

PÁGINA WEB DONDE SE PUBLICARÁ

<https://fisicacucurella.enceuta.es>

FÍSICA 2º BACHILLERATO.

PROFESOR: JOSÉ MANUEL GARCÍA CUCURELLA.

ESTRUCTURA DEL CURSO.

1ª EVALUACIÓN

- CAMPO GRAVITATORIO, $\longleftrightarrow$

- CAMPO ELÉCTRICO, $\longrightarrow$

REC.

6

~~5~~

8

2ª EVALUACIÓN

- ELECTROMAGNETISMO

- ONDAS

3

5

4

REC

7

3ª EVALUACIÓN

- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

FÍSICA CUÁNTICA, FÍSICA NUCLEAR

9

REC

- ÓPTICA, MECÁNICA

1

5

FINAL — SUBIR NOTA.

OLIMPIADA DE FÍSICA = 10/5 p en
alguna de las partes de la 2ª
evaluación.

Material $\Rightarrow$ libro de la 1ª evaluación
(copistería)

Calculadora $\Rightarrow$ la misma que en
matemáticas.

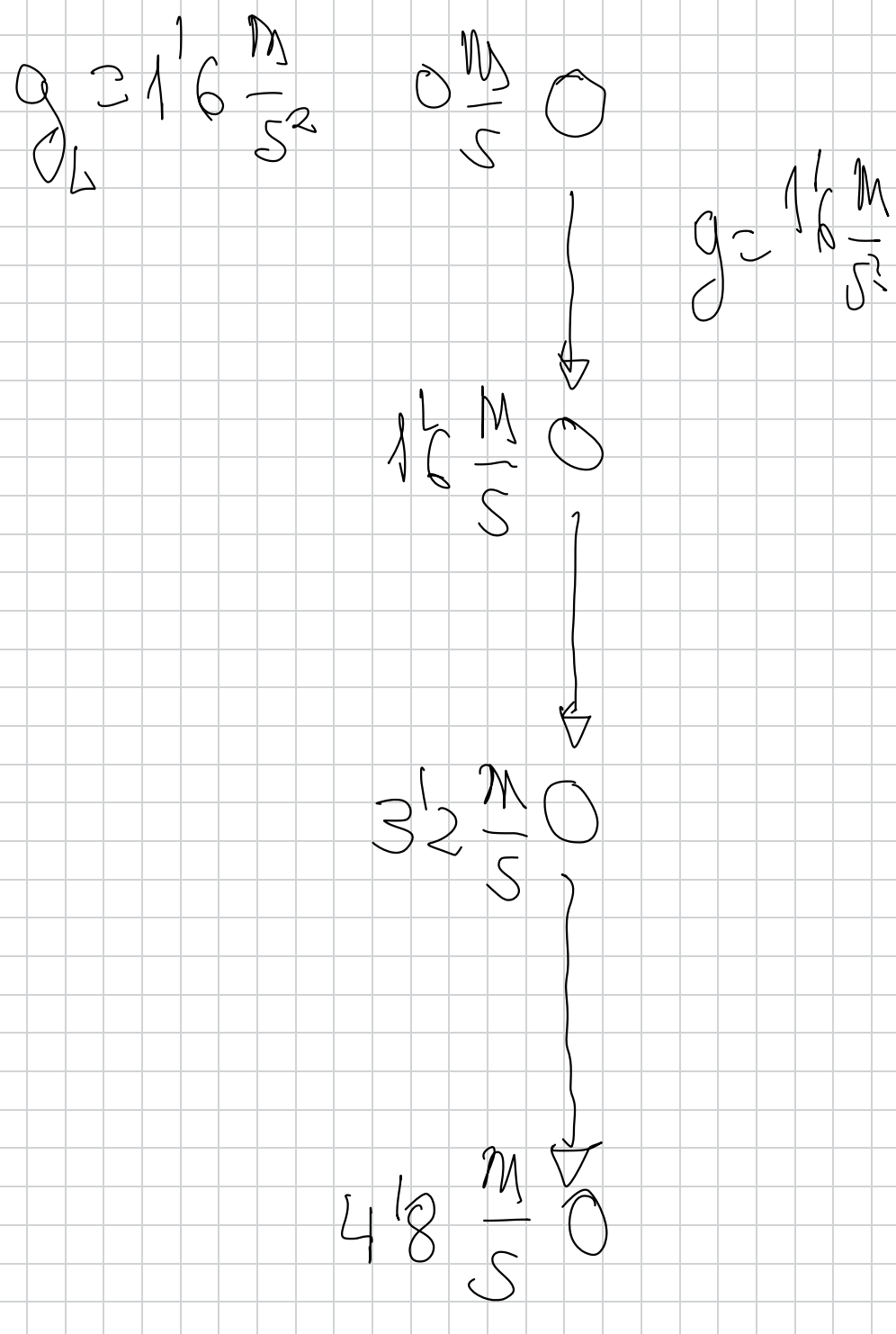
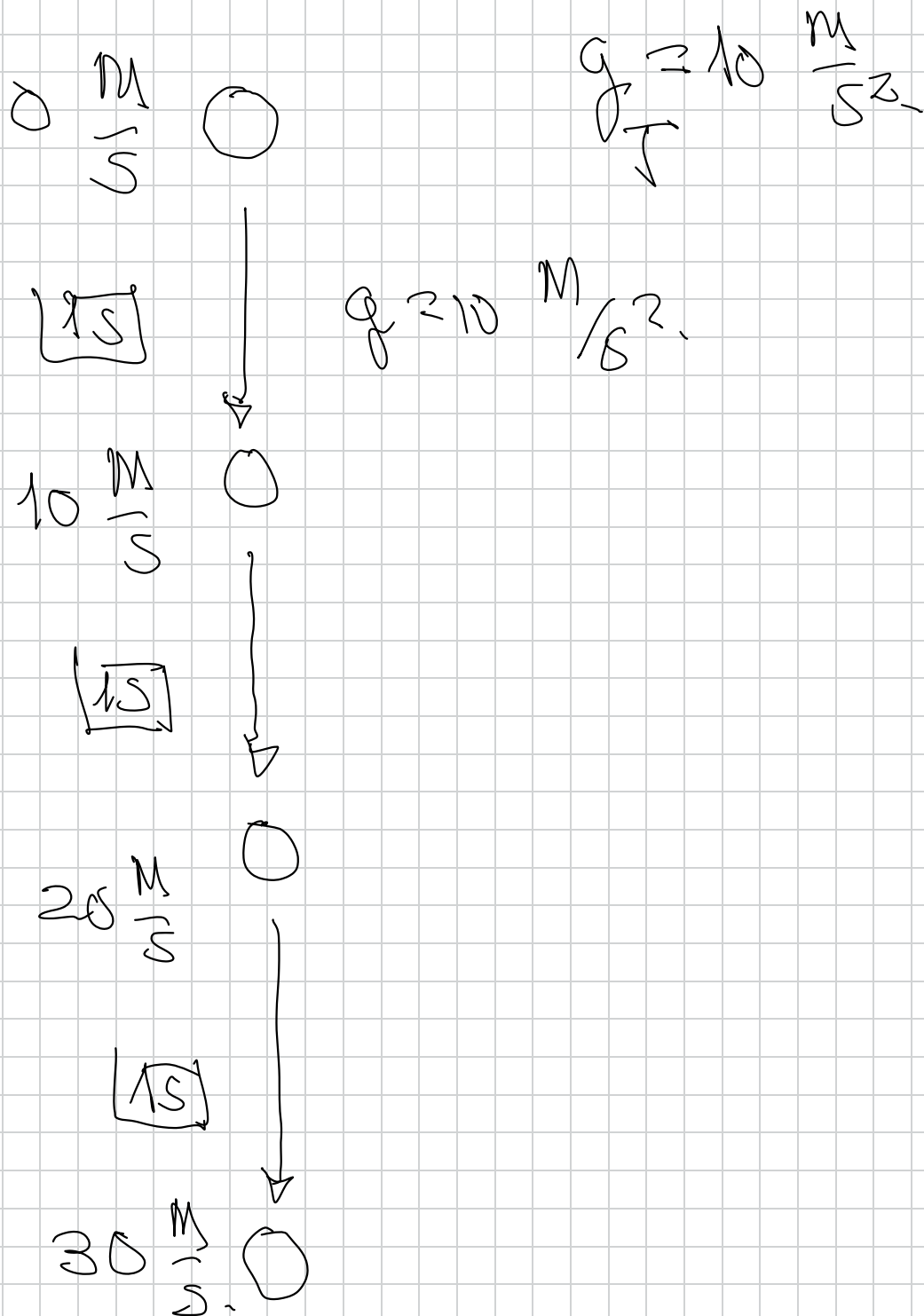
TEMA 1

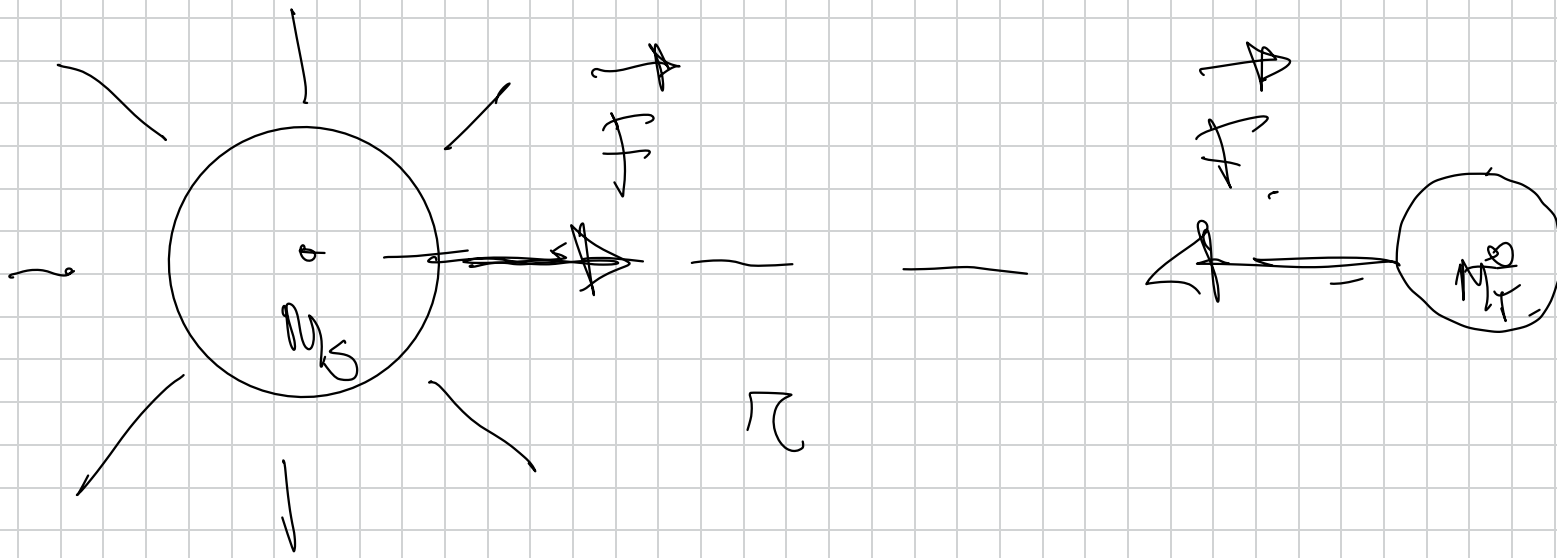
CAMPO GRAVITATORIO

1.- Fuerzas por contacto y a distancia.

2^a ley de Newton $\Rightarrow F = m \cdot a$

$$\begin{array}{c} \Downarrow \\ \boxed{N} \end{array} = \begin{array}{c} \Downarrow \\ \boxed{kg} \end{array} \cdot \begin{array}{c} \Downarrow \\ \boxed{\frac{m}{s^2}} \end{array}$$





Ley de la Gravitación Universal

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$\nearrow$ k_g $\nearrow$ k_g
 $M \cdot m$
 $\nwarrow$ M^2

Los cuerpos cualquiera del universo se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto

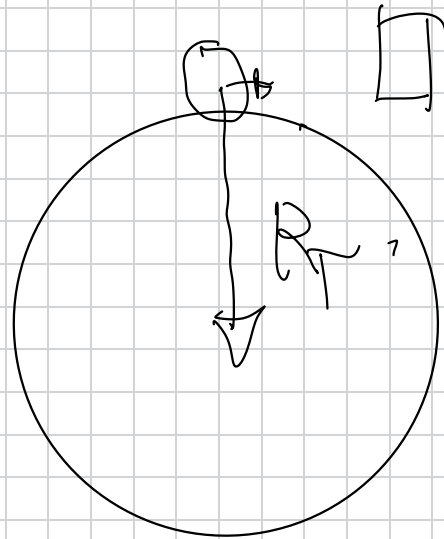
de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia centro a centro que las separa

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 \text{kg}^{-2}$$

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$G = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} = \text{N} \cdot \text{m}^2 \text{kg}^{-2}$$



$$F = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{50 \text{ kg} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \approx 500 \text{ N.}$$

TIERRA

$$F = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{50 \text{ kg} \cdot 20 \text{ kg}}{(2 \text{ m})^2} = \underline{3.33 \cdot 10^{-6} \text{ N}}$$

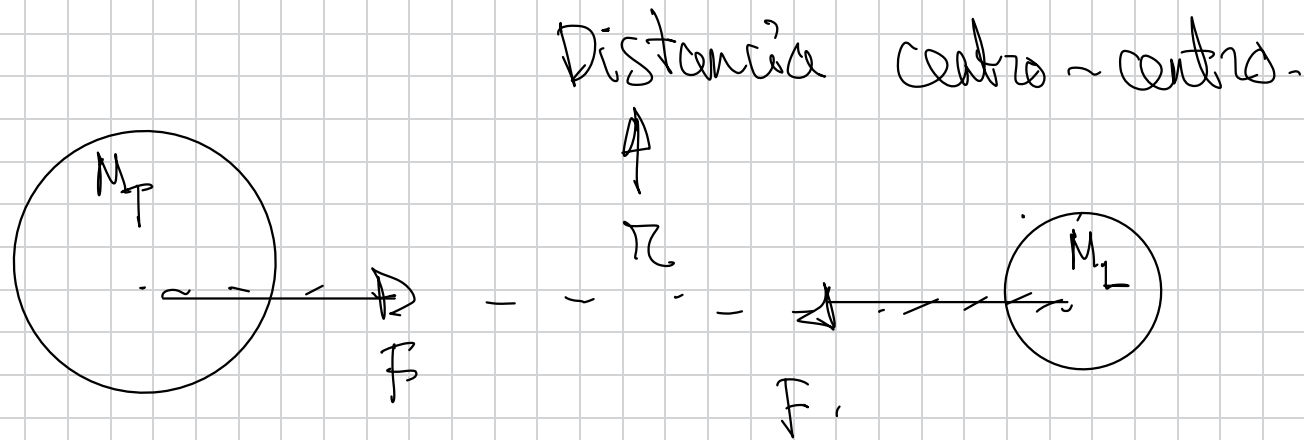
~~Pizzeria~~

$$P = m \cdot g = 50 \cdot \text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \underline{500 \text{ N}}$$

pag 25 del libro. Enunciados.

1.- La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa de la Luna es de $7,2 \cdot 10^{22}$ Kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es de $1,9 \cdot 10^{20}$ N, ¿Cuál será la distancia entre sus centros?
. $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$ $\longleftrightarrow$ Unidades SI

1º Dibujo de la situación.



2º Aplico ley de la Gravitación Universal.

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2}$$

3º Despejo distancia entre sus centros

$$F \cdot r^2 = G \cdot M_T \cdot M_L$$

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 7.2 \cdot 10^{22} \text{ kg}}{1.9 \cdot 10^{20} \text{ N}}}$$

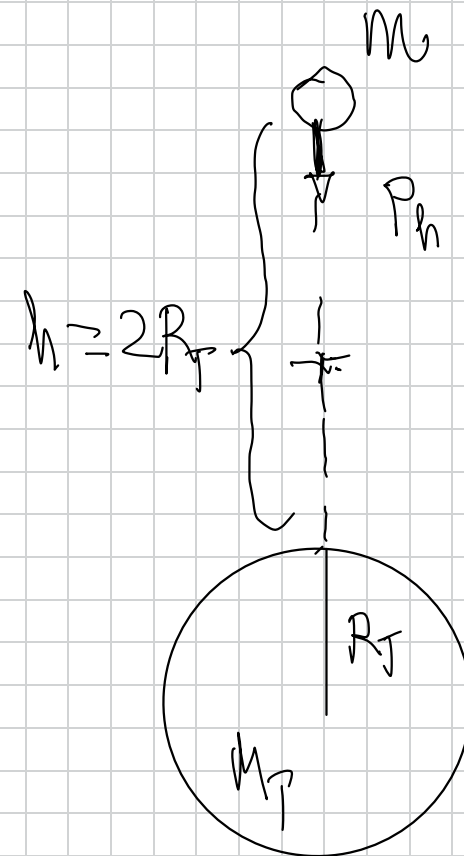
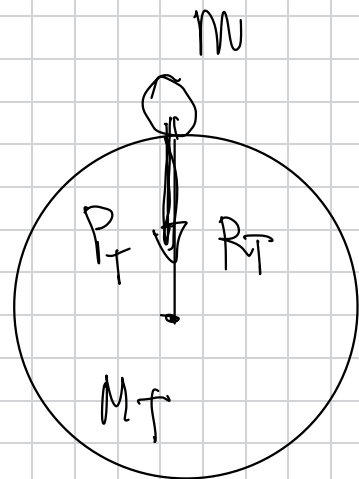
Todo en unidades S.I.

$$r = 3.9 \cdot 10^8 \text{ m}$$

2.- ¿A cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se eleva desde el nivel del mar a una altura igual al doble del radio terrestre?

1º $\Rightarrow$ Dibujo de la situación.

$$r \approx R_T$$



¡OJO!
distancia
centro-centro.

$$r = R_T + h$$

$$r = R_T + h$$

$$r = R_T + 2R_T$$

$$r = 3R_T -$$

2º paso :
escribo las
expresiones
en ambos
casos

$$F_T = P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$F_h = P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + 2R_T)^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(3R_T)^2}$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$\longleftrightarrow P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{\textcircled{9} R_T^2}$$

El peso disminuida a
la novena parte

El peso
sua la
novena

parte
que en
la superficie
terrestre.

3º ⇒ Relaciono ambas expresiones

cancelándolas entre sí

$$\frac{P_h}{P_T} \Rightarrow \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M} \cdot \cancel{M}}{\cancel{g R_T^3}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M} \cdot \cancel{M}}{\cancel{R_T^3}}}$$

Nodo raíz,

$$\frac{1/g}{1}$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{1}{g}$$

$$\Rightarrow \textcircled{P_h} = \frac{1}{g} P_T$$

Sea peso a era altura es
la novena parte de lo
que pesaba en la
Tierra.

Modo Sebastián -

$$\frac{P_T}{P_h} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{M}}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{M}}{9 \cancel{R_T^2}}}$$

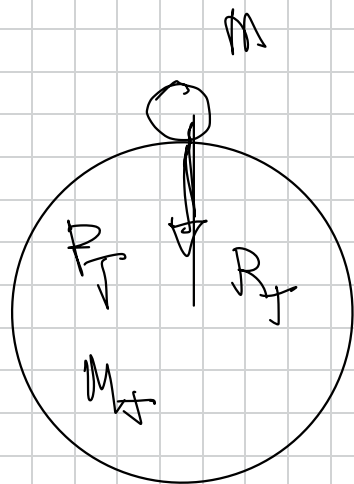
$$\frac{P_T}{P_h} = \frac{1}{\frac{1}{9}}$$

$$\frac{P_T}{P_h} = 9 \Rightarrow$$

Sea peso en la
tierra es 9 veces
mayor que el
que tenía a
esa
altura -
 $P_T = 9 P_h$

4.- El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 Km, mientras que el de Marte viene a ser de unos 3440 Km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿Cuál sería su peso en Marte?
Dato: Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.

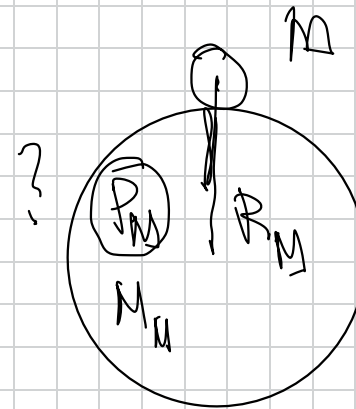
1º Dibujo de la situación -



2º Pongo otras expresiones -

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

~~$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$~~
No se puede usar,
no la dan.



?

$$P_M = G \cdot \frac{M_M \cdot m}{R_M^2}$$

$$\frac{P_M}{P_f} = \frac{\cancel{G} \cdot \cancel{M_M} \cdot \cancel{A}}{R_M^2} \cdot \frac{\cancel{G} \cdot \cancel{M_f} \cdot \cancel{A}}{R_f^2}$$

$$\frac{P_M}{P_f} = \frac{\boxed{M_M} R_f^2}{M_f \cdot R_M^2} \quad \boxed{M_M} \cdot 0.11 M_f$$

$$\frac{\textcircled{P_M}}{P_f} = \frac{0.11 \cancel{M_f} \cdot R_f^2}{M_f \cdot R_M^2}$$

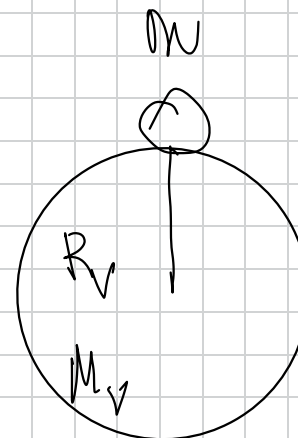
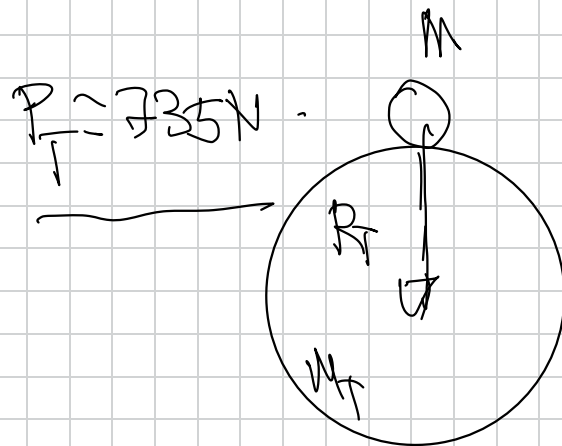
$$\textcircled{P_M} = \frac{0.11 R_f^2}{R_M^2} \cdot P_f$$

$$P_M = \frac{0.11 \cdot (6.37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{(3.44 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \cdot 200 \text{ N}.$$

$$P_M = 75.43 \text{ N}.$$

5.- Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 735 N, aterriza en el planeta Venus y al medir su peso observa que éste es de 600 N. Teniendo en cuenta que el diámetro de Venus es el mismo que el de la Tierra:

- Halla la relación que existe entre las masas de la Tierra y Venus
- Calcula la masa de Venus, sabiendo que la masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$



$$P_V = 600 \text{ N}.$$

$$\left[R_V \approx R_T \right]$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$

$$P_V = G \cdot \frac{M_V \cdot M}{R_V^2 = R_T^2}$$

$$\frac{P_T}{P_V} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot M}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{M_V \cdot M}{\cancel{R_T^2}}}$$

relación entre las
masas de los
planetas.

$$\frac{P_T}{P_V} = \frac{M_T}{M_V}$$

$$\frac{M_T}{M_V} = \frac{735}{600}$$

$$\frac{M_T}{M_V} = 1.22$$

$$M_V = \frac{1}{122} M_T$$



$$M_T = 122 M_V$$

b)

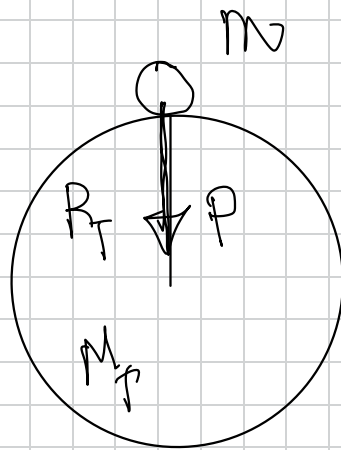
$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_T = 122 \cdot M_V \Rightarrow M_V = \frac{M_T}{122} = \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{122}$$

$$M_V = 492 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

page 2

ley de la gravitación Universal



$$P = F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$\begin{aligned} \boxed{P_T} &= \boxed{G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{R_T^2}} \\ \boxed{P_T} &= \boxed{\cancel{m} \cdot g_T} \end{aligned}$$

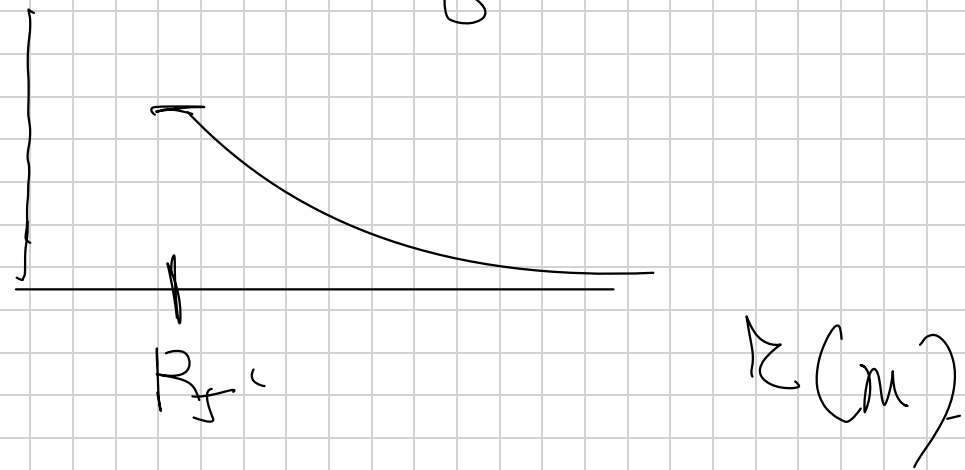
A red line connects the circled m in the first equation to the circled $\cancel{m}$ in the second equation.

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \cdot 10^6 \text{ m})^2} =$$

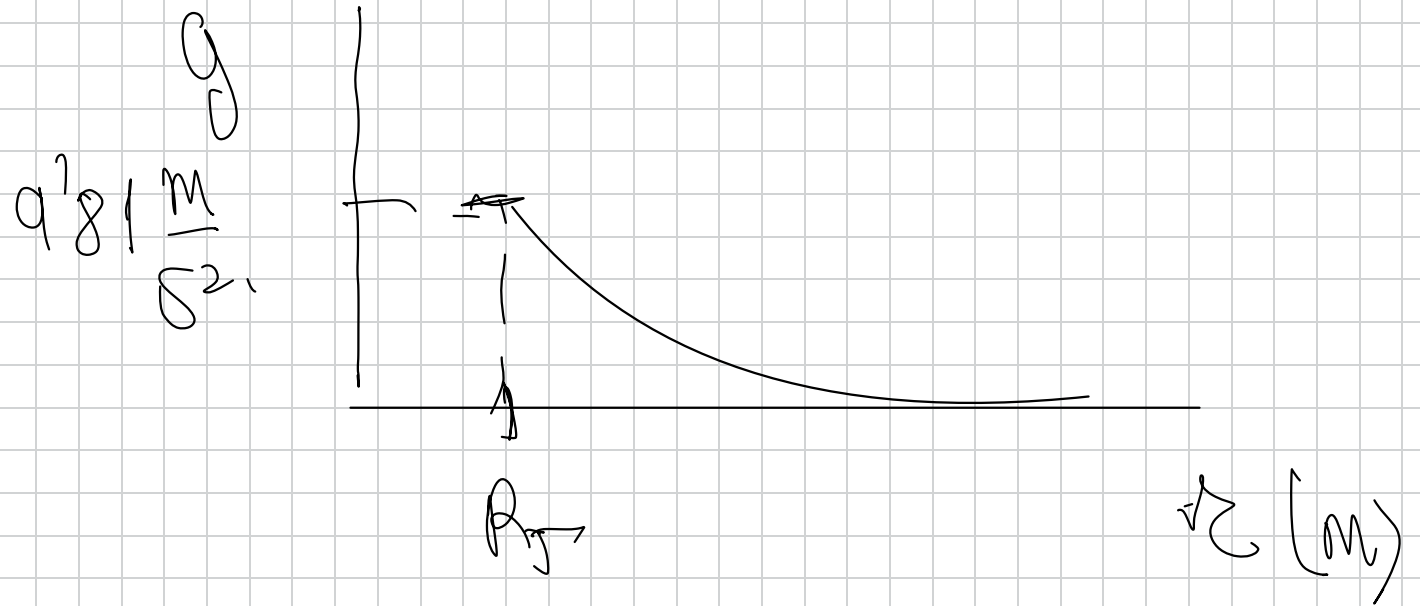
$$9.81 \cdot \underbrace{\text{N} \cdot \cancel{\text{m}^2} \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{kg}}_{\cancel{\text{m}^2}} = 9.81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} = 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$= 9.81 \frac{\cancel{\text{kg}} \cdot \text{m}}{\cancel{\text{kg}} \cdot \text{s}^2} \Rightarrow 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad \text{(N)}$$



$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$



3.- Frecuentemente se habla de que los astronautas en el espacio experimentan ausencia de gravedad. ¿Es correcta esta expresión?. Razónese.

la expresión no es correcta.

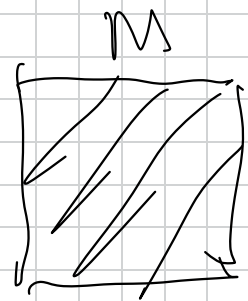
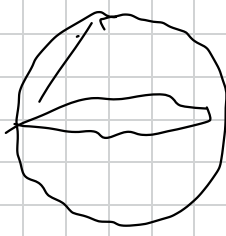
$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} \Rightarrow$$

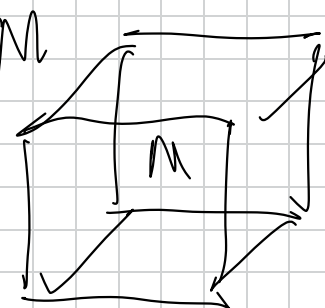
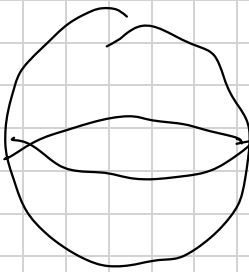
La gravedad solo sería nula en el infinito existe una gravedad menor, pero no nula

densidad, ρ

$$d \equiv \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{M}{V} \equiv \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

l ————— m  ————— $2\pi r (m)$

S  ————— m^2  ————— $\frac{4}{3}\pi r^2 (m^2)$

V  ————— m^3  $V_{\text{esfera}} \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 (m^3)$

$$\rho = \frac{M_{\text{planeta}}}{V_{\text{planeta}}} = \frac{M_{\text{planeta}}}{\frac{4}{3} \pi R_{\text{planeta}}^3}$$

Se toma como una esfera.



pag 25

6.- Calcular la densidad media de la Tierra a partir de los siguientes datos:
 $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $R_T = 6370 \text{ Km}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$

$$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3} \pi R_T^3}$$

"da el dato"

la pongo en función de los datos conocidos

$$R_T$$

$$g_T = g' \frac{M}{s^2}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

la despejo

$$M_T = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G}$$

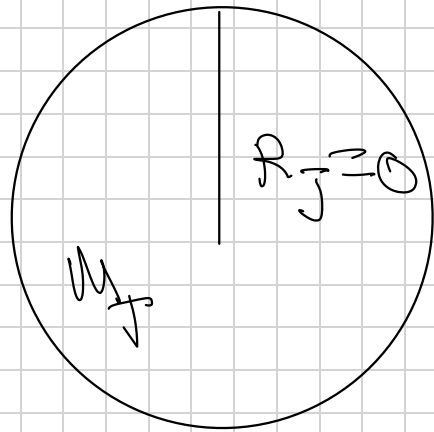
$$\rho_T = \frac{M_T}{\frac{4}{3} \pi R_T^3} = \frac{\frac{g_T \cdot R_T^2}{G}}{\frac{4}{3} \pi R_T^3} = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G \cdot \frac{4}{3} \pi R_T^3}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{g_T}{G \cdot \frac{4}{3} \pi R_T} \Rightarrow \frac{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} = \sqrt[3]{55 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \\
 &R_T = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}
 \end{aligned}$$

densidad ρ en unidades SI -

7.- Júpiter tiene una densidad media de $\rho = 1,34 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ y un radio medio $R = 0,718 \cdot 10^5 \text{ Km}$. Sabiendo que $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$.

- ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter?
- ¿Pesará un cuerpo lo mismo en Júpiter que en la Tierra?. Razónese



$$R_J = 0.718 \cdot 10^5 \text{ km} = 0.718 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$$

$$\rho_J = 1.34 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

M_J en función de los datos conocidos

$$\rho_J = \frac{M_J}{\frac{4}{3} \pi R_J^3}$$

$$M_J$$

$$M_J = \rho_J \cdot \frac{4}{3} \pi R_J^3$$

$$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2}$$

$$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = G \cdot \frac{\rho_J \cdot \frac{4}{3} \pi R_J^3}{R_J^2}$$

$$g_J = G \cdot \rho_J \frac{4}{3} \pi R_J$$

$$g_J = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.34 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 0.718 \cdot 10^8$$

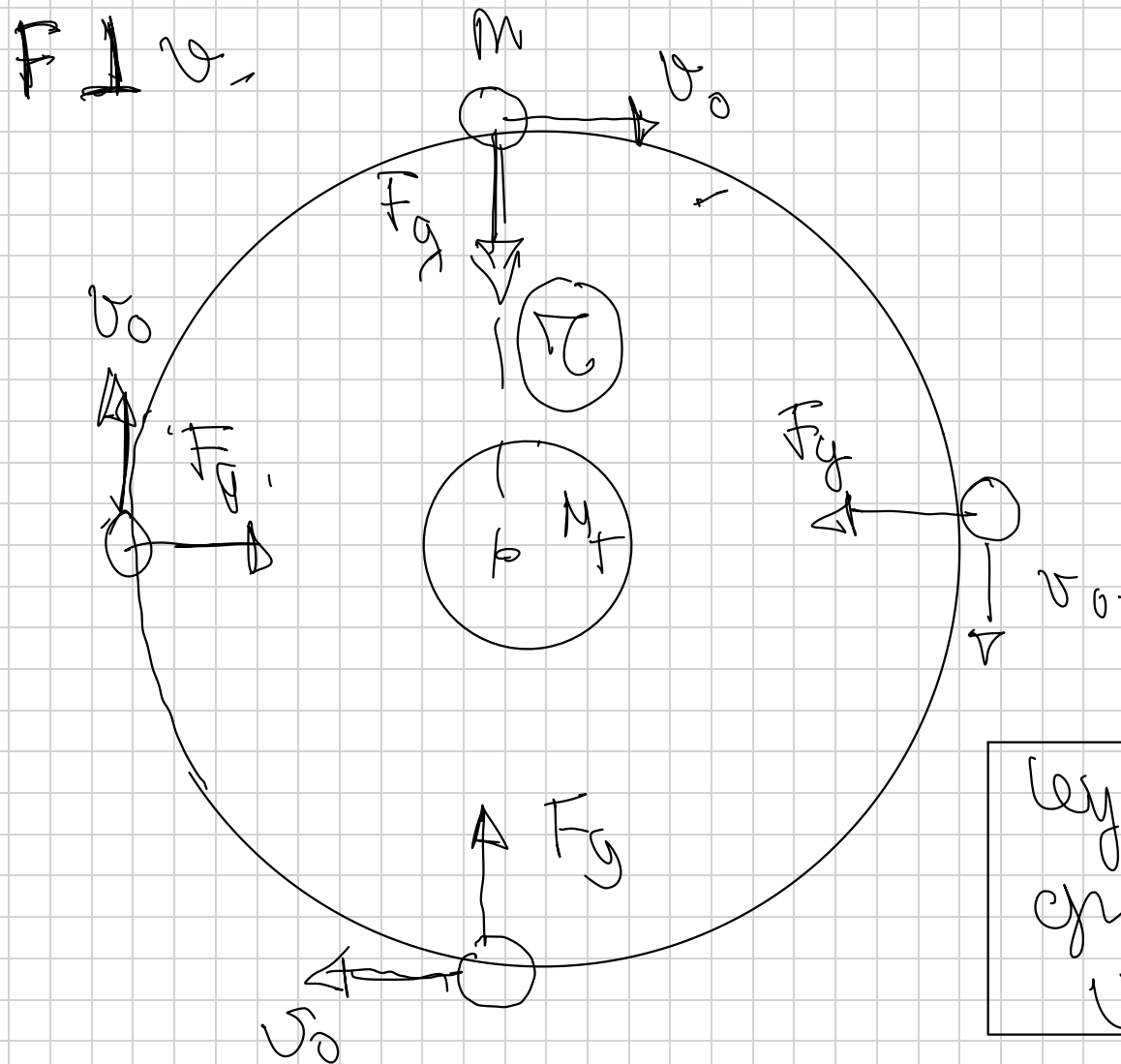
$$g_J = 26.86 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$b) \quad P_T = m \cdot g_T \quad \}$$

$$P_J = m \cdot g_J \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{g_J > g_T} \Rightarrow P_J > P_T \\ \downarrow \end{array} \right.$$

Pesará mas en Júpiter que en la Tierra al ser la gravedad en Júpiter mayor.

Libro pag 13] velocidad orbital de un satélite.



$$[M \subset U]$$

Condición de
órbitación:

$$F_g = F_{\text{normal}}$$

ley de la
gravitación
Universal

2^a ley
de Newton

MCU

aceleración normal -

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

radio de la
trayectoria

↓
distancia Centro
Centro

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r^2} = M \cdot a_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{M}}{r^2} = \cancel{M} \cdot \frac{v_o^2}{r}$$

$$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$$

$v_o \Rightarrow$ velocidad orbital $\left(\frac{m}{s} \text{ en S.I.} \right)$

pag 27.

¡OJO!

18. Un satélite describe una órbita circular de radio $2R_T$ en torno a la Tierra.

a) Determinar su velocidad orbital

b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita?

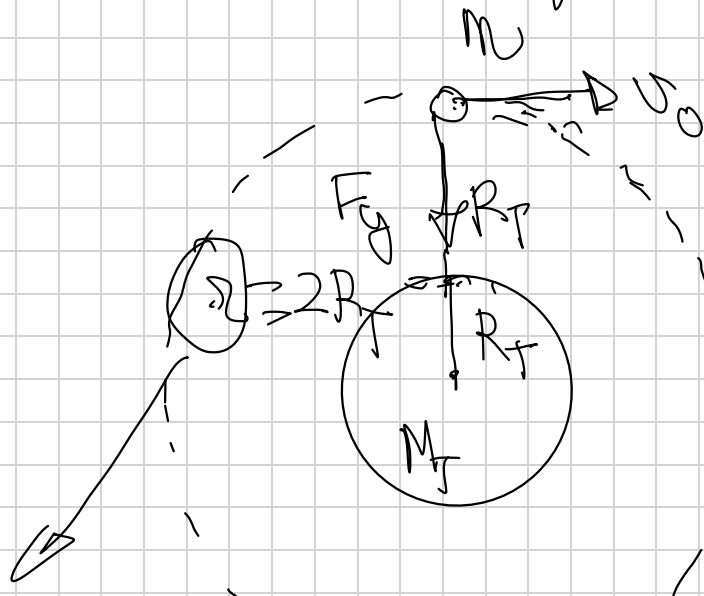
c) Explicar la fuerza que actúa sobre el satélite.

d) Si otro satélite de masa doble al anterior se encontrase orbitando a la misma altura, ¿Con qué velocidad lo haría?

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$, $R_T = 6400 \text{ Km}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$

$R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

a) Primero dibujo de la situación.



ley de la
gravitación
universal.

Condición de orbitación.

$F_g = F_n$ $\rightarrow$ 2ª ley de Newton.

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(2R_T)^2} = m \cdot a_n \quad \boxed{\text{MCU}}$$

distance
centro - Centro
es igual al
radio

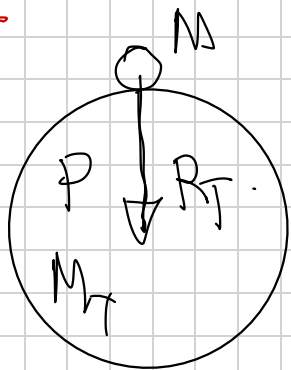
$$G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R^2} = M \cdot \frac{V_{\text{orbital}}^2}{R}$$

$$V_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{R}} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{2R_T}} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 6.4 \cdot 10^6}}$$

$$V_o = 5591.57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

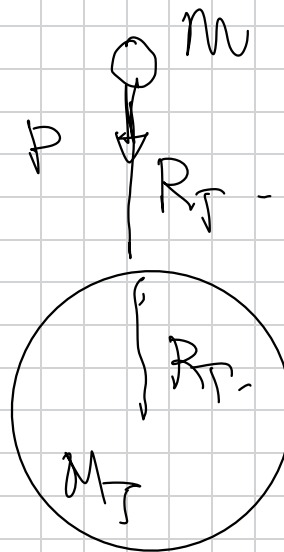
b)

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}$$



$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(2R_T)^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{4R_T^2}$$



$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{M}}{4 \cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_T} \cdot \cancel{M}}{\cancel{R_T^2}}}$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{1}{4}$$

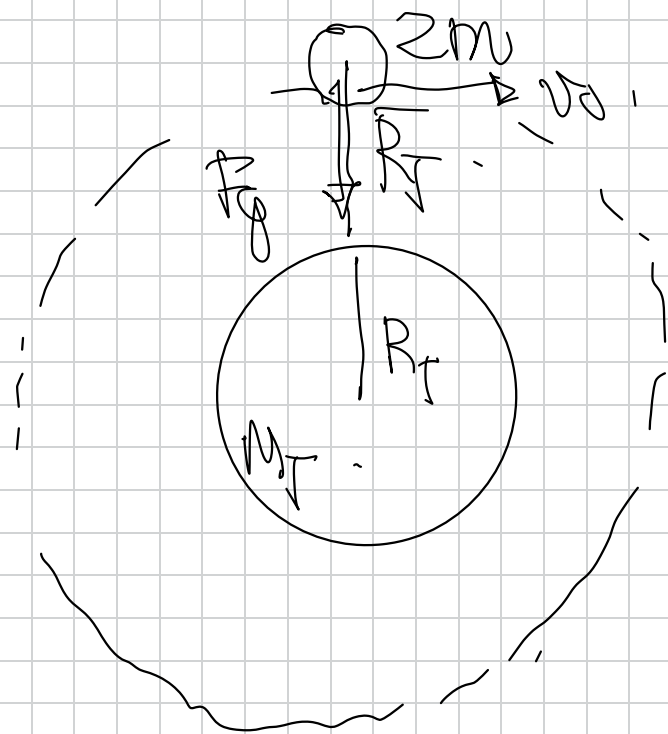
$$P_h = \frac{1}{4} P_T$$

$$P_h = \frac{1}{4} 5000 \text{ N} = 1250 \text{ N}$$

1) Según la ley de la Gravitación Universal, sobre el satélite actúa una fuerza gravitatoria (F_g) cuyo carácter es atractivo y que va dirigida hacia el centro de la Tierra. En este caso, dicha fuerza es perpendicular (o normal) a la velocidad con la que orbita el satélite, por lo que podemos expresar la fuerza gravitatoria F_g como una fuerza normal F_n que proporcionará al satélite una aceleración normal a_n que hará cambiar la velocidad del satélite en dirección, de forma que se describe una órbita circular que coincidirá con la curvatura de la Tierra, no llegando el satélite a impactar sobre ella.

La aceleración normal proporcionada por la fuerza hace cambiar la velocidad del satélite en dirección pero no en módulo, permaneciendo su valor constante ($v = \text{cte}$), y por ello se dice que el satélite describirá un movimiento circular uniforme (M.C.U.)

Modo Sebastian



$$F_g = F_{c0}$$

$$G \frac{M_T \cdot 2m}{r^2} = 2m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}} \rightarrow \text{La masa } m \text{ del satélite no influye en la } v_0.$$

Modo Álvaro

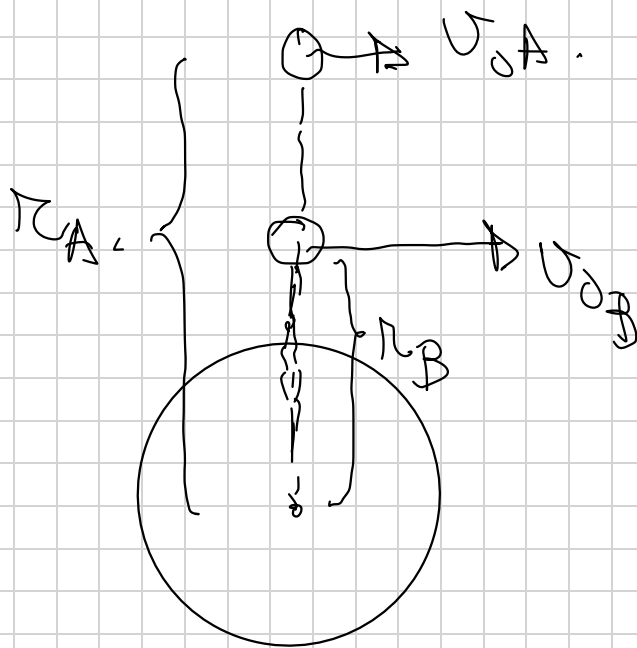
→ La v orbital será la misma independientemente de la masa del satélite.

19. Dos satélites idénticos A y B están orbitando en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra, siendo $R_A > R_B$.

a) Indicar cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad orbital.

b) Si la Tierra aumentase su masa al cuádruple manteniendo su radio, ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital de ambos satélites?

a)



$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

deducción obligatoria

$$r_A > r_B \Rightarrow v_A < v_B$$

B tiene mayor velocidad orbital.

b)

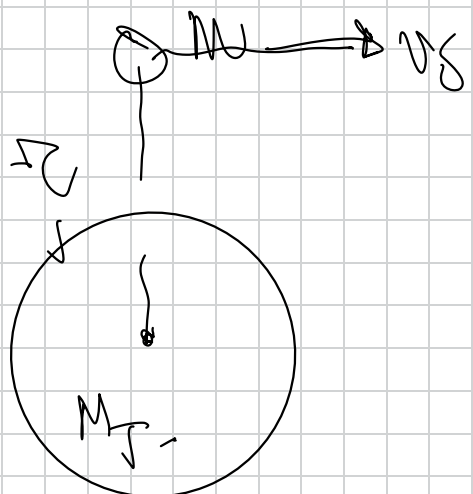


Diagram showing a planet of mass M_T at distance r from a star, with orbital velocity v_0 .

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

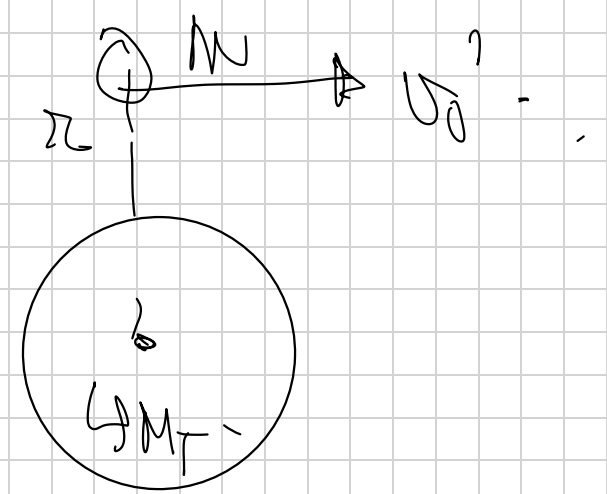


Diagram showing a planet of mass $4M_T$ at distance r from a star, with orbital velocity v_0' .

$$v_0' = \sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}}$$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \frac{\sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}}}{\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}}$$

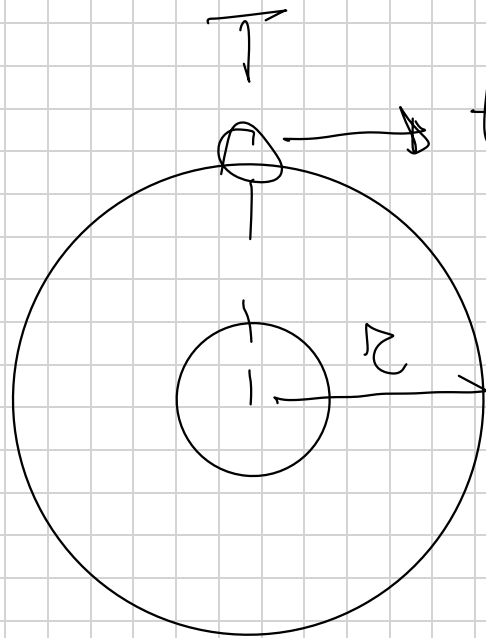
$$\frac{v_0'}{v_0} = \sqrt{4}$$

$$v_0' = 2 v_0$$

La velocidad orbital se duplica. ↓

pag 14 $\Rightarrow$ Período T de un satélite -

$T \Rightarrow$ S en el S.I.



tiempo que tarda el satélite en describir una órbita completa.

MCU. $\Rightarrow$ v cte en módulo,

$$|v| = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} \left(\frac{m}{s} \right)$$

MCU

$$\boxed{\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}} \quad \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$\boxed{v = \omega \cdot r}$$

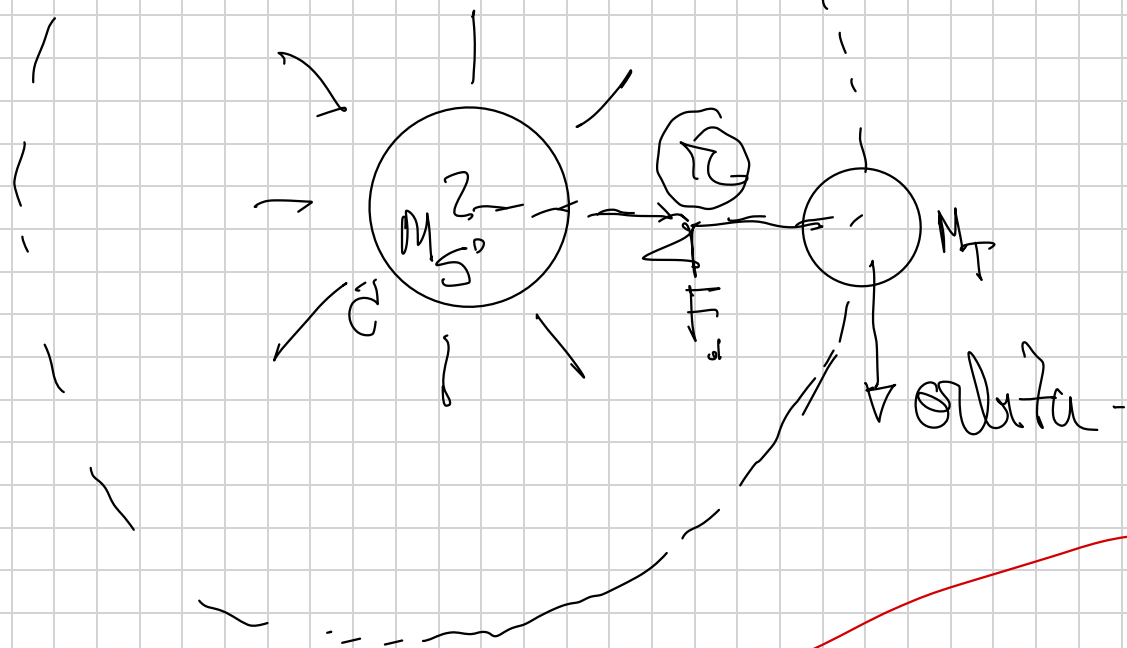
21. Suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ y que la Tierra tarda $3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$ en completar dicha órbita:

a) Calcular la masa del Sol.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

$$T = 3.15 \cdot 10^7 \text{ s}$$

Condición de orbitación



$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot a_n$$

$$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T}$$

ha de aparecer
T (dato que nos
dan) para después
despejar la masa del sol.

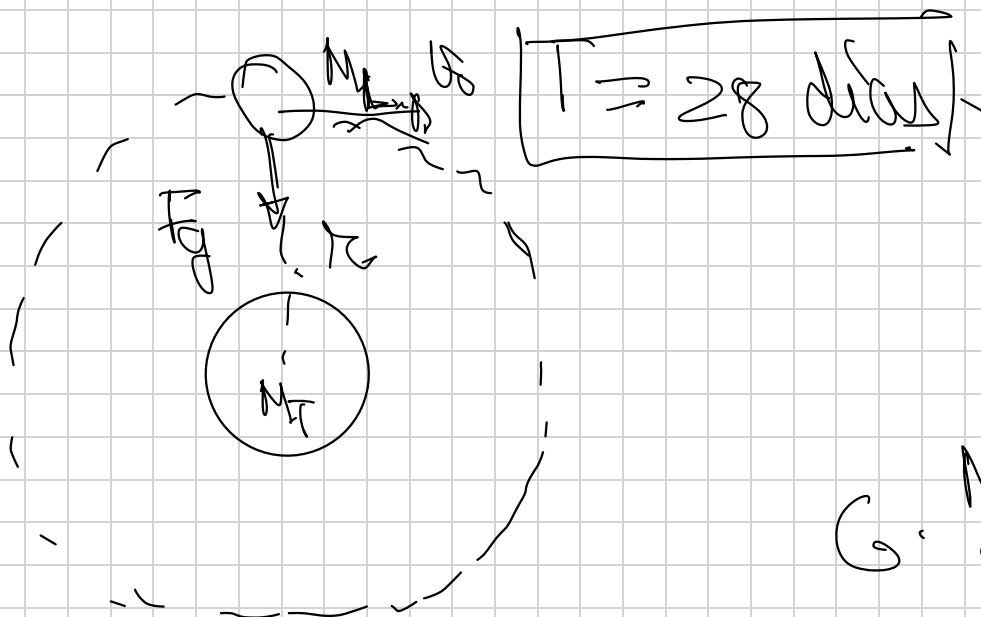
$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot \frac{M_g}{r^2} \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$M_s = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (15 \cdot 10^{11})^3}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot (35 \cdot 10^7)^2} = 2.01 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

- 22.-** La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días
- Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.
 - Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa



Condición de orbitación!

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot a_n$$

$$\text{Orbital} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$r^3 = \frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (28 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

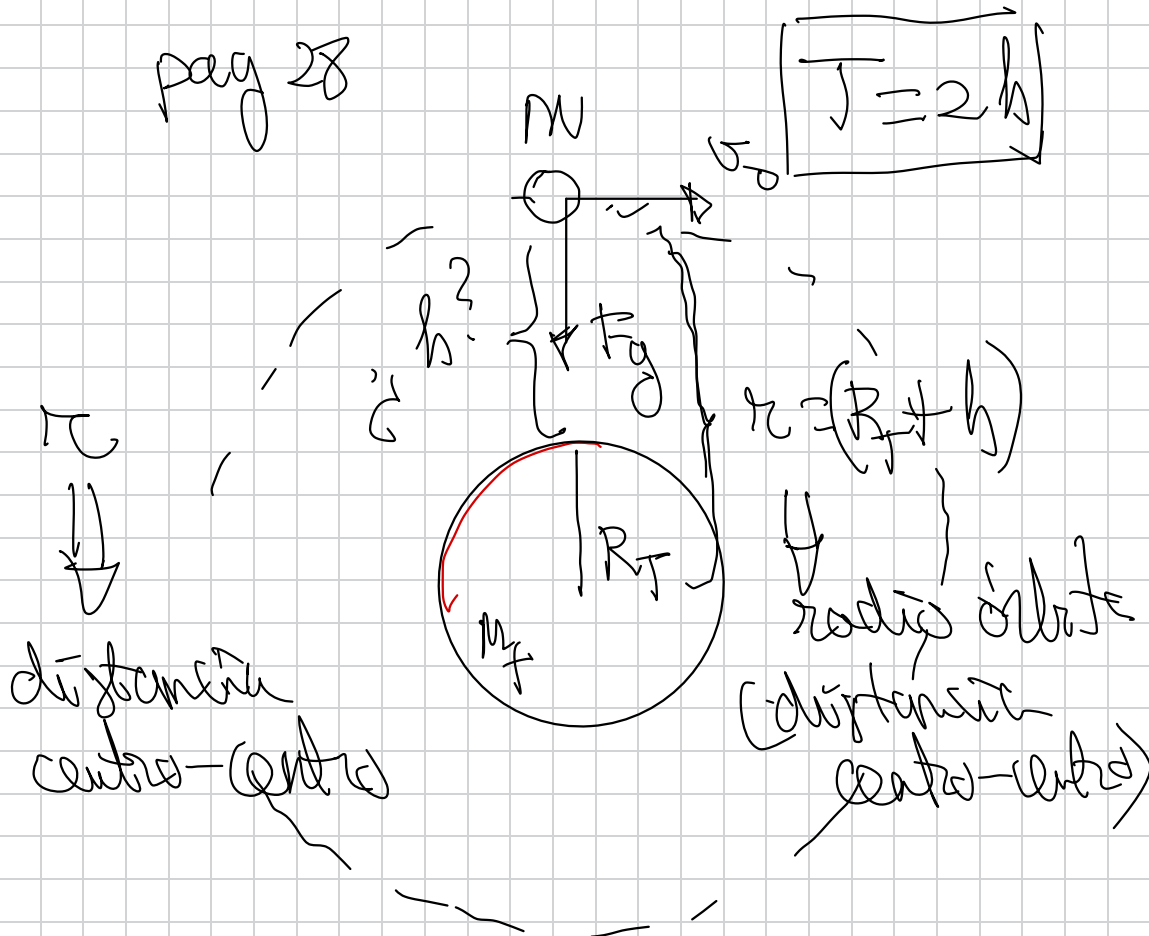
$$\lambda = 3.9 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$T = 28 \text{ days} \cdot \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{1 \text{ day}}$$

20.- ¿A qué altura de la superficie terrestre deberá estar situado un satélite si queremos que describa una órbita circular con un período de 2 horas?

$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $R_T = 6400 \text{ Km}$

pag 28



¿0.50? , nos piden h .

Condición de Orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{(R_T + h)}$$

$$v_0 = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

$(R_T + h)$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)} = \left(\frac{2\pi(R_T + h)}{T} \right)^2$$

$$G \frac{M_T}{(R_T + h)} = \left(\frac{2\pi(R_T + h)}{T} \right)^2$$

$$G \frac{M_T}{(R_T + h)} = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_T + h)^3$$

$$(R_T + h)^3 = \frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_T + h) = \sqrt{\frac{G M_T t^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt{\frac{G M_T t^2}{4\pi^2}} \leftarrow R_T -$$

$$g_T = g' \frac{m}{s^2}$$



$$g_T = \frac{G M_T}{R_T^2} \quad \left[G \cdot M_T \right] = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt{\frac{g_T \cdot R_T^2}{4\pi^2} - R_T^2}$$

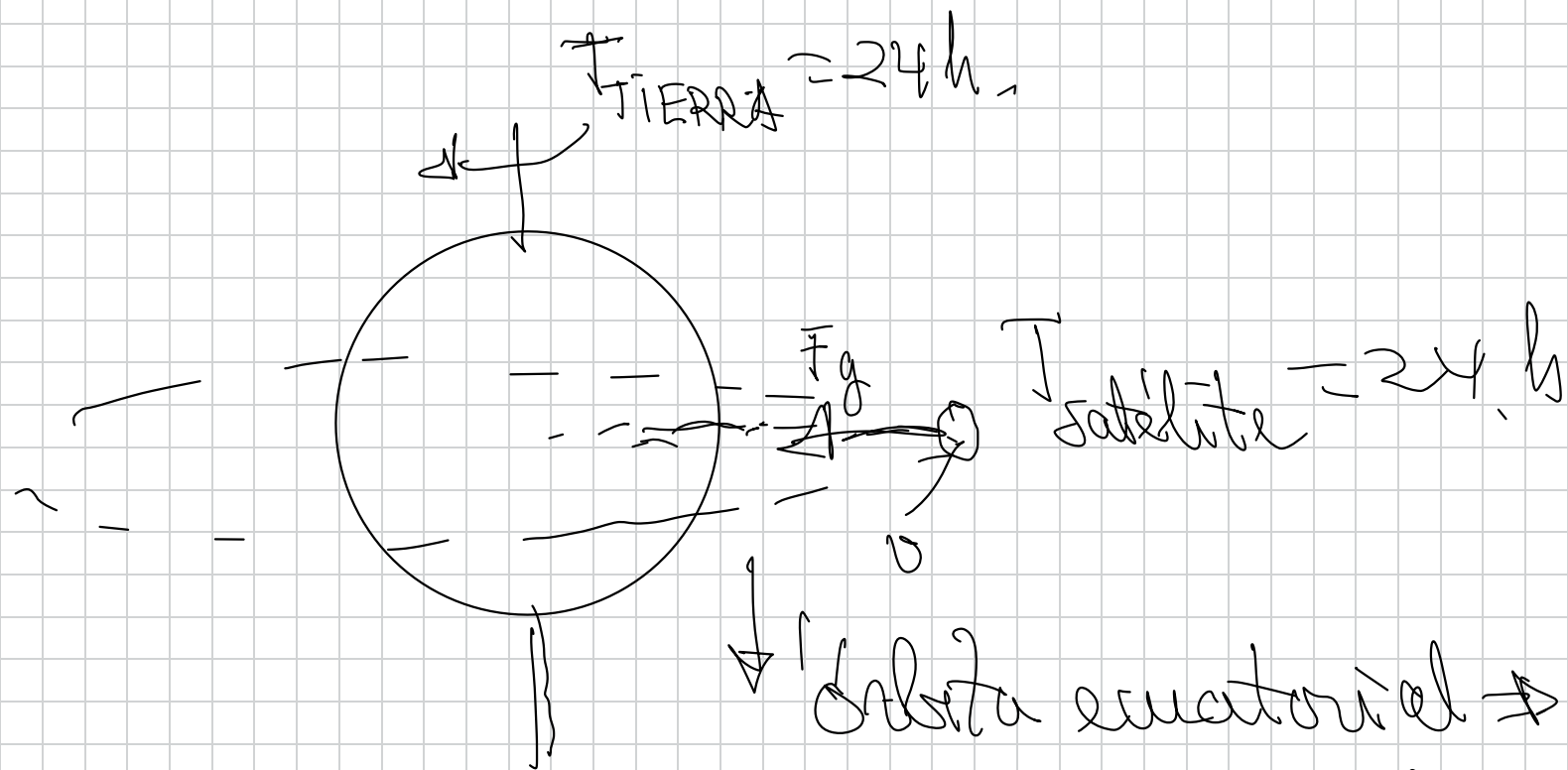
$$6400 \text{ km} = 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$T = 2 \cdot 3600 = 7200 \text{ s}$$

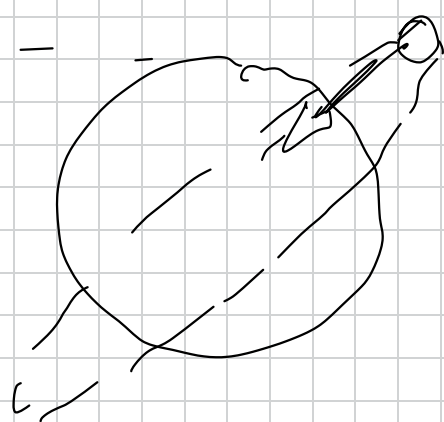
$$h = \sqrt{\frac{9.8 \cdot (6.4 \cdot 10^6)^2}{4\pi^2} - (6.4 \cdot 10^6)^2} = 6.4 \cdot 10^6$$

$$h = 1.68 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Satélites geoestacionarios



Orbita ecuatorial $\Rightarrow$ geostacionaria
 (Se mantiene en la misma vertical
 sobre la superficie terrestre)



$T = 24h$ en órbita no ecuatorial,
 No se mantiene en la misma
 vertical, no es geostacionaria,
 sería geosincrónica,

25.- Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

a) Calcular su velocidad angular

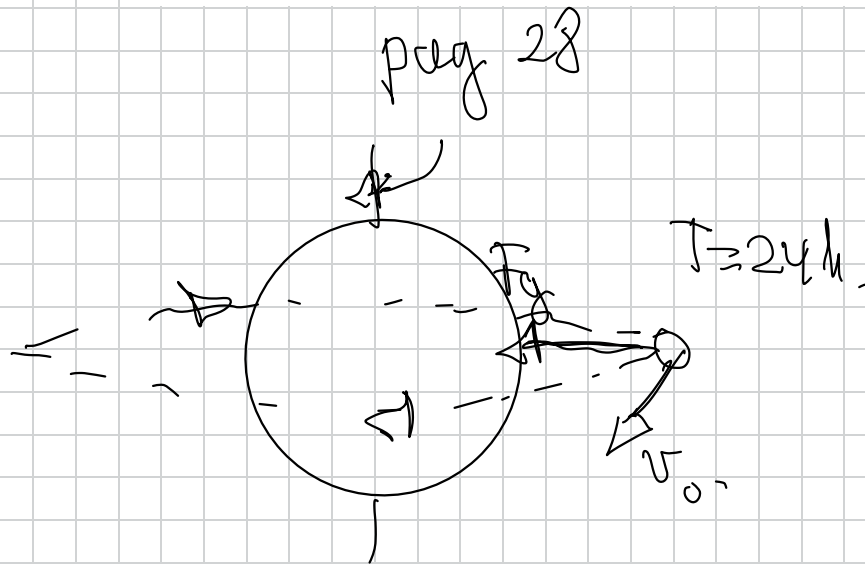
b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

c) Calcular su aceleración normal

d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$g=9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $R_T=6400 \text{ Km}$

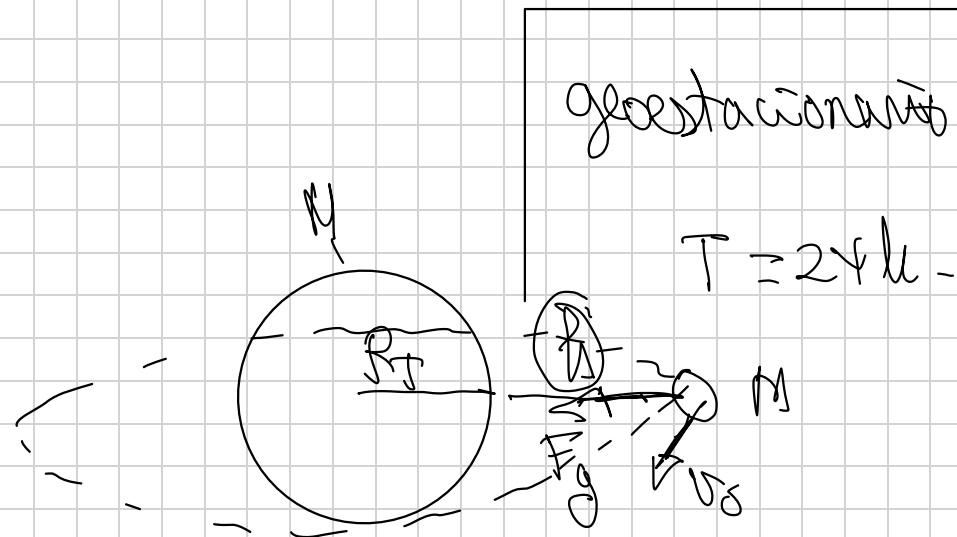
jooo! 



$$T=24 \cdot 3600 \text{ s.}$$

a)

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$
$$\omega = 7,27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s.}}$$



h sobre la superficie
terrestre en órbita
ecuatorial para que
 $T = 24h$.

Condición de orbitación

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m} \cdot \frac{v_{\text{orbital}}^2}{\cancel{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = v_{\text{orbital}}^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3.$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G M_T - r^2}{4 \pi^2}} \rightarrow R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot r^2}{4 \pi^2}}$$

$- R_T$



$$g_T = g \frac{M}{S^2}$$

$$g = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

$$G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9/8 (6'4 \cdot 10^6)^2 \cdot (24 \cdot 3600)^2}{4 \pi^2}} \quad \begin{matrix} \nearrow T = 24 \cdot h \\ - 6'4 \cdot 10^6 \end{matrix}$$

$$h = 3'6 \cdot 10^7 \text{ m}$$

c)

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega \cdot r)^2}{r}$$

$$v = \omega \cdot r$$

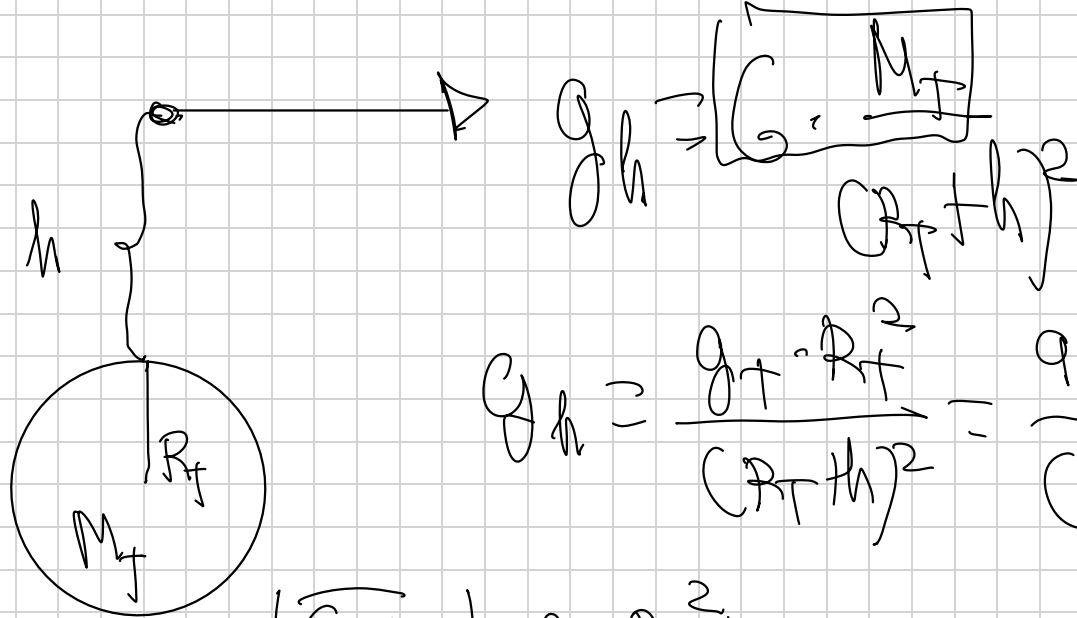
↓
6000

$$a_n = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{r} = \omega^2 \cdot r = (7'27 \cdot 10^{-5})^2 (6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)$$

↓
(R_T m)

$$a_n = 0'22 \text{ m/s}^2$$

Otra forma -



$$g_h = \frac{g_T \cdot R_T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{9.8 \cdot (6.4 \cdot 10^6)^2}{(6.4 \cdot 10^6 + 3.6 \cdot 10^7)^2} = 0.22 \text{ m/s}^2$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow [G M_T] = g_T R_T^2$$

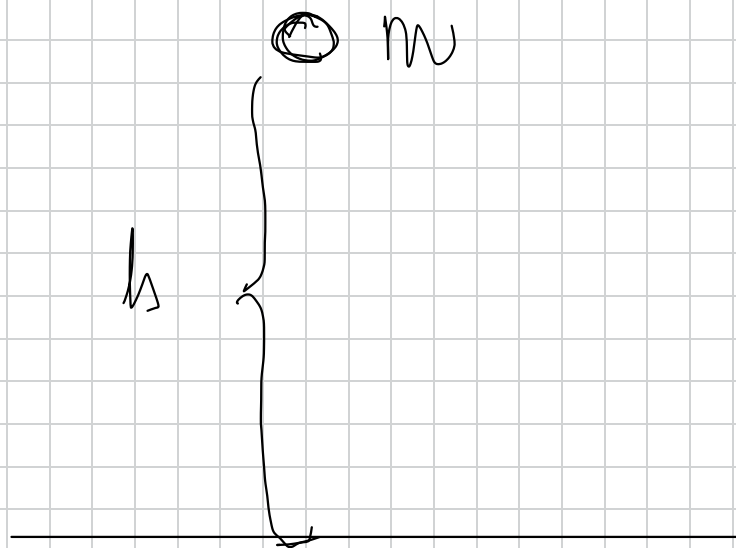
- d) El satélite no impacta sobre la Tierra porque actúa una F gravitatoria que cambia su velocidad solo en dirección, de manera que describe una órbita.

circular (movimiento circular uniforme)
y nunca llega a impactar sobre la
Tierra (es como una caída constante
sin llegar al impacto)

REPASO 4º ESO → 1º BACHILLERATO.

Energía potencial, E_p

Es la energía que posee un cuerpo en función de su posición (en un campo de fuerzas conservativo)



$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = \left[\text{Kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \cdot \text{m}$$

$$E_p = \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \text{m} = \text{J en SI.}$$

- Energía cinética E_c ,

Es la energía que poseen los **corpos** en función de su velocidad v .



$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_c = \text{Kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$$

$$E_c = \text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}$$

$$E_c = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J en SI}$$

= Energía mecánica $E_m = E_p + E_c = J$ en SI

Conservación de la E_m

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

1Kg

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 1 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 50 \text{ J}$$

$$E_{ch} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = 0 \text{ J}$$

$h = 5 \text{ m}$

$$E_{p_{\text{suelo}}} = m \cdot g \cdot h = 0 \text{ J}$$

$$E_{c_{\text{suelo}}} = 50 \text{ J}$$

Conservación de la Em.

$$E_{m_i} = E_{m_{\text{suelo}}}.$$

$$E_{p_i} + E_{k_i} = E_{p_{\text{suelo}}} + E_{k_{\text{suelo}}}.$$

$$50 \text{ J} + 0 \text{ J} = 0 \text{ J} + E_{k_{\text{suelo}}}$$

$$\boxed{E_{k_{\text{suelo}}} = 50 \text{ J}}.$$

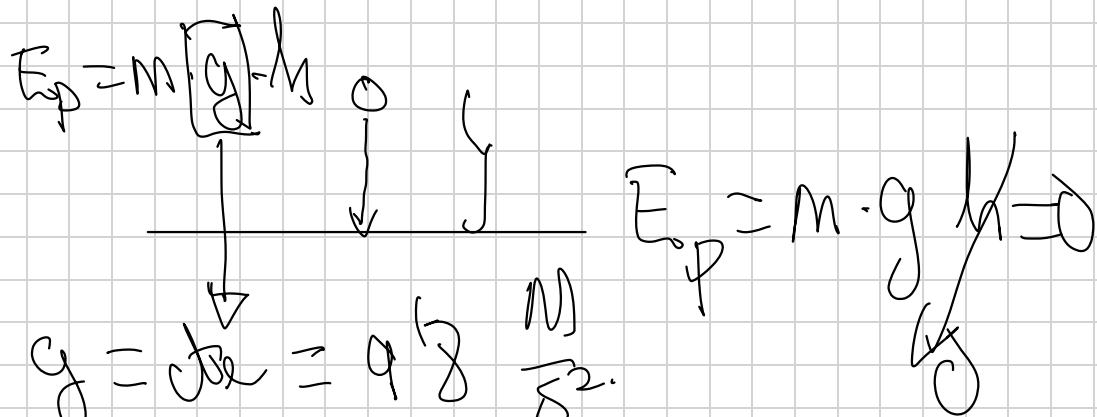
$$E_{k_{\text{suelo}}} = \frac{1}{2} m \cdot v_{\text{suelo}}^2.$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{1}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

Energía potencial gravitatoria.

La expresión $E_p = m \cdot g \cdot h$ puede usarse solo en bajas distancias en las que consideramos que g es cte, su origen ($E_p = 0$) es en la superficie terrestre.



$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$g = cte = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 0$$

En el rango de distancias elevadas del universo no podemos usar $E_p = m \cdot g \cdot h$ ya

que g no es cte,

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$r \Rightarrow$ distancia centro-centro

~~$E_p = m \cdot g \cdot h$~~
 ~~$g = cte = g \frac{h}{r^2}$~~

En el rango de distancias en las que estamos $E_p = m \cdot g \cdot h$, la E_p es positiva por haber puesto el origen en la superficie del planeta.

$$E_{ph} = m \cdot g \cdot h = 50 \text{ J}$$

$$E_{pt} = m \cdot g \cdot h = 0 \text{ J}$$

$$E_p = 0$$

En el rango de distancias del universo donde g no es constante, la E_p es negativa al haber tomado su origen ($E_{p\infty} = 0$) en el ∞ .

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

Km 500 Bilbao.

Km 200 Bilbao.

Km 300 Burgos.

Km 0 Burgos.

Km 0 Madrid.

Km -300 Madrid

La distancia Madrid-Burgos y Madrid-Bilbao no cambian independientemente de ~~donde~~ fije arbitrariamente el Km 0, aunque cambian sus puntos kilométricos.

Con la E_p para lo mismo sus diferencias no cambian independientemente de ~~donde~~ elegamos el origen de E_p , (cambiarían los valores en cada punto pero sus diferencias no)

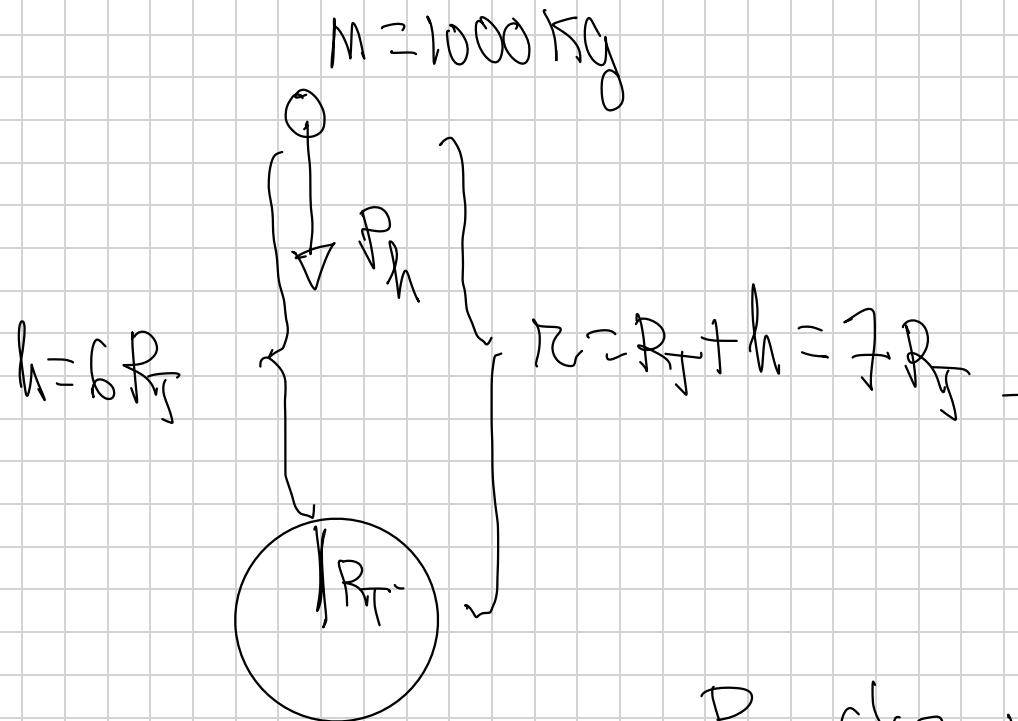
29.- Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

a) ¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c) ¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}, R_T = 6400 \text{ Km}, M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$



$$a) \quad P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r^2} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(7R_T)^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{49 R_T^2}$$

$$P_h = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{49 (6,4 \cdot 10^6)^2} = 200 \text{ N.}$$

$$M = 10000 \text{ kg}$$

$$E_{ch} = \frac{1}{2} M v^2 \rightarrow 0$$

~~$$E_p = M \cdot g \cdot h = 0$$~~

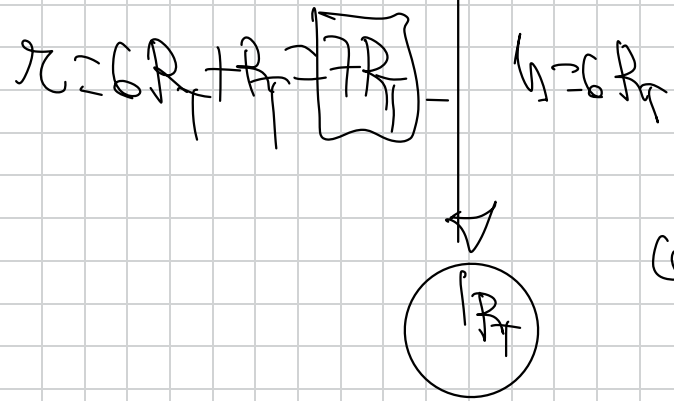
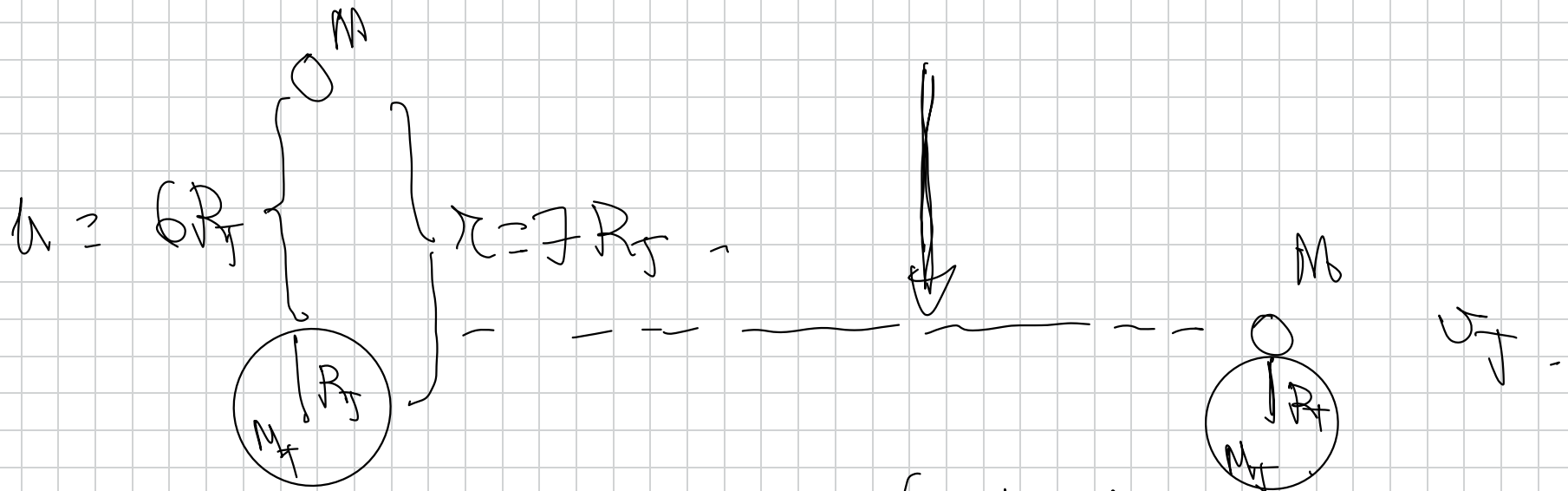


Diagram showing two circles, one labeled $\ominus$ and the other $\oplus$, with a horizontal line between them labeled h . The text "distancia centro-centro" is written above the line.

$$E_p = \ominus G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{7R_T}$$

$$E_{ph} = -6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 10000}{7 \cdot (6.4 \cdot 10^6)} = -8.93 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_{mh} = E_{ph} + E_{ch} = -8.93 \cdot 10^9 \text{ J} + 0 = -8.93 \cdot 10^9 \text{ J}$$



Conservación de la E_M

velocidad v_T

$$E_{Mh} = E_{Mt}$$

$$E_{Ph} + E_{Ch} = E_{Pt} + E_{Ct}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{7R_T} + \frac{1}{2} M \cancel{v_h^2} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_T^2$$

$$-G \frac{M_T \cdot M}{7 R_T} + G \frac{M_T \cdot M}{R_T} = \frac{1}{2} m \vec{v}_T^2$$

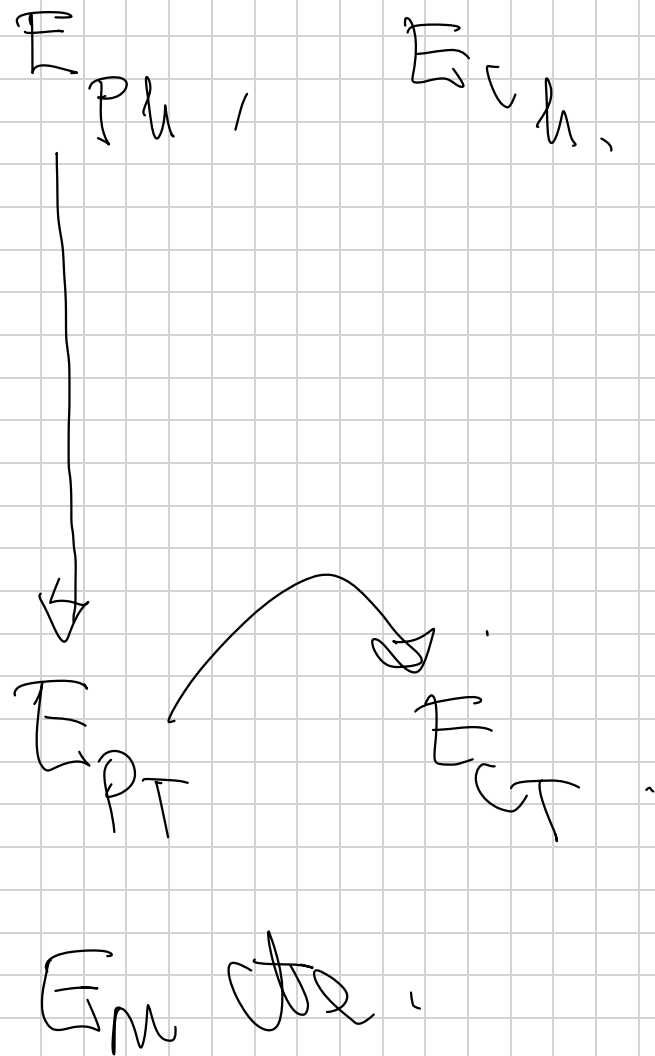
$$G \frac{M_T \cdot M}{R_T} - G \frac{M_T \cdot M}{7 R_T} = \frac{1}{2} m v_T^2$$

$$G \frac{M_T \cdot M}{R_T} \left(1 - \frac{1}{7} \right) = \frac{1}{2} m v_T^2$$

$$G \frac{M_T}{R_T} \left(\frac{6}{7} \right) = \frac{1}{2} v_T^2$$

$$\frac{6 G M_T}{7 R_T} = \frac{1}{2} v_T^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{12 G M_T}{7 R_T}} = 1035 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$$



Conforme ha descendido
ha ido disminuyendo su E_p
esa disminución coincide
con el incremento de
la energía cinética,
la E_m se mantiene
igual en todo
el trayecto. Lo que
se perdió de E_p se gana en
 E_c y la suma de las dos
permanece cte.

$$E_p = m \cdot g \cdot h.$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2.$$

$E_p \neq 0 \Rightarrow$ Superficie terrestre.

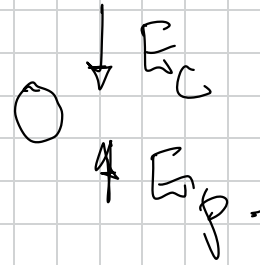
$$E_{p\infty} = 0 \Rightarrow \text{Infinito}$$

$$E_p = \ominus G \cdot \frac{M \cdot m}{r},$$

2 Expresiones de la E_p gravitatoria,

- la primera expresión $E_p = m \cdot g \cdot h$ solo la utilizamos cuando g es cte (por ejemplo dentro del ámbito de la superficie terrestre). Su origen se ha fijado en la superficie del planeta, en donde $E_p = 0$.
- la segunda expresión $E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ también se usa cuando g no es constante. Su origen se ha fijado en el ∞ , en donde $E_p = 0$, de ahí su valor negativo.

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$



$m = 2 \text{ kg}$
 $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$E_{pT} = m \cdot g \cdot h = 0 \text{ J}$$

$$E_{cT} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 = 100 \text{ J}$$

① $E_{c \text{ max}} = 0$
 $E_{p \text{ max}} = 100 \text{ J}$
 h_{max}

pag 15

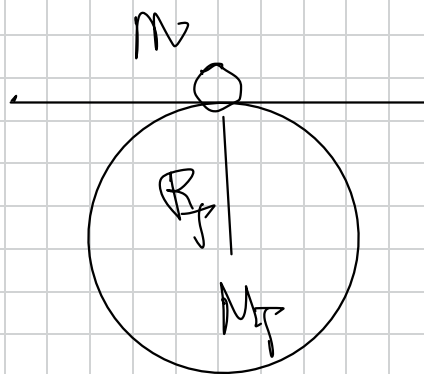
3: Velocidad de escape de un cuerpo

$$0 \text{ J}$$

$$E_{p\infty} = 0$$

$$E_{c\infty} = 0$$

$$100 \text{ J}$$



$$E_{pT} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$E_{cT} = \frac{1}{2} m v_e^2$$

$$100 \text{ J}$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot M}{r}$$

Conservación de la Em

$$E_{mT} = E_{m\infty}$$

$$E_{pT} + E_{cT} = E_{p\infty} + E_{c\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 + 0$$

$$\frac{1}{2} M v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}$$

$$v_e^2 = \frac{2GM_T}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

Exercício 31, pag 29.

- 31.-** Calcular la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie terrestre
 $g=9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $R_T=6400 \text{ Km}$

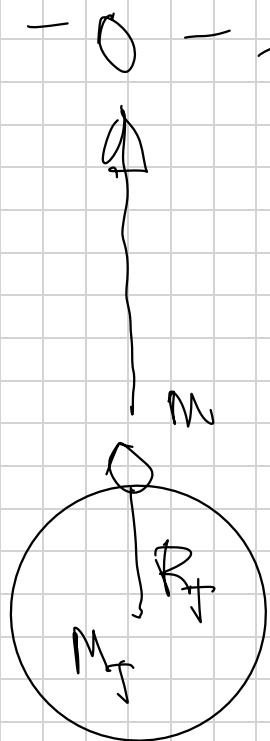


Diagram showing a body of mass m on the surface of Earth (radius R_T , mass M_T). The body is at a distance R_T from the center of Earth. The total mechanical energy E is shown as the sum of potential energy E_P and kinetic energy E_G .

$$E_{P_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} \quad / \quad E_{G_T} = \frac{1}{2} m v_e^2$$

Conservación de la E_m .

$$E_{M_T} = E_{m_{\infty}}$$

$$E_{P_T} + E_{G_T} = E_{P_{\infty}} + E_{G_{\infty}}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0.$$

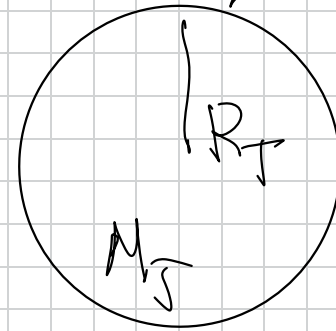
$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$g = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G M_T}{R_T}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot g_T \cdot R_T^2}{R_T}}$$

$$v_e = \sqrt{2 \cdot g_T \cdot R_T}$$



$$g_T = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$G M_T = g_T R_T^2$$

$$R_J = 6400 \text{ km} = 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$v_e = \sqrt{2 \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6.4 \cdot 10^6 \text{ m}}$$

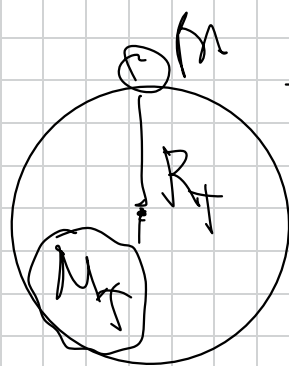
$$v_e = 11.200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left(11.2 \frac{\text{km}}{\text{s}} \right)$$

$$C = 300.000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$C \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

TIERRA



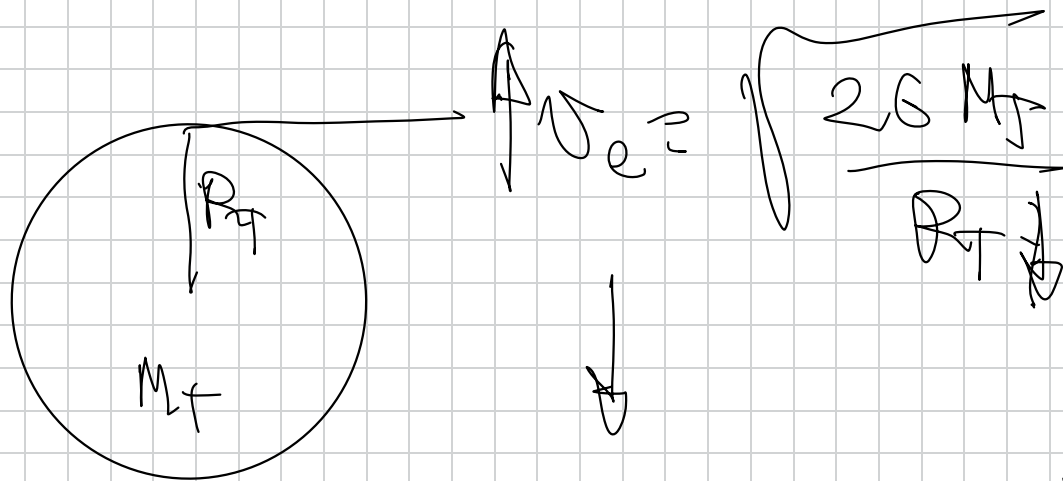
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R}} \approx 11.200 \frac{m}{s}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \approx 20.000 \frac{m}{s}$$

$$\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

↓ ↓ ↓ ↓

$$1 \text{ } \vec{v}_e \approx \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$



$$C \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$C \approx \sqrt{\frac{2GM_{a.n.}}{R_{a.n.}}}$$

$$G^2 = \frac{2 \cdot G M_{\text{an}}}{R_{\text{an}}}$$

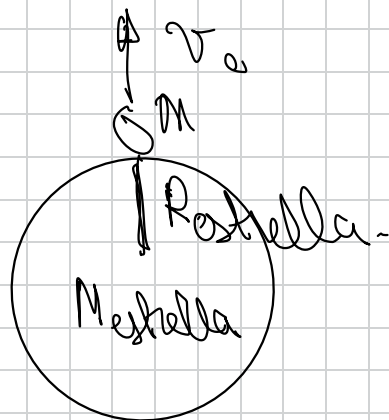
$$R_{\text{an}} = \frac{2 G M_{\text{an}}}{G^2}$$

49.- La masa de una estrella es de $2 \cdot 10^{31}$ Kg. Si en un momento dado, la estrella se contrae debido a la presión gravitatoria, determinar el radio por el que la estrella se convierte en un agujero negro y la densidad del mismo.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$, velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$0 \dots \dots E_{\text{pot}} = 0.$$

$$E_{\text{cas}} = 0$$



$$E_{\text{pot}} = -G \cdot \frac{M_{\text{estrella}} \cdot m}{R_{\text{estrella}}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} M v_e^2$$

$$M_{\text{estrella}} = 2 \cdot 10^{31} \text{ Kg}$$

$$E_{\text{pot}} + E_{\text{cas}} = \cancel{E_{\text{pot}}} + \cancel{E_{\text{cas}}}$$

$$-G \cdot \frac{M_{\text{estrella}} \cdot m}{R_{\text{estrella}}} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 \neq 0.$$

$$\frac{1}{2} M \cdot v_c^2 = G \frac{M_{\text{shell}} \cdot M}{R_{\text{shell}}}$$

$$v_c = \sqrt{\frac{2 G M_{\text{shell}}}{R_{\text{shell}}}}$$

$$c^2 = \sqrt{\frac{2 G M_{a-n}}{R_{a-n}}}$$

$$c = \sqrt{\frac{2 G \cdot M_{\text{радиуса ядра}}}{R_{\text{радиуса ядра}}?}}$$

$$c^2 = \frac{2 G M_{a-n}}{R_{a-n}}$$

$$\frac{2 G M_{a-n}}{c^2} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2.97 \cdot 10^4 \text{ m}$$

$$\rho_{a,n} = \frac{M_{a,n}}{V_{a,n}} = \frac{M_{a,n}}{\frac{4}{3}\pi R_{a,n}^3} = \frac{2 \cdot 10^{31} \text{ kg}}{\frac{4}{3}\pi (2.07 \cdot 10^4 \text{ m})^3}$$

$$\rho_{a,n} = 1.87 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

β

32- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de $2,2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

- a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?
- b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad?
- c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$$

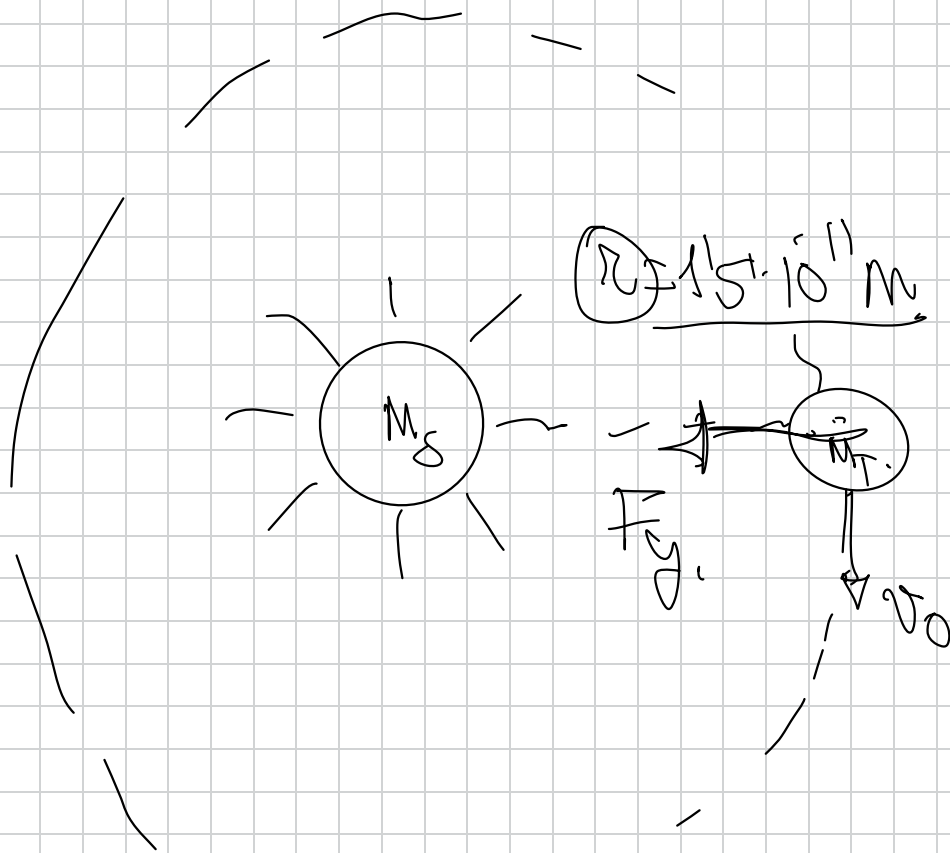
180

(09-E) Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.

b) Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$



Cond de orbitación:

$$F_g = F_n$$

$$G \frac{M_s \cdot M_T}{R^2} = M_T \cdot \frac{v_0^2}{R}$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_s}{R}}$$

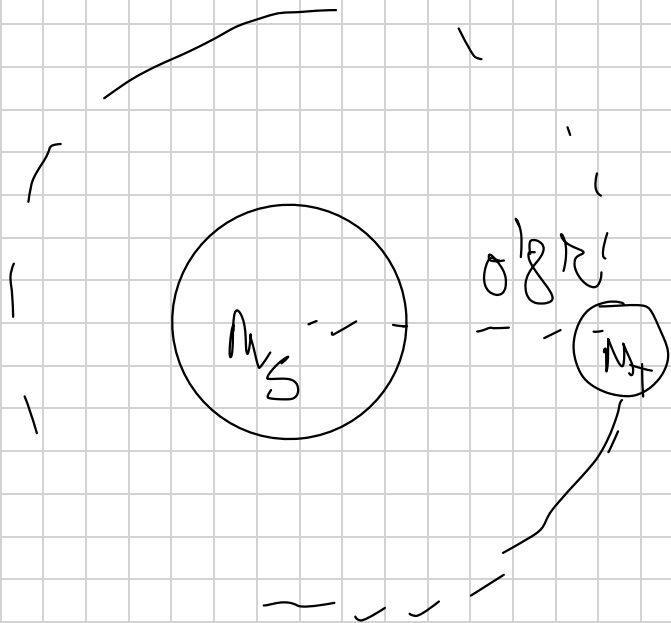
$$v_0 = \frac{s}{t}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{2\pi R}{T} = 2986072 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left[T = 365 \text{ days} \cdot \frac{24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot s}{1 \text{ day}} \rightarrow \right.$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_s}{r}} \rightarrow v_0^2 = G \frac{M_s}{r}$$

$$M_s = \frac{v_0^2 \cdot r}{G} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$



$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_s}{r}}$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_s}{0.8r}}$$

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{\sqrt{\cancel{g} \frac{M_s}{0.18 \cancel{g}}}}{\sqrt{\cancel{g} \frac{M_s}{\cancel{g}}}}$$

$$\frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{1}{0.18}}$$

$$\left[v_0 = \frac{v_0}{\sqrt{0.18}} \right] =$$

$\frac{M}{S}$

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v_0}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 0.18 \text{ m}}{v_0 / \sqrt{0.18}}$$

Otra forma de
hacerlo.

Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G \frac{M_S \cdot \cancel{M}}{r^2} = \cancel{M} \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$$G \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$G M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_S}}$$

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 (0.8r)^3}{G \cdot M_S}}$$

$$\frac{T'}{T}$$



$$T = \sqrt{\frac{m^3}{\textcircled{N} m^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{kg}}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{m}{N \text{ kg}^{-1}}} \Rightarrow \sqrt{s}$$

$$F = m \cdot a$$

$$N = \text{kg} \cdot \frac{m}{s^2}$$

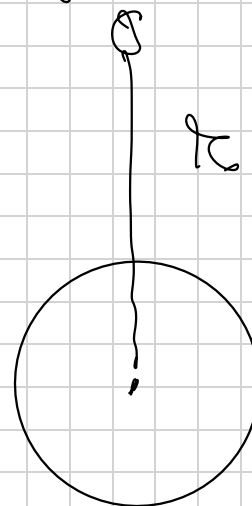
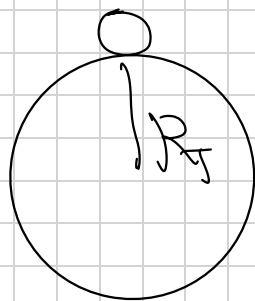
$$\sqrt{\frac{\cancel{m}}{\cancel{\text{kg}} \cdot \frac{\cancel{m}}{s^2} \cdot \cancel{\text{kg}^{-1}}}}$$

$$= \sqrt{s^2} = s$$

176

Orbita circular de radio - $3R_T$

de altura sobre la superficie terrestre de $3R_T$.

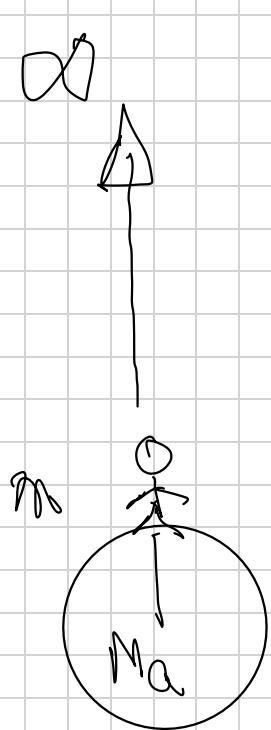


$$P = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

32.- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de $2,2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

- ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?
- ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad?
- El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}$$



$$E_{pa} = 0$$

$$E_c = 0$$

$$E_{pa} = -G \frac{M_a \cdot m}{R_a}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2$$

$$R_a = \frac{2,4 \text{ Km}}{2} = 1,2 \text{ Km} = 1,2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\rho = 2,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ Kg}}{10^3 \text{ g}} \cdot \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} =$$

$$\rho \rightarrow \frac{M}{V} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ en SI} \quad \rho = 212 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Principiu de conservare a la energie.

$$E_{\text{ma}} = E_{\text{max}}.$$

$$G \frac{M_a - m}{R_a} + \frac{1}{2} m v_e^2 = \cancel{E_{p0}} + \cancel{E_{e0}}$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \frac{M_a - m}{R_a}.$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_a}{R_a}}$$

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a} \Rightarrow \rho_a = \frac{M_a}{\frac{4}{3}\pi R_a^3} \Rightarrow M_a = \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3.$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3}{R_a}} = \sqrt{2G \rho_a \frac{4}{3}\pi R_a^2}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2.2 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3}\pi (1.2 \cdot 10^3)^2} = \sqrt{1.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

b) Velocidad de escape o velocidad mínima de escape.

$$c) \quad v_e = \sqrt{2 G \rho_a \frac{4}{3} \pi R_a^2}$$

↓
 La v_e es independiente de la masa del astronauta, no lo será más fácil ni más difícil salir de él.

- 35.- Un satélite se encuentra orbitando en torno a la Tierra. Determine una relación entre su velocidad de escape desde ese punto y su velocidad de orbitación en torno a la Tierra.

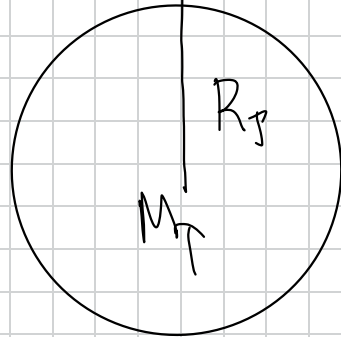
0J

$$\infty \rightarrow 0J \quad E_{P\infty} = 0 \quad / \quad E_{C\infty} = 0$$

-30J

$$v_e \downarrow \quad m \quad \sim \sim \quad E_{P_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} \quad / \quad E_{C_h} = \frac{1}{2} m \cdot [v_e^2]$$

-100J



Conservación de la E_m .

$$E_{P_h} + E_{C_h} = E_{P\infty} + E_{C\infty},$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0,$$

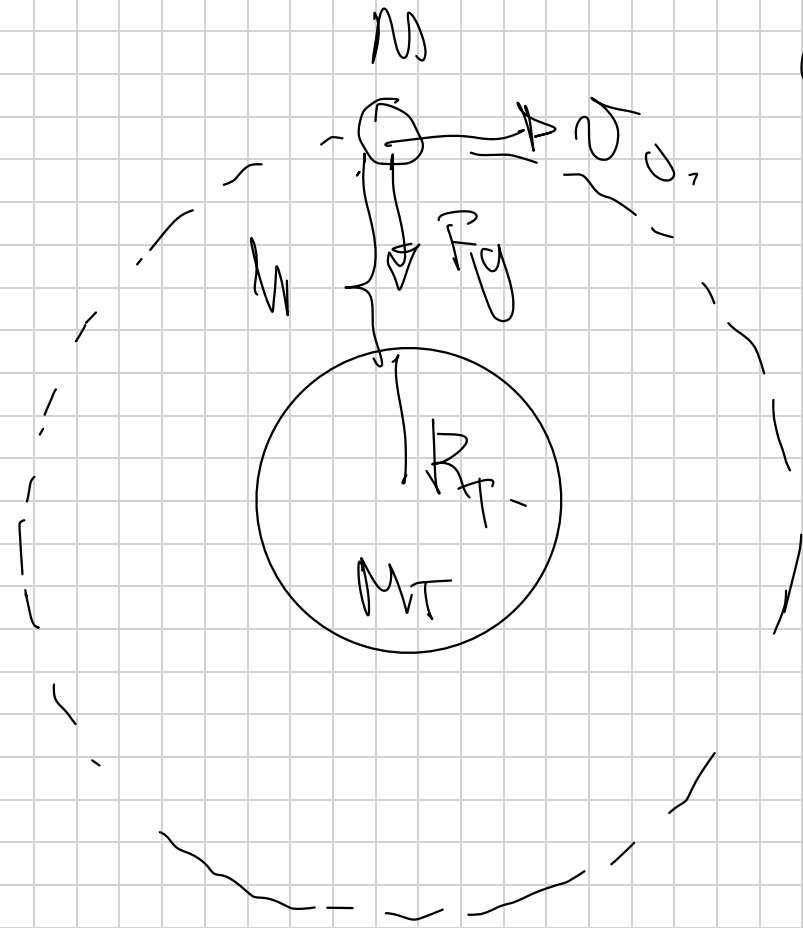
$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{(R_T + h)}}$$



Hemos deducido la velocidad de escape desde el punto en donde se encuentra el satélite. Como se ve, no es igual que la velocidad de escape desde la superficie terrestre, es menor.

Para deducir la velocidad orbital del satélite, no usamos en este caso la conservación de la E_m sino la condición de orbitación (suerte)
 $F_g = F_n$



$$G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)^2} = M \cdot \frac{v_{\text{orbital}}^2}{(R_T + h)}$$

$$v_o = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)}}$$

Para hallar la relación entre la velocidad orbital y la velocidad de escape divido ambas expresiones

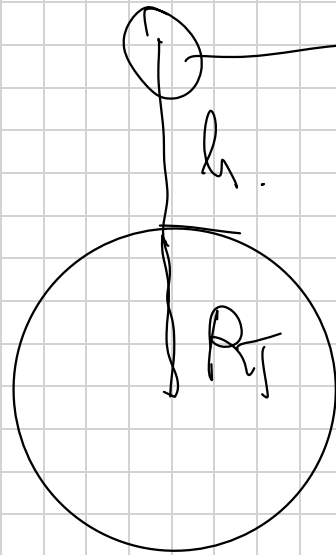
$$\frac{v_e}{v_o} = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{R_T}}}{\sqrt{\frac{GM}{R_T}}}$$

$$\frac{v_e}{v_o} = \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{2} v_o}$$

pag 14 E_m orbital de un satélite.

$$E_m = E_{\text{potencia}} + E_{\text{cinética}}$$

Para que
orbite, su
velocidad
orbital ha
de tomar ese
valor



$$E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_o^2$$

$$v_o = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}}$$

$$E_m = E_p + E_c = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}} \right)^2$$

$$E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} M G \frac{M_T}{(R_T + h)}$$

$$E_M = -G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$$

$$E_M = G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \left(-1 + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_M = G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \left(-\frac{1}{2} \right)$$

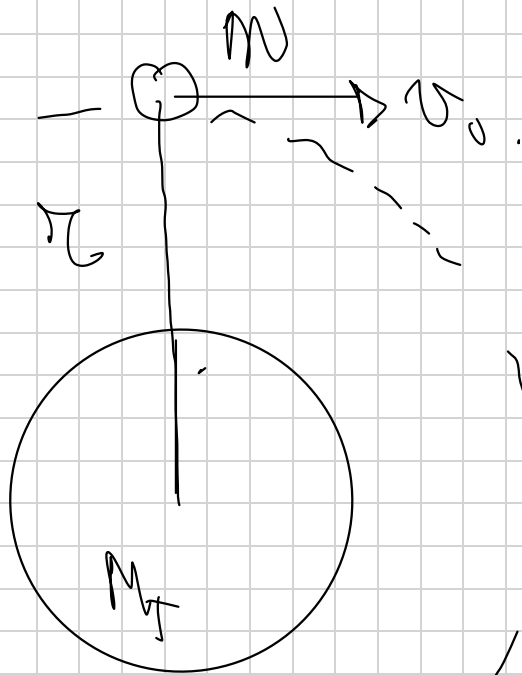
$$E_M = - \left(G \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)} \right)$$

El significado físico del signo negativo en la E_M es que el cuerpo permanece ligado al campo gravitatorio terrestre.

Pag 14.

2: Energía mecánica orbital de un satélite; (orbitando)

$r \Rightarrow$ radio de la órbita
(distancia centro-centro)



Cond. de orbitación:

$$F_g = F_n$$

$$E_m = E_p + E_c$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m v_o^2$$
$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} \right)^2$$

$$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} \approx m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m G \frac{M_T}{r}$$

$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_m = G \frac{M_T \cdot m}{r} \left(-1 + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_m = G \frac{M_T \cdot m}{r} \left(-\frac{1}{2} \right)$$

$$\boxed{E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{2r}} \quad (\text{J and SI})$$

$$E_p = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_m = \ominus G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}$$

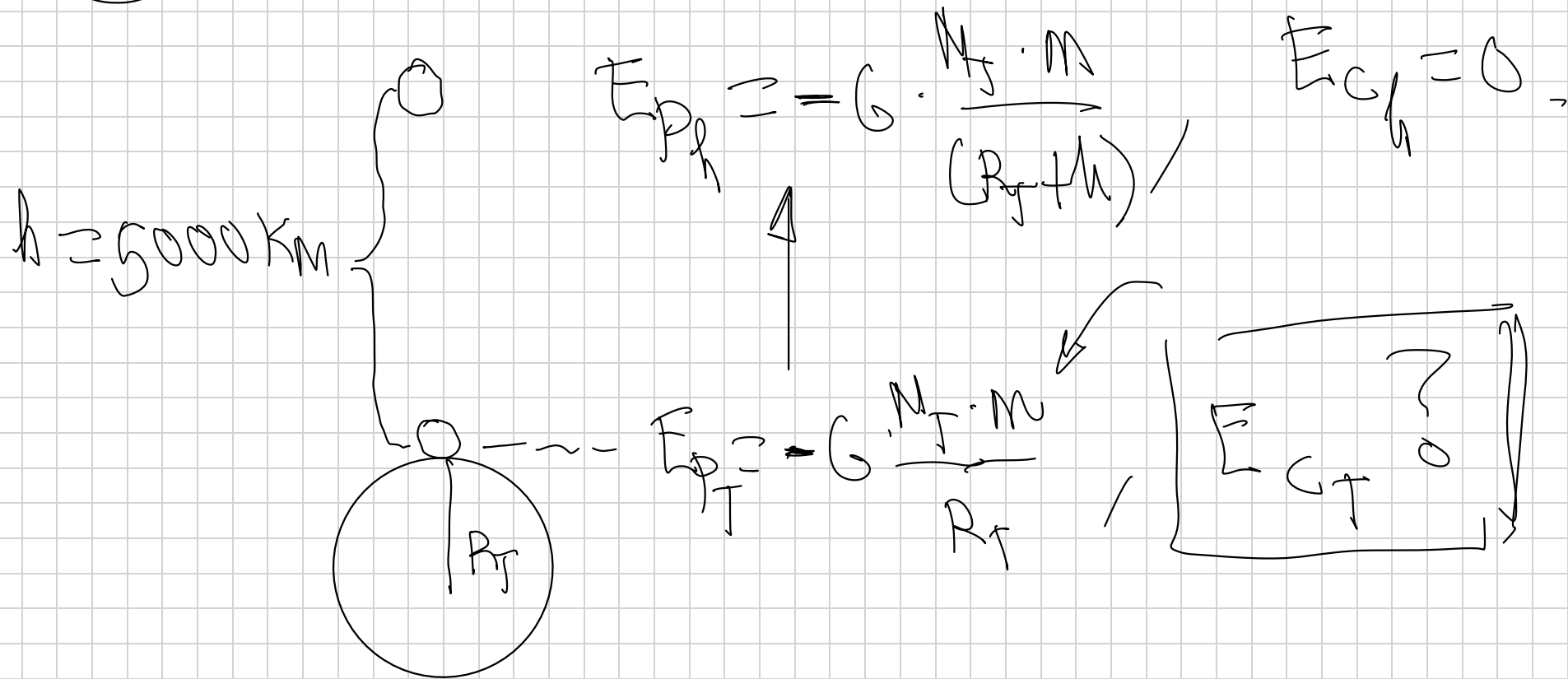
El significado físico del signo negativo en la E_m es que el cuerpo permanece ligado al campo gravitatorio terrestre.

38.- Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

- Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario o energía cinética que habrá que suministrarle.
- Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?
- Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando
- ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

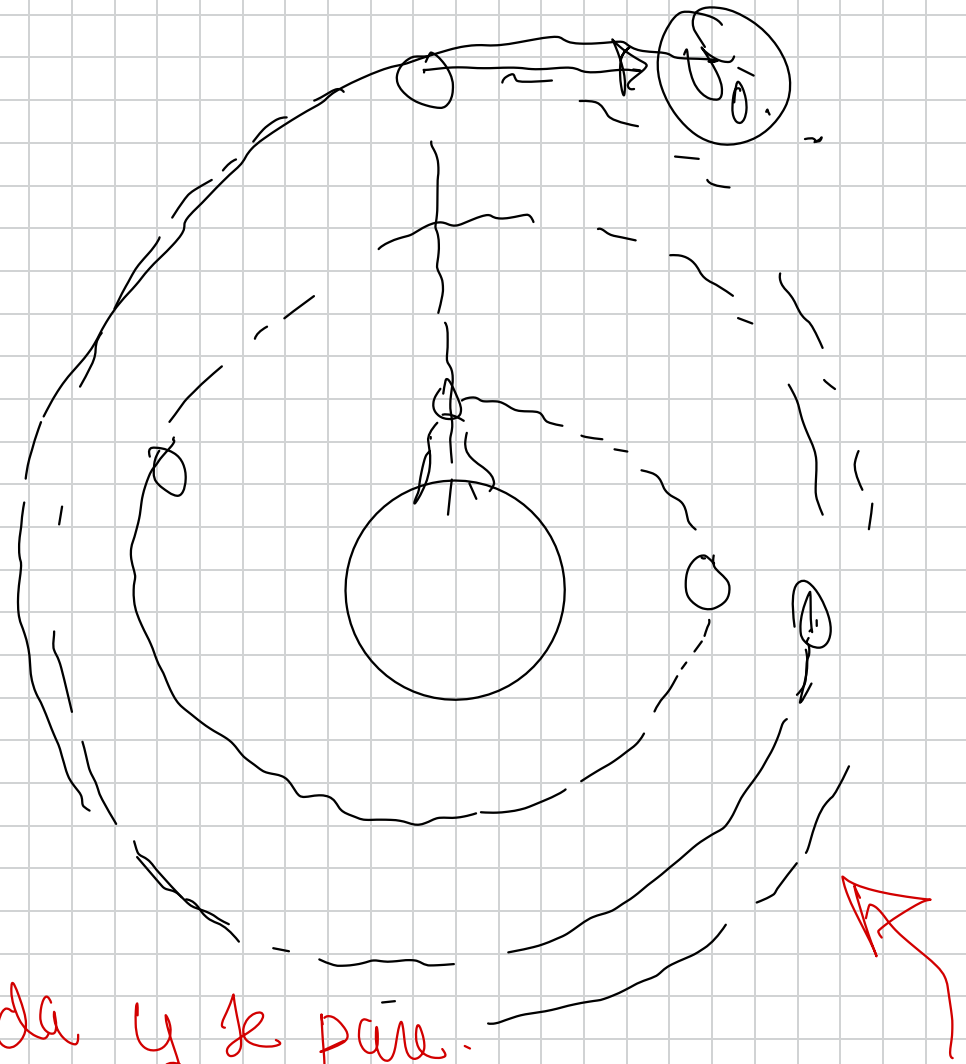
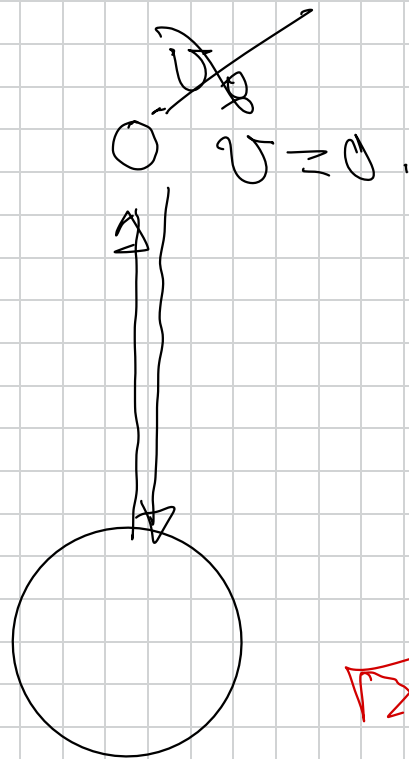
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}, R_T = 6400 \text{ Km}, M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

38



Para elevar un cuerpo, se incrementa su E_p tal y como se ve en la expresión, sin embargo, la $E_c = \frac{1}{2} m v_T^2$ disminuye hasta hacerse nula en la altura máxima, en donde toda la E_c pasó a incrementar la E_p de forma que la suma de ambas (E_m) permanezca cte

Inciso Danida.



No es igual elevar un cuerpo a una altura, en la que basta que ascienda y se pare. que elevar un cuerpo a una altura para que orbite, ya que en ese caso ha de tener una velocidad orbital

Conservación de la E_m (elevar el cuerpo)

$$E_{m_f} = E_{m_h}$$

$$E_{p_f} + E_{G_f} = E_{p_h} + E_{G_h}$$

$$\Rightarrow G \frac{M_f - m}{R_f} + E_{G_f} = G \frac{M_f - m}{(R_f + h)} + \cancel{\frac{1}{2} m v^2} \rightarrow 0$$

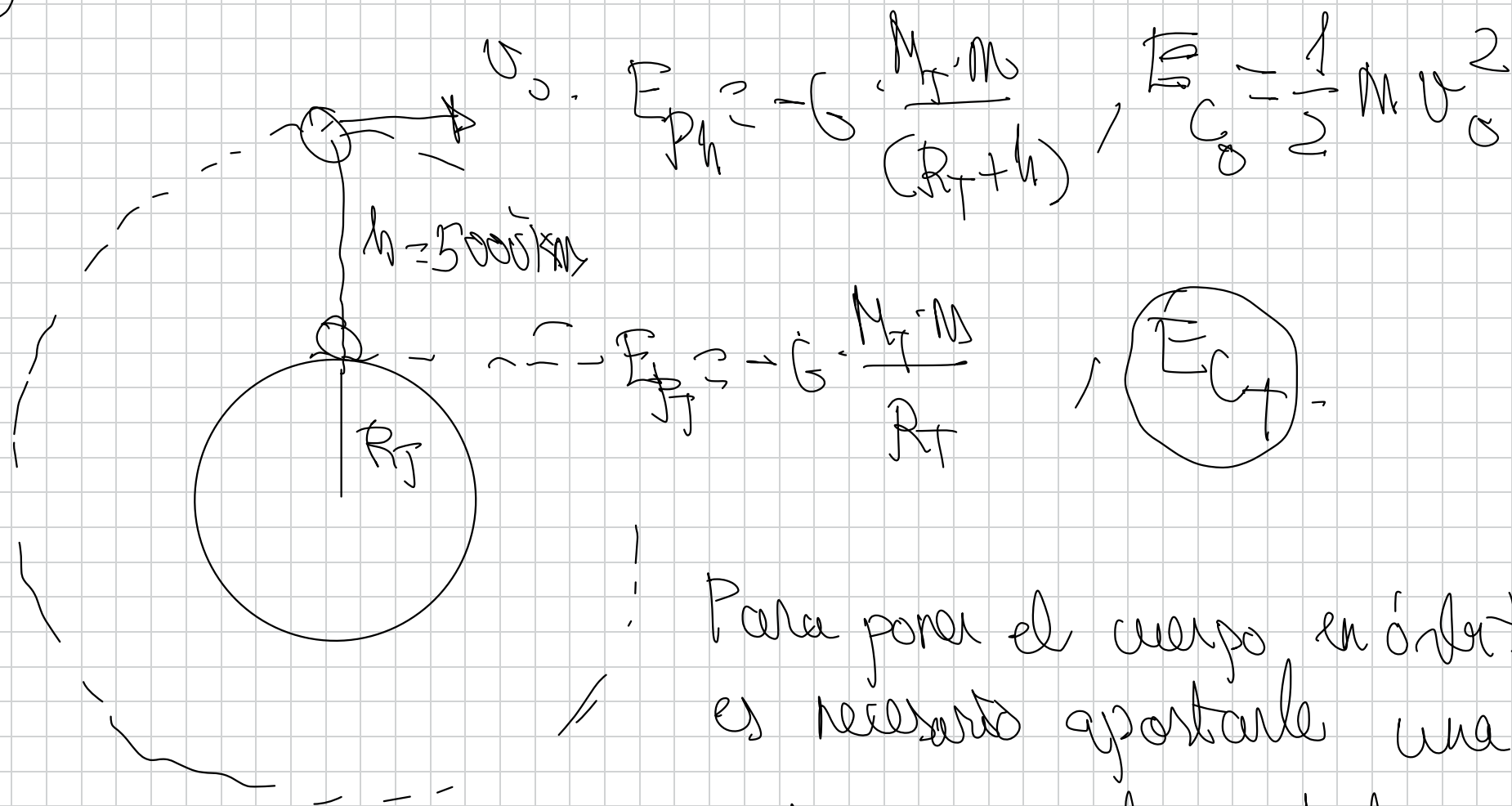
$$E_{G_f} = G \frac{M_f - m}{R_f} - G \frac{M_f - m}{(R_f + h)}$$

$$E_{CT} = G \cdot M_T \cdot M \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)} \right)$$

$$E_{CT} = 667 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200 \left(\frac{1}{64 \cdot 10^6} - \frac{1}{(64 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^6)} \right)$$

$$\boxed{E_{CT} = 5.52 \cdot 10^9 \text{ J}}$$

b)



Para poner el cuerpo en órbita es necesario aportarle una E_c mayor que en el apartado anterior ya que el cuerpo ha de llegar a esa altura con la velocidad orbital.

Conservación de la E_m
(poner un cuerpo en órbita)

$$E_{m_i} = E_{m_f}$$

$$E_{p_i} + E_{G_i} = E_{p_f} + E_{G_f}$$

$$-G \frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{G_i} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$-G \frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{G_i} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{\frac{G M_T}{(R_T + h)}} \right)^2$$

Condición de
órbita

$$F_g = F_n$$

$$v = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}}$$

$$-G \frac{M_T \cdot M}{R_T} + E_{CT} = -G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T} + E_{CT} = -G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \left(-1 + \frac{1}{2} \right)$$

$$-G \frac{M_T \cdot M}{R_T} + E_C = -G \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)}$$

A bajo se nos piden
deducir la E_m

$$E_{PT} + E_{CT} = E_h + E_{ch}$$

E_m

→ E_m orbital
de un
satélite

$$\left[\rightarrow G \frac{M_T \cdot M}{R_T} + \cancel{E_{GT}} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)} \right]$$

$$E_{GT} = G \frac{M_T \cdot M}{R_T} - G \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)}$$

$$E_{GT} = G \cdot M_T \cdot M \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2(R_T + h)} \right)$$

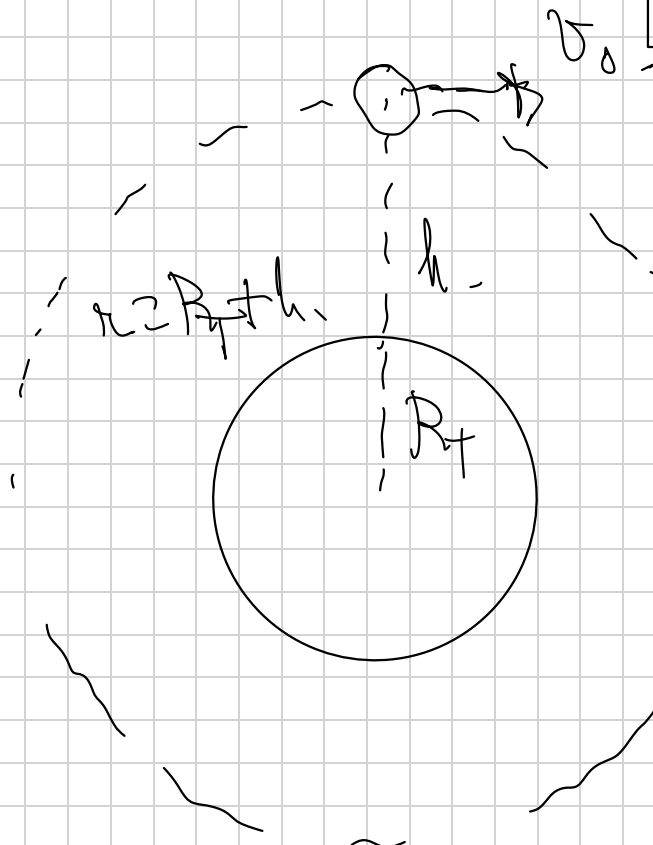
$$E_{GT} = W = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200 \left(\frac{1}{6'4 \cdot 10^6} - \frac{1}{2 \cdot (6'4 \cdot 10^6 + 15 \cdot 10^6)} \right)$$

$$E_{GT} = W = 9'04 \cdot 10^9 \text{ J}$$



A esa energía se le llama también energía de satelitización, que es la necesaria para poner al satélite en órbita y es mayor que la calculada en el apartado anterior en donde solo pretendíamos llevar al cuerpo

c)



$$E_{\text{órbita}} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} \rightarrow \text{cte}$$

ya que $r = R_T + h$ no
varía (órbita circular)

$$E_{\text{órbita}} = \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow \text{cte}$$

ya que la v_{orbital} no cambia en
módulo (aunque sí lo haga en dirección) (MCU)

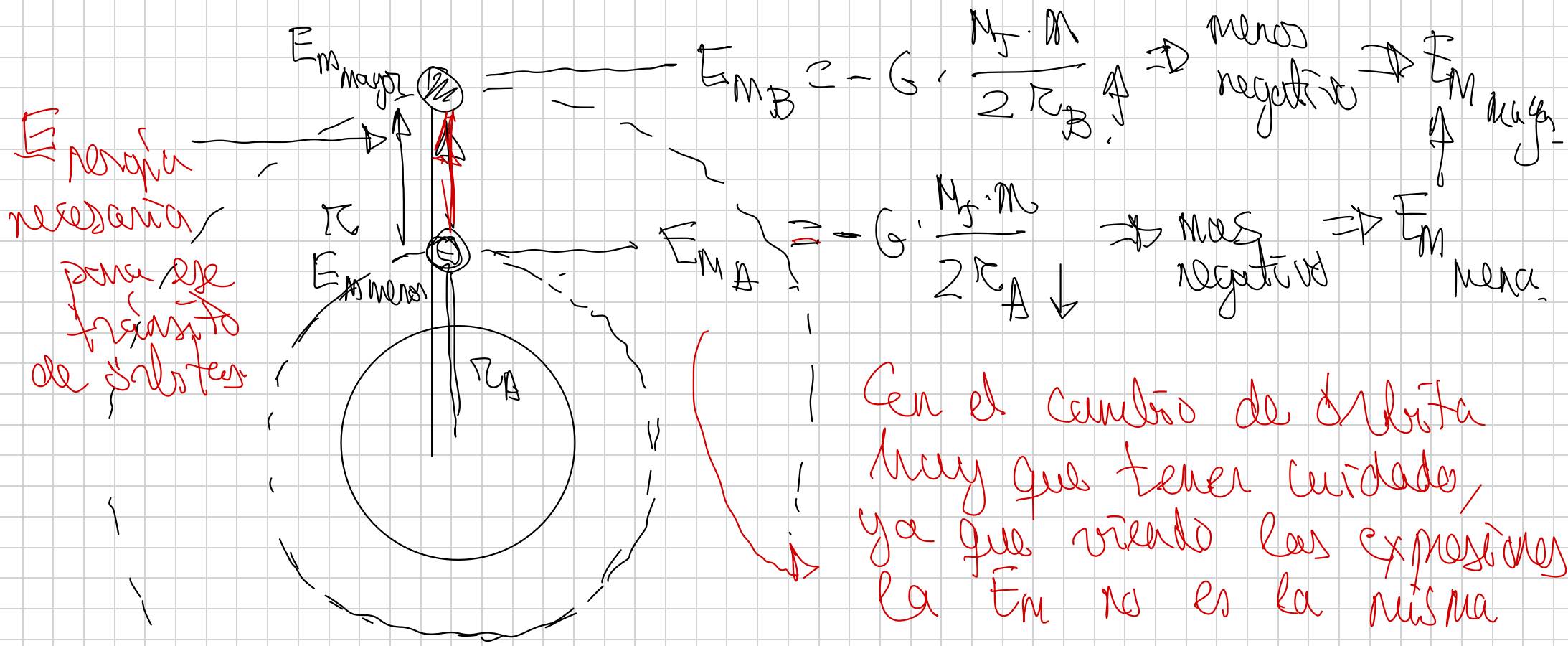
$$E_m = \overset{\text{cte}}{\uparrow} E_p + \overset{\text{cte}}{\uparrow} E_c = \text{cte}$$

Al ser la E_p
cte y la E_c cte
la E_m es cte.

Bajo la exclusiva acción de la fuerza gravitatoria, la E_m no varía, (la fuerza gravitatoria es conservativa)

Cambio de órbita.

Cuando quiero transferir un satélite orbitando a otra órbita en donde sigue orbitando también, la $E_m = -G \frac{M \cdot m}{2r}$ no será la misma



E_{mB} mayor
 E_{mA} menor

$$E_{mA} + E = E_{mB}$$

(no se conserva la E_m , la fuerza gravitatoria no haría ese cambio de órbita, lo mantendría en la misma)

> **41.** Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

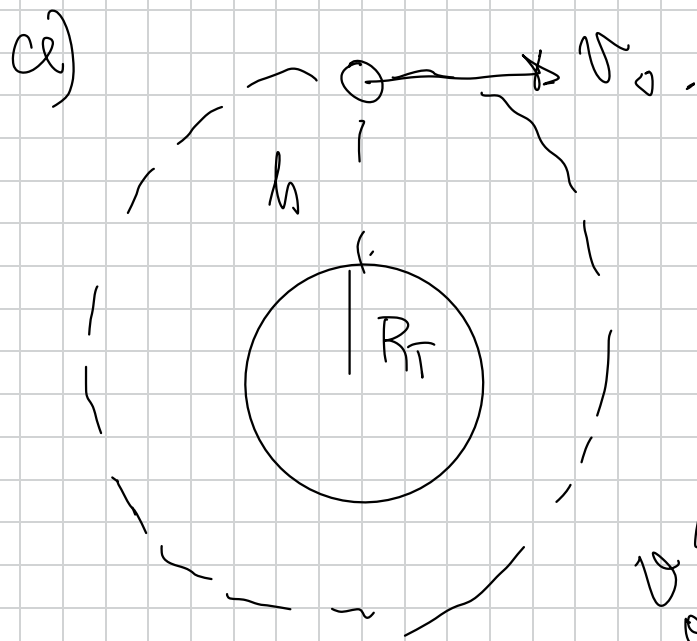
a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar.

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{Kg}^{-2}, R_T = 6370 \text{ Km}, M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

→ $E_{\text{suministrada}}$

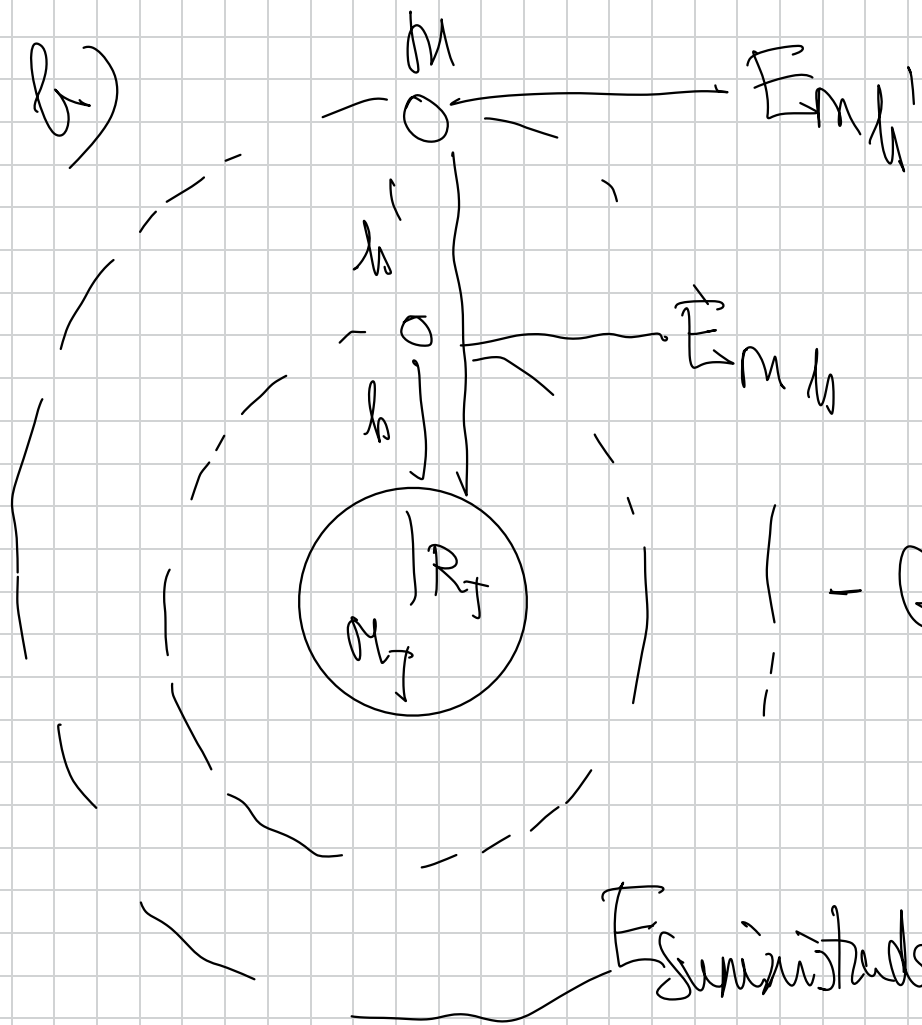


$$E_{Ph} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} = -518 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_{C_0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}} \right)^2 = 219 \cdot 10^9 \text{ J}$$

where $v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}}$

$$E_m = E_{Ph} + E_{C_h} = -219 \cdot 10^9 \text{ J}$$



$$E_{Mh} + E_{\text{Seministraße}} = E_{Mh'}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)} + E_{\text{Seministraße}} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h')}$$

$$E_{\text{Seministraße}} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h)} - G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2(R_T + h')}$$

$$E_{\text{Seministraße}} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{2} \left(\frac{1}{(R_T + h)} - \frac{1}{(R_T + h')} \right)$$

$$E_{\text{Seministraße}} = 473 \cdot 10^8 \text{ J}$$