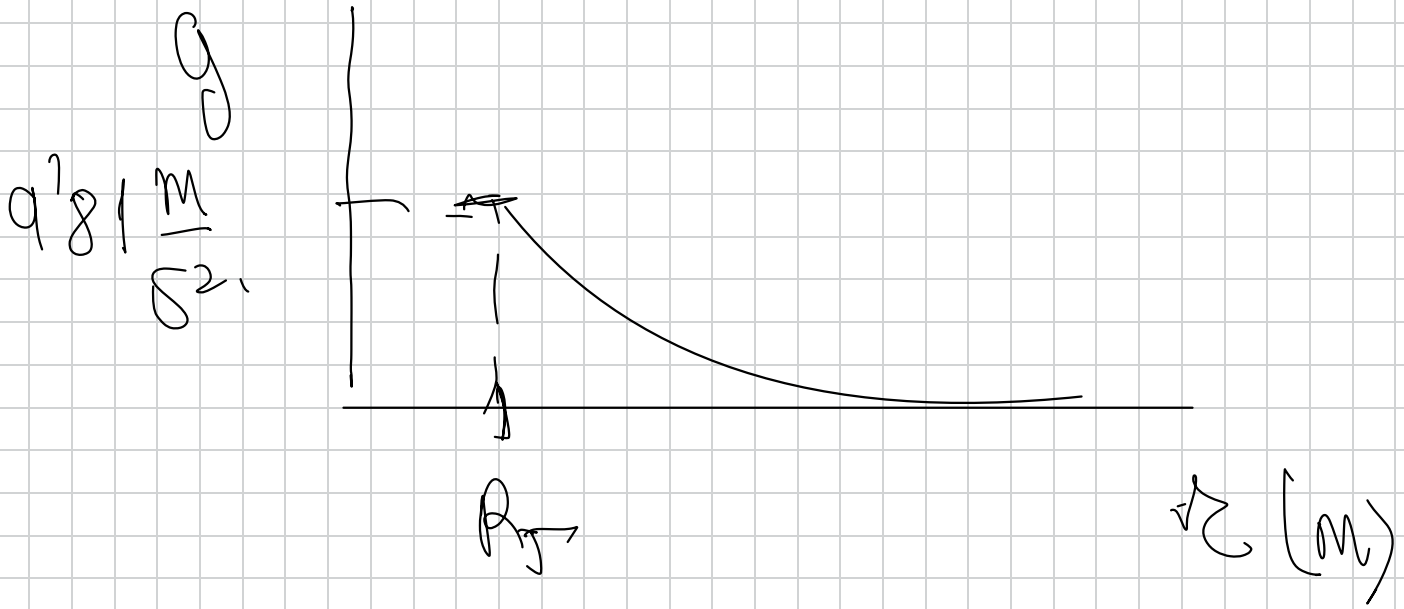
$$9{,}81 \cdot \frac{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot kg}{m^2} = 9{,}81\ N \cdot kg^{-1} = 9{,}81\ \frac{N}{kg}$$

$$= 9{,}81\ \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2}}{kg} = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}.$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$




$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$




**3.-** Frecuentemente se habla de que los astronautas en el espacio experimentan ausencia de gravedad. ¿Es correcta esta expresión?. Razónese.

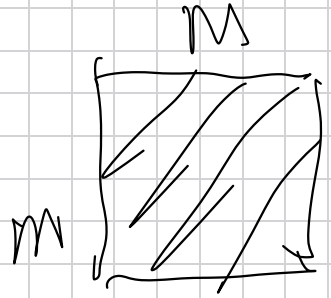
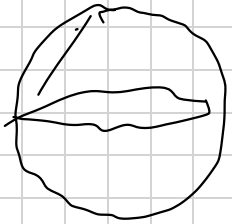
La expresión no es correcta.

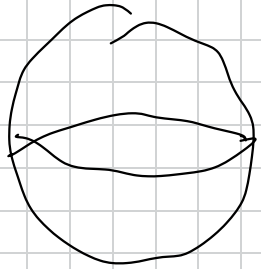
$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$ → La gravedad solo sería nula en el infinito existe una gravedad menor, pero no nula

# densidad. $\rho$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{M}{V} = \frac{kg}{m^3}$$

$l$ ——— $m$ ○ ——— $2\pi r\,(m)$

$S$  $m^2$  $\frac{4}{3}\pi r^2\,(m^2)$

$V$  $m^3$  $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3\,(m^3)$

$$\rho = \frac{M_{planeta}}{V_{planeta}} = \frac{M_{planeta}}{\frac{4}{3}\pi R_{planeta}^{3}}$$

Se toma como una esfera.

pag 25

**6.-** Calcular la densidad media de la Tierra a partir de los siguientes datos: $g = 9{,}8\ m/s^2$, $R_T = 6370\ Km$, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

$$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

← da el dato

↓ la pongo en función de los datos conocidos

$$g_T = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

la despejo $M_T$:

$$M_T = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G}$$

$$\rho_T = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{\frac{g_T \cdot R_T^2}{G}}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

$$\rho = \frac{g_T}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T} = \frac{9{,}8 \ \frac{m}{s^2}}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 \ m} \rightarrow \boxed{5{,}5 \cdot 10^3 \ \frac{kg}{m^3}}$$

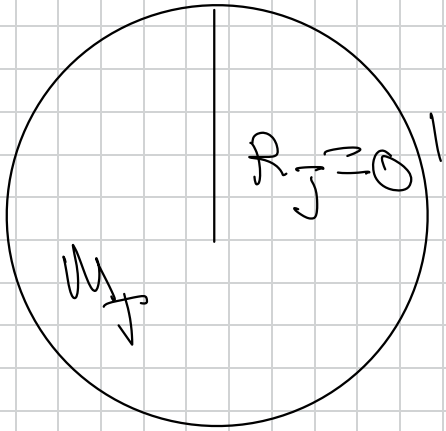
$R_T = 6370 \ km = 6{,}37 \cdot 10^6 \ m$

densidad $\rho$ en unidades S.I.

**7.-** Júpiter tiene una densidad media de $\rho = 1{,}34 \cdot 10^3$ Kg/m$^3$ y un radio medio R= $0{,}718 \cdot 10^5$ Km. Sabiendo que G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m$^2$ · Kg$^{-2}$.

a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter?

b) ¿Pesará un cuerpo lo mismo en Júpiter que en la Tierra?. Razónese




$R_J = 0'718 \cdot 10^5 \text{ km} = 0'718 \cdot 10^8 \text{ m}$

$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

$\rho_J = 1'34 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2}$

$M_J$ en función de los datos conocidos

$\rho_J = \frac{M_J}{\frac{4}{3}\pi R_J^3}$

$M_J = \rho_J \cdot \frac{4}{3} \pi R_J^3$

$$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = G \cdot \frac{\rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi R_J^3}{R_J^2}$$

$$g_J = G \cdot \rho_J \frac{4}{3} \pi R_J$$

$$g_J = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}34 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 0{,}718 \cdot 10^8$$

$$g_J = 26{,}86 \ \frac{N}{S^2}.$$

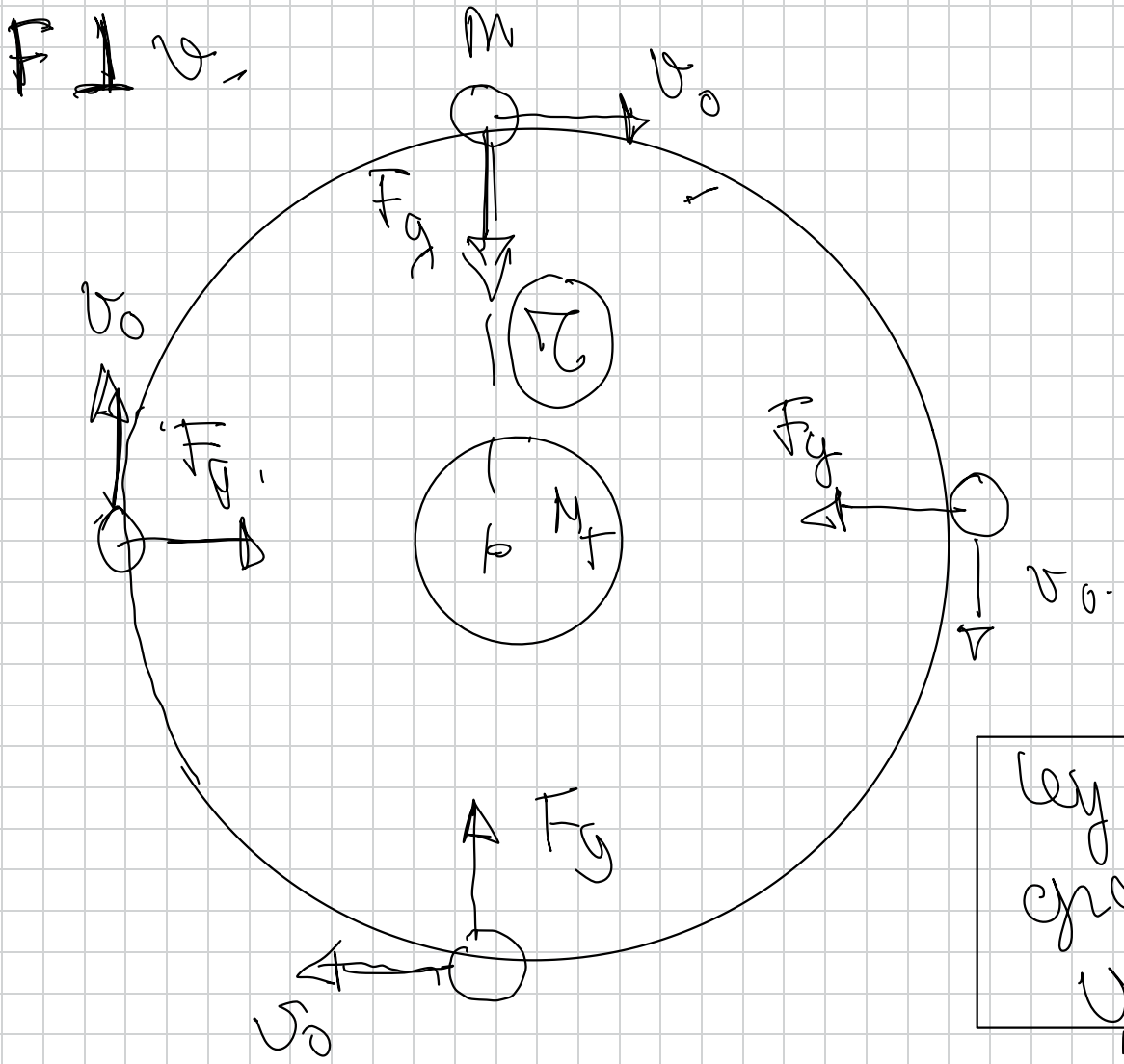
b) $P_T = M \cdot g_T$

$P_J = m \cdot g_J$ $\Big\}$ $g_J > g_T \Rightarrow P_J > P_T$

Pesará más en Júpiter que en la Tierra al ser la gravedad en Júpiter mayor.

# Libro Pag 13 velocidad orbital de un satélite.

F 1 v.




MCU

Condición de orbitación:

$F_g = F_{normal}$

ley de la gravitación Universal

2ª ley de Newton

MCU

aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

↓

radio de la trayectoria

↓

distancia entre centros

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$$

$v_0 \Rightarrow$ velocidad orbital $\left(\frac{m}{s}\right.$ en S.I.$\left.\right)$

pag 27.

¡OJO!

**18.-** Un satélite describe una órbita circular de radio $2R_T$ en torno a la Tierra.

a) Determinar su velocidad orbital

b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita?.

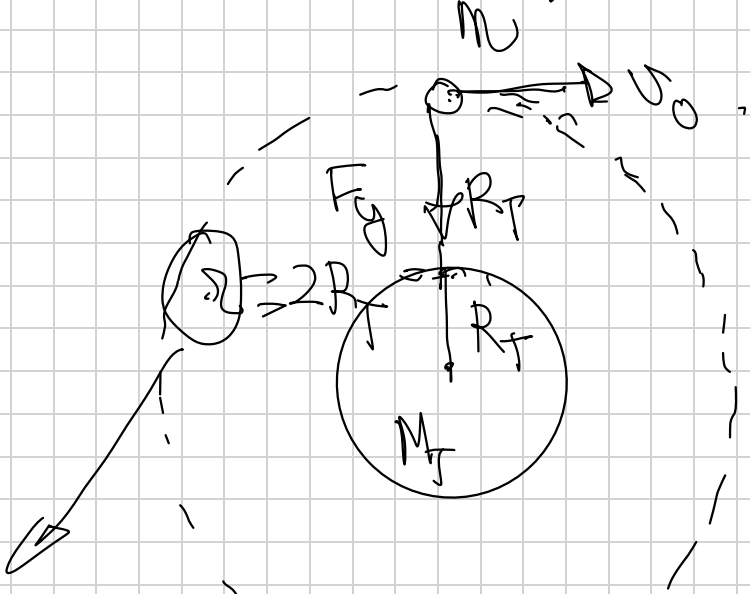
c) Explicar la fuerza que actúa sobre el satélite.

d) Si otro satélite de masa doble al anterior se encontrase orbitando a la misma altura, ¿Con qué velocidad lo haría?.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400\ Km$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ Kg$

$R_T = 6'4 \cdot 10^6\ m$

a) Primero dibujo de la situación.




Ley de la gravitación universal.

Condición de orbitación:

$F_g = F_n$ → 2ª ley de Newton.

$G \dfrac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a_n$ MCU

distancia centro - centro es igual al radio

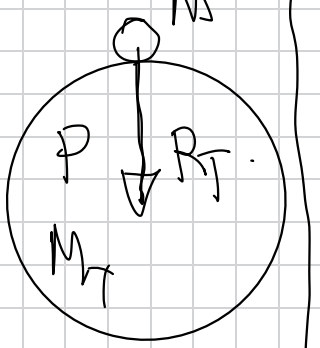
$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_{orbital}^2}{r}$$

$$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{2R_T}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 6'4 \cdot 10^6}}$$

$$\boxed{v_o = 5591'57 \ \frac{m}{s}}$$

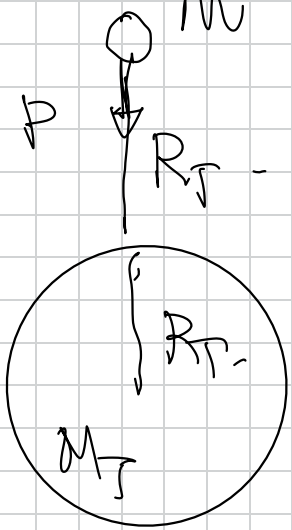
b)

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$




$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(2R_T)^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{4R_T^2}$$



$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{4R^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R^2}} =$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{1}{4}.$$

$$P_h = \frac{1}{4} P_T.$$

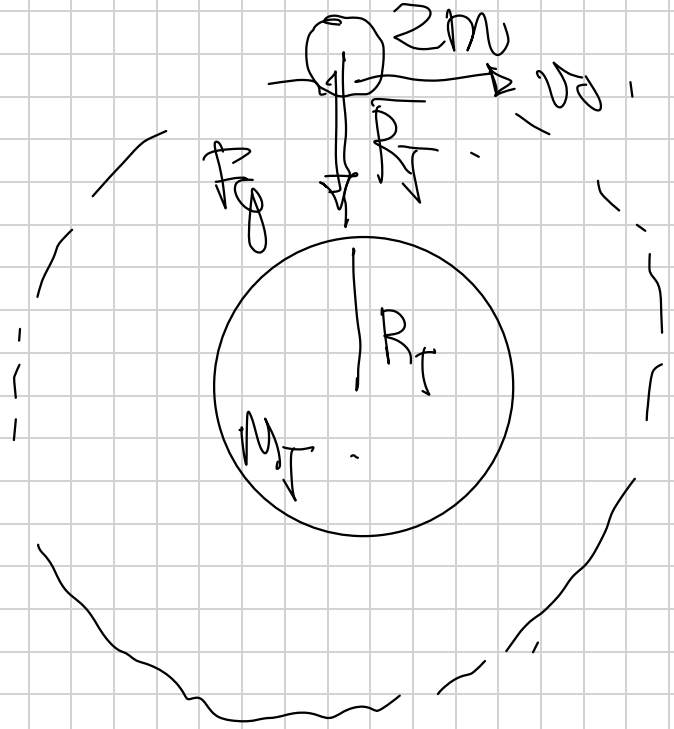
$$P_h = \frac{1}{4} 5000N = 1250N.$$

c) Según la ley de la Gravitación Universal, sobre el satélite actúa una fuerza gravitatoria ($F_g$) cuyo carácter es atractivo y que va dirigida hacia el centro de la Tierra. En este caso, dicha fuerza es perpendicular (o normal) a la velocidad con la que orbita el satélite, por lo que podemos expresar la fuerza gravitatoria $F_g$ como una fuerza normal $F_n$ que proporcionará al satélite una aceleración normal $a_n$ que hará cambiar la velocidad del satélite en dirección, de forma que se describe una órbita circular que coincidirá con la curvatura de la Tierra, no llegando el satélite a impactar sobre ella.

La aceleración normal proporcionada por la fuerza hace cambiar la velocidad del satélite en dirección pero no en módulo, permaneciendo su valor constante ($v = cte$), y por ello se dice que el satélite describirá un movimiento circular uniforme (M.C.U)

d)

Modo Sebastián




$$F_g = F_{no}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot 2m}{R^2} = 2m \cdot \frac{v_0^2}{R}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$ → La masa m del satélite no influye en la $v_0$.

**Modo Álvaro**

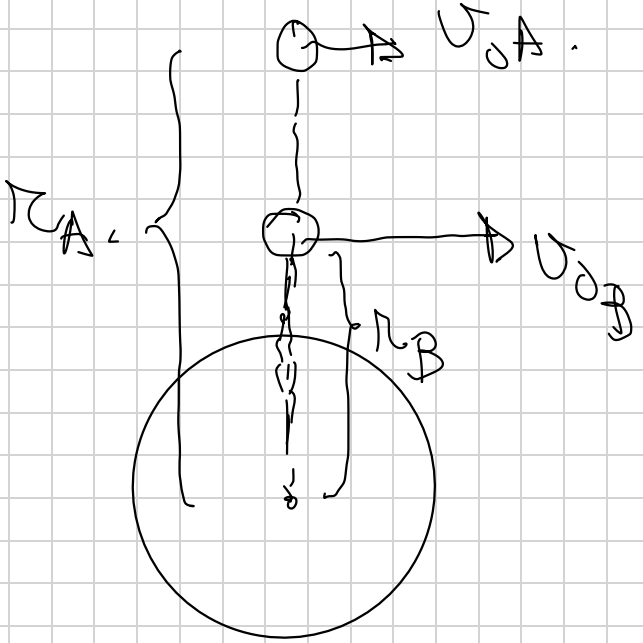
→ La $v$ orbital será la misma independientemente de la masa del satélite.

**19.-** Dos satélites idénticos A y B están orbitando en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra, siendo $R_A > R_B$.

a) Indicar cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad orbital.

b) Si la Tierra aumentase su masa al cuádruple manteniendo su radio, ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital de ambos satélites?.

a)

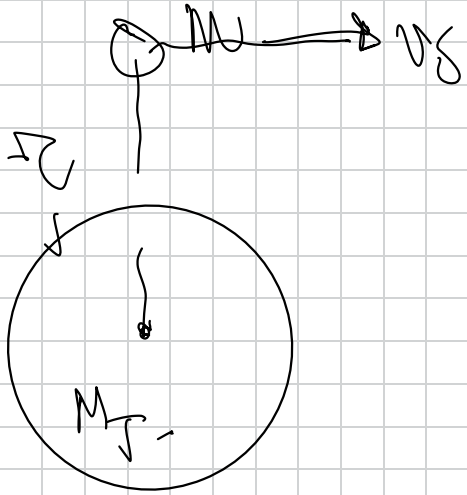



$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$ → deducción obligatoria

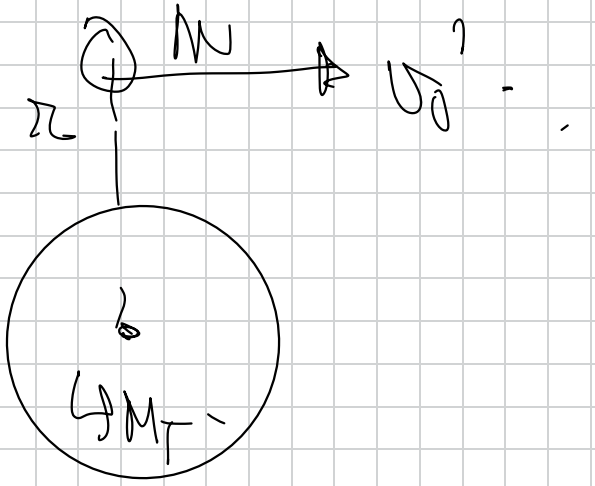
$r_A > r_B \Rightarrow v_A < v_B$

B tiene mayor velocidad orbital.

b)




$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$




$$v_0' = \sqrt{G \frac{4M_T}{r}}$$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \frac{\sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}}}{\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}}$$

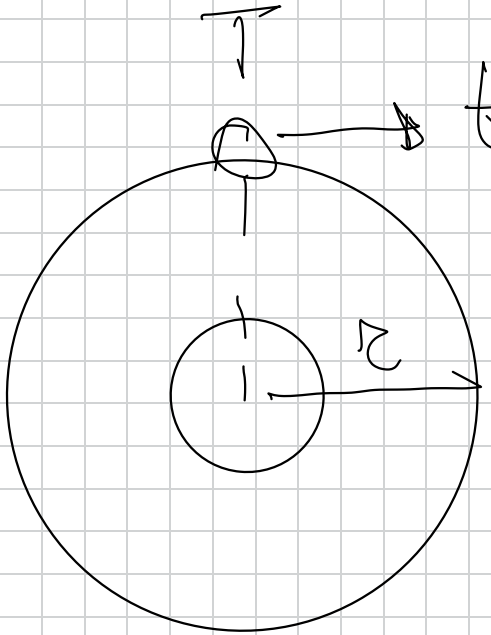
$$\frac{v_0'}{v_0} = \sqrt{4}$$

$$v_0' = 2 v_0$$

La velocidad orbital se duplica. ↓

pag 14 ⇒ Período T de un satélite.

T ⇒ S en el S.I.




T → tiempo que tarda el satélite en describir una órbita completa.

MCU ⇒ v cte en módulo.

$$|\vec{v}| = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} \quad \left(\frac{m}{s}\right)$$

MCU

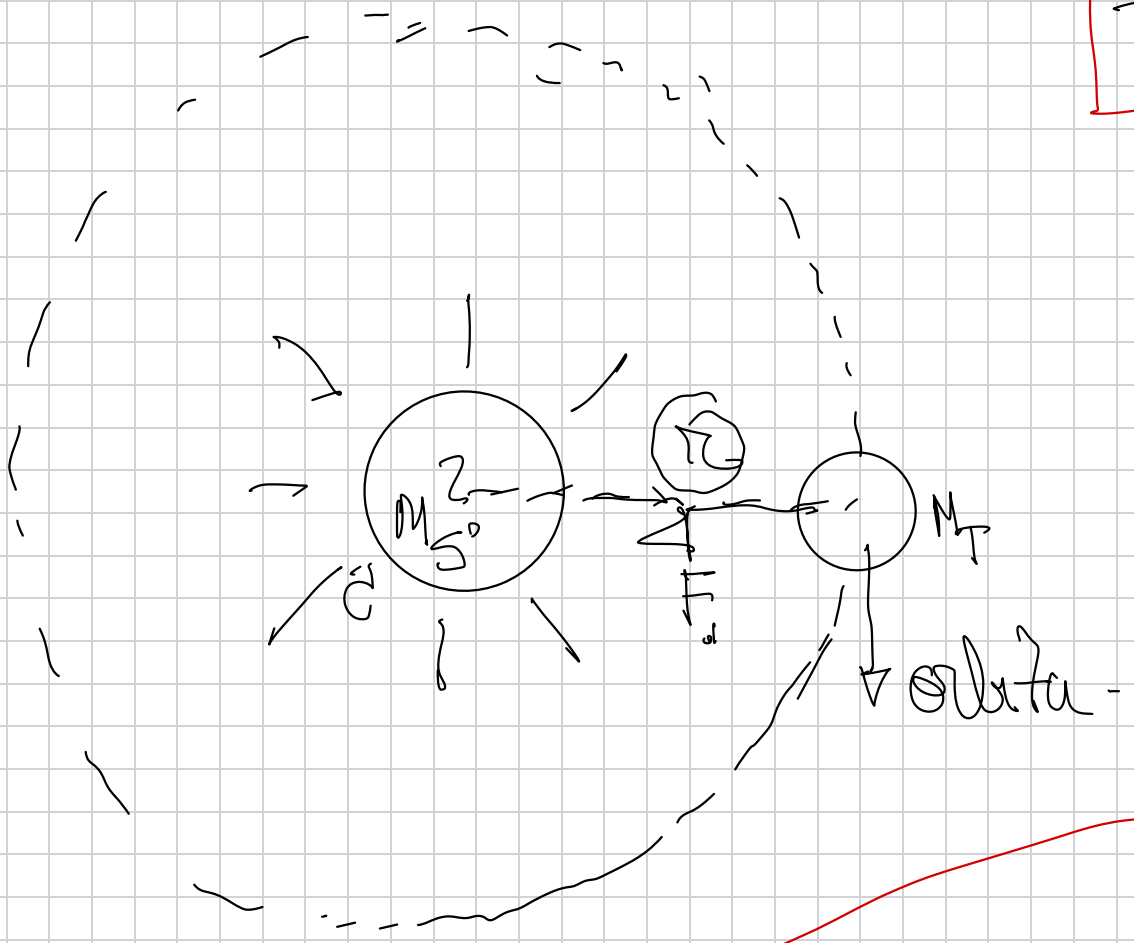
$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} \qquad \left(\frac{rad}{s}\right)$$

$$v = \omega \cdot r$$

**21.-** Suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m y que la Tierra tarda $3{,}15 \cdot 10^{7}$ s en completar dicha órbita:

a) Calcular la masa del Sol.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$




$T = 3'15 \cdot 10^7 s$

Condición de orbitación:

$F_g = F_n$

$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot a_n$

$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v_0^2}{r}$

$v_0 = \frac{2\pi r}{T}$

Falta despejar T (dato que nos dan) para después despejar la masa del sol.

$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$

$G \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$

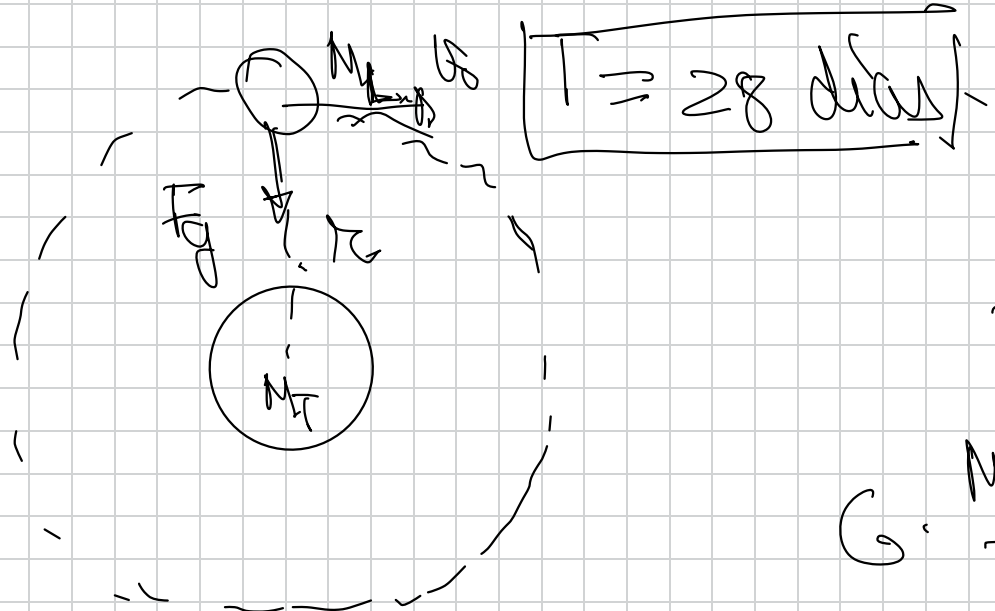
$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (15 \cdot 10^{11})^3}{6{,}67\,10^{-11} \cdot (3{,}5 \cdot 10^7)^2} = 2{,}01 \cdot 10^{30}\ kg$$

**22.-** La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

a) Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

b) Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de p




$T = 28\ días$

Condición de orbitación:

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot a_n$$

$$v_{orbital} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$r^3 = \frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (28 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$\boxed{r = 3{,}19 \cdot 10^8 \text{ m}}$$

$$T = 28 \text{ días} \cdot \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{1 \text{ día}}$$

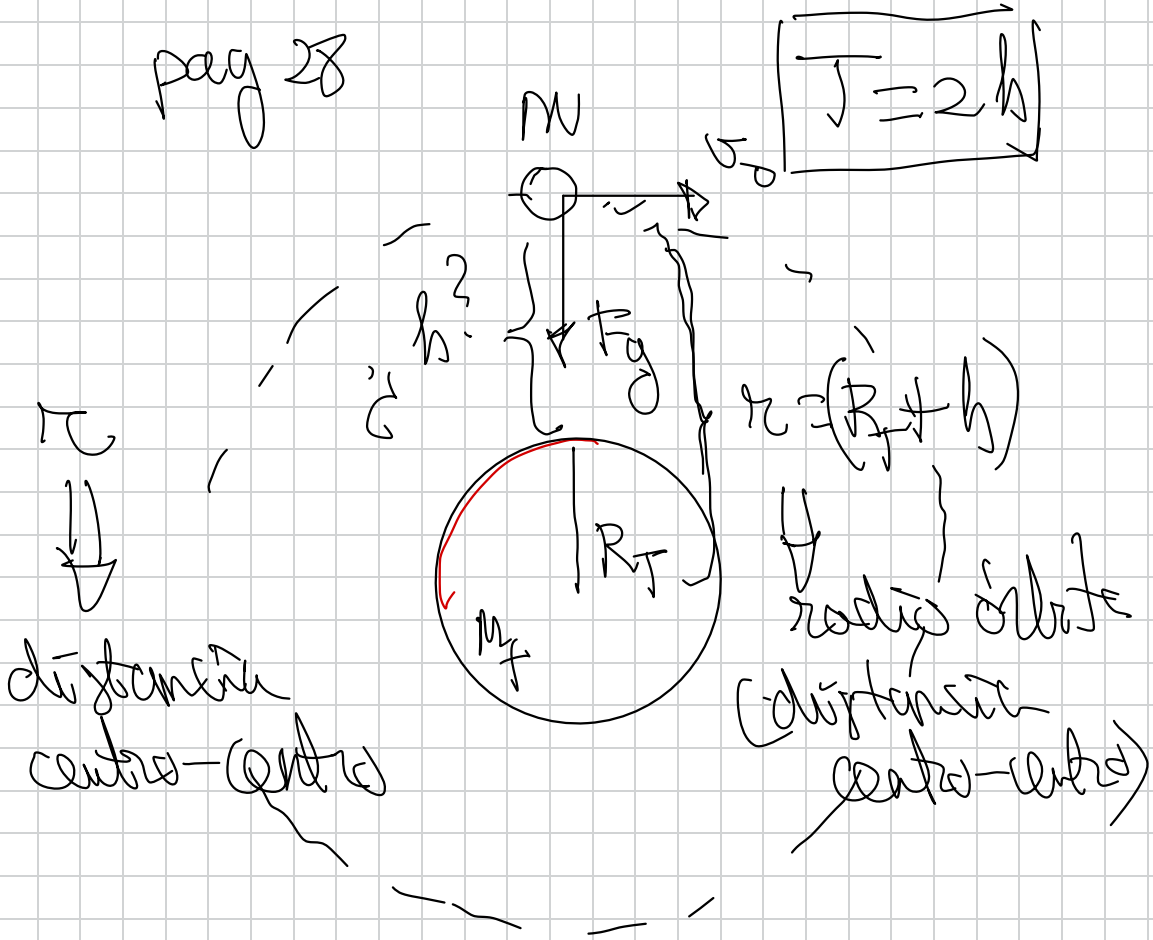
**20.-** ¿A qué altura de la superficie terrestre deberá estar situado un satélite si queremos que describa una órbita circular con un período de 2 horas?

$g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400\ Km$

pag 28

$T = 2\,h$

¡OJO! nos piden h.




Condición de Orbitación.

$F_g = F_n$.

$$G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)^2} = m\cdot\frac{v_0^2}{(R_T+h)}$$

$r$

$$v_0 = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\Rightarrow (R_T+h)$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(r)}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi (R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^2}{T^2}$$

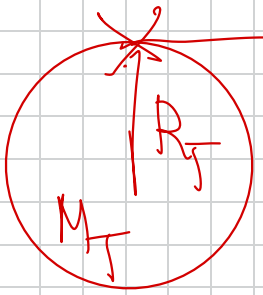
$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_T+h)^3$$

$$(R_T+h)^3 = \frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$g_T = 9{,}8 \ \frac{m}{s^2}$$




$$g_T = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$6400\ Km = 6'4 \cdot 10^6\ m$

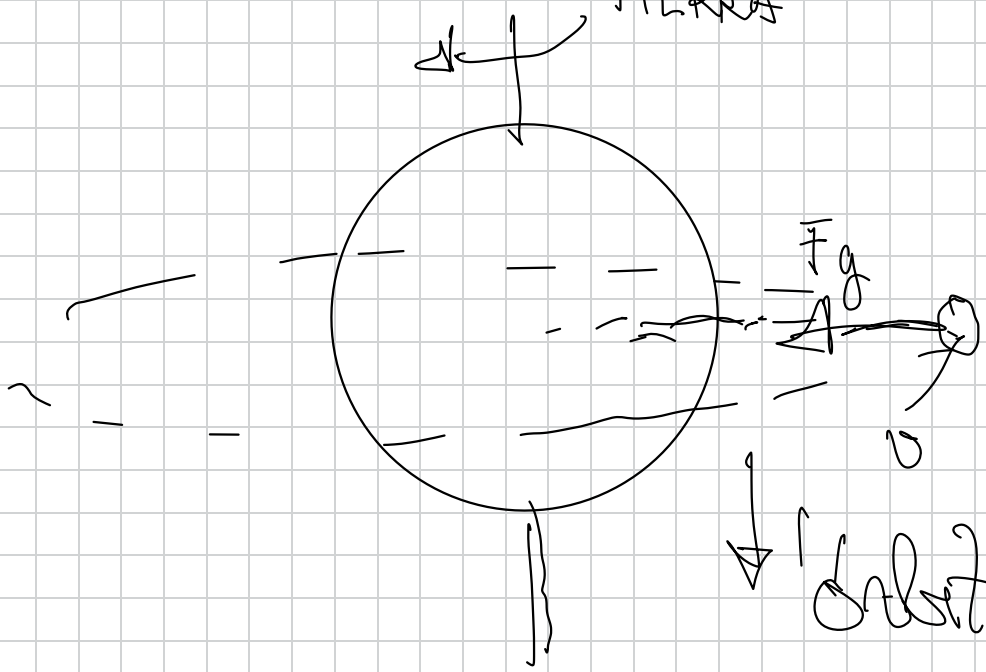
$T = 2 \cdot 3600 = 7200\ s$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9'8 \cdot (6'4 \cdot 10^6)^2 \cdot (7200)^2}{4\pi^2}} - 6'4 \cdot 10^6$$

$$h = 1'68 \cdot 10^6\ m$$

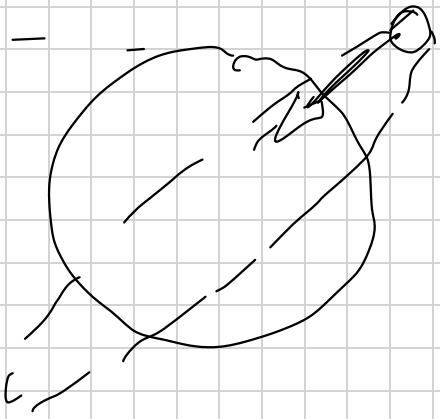
Satélites geoestacionarios

$T_{TIERRA} = 24\,h.$




$T_{satélite} = 24\,h$

Órbita ecuatorial ⇒ geoestacionario
(se mantiene en la misma vertical sobre la superficie terrestre)



$T = 24\,h$ en órbita no ecuatorial, pero se mantiene en la misma vertical, no sería geoestacionario, sería geosincrónico.

**25.-** Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

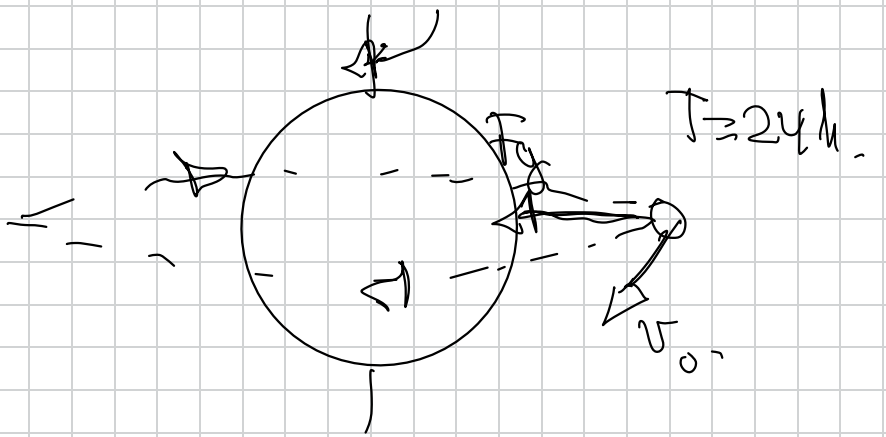
c) Calcular su aceleración normal

d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400$ Km

¡OJO!

pag 28



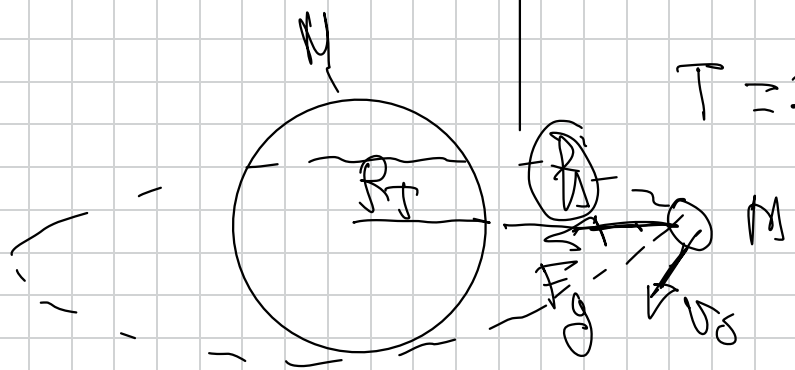

$T = 24 \cdot 3600\ s.$

a) $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600}\ \frac{rad}{s}$

$\omega = 7{,}27 \cdot 10^{-5}\ \frac{rad}{s}$

geoestacionario → h sobre la superficie terrestre en órbita ecuatorial para que T = 24 h.

T = 24 h.




## Condición de orbitación

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_{orbital}^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = v_{orbital}^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3 .$$

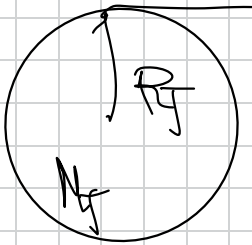
$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T T^2}{4\pi^2}}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$g_T = g \frac{m}{s^2}.$$




$$g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9{,}8\,(6{,}4\cdot 10^6)^2\cdot(24\cdot 3600)^2}{4\pi^2}} - 6{,}4\cdot 10^6$$

$T = 24\,h$

$$h = 3{,}6\cdot 10^7\ m$$

c)

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega\cdot r)^2}{r}$$

$v = \omega\cdot r$

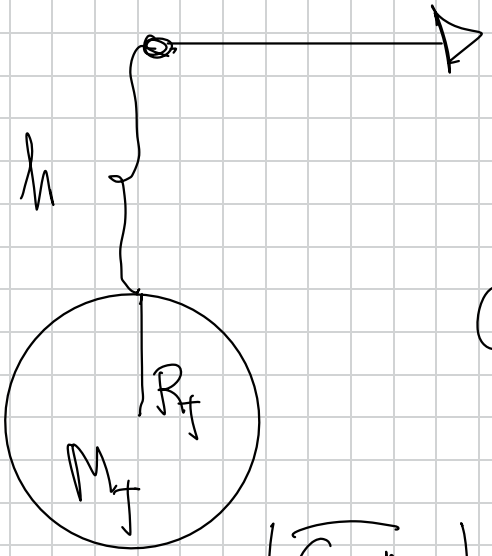
$\omega$ = ?

$$a_n = \frac{\omega^2\cdot r^2}{r} = \omega^2\cdot r = (7{,}27\cdot 10^{-5})^2\,(6{,}4\cdot 10^6 + 3{,}6\cdot 10^7)$$

$(R_T + h)$

$$\boxed{a_n = 0{,}22\ m/s^2}$$

Otra forma.




$$g_h = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$g_h = \frac{g_T \cdot R_T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{9'8 \cdot (6'4 \cdot 10^6)^2}{(6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)^2} =$$

$$= 0'22 \ m/s^2 .$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow \boxed{G M_T = g_T \cdot R_T^2}$$

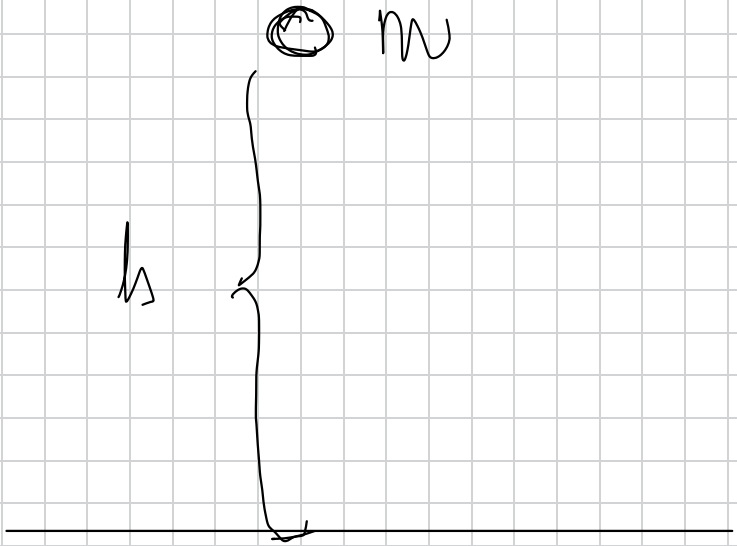
a) El satélite no impacta sobre la Tierra porque actúa una F gravitatoria que cambia su velocidad solo en dirección, de manera que describe una órbita

circular (movimiento circular uniforme)
y nunca llega a impactar sobre la
Tierra (es como una caída constante
sin llegar al impacto)

# REPASO 4º ESO → 1º BACHILLERATO.

## - Energía potencial. $E_p$

Es la energía que posee un cuerpo en función de su posición (en un campo de fuerzas conservativo)




$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$$E_p = \frac{N}{} \cdot \frac{m}{} = J \text{ en SI.}$$

- Energía cinética $E_c$.

Es la energía que poseen los cuerpos en función de su velocidad $v$.




$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_c = kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

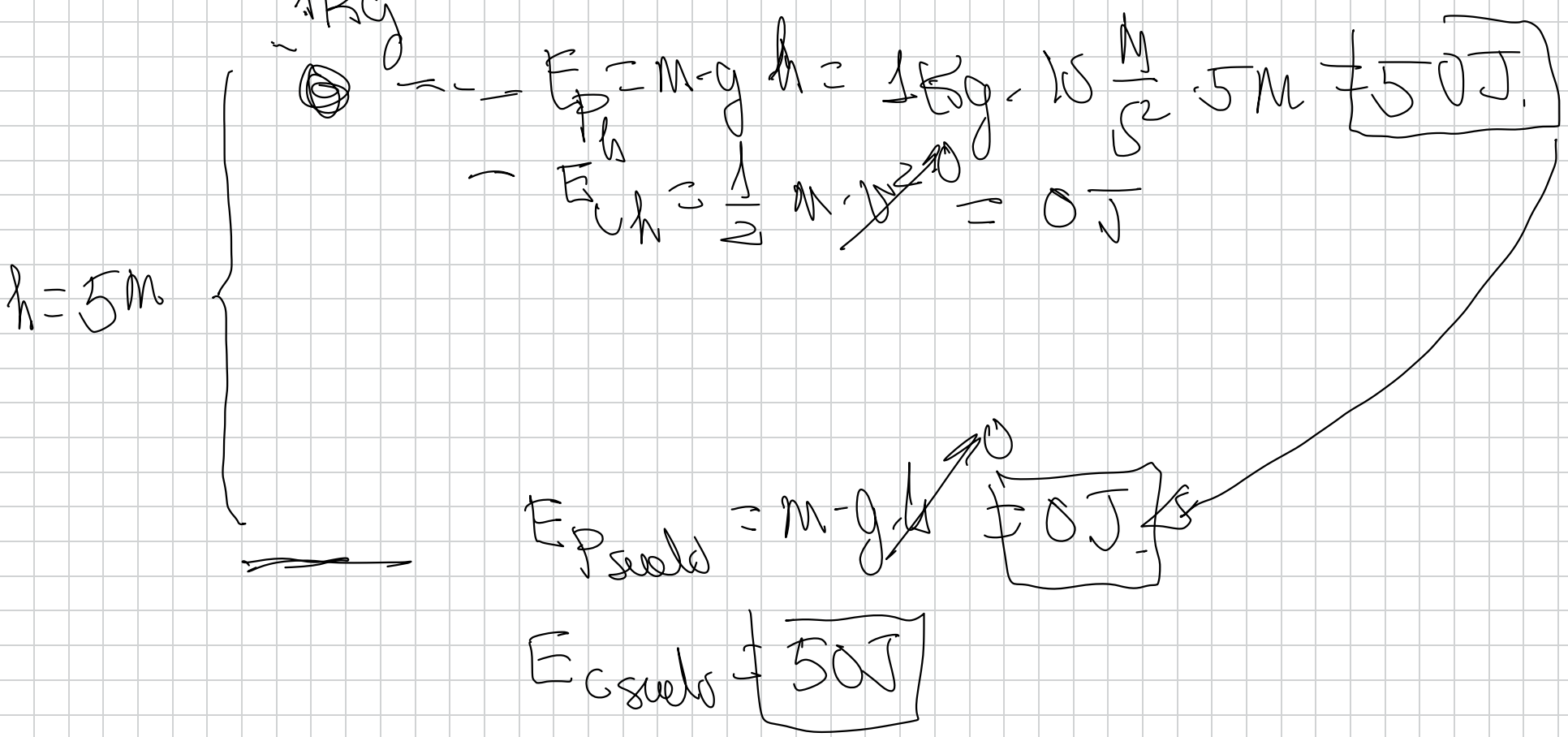
$$E_c = kg \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$$E_c = N \cdot m = \overline{J} \text{ en SI}$$

- Energía mecánica $E_m = E_p + E_c$ = J en S.I.

Conservación de la $E_m$:

$g = 10\ m/s^2$.



Conservació de la $E_m$.

$$E_{m_h} = E_{m_{suelo}}.$$

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_{suelo}} + E_{c_{suelo}}.$$

$$50J + 0J = 0J + E_{c_{suelo}}$$

$$\boxed{E_{c_{suelo}} = 50J}.$$

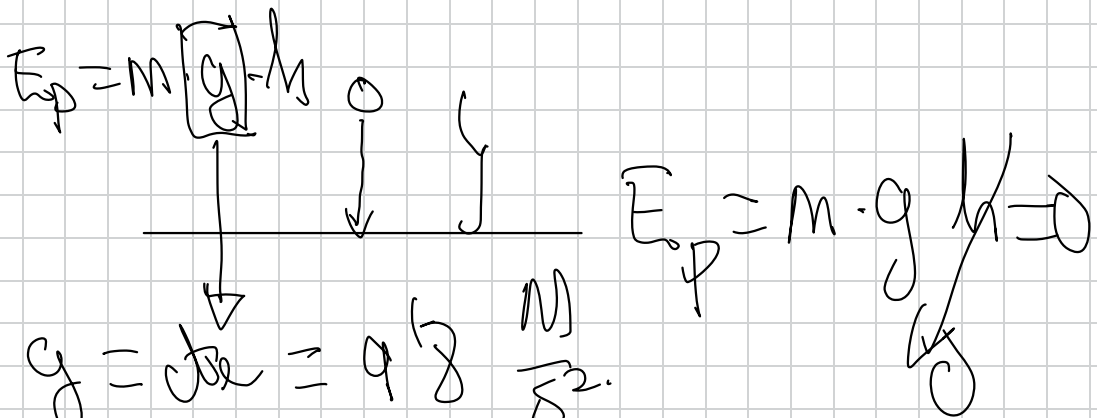
$$E_{c_{suelo}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2_{suelo}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{1}} = 10 \frac{m}{s}$$

$E_p = m \cdot g \cdot h$

# Energía potencial gravitatoria.

La expresión $E_p = m \cdot g \cdot h$ puede usarse solo en bajas distancias en las que consideramos que g es cte, su origen ($E_p = 0$) es en la superficie terrestre.




En el rango de distancias elevadas del universo no podemos usar $E_p = m g h$ ya que g no es cte,

$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$

$E_p = m g h$

$g = cte = g_0 \frac{N}{kg}$

r ⇒ distancia centro-centro

En el rango de distancias en las que usamos $E_p = m \cdot g \cdot h$, la $E_p$ es positiva por haber puesto el origen en la superficie del planeta.

$E_p = m \cdot g \cdot h = 50\,J$

$E_{pT} = m\,g\,h = 0\,J$

$E_p = 0$

En el rango de distancias del cuerpo donde g no es cte, la $E_p$ es negativa al haber tomado su origen ($E_{p\infty} = 0$) en el $\infty$.

$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

Km 500 Bilbao.

Km 300 Burgos.

Km 0 Madrid

Km 200 Bilbao.

Km 0 Burgos

Km -300 Madrid

La distancia Madrid-Burgos y Madrid-Bilbao no cambian independientemente de donde fije arbitrariamente el Km 0, aunque cambien sus puntos kilométricos.

Con la Ep pasa lo mismo sus diferencias no cambian independientemente de donde pongamos el origen de Ep, (cambiarían los valores en cada punto pero sus diferencias no)

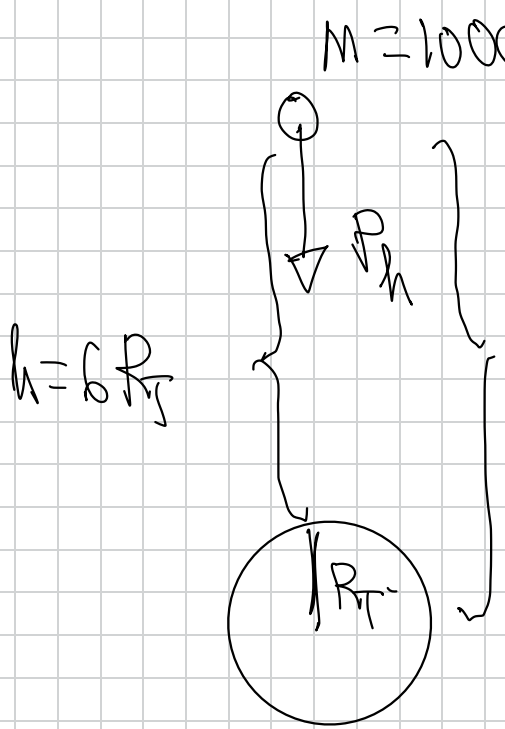
**29.-** Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

a)¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c)¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400\ Km$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ Kg$



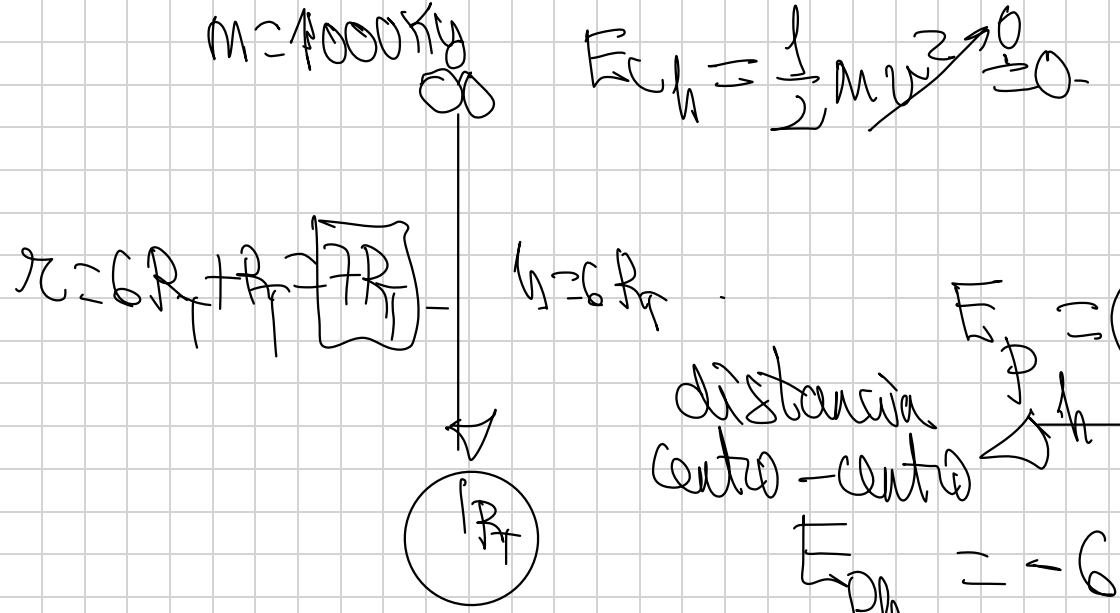

$r = R_T + h = 7R_T$

a)

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r^2} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(7R_T)^2} =$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{49 R_T^2}$$

$$P_h = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{49 (6'4 \cdot 10^6)^2} = 200\ N.$$




$E_{c_h} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow 0$

$E_p = m \cdot g \cdot h = 0$

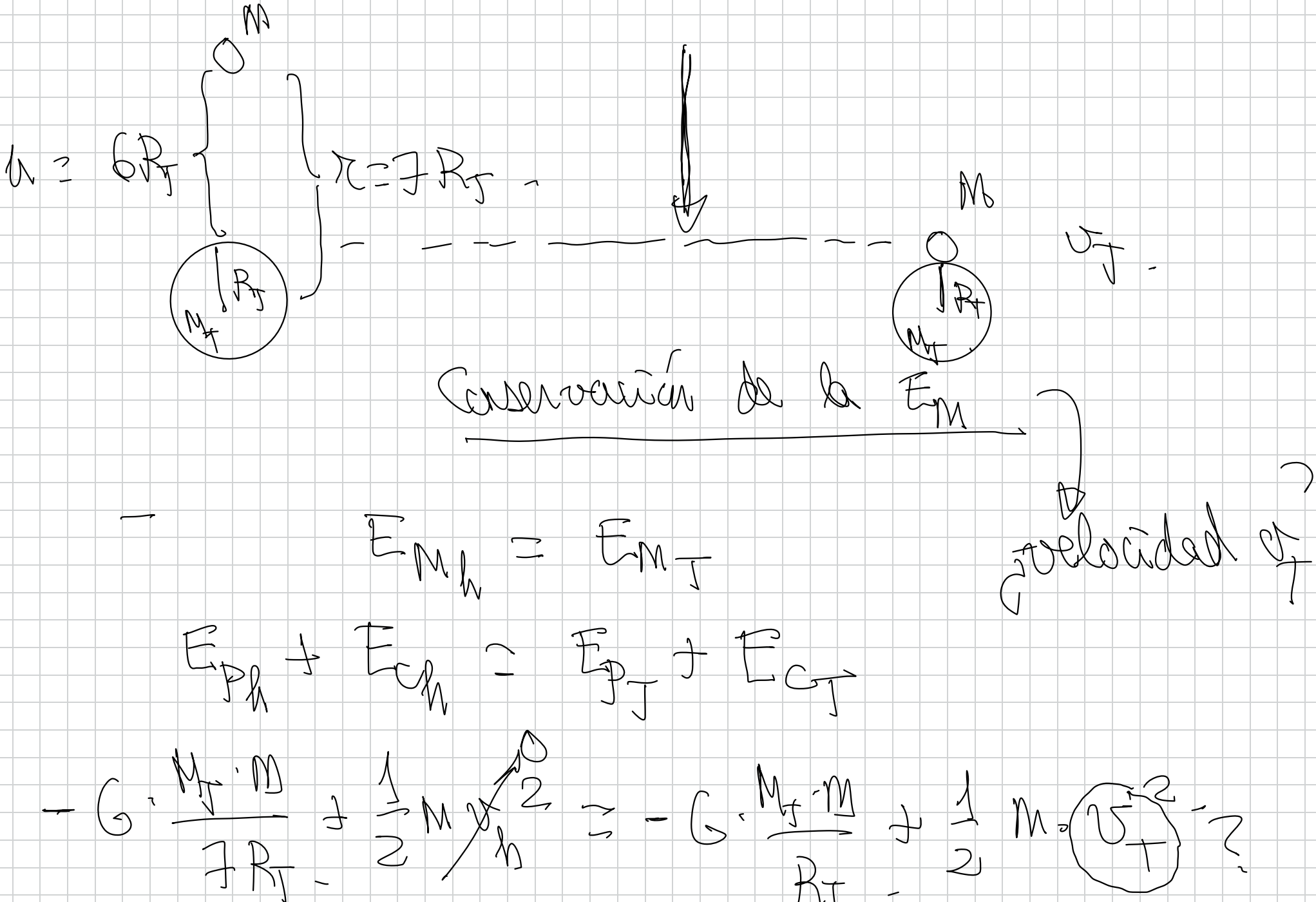
$r = 6R_T + R_T = 7R_T$ — $h = 6R_T$

$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{7R_T}$

distancia centro-centro

$E_{p_h} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{7 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)} = -8{,}93 \cdot 10^9 \text{ J}$

$E_{m_h} = E_{p_h} + E_{c_h} = -8{,}93 \cdot 10^9 \text{ J} + 0 = -8{,}93 \cdot 10^9 \text{ J}$




$$E_{M_h} = E_{M_J}$$

$$E_{P_h} + E_{C_h} = E_{P_J} + E_{C_J}$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{7R_T} + \frac{1}{2}m\cancel{v_h^2} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} + \frac{1}{2}m\cdot v_T^2 \;?$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{7R_T}+G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}=\frac{1}{2}m\left(v_T^2\right)\cdot 2.$$

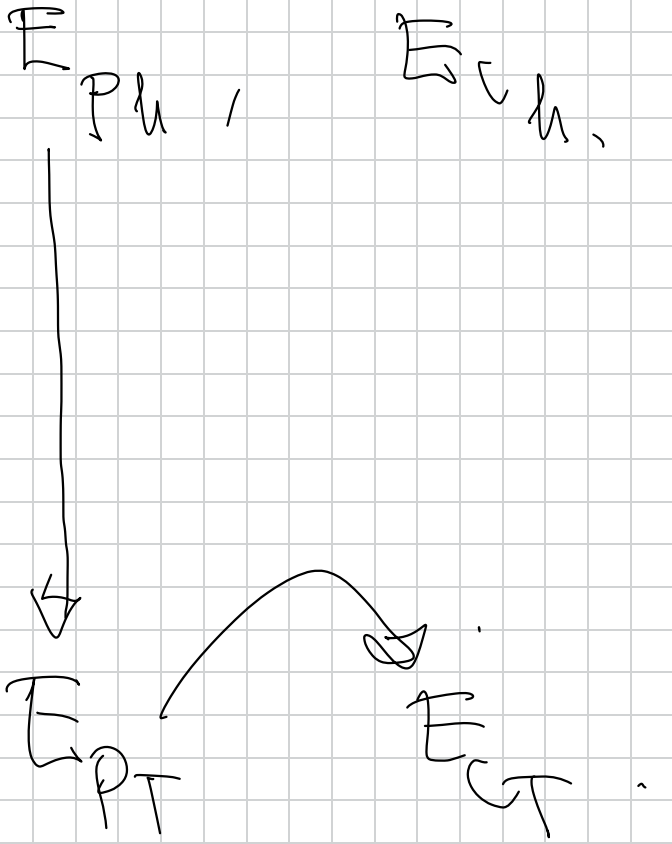
$$G\cdot\frac{M_T\,m}{R_T}-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{7R_T}=\frac{1}{2}m v_T^2\cdot$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}\left(1-\frac{1}{7}\right)=\frac{1}{2}m v_T^2\cdot$$

$$G\frac{M_T}{R_T}\left(\frac{6}{7}\right)=\frac{1}{2}v_T^2\cdot$$

$$\frac{6GM_T}{7R_T}=\frac{1}{2}v_T^2$$

$$v_T = \sqrt{\frac{12GM_T}{7R_T}} = 1035 \cdot 10^4 \frac{M}{S}$$




Conforme ha descendido ha ido disminuyendo su $E_p$, esa disminución coincide con el incremento de la Energía cinética, la $E_M$ se mantiene igual en todo el trayecto (lo que se perdió de $E_p$ se gana en $E_c$ y la suma de las dos permanece de

$E_{p_\infty} = 0 \Rightarrow$ Infinito

$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

$E_p = m \cdot g \cdot h$

$g = cte.$

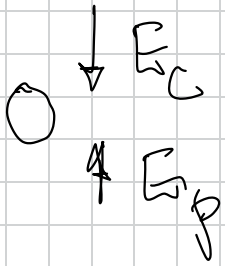
$E_p = 0 \Rightarrow$ Superficie terrestre.

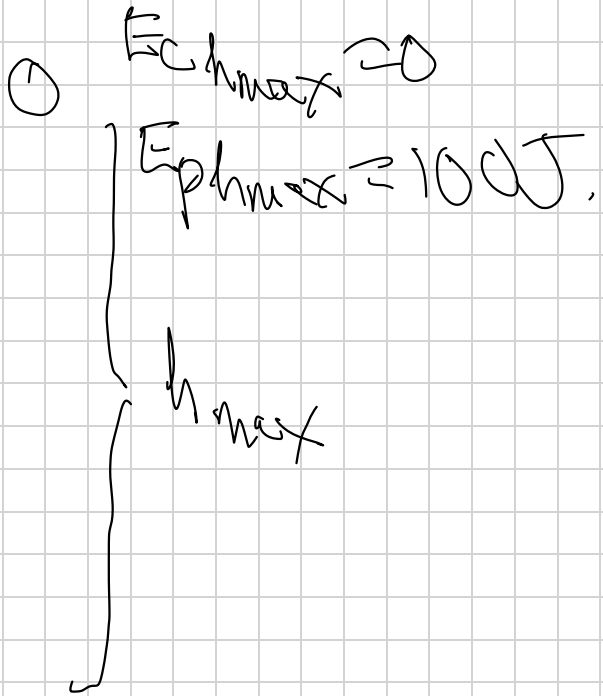
# 2 Expresiones de la $E_p$ gravitatoria.

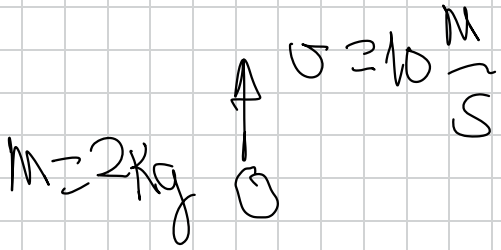
- La primera expresión $E_p = m \cdot g \cdot h$ solo la utilizamos cuando g es cte (por ejemplo dentro del ámbito de la superficie terrestre). Su origen se ha fijado en la superficie del planeta, en donde $E_p = 0$.

- La segunda expresión $E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ también se usa cuando g no es constante. Su origen se ha fijado en el $\infty$, en donde $E_p = 0$, de ahí su valor negativo.

$E_p = m \cdot g \, h_{\max}$




$E_{p_T} = m \cdot g \cancel{h} = 0\,J$

$E_{c_T} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 = 100\,J$

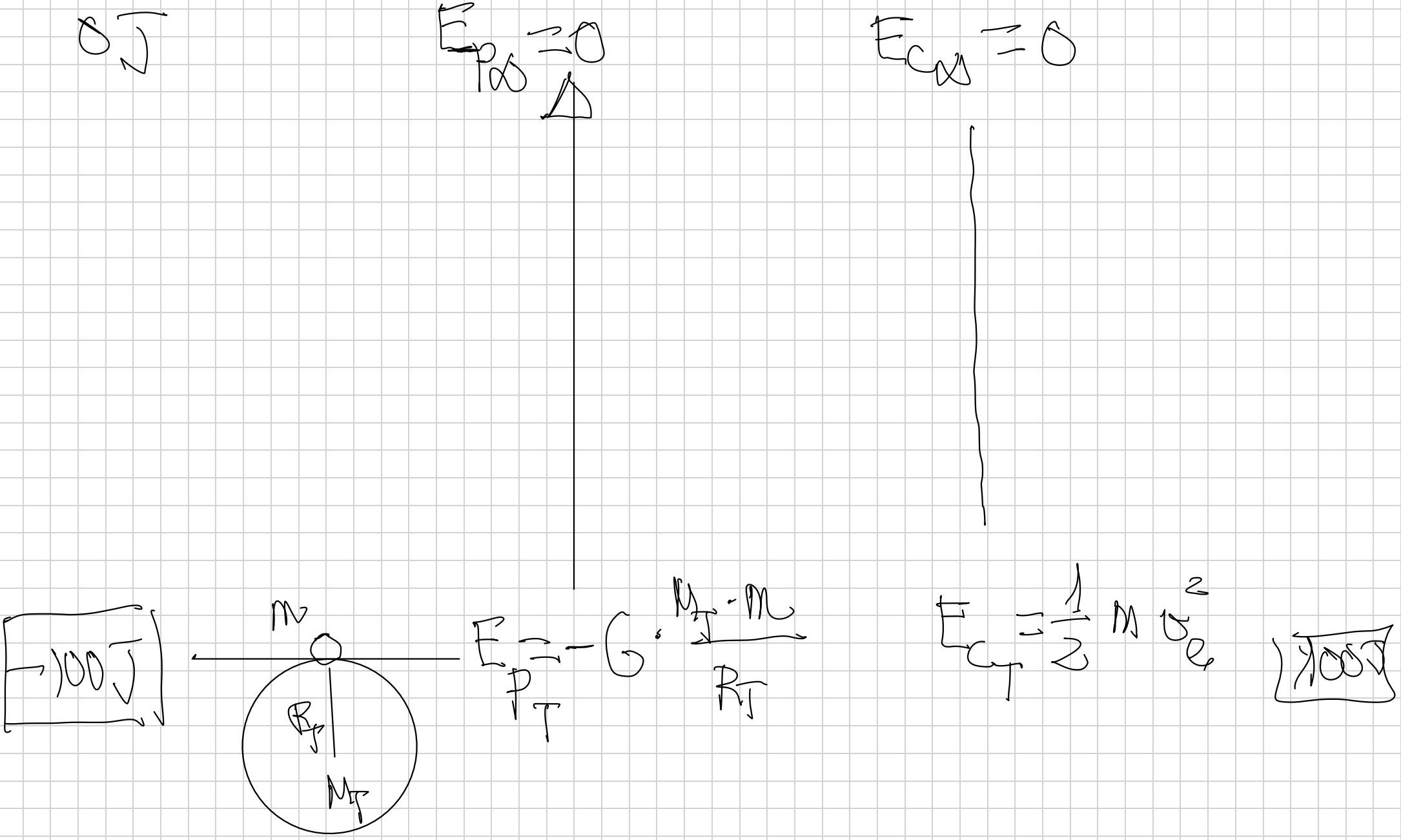
pag 15

# 3: Velocidad de escape de un cuerpo

$0\ J$

$E_{P\infty} = 0$

$E_{C\infty} = 0$



$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

## Conservación de la $E_M$

$$E_{M_T} = E_{M_\infty}$$

$$E_{p_T} + E_{C_T} = E_{p_\infty} + E_{C_\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0$$

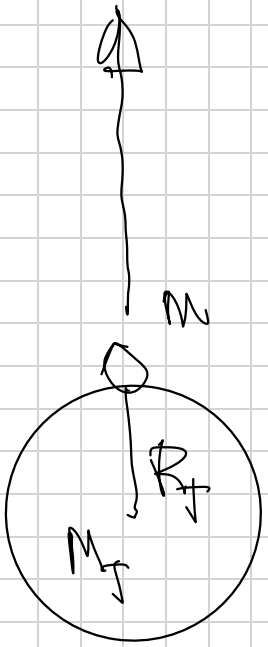
$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$v_e^2 = \frac{2GM_T}{R_T}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}}$$

Ejercicio 31, pag 29.

**31.-** Calcular la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie terrestre $g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400\ Km$




$E_{P\infty} = 0$ ; $E_{C\infty} = 0$

$E_{PT} = -G\cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$ ; $E_{CT} = \frac{1}{2} m v_e^2$

Conservación de la $E_M$.

$E_{M_T} = E_{M_\infty}$

$E_{P_T} + E_{C_T} = E_{P\infty} + E_{C\infty}$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}+\frac{1}{2}mv_e^2=0+0.$$

$$\frac{1}{2}mv_e^2=G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}$$

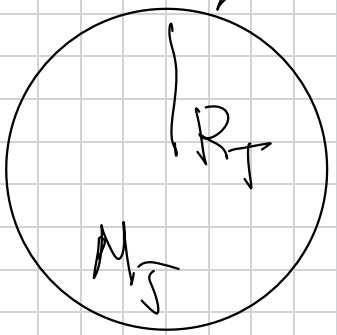
$$v_e=\sqrt{\frac{2\cdot GM_T}{R_T}}$$

$$v_e=\sqrt{\frac{2\cdot g_T\cdot R_T^2}{R_T}}$$

$$v_e=\sqrt{2\cdot g_T\cdot R_T}.$$

$g_T$ / $R_T$

$g_T$ [$\frac{m}{s^2}$].




$$g_T=G\frac{M_T}{R_T^2}.$$

$$GM_T=g_T\cdot R_T^2.$$

$R_T = 6\,400\ km = 6{,}4 \cdot 10^6\ m$

$v_e = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ m}$

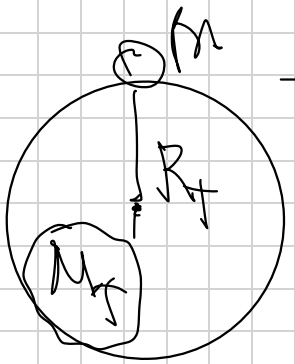
$v_e = 11.200 \frac{m}{s}$

$\left(11{,}2 \frac{km}{s}\right)$

$c = 300.000 \frac{km}{s}$.

$$C = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

TIERRA

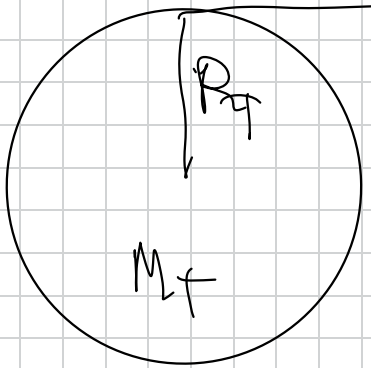



$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R}} \simeq 11.200 \frac{m}{s}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \simeq 20.000 \frac{m}{s}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow}} \simeq 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$\Delta v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \simeq 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$




$$\Delta v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$c = \sqrt{\frac{2GM_{a.n.}}{R_{a.n.}}}$$

$$c^2 = \frac{2 \cdot G M_{an}}{R_{an}}$$

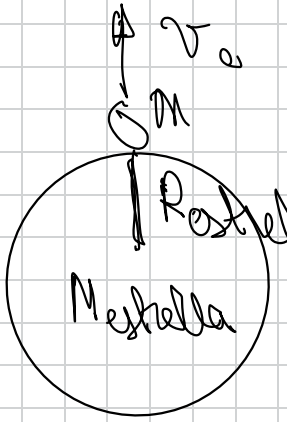
$$R_{an} = \frac{2 G M_{an}}{c^2}$$

**49.-** La masa de una estrella es de $2 \cdot 10^{31}$ Kg. Si en un momento dado, la estrella se contrae debido a la presión gravitatoria, determinar el radio por el que la estrella se convierte en un agujero negro y la densidad del mismo.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$

$\infty$ ---- $E_{P\infty} = 0$.

$E_{C\infty} = 0$




$E_{P_{estrella}} = -G \cdot \frac{M_{estrella} \cdot m}{R_{estrella}}$ / $E_C = \frac{1}{2} m v_e^2$

$M_{estrella} = 2 \cdot 10^{31}\ Kg$.

$E_{P_{estrella}} + E_{C_{estrella}} = E_{P\infty}^{0} + E_{C\infty}^{0}$

$-G \cdot \frac{M_{estrella} \cdot M}{R_{estrella}} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 + 0$.

$$\frac{1}{2} M v_e^2 = G \frac{M_{obiekt} \cdot M}{R_{obiekt}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_{obiekt}}{R_{obiekt}}}$$

$$c^2 = \left(\sqrt{\frac{2GM_{a.n}}{R_{a.n}}}\right)^2$$

$$c = \sqrt{\frac{2G \cdot M_{czarnej\ dziury}}{R_{czarnej\ dziury}}}^2$$

$$c^2 = \frac{2GM_{a.n}}{R_{a.n}}$$

$$R_{a.n} = \frac{2GM_{a.n}}{c^2} = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2{,}97 \cdot 10^4\ m$$

$$\rho_{a.n} = \frac{M_{a.n}}{V_{a.n}} = \frac{M_{a.n}}{\frac{4}{3}\pi R_{a.n}^3} = \frac{2 \cdot 10^{31}\,kg}{\frac{4}{3}\pi \cdot (2{,}97 \cdot 10^{4}\,m)^3} =$$

$$\rho_{a.n} = 1{,}87 \cdot 10^{17}\ \frac{kg}{m^3}$$

**32.-** Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de 2,2 $g \cdot cm^{-3}$.

a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?

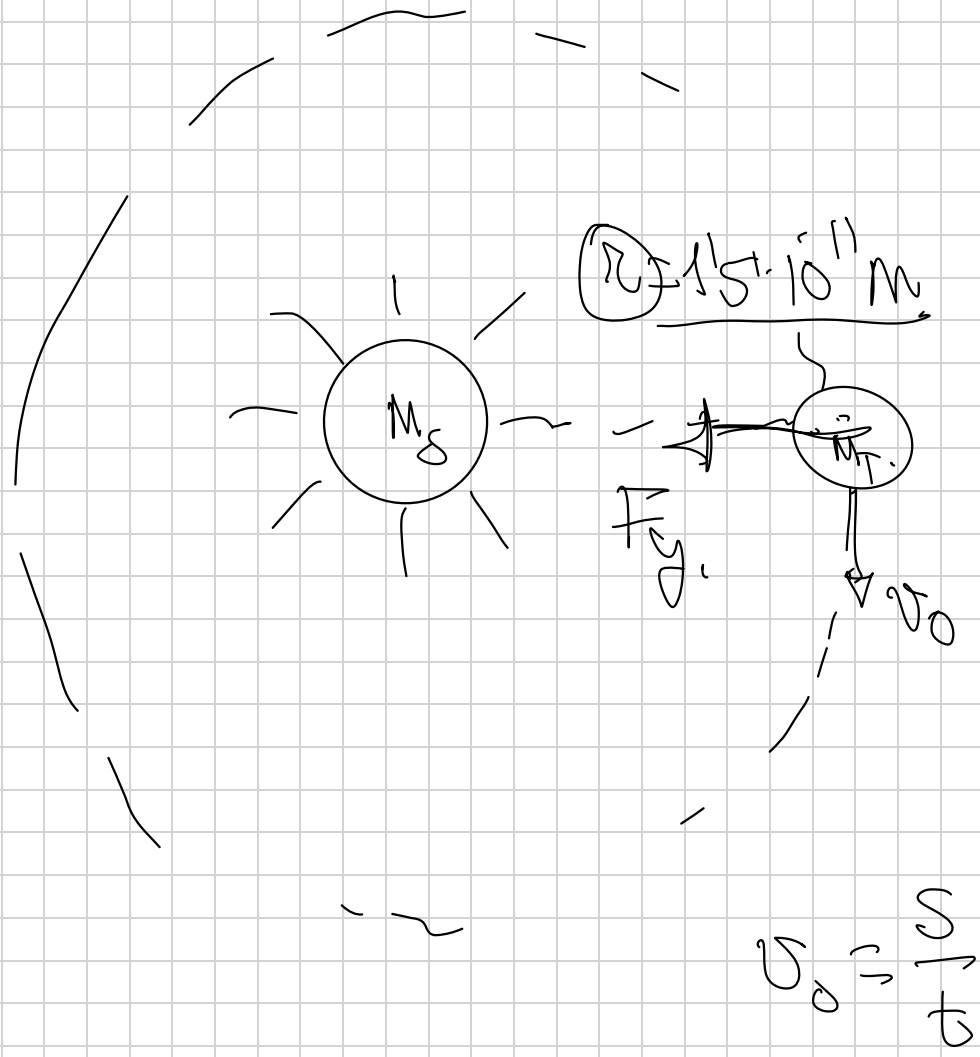
b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad?

c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

180 (09-E) Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m.
a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.
b) Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$$




Cond de orbitación:

$F_g = F_n$

$$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

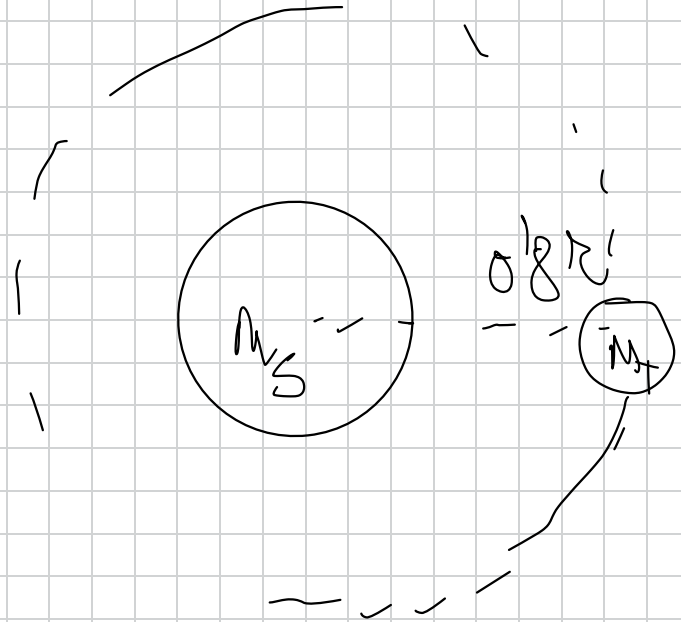
$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_S}{r}}$$

$$v_0 = \frac{S}{t} \Rightarrow v_0 = \frac{2\pi r}{T} = 29860{,}72\ \frac{m}{s}$$

$T = 365\ \text{dni} \cdot \frac{24 \cdot 60 \cdot 60\ s}{1\ \text{dzień}} =$

$v_0 = \sqrt{G \frac{M_S}{r}} \Rightarrow v_0^2 = G \frac{M_S}{r}$

$M_S = \frac{v_0^2 \cdot r}{G} = 2 \cdot 10^{30}\ kg$




$v_0 = \sqrt{G \frac{M_S}{r}}$

$v_0' = \sqrt{G \frac{M_S}{0{,}8r}}$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \frac{\sqrt{G\frac{M_S}{0{,}8r}}}{\sqrt{G\frac{M_S}{r}}}$$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \sqrt{\frac{1}{0{,}8}}$$

$$\boxed{v_0' = \frac{v_0}{\sqrt{0{,}8}}} \quad \text{m/s}$$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v_0}$$

$$T' = \frac{2\pi \cdot 0{,}8r}{v_0/\sqrt{0{,}8}}$$

Otra forma de hacerlo.

## Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3.$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G M_S}}$$

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 (0{,}8\, r)^3}{G \cdot M_S}}$$

$T' < T$

$$T = \sqrt{\frac{m^3}{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot kg}} = \sqrt{\frac{m}{N\ kg^{-1}}} = s$$

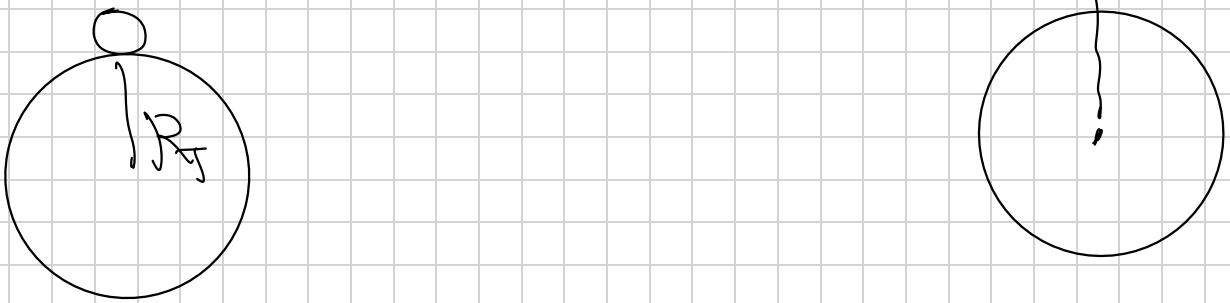
$F = m \cdot a$

$N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$

$$\sqrt{\frac{m}{kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot kg^{-1}}} = \sqrt{s^2} = s.$$

176 Orbita circulara de raza $3R_J$

de altura ~~fata de suprafata~~ fata de $3R_J$.




$$P = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

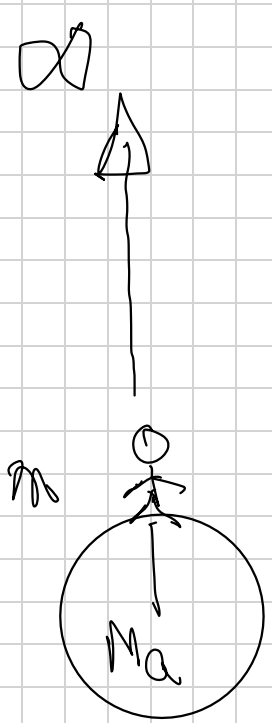
**32.-** Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de 2,2 $g \cdot cm^{-3}$.

a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?

b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad?

c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$




$E_{P\infty} = 0$

$E_{Pa} = -G \dfrac{M_a \cdot m}{R_a}$

$E_{C\infty} = 0$

$E_{Ca} = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2$

$R_a = \dfrac{2{,}4\,Km}{2} = 1{,}2\,Km = 1{,}2 \cdot 10^3\,m$

$\rho = 2{,}2\ \dfrac{g}{cm^3} \cdot \dfrac{1\,Kg}{10^3\,g} \cdot \dfrac{10^6\,cm^3}{1\,m^3} =$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{kg}{m^3} \text{ en SI} \Rightarrow \rho = 2{,}2 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

Principio de conservación de la energía.

$$E_{m_a} = E_{m_s}$$

$$-G\frac{M_a \cdot m}{R_a} + \frac{1}{2} m v_e^2 = \cancel{E_{p_s}}^{\,0} + \cancel{E_{c_s}}^{\,0}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_e^2 = G \cdot \frac{M_a \cdot \cancel{m}}{R_a}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_a}{R_a}}$$

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a} \Rightarrow \rho_a = \frac{M_a}{\frac{4}{3}\pi R_a^3} \Rightarrow M_a = \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3 .$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3}{R_a}} = \sqrt{2G\rho_a \frac{4}{3}\pi R_a^2} .$$

$$= \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2'2 \cdot 10^3 \frac{4}{3}\pi (1'2 \cdot 10^3)^2} = \boxed{11'33 \frac{M}{S}}$$

b) Velocidad de escape o velocidad mínima de escape.

c) $v_e = \sqrt{2 G \rho_a \frac{4}{3} \pi R_a^2}$

↓

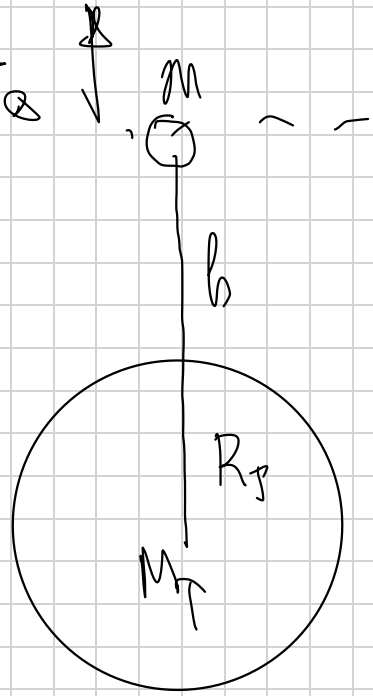
La $v_e$ es independiente de la masa del astronauta, no le será mas fácil ni mas difícil salir de él.

**35.-** Un satélite se encuentra orbitando en torno a la Tierra. Determine una relación entre su velocidad de escape desde ese punto y su velocidad de orbitación en torno a la Tierra.

0J $\quad \infty \longrightarrow$ 0J $\quad E_{P\infty} = 0$ , $\quad E_{C\infty} = 0$

-30J $\quad v_e$ ↓ m $\quad E_{P_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$ / $\quad E_{C_h} = \frac{1}{2} m \cdot [v_e^2]$

-100J




Conservación de la $E_M$ .

$$E_{P_h} + E_{C_h} = E_{P\infty} + E_{C\infty},$$

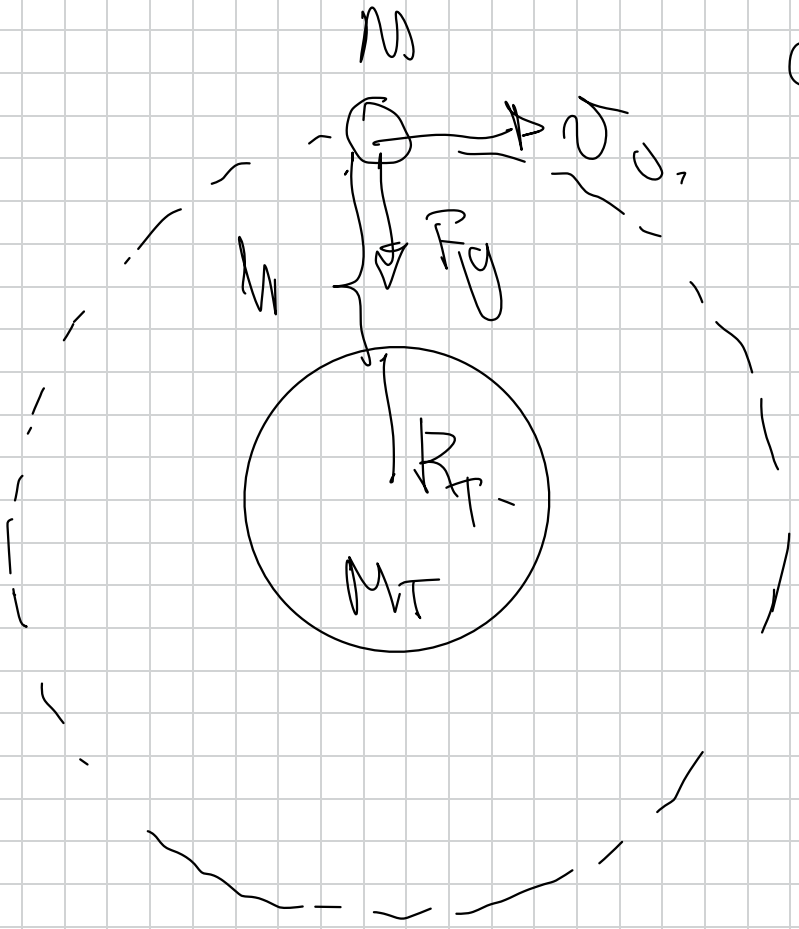
$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0,$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{(R_T + h)}}$$

Hemos deducido la velocidad de escape desde el punto en donde se encuentra el satélite. Como se ve, no es igual que la velocidad de escape desde la superficie terrestre, es menor.

Para deducir la velocidad orbital del satélite, no vamos en este caso la conservación de la Em, sino la condición de orbitación (fuerzas)




$$F_g = F_{\uparrow}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = m \cdot \frac{v_{orb}^2}{(R_T + h)}$$

$$\boxed{v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)}}}$$

Para hallar la relación entre la velocidad orbital y la velocidad de escape divido ambas expresiones

$$\frac{v_e}{v_o} = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{(R_T+h)}}}{\sqrt{\frac{GM}{(R_T+h)}}}$$

$$\frac{v_e}{v_o} = \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{2}\, v_o}$$

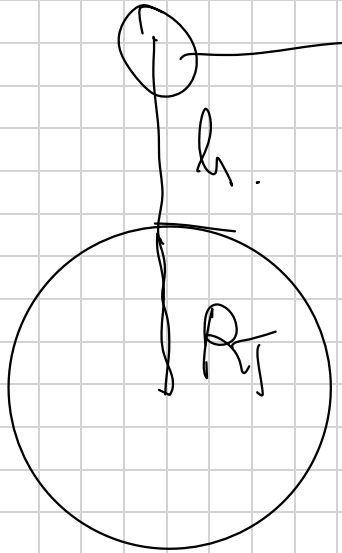
# Pag 14 $E_m$ orbital de un satélite.

$E_m = E_{p\,orbita} + E_{c\,orbital}$

$E_p$

$E_c$

$-G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$ / $\frac{1}{2} m v_0^2$




Para que orbite, su velocidad orbital ha de tener ese valor

$$\boxed{v_0} = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}}$$

$$E_m = E_{p_0} + E_{c_0} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}}\right)^2$$

$$E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} M \cdot G \frac{M_T}{(R_T + h)}$$

$$E_M = -G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$$

$$E_M = G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \left( -1 + \frac{1}{2} \right).$$

$$E_M = G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \left( -\frac{1}{2} \right)$$

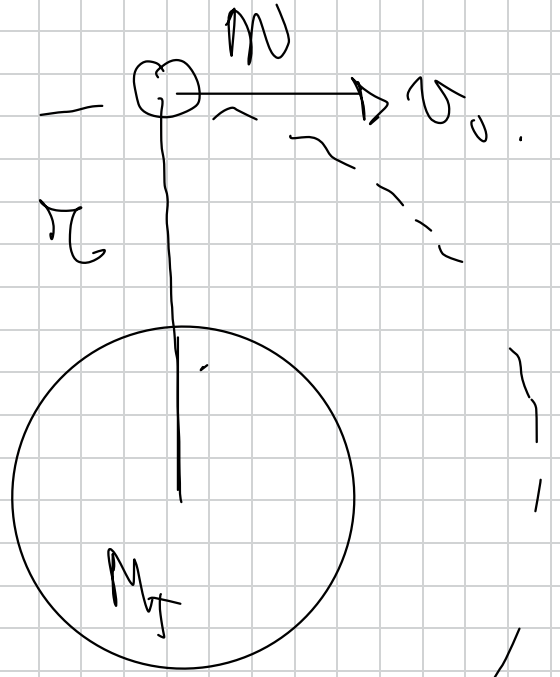
$$E_M = -G \frac{M_T \cdot M}{2 (R_T + h)}.$$

El significado físico del signo negativo en la $E_m$ es que el cuerpo permanece ligado al campo gravitatorio terrestre.

Pag 14.

## 2:- Energia mecânica orbital de um satélite: (orbitando)

$r \Rightarrow$ raio da órbita (distância centro-centro)




Cond. de orbitação:

$$F_G = F_n$$

$$E_M = E_p + E_c$$

$$E_M = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{r} + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$E_M = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{r} + \frac{1}{2}m\left(\sqrt{G\cdot\frac{M_T}{r}}\right)^2$$

$$v_0 = \sqrt{G\cdot\frac{M_T}{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

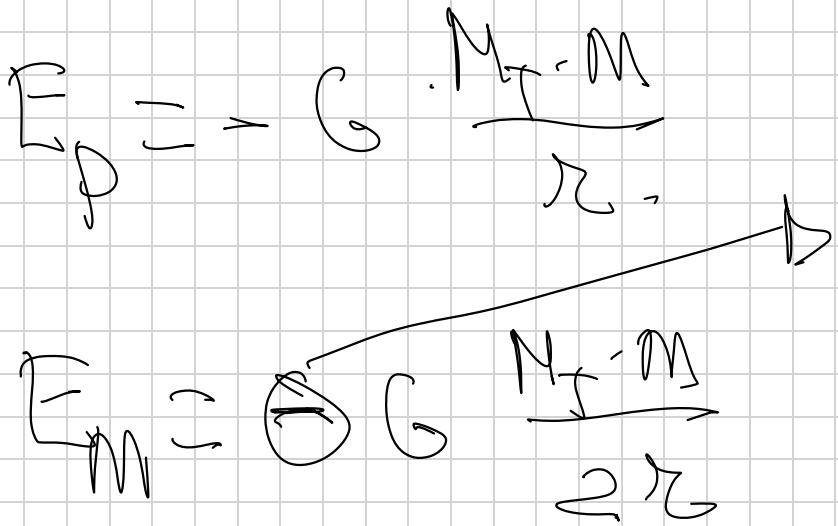
$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m G \frac{M_T}{r}$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_m = G \frac{M_T \cdot m}{r} \left( -1 + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} \left( \frac{1}{2} \right)$$

$$\boxed{E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{2r}} \quad (\text{J en SI})$$




El significado físico del signo negativo en la $E_m$ es que el cuerpo permanece ligado al campo gravitatorio terrestre.

**38.-** Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario o energía cinética que habrá que suministrarle.

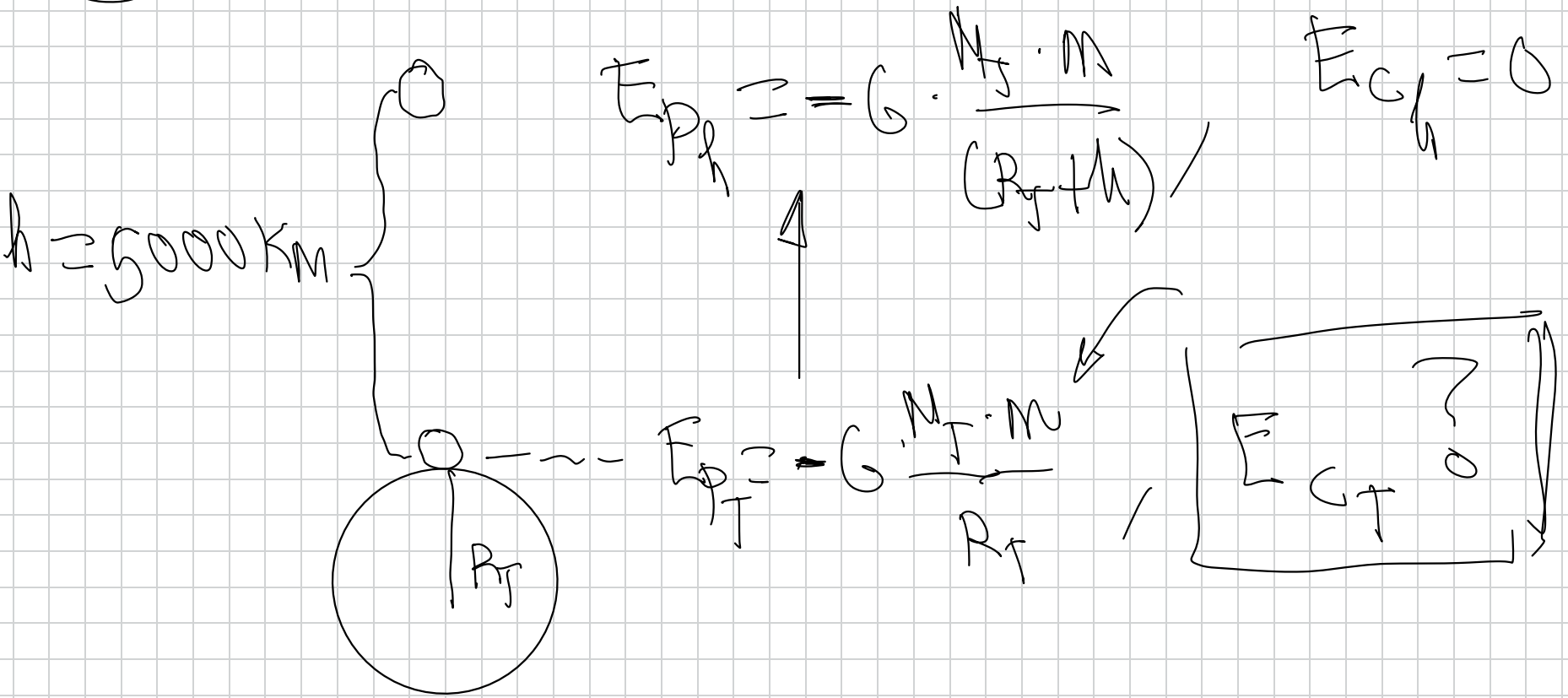
b) Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?

c) Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando

d) ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

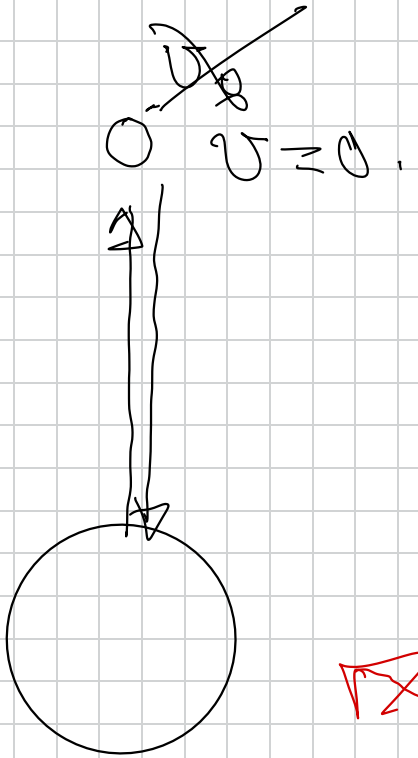
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

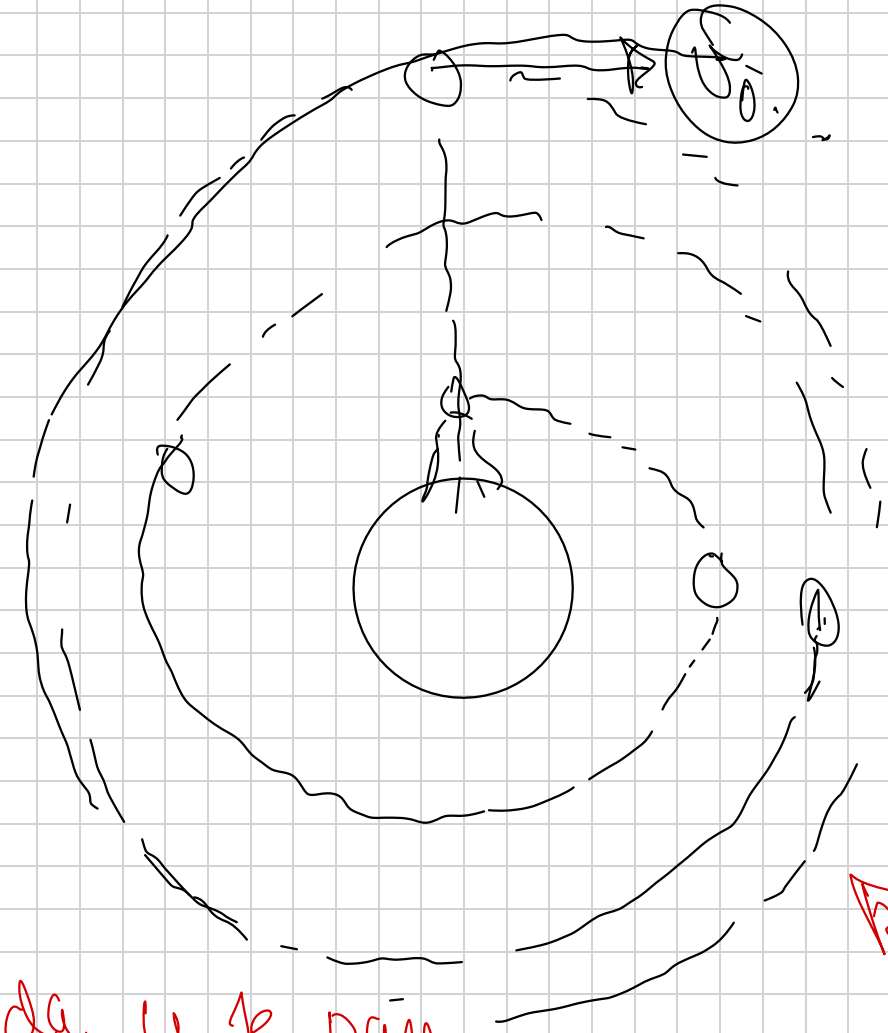
38




Para elevar un cuerpo, se incrementa su $E_p$ tal y como se ve en la expresión, sin embargo, la $E_c = \frac{1}{2} m v_T^2$ disminuye hasta hacerse nula en la altura máxima, en donde toda la $E_c$ pasó a incrementar la $E_p$ de forma que la suma de ambas ($E_m$) permanece cte.

Inciso Danida.



No es igual elevar un cuerpo a una altura, en la que basta que ascienda y se pare. que elevar un cuerpo a una altura para que orbite ya que en ese caso ha de tener una velocidad orbital

# Conservación de la $E_m$

(elevar el cuerpo)

$$E_{m_1} = E_{m_h}$$

$$E_{p_T} + E_{C_T} = E_{p_h} + E_{C_h}$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{C_T} = -G\cdot\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

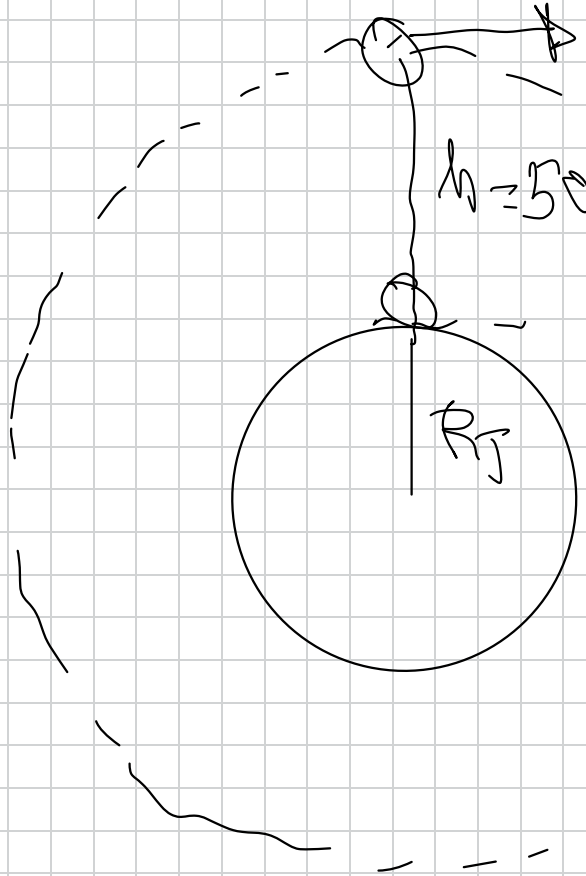
$$E_{C_T} = G\frac{M_T \cdot m}{R_T} - G\cdot\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}$$

$$E_{cT} = G \cdot M_T \cdot m \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)} \right)$$

$$E_{cT} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200 \left( \frac{1}{6{,}4 \cdot 10^6} - \frac{1}{(6{,}4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)} \right)$$

$$E_{cT} = 5{,}52 \cdot 10^9 \text{ J}$$

b)




$E_{P_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$ ; $E_{C_0} = \frac{1}{2} m v_0^2$

$E_{P_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$ ; $E_{C_T}$.

Para poner el cuerpo en órbita es necesario aportarle una $E_C$ mayor que en el apartado anterior ya que el cuerpo ha de llegar a esa altura con la velocidad orbital.

# Conservación de la $E_M$

(poner un cuerpo en órbita)

$$E_{M_f} = E_{M_h}$$

$$E_{P_f} + E_{C_f} = E_{P_h} + E_{C_h}$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{C_f} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{C_f} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}m\left(\sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}\right)^2$$

Condición de orbitación:

$$F_g = F_n$$

$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{cT} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}$$

$$-G\cdot\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{cT} = G\cdot\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}\left(-1+\frac{1}{2}\right)$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_c = -G\frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h)}$$

---

Aquí es no nos piden deducir la $E_m$

$$E_{pT} + E_{cT} = E_{ph} + E_{ch}$$

$E_m$

$E_m$ orbital de un satélite.

$$\left[ -G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + \left(E_{C_T}\right)_i = -G\cdot\frac{M_T\, m}{2(R_T+h)} \right]$$

$$E_{C_T} = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} - G\,\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)} =$$

$$E_{C_T} = G\cdot M_T\cdot m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2(R_T+h)}\right)$$

$$E_{C_T} = W = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 200\left(\frac{1}{6'4\cdot 10^6} - \frac{1}{2\cdot(6'4\cdot 10^6 + 5\cdot 10^6)}\right)$$

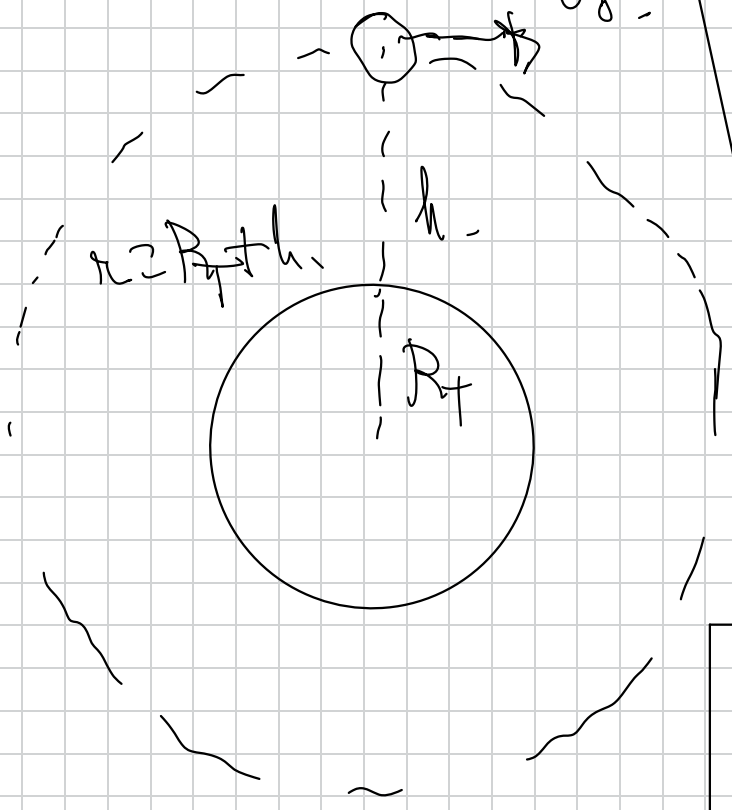
$$E_{C_T} = W = 9'04\cdot 10^9\ J$$

A esa energía se le llama también energía de satelización, que es la necesaria para poner al satélite en órbita y es mayor que la calculada en el apartado anterior en donde sólo pretendíamos dejar al cuerpo

c)

$$E_{P\text{órbita}} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \Rightarrow \text{cte}$$

ya que $r = R_T + h$ no varía (órbita circular)




$$E_{C\text{órbita}} = \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow \text{cte}$$

ya que la v orbital no cambia en módulo (aunque sí lo haga en dirección) (MCU)

$$E_m = E_p + E_c = \text{cte}$$

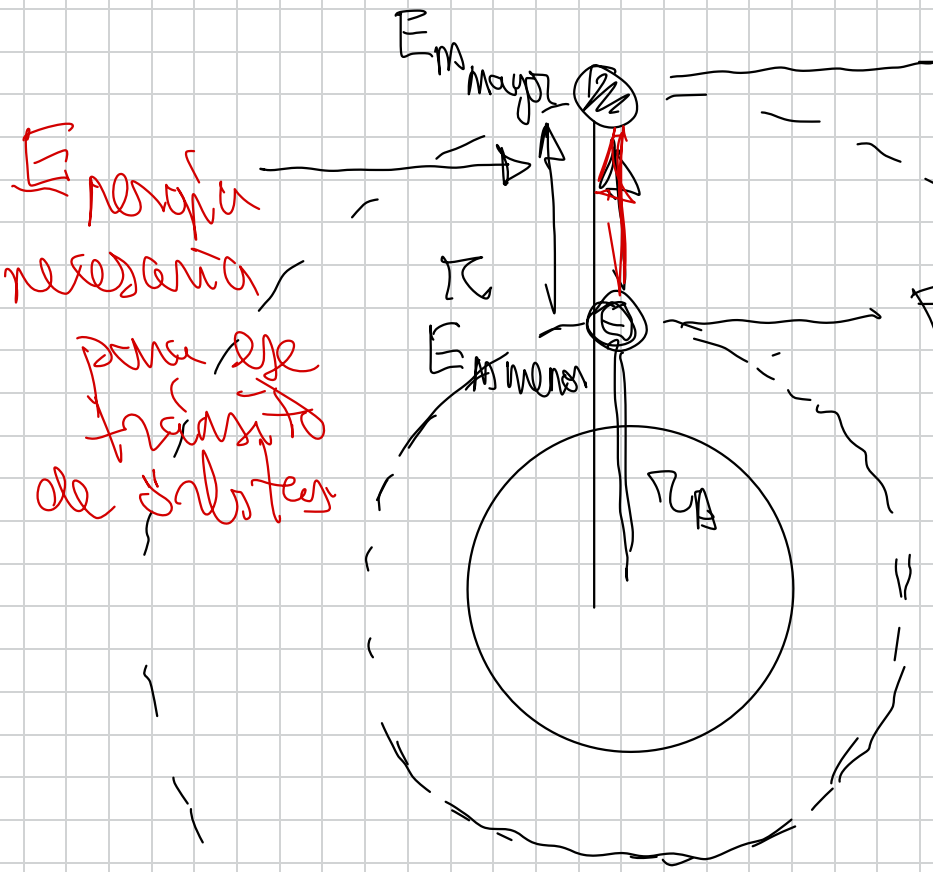
($E_p$ cte, $E_c$ cte)

Al ser la $E_p$ cte y la $E_c$ cte la $E_m$ es cte.

Bajo la exclusiva acción de la fuerza gravitatoria, la $E_m$ no varía, (la fuerza gravitatoria es conservativa)

## Cambio de órbita.

Cuando quiero transferir un satélite orbitando a otra órbita en donde siga orbitando también, la $E_m = -G\frac{M \cdot m}{2r}$ no será la misma

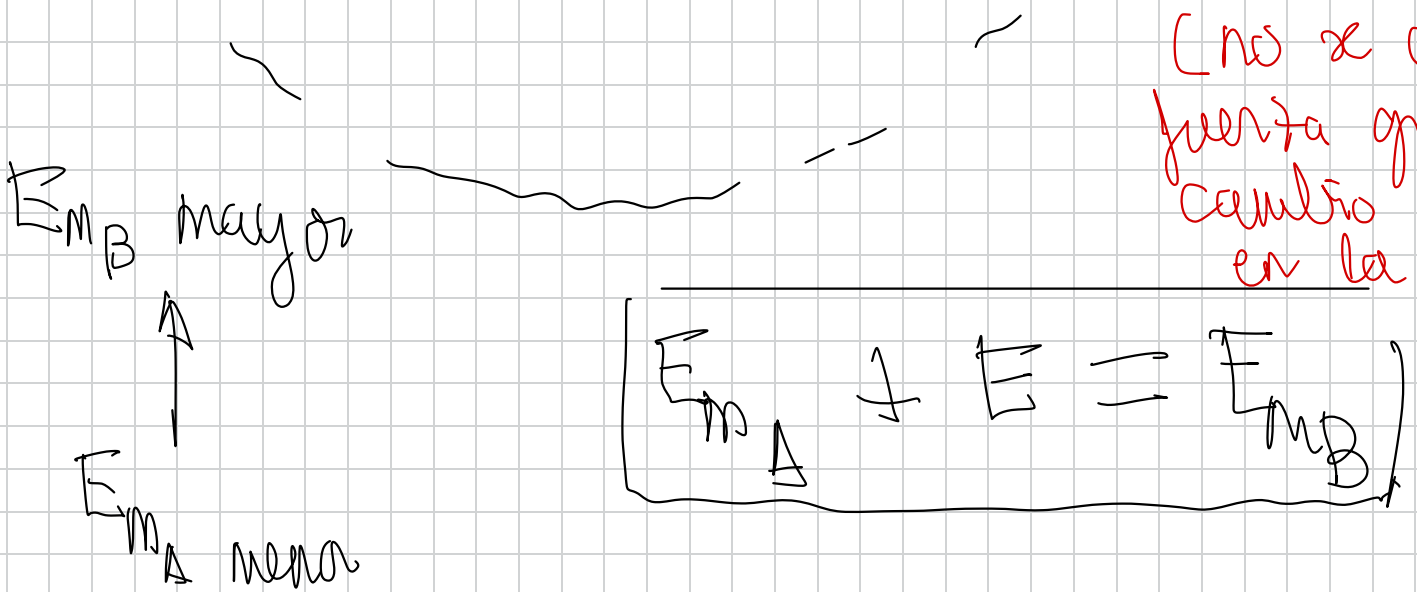



$$E_{m_B} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r_B} \uparrow \Rightarrow \text{menos negativo} \Rightarrow E_m \text{ mayor}$$

$$E_{m_A} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r_A} \downarrow \Rightarrow \text{más negativo} \Rightarrow E_m \text{ menor}$$

Energía necesaria para ese tránsito de órbitas

En el cambio de órbita hay que tener cuidado, ya que viendo las expresiones la $E_m$ no es la misma




(No se conserva la $E_m$, la fuerza gravitatoria no tiene eje central de órbita, lo mantendría en la misma)

**41.-** Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

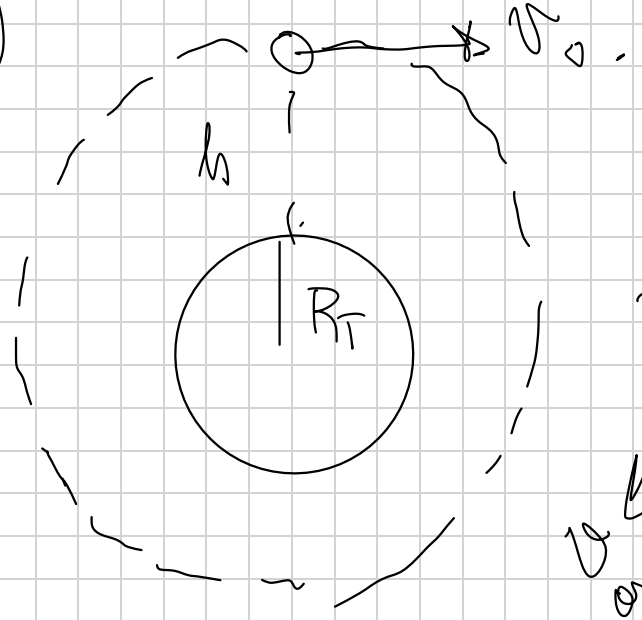
a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar. → Esuministrada

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg

c)



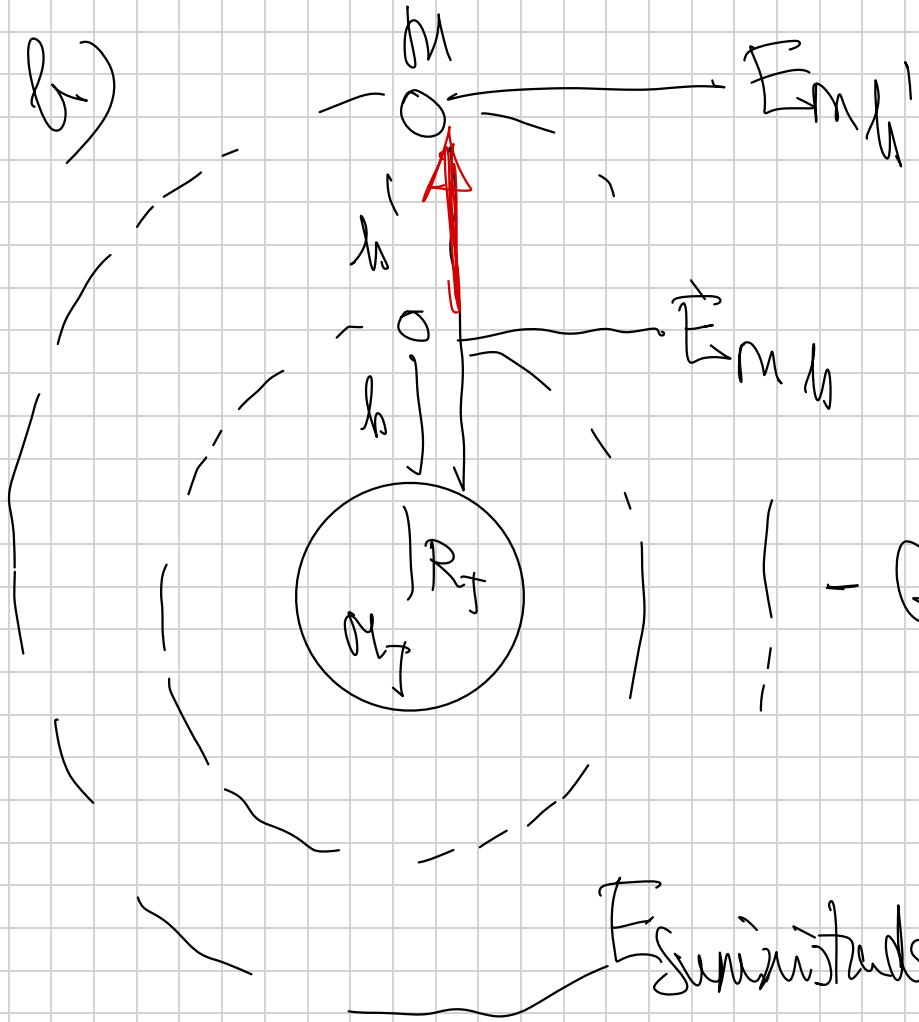

$$E_{p_h} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} = -5{,}8 \cdot 10^9 \cdot J$$

$$E_{c_0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}\right)^2 = 2{,}9 \cdot 10^9 J$$

$$v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}$$

$$E_m = E_{p_h} + E_{c_h} = -2{,}9 \cdot 10^9 \cdot J$$

b)




$$E_{m_h} + E_{suministrada} = E_{m_{h'}}$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)} + E_{suministrada} = -G\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h')}$$

$$E_{suministrada} = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)} - G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h')}$$

$$E_{suministrada} = G\cdot\frac{M_T\cdot M}{2}\left(\frac{1}{(R_T+h)} - \frac{1}{(R_T+h')}\right)$$

$$E_{suministrada} = 473.708\ J.$$

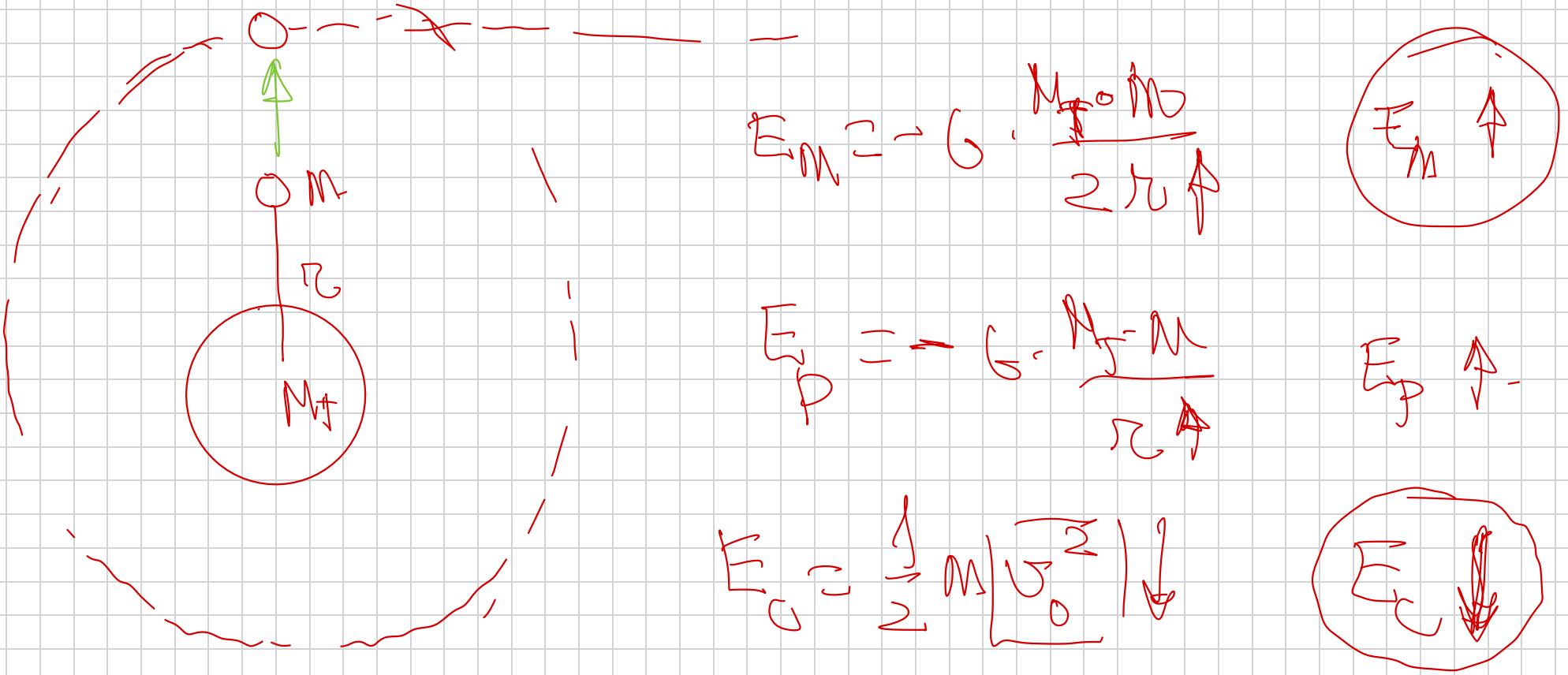
**41.-** Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar.

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

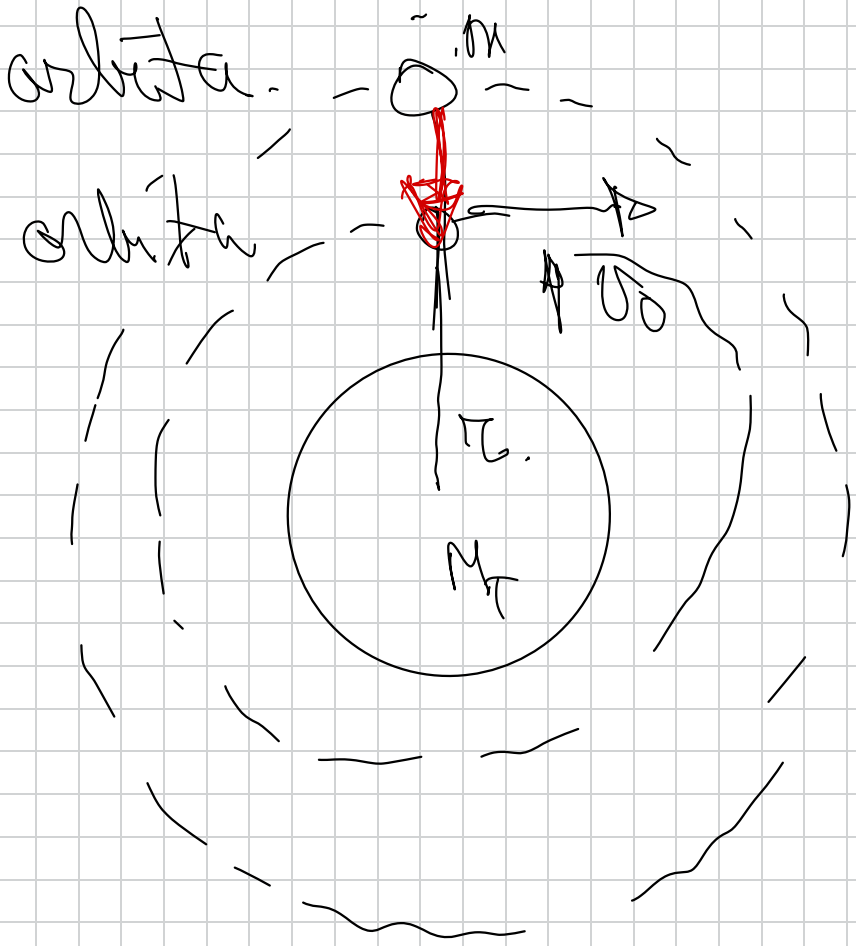
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg



$$v_o = \sqrt{G \frac{M_T}{r_{orb}}}$$

La velocidad orbital disminuye.

**40.-** Un satélite se encuentra orbitando a una altura determinada sobre la superficie terrestre. Si quisiésemos que este satélite pasase a estar orbitando a otra altura con una velocidad orbital ~~menor~~ mayor, explique si el satélite estará más cerca o más lejos de la Tierra, e indicar las variaciones que experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.

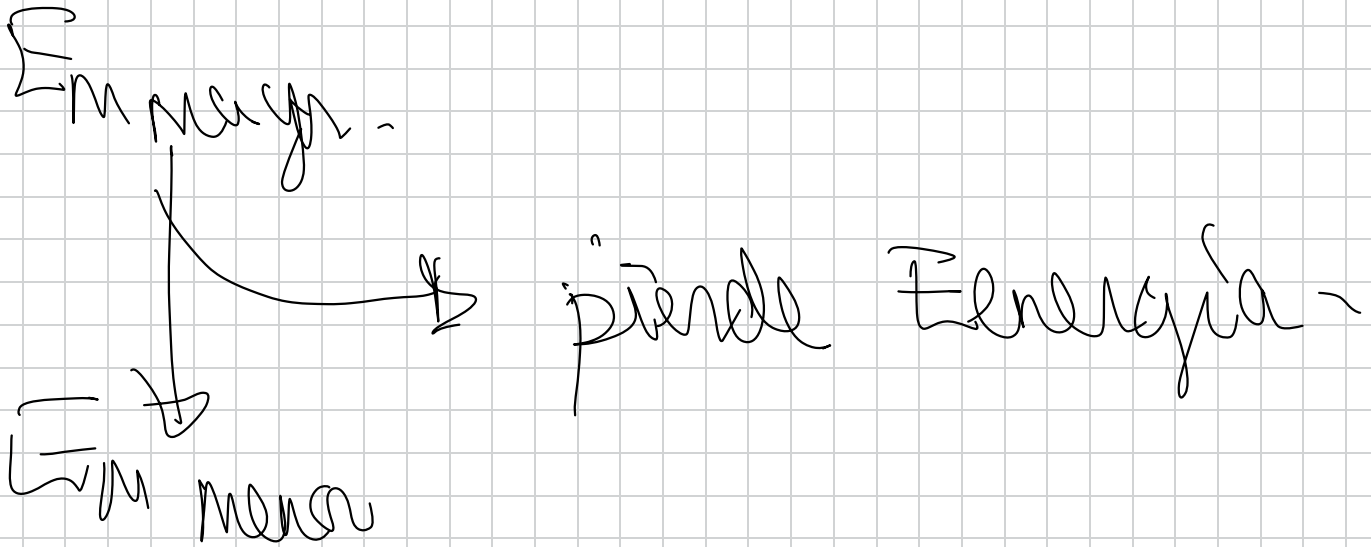



$\uparrow v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$ ↓

$E_C = \frac{1}{2} m v_0^2$ ↑ $\Rightarrow E_C$ ↑

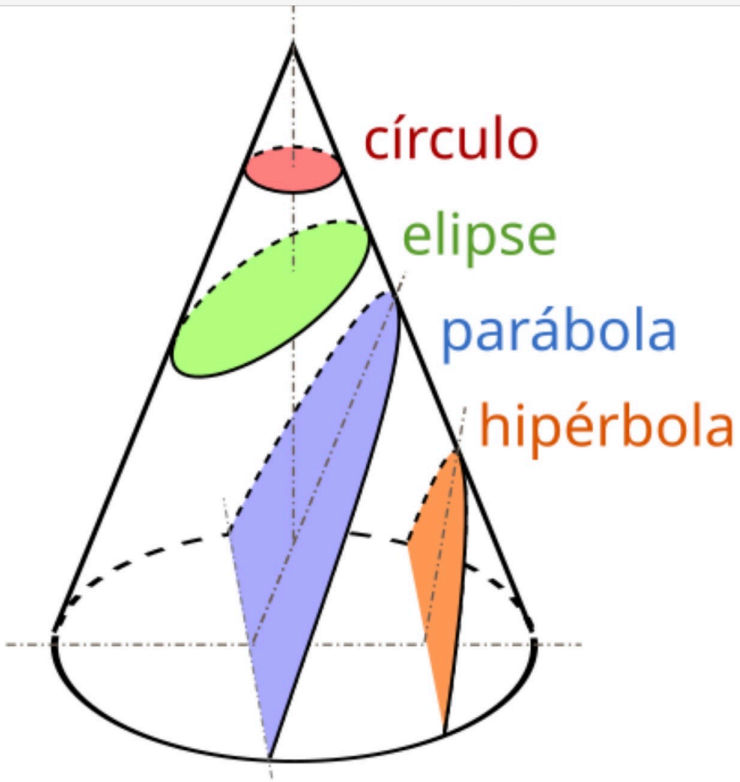
$E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{r}$ ↓ $\Rightarrow E_p$ ↓

$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{2r}$ ↓ $\Rightarrow E_m$ ↓

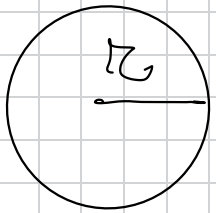



Pag 18

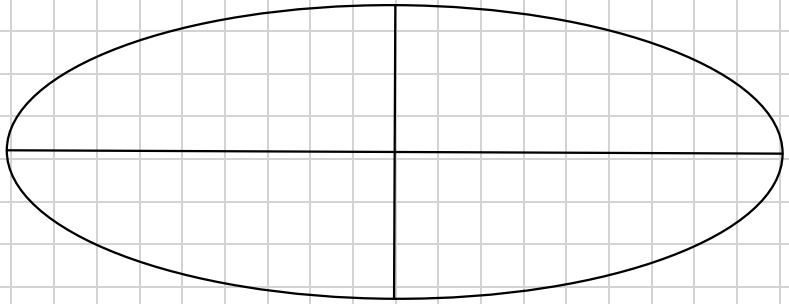
6°- Relación entre la energía y el movimiento orbital.



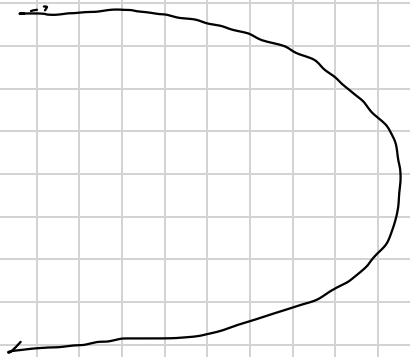

Perspectiva de las secciones cónicas



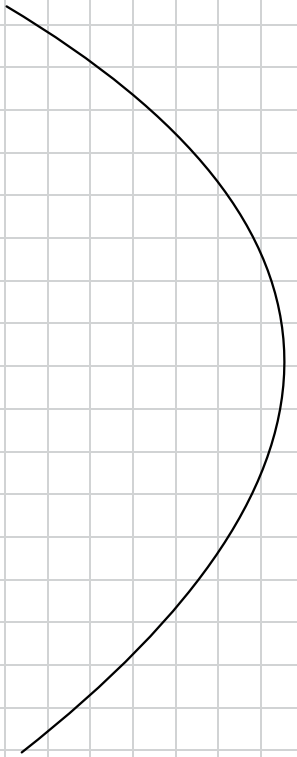
círculo



elipse



parábola



hiperbola.

$E_p = -100\,J$

$E_c = 200\,J$

$E_c > |E_p|$.

$E_c = |E_p|$

$\Rightarrow E_m = E_p + E_c > 0$.

$E_m > 0$, $E_c > |E_p|$ hipérbola.

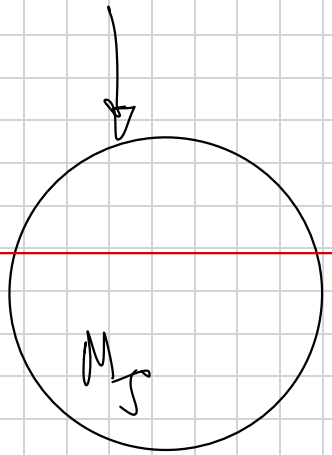
$E_m = 0$ $E_c = |E_p|$ parábola.

$E_m < 0$. $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$ elíptica.

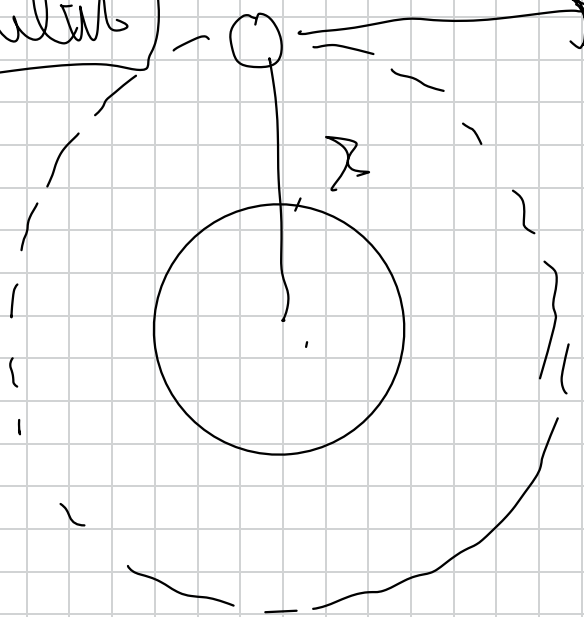
$E_m < 0$. $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$ circular.

*Demostrado en las siguientes dos páginas

$E_m < 0$. $0 < E_c < \frac{1}{2}|E_p|$ colapsa.



Orbita circulara




$$E_p = -G \frac{M_p \cdot m}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M}{r}}\right)^2$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

$$E_c = G \cdot \frac{M_p \cdot m}{2r}$$

En órbita circular vamos a $E_p$ y a $E_c$ dividiendo ambas expresiones.

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}}{-G \frac{M_T \cdot m}{r}}$$

$$\frac{E_c}{E_p} = -\frac{1}{2}$$

$$E_c = -\frac{1}{2} E_p$$

En una órbita circular se cumple esto:

$$E_c = \frac{1}{2} |E_p|$$

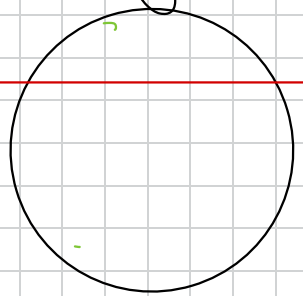
$E_M > 0$ — — — $E_C > |E_p|$ — HIPÉRBOLA

$E_M = 0$ — — — $E_C = |E_p|$ — PARÁBOLA.

$E_M < 0$ — — $\frac{1}{2}|E_p| < E_C < |E_p|$ — ELÍPSE.

$E_M < 0$ — — — $E_C = \frac{1}{2}|E_p|$ — CÍRCULO.

$E_M < 0$ — — $0 < E_C < \frac{1}{2}|E_p|$ — COLAPSA.



**47.-** La Luna es un satélite natural de la Tierra con una órbita prácticamente circular. Razone si las siguientes afirmaciones acerca de ella son verdaderas o falsas

a) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, a su energía cinética

b) La energía mecánica de la Luna es positiva

c) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, al doble de su energía cinética

d) La energía cinética de la Luna no está relacionada con su energía potencial gravitatoria

a) Falsa, porque si $E_c = |E_p| \Rightarrow E_m = 0$, la luna escaparía siguiendo una parábola.

b) $E_m > 0$ Falsa, ya que entonces la luna escaparía a la atracción

gravitatoria tiene siguiendo una hipérbola.

c) $|E_p| = 2E_c \longrightarrow E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

⇓

Verdadero, demostrado para la órbita circular.

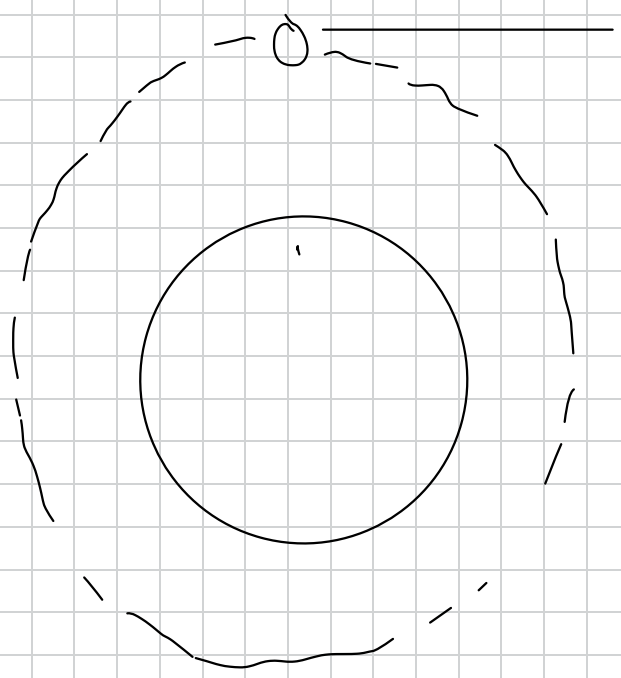
d) Falso, está alejándose el radio que toma en una órbita circular sólo puede ser

$E_c = \frac{1}{2} |E_p|$

**46.-** Un satélite artificial de masa 100 Kg orbita en torno a un planeta describiendo una órbita circular, teniendo una energía potencial gravitatoria de valor $-5 \cdot 10^8$ J.

a) Calcula la velocidad lineal a la que se desplaza

b) Si mediante un propulsor se duplica, sin cambiar la dirección, la velocidad lineal del satélite, ¿Qué tipo de órbita seguirá?




$E_p = -5 \cdot 10^8$ J

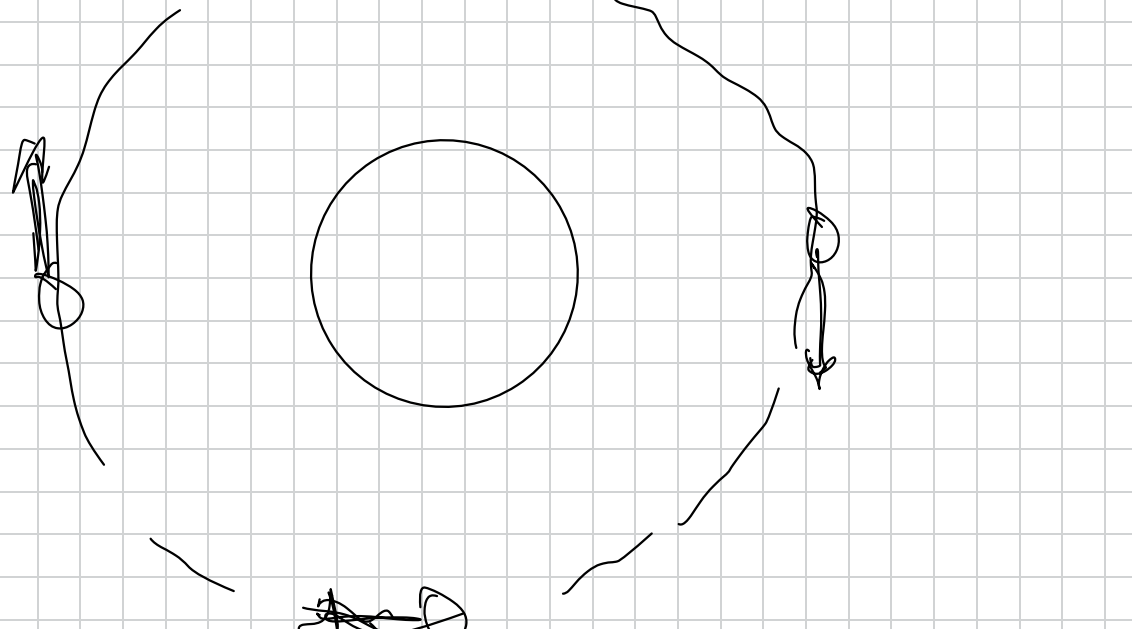
órbita circular

$E_c = \frac{1}{2} |E_p| = 25 \cdot 10^8$ J

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 10^8}{100}} = 2{,}24 \cdot 10^3 \ m/s$$

b)




$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_c' = \frac{1}{2} m \cdot (2v)^2$$

$$E_c' = \frac{1}{2} m \, 4v^2$$

$$E_c' = 4 \cdot \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$E_c' = 4 E_c$.

$E_c' = 4 \cdot 2,5 \cdot 10^8 \, J = 10^9 \, J$.

$E_p = -5 \cdot 10^8 \, J$.

$E_c' > |E_p| \Rightarrow E_M > 0 \Rightarrow$ Escapa siguiendo hipérbola.

**48.-** Un satélite orbita en torno a un planeta con una órbita circular. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones

a) Su energía mecánica es cero

b) Su energía mecánica es igual a menos su energía cinética

c) Su energía potencial es igual a menos su energía cinética partido dos

a) Falso, escaparía a la atracción del planeta.

b) Órbita circular

$$E_M = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left( \sqrt{G \frac{M}{r}} \right)^2$$

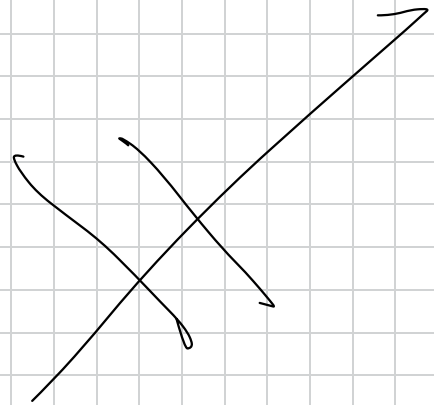
$$E_c = G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}$$

se demuestra.

$$\boxed{E_M = -E_{c_V}} \rightarrow \text{Verdadera.}$$

c)

$$E_p = -G\frac{M \cdot M}{r}$$



$$-\frac{E_c}{2} = -\frac{G\frac{M \cdot m}{2r}}{2} = -G\frac{M \cdot M}{4r}$$

$$E_p = -G\frac{M \cdot M}{r} \neq -G\frac{M \cdot M}{4r}$$