PÁGINA WEB DONDE SE PUBLICARÁ

https://fisicacucurella.enceuta.es

FÍSICA 2º BACHILLERATO.

PROFESOR: JOSÉ MANUEL GARCÍA CUCURELLA.

ESTRUCTURA DEL CURSO.

1ª EVALUACIÓN

- CAMPO GRAVITATORIO. → 6
- CAMPO ELÉCTRICO. → 5 → 8

REC.

2ª EVALUACIÓN

- ELECTROMAGNETISMO. ——— 3
- ONDAS. ——— 5

4 → REC → 7

3ª EVALUACIÓN

- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS, FÍSICA CUÁNTICA, FÍSICA NUCLEAR. ← 9 → REC
- ÓPTICA, MECÁNICA. ——— 1 → 5

FINAL — SUBIR NOTA.

OLIMPIADA DE FÍSICA: +0,5 p en alguna de las partes de la 2ª evaluación.

Material => Libro de la 1ª evaluación (copistería)

Calculadora => la misma que en matemáticas.

TEMA 1

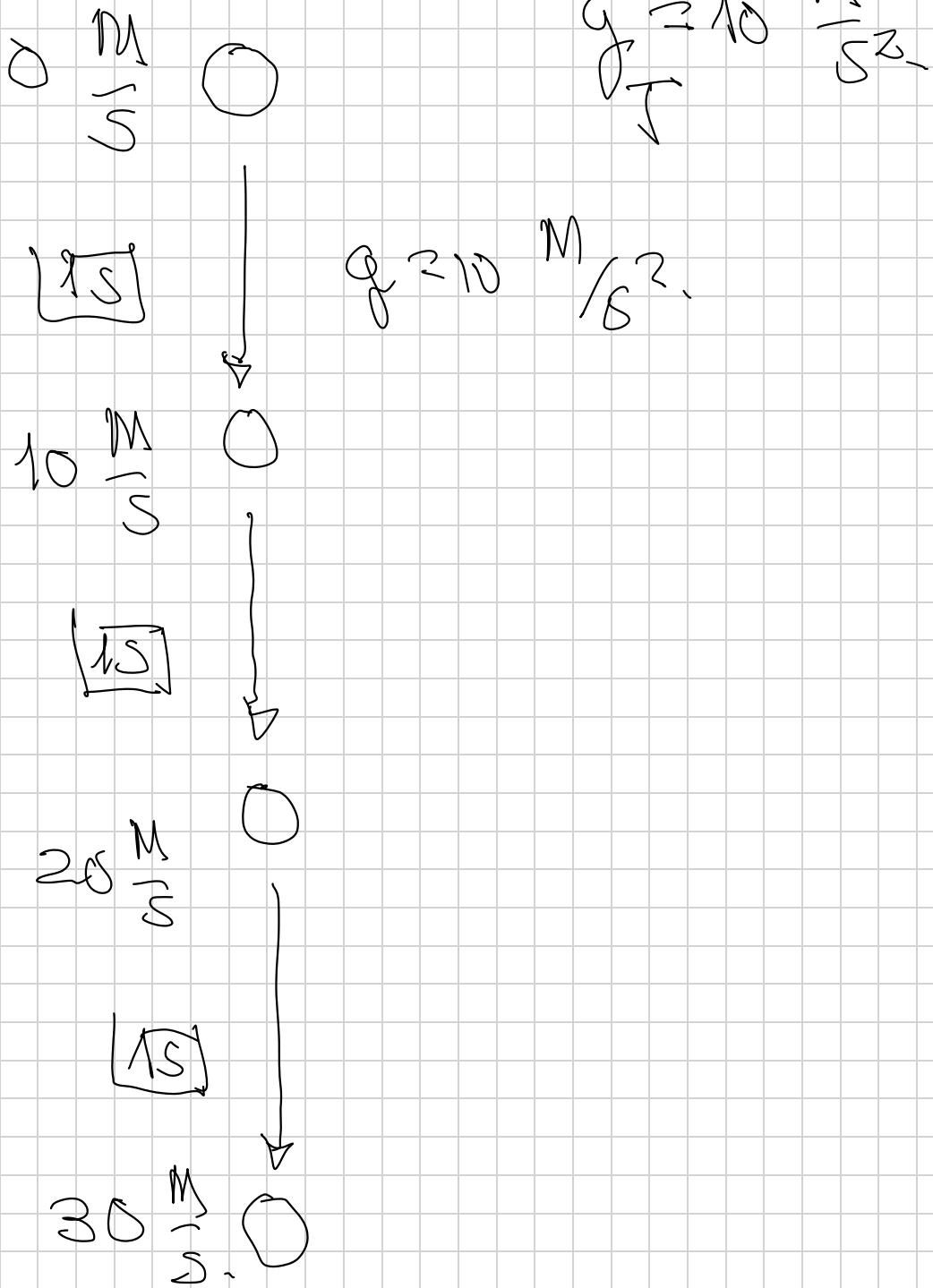
CAMPO GRAVITATORIO

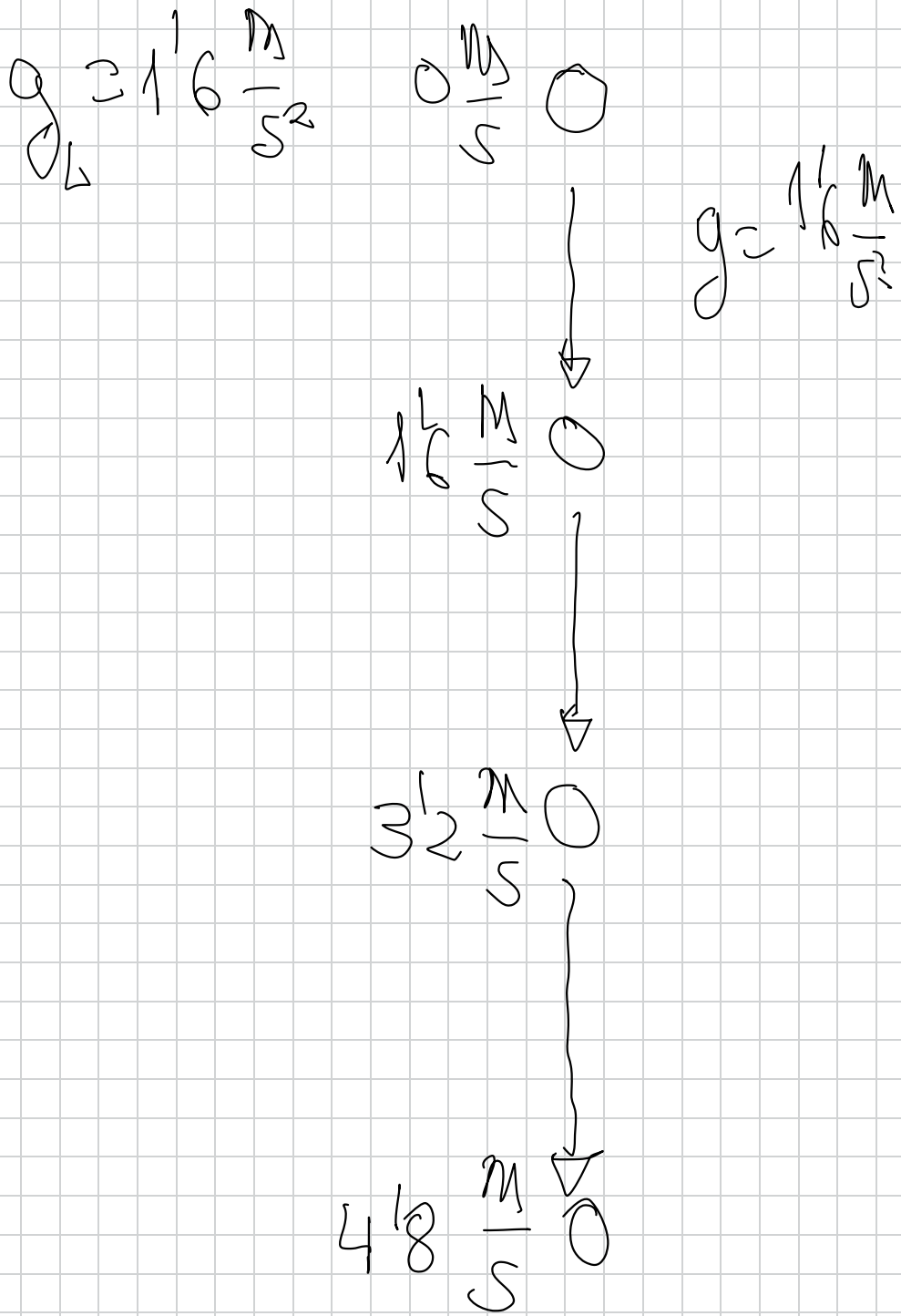
1.- Fuerzas por contacto y a distancia.

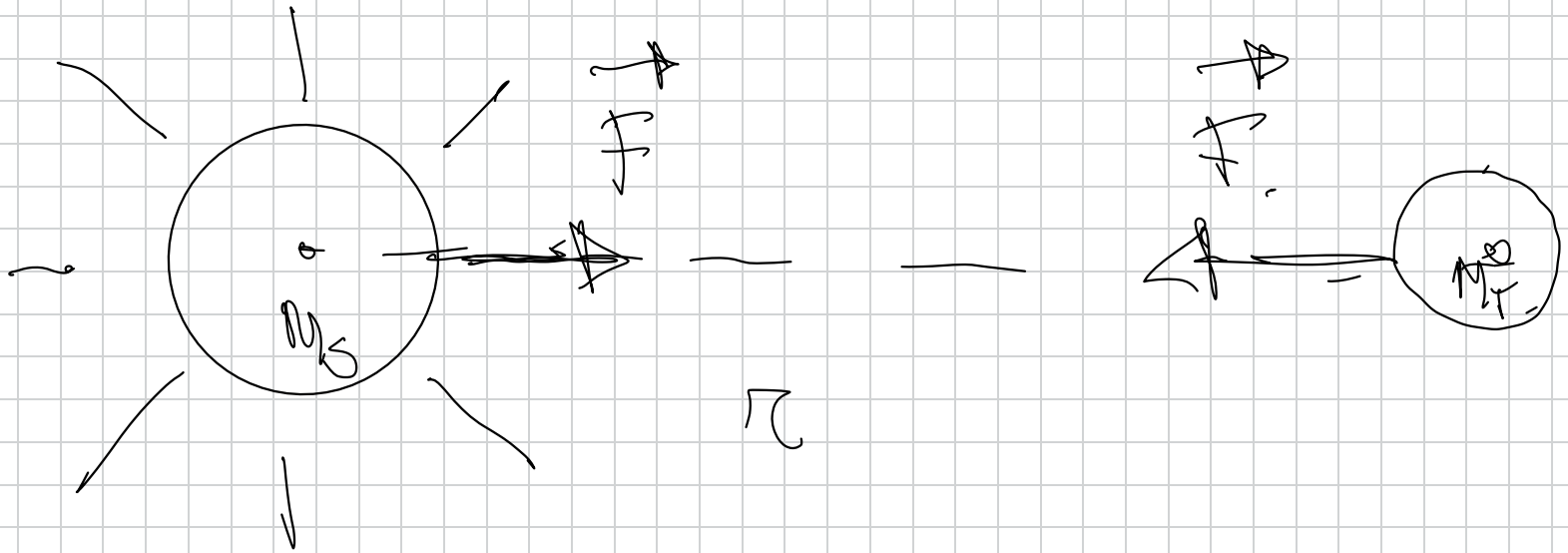
2ª ley de Newton ⇒ $F = m \cdot a$

$$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$$

$$[N] = [Kg] \cdot \left[\frac{m}{s^2}\right]$$


0 m/s
1s
10 m/s
1s
20 m/s
1s
30 m/s.
g = 10 m/s²
g = 10 m/s².


g = 16 m/s²
0 m/s
16 m/s
32 m/s
48 m/s
g = 16 m/s²



Ley de la Gravitación Universal.

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

M → kg
m → kg
r^2 → m^2
F → N.

Dos cuerpos cualesquiera del universo se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto

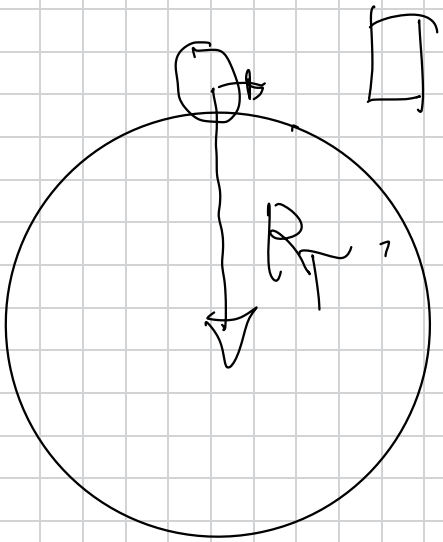
de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa centro a centro.

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \quad \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

$$G = 6{,}67 \cdot (10^{-11}) \quad N \cdot m^2 \, kg^{-2}.$$

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$G = \frac{F \cdot r^2}{M \cdot m} = \frac{N \cdot m^2}{kg^2} = N \cdot m^2 \, kg^{-2}.$$



$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{50\,kg \cdot 6 \cdot 10^{24}\,kg}{(6{,}4 \cdot 10^{6}\,M)^2} \simeq 500\,N.$$

$\vec{T}$ TIERRA

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{50\,Kg \cdot 20\,Kg}{(2m)^2} = 3{,}13 \cdot 10^{-6}\,N.$$

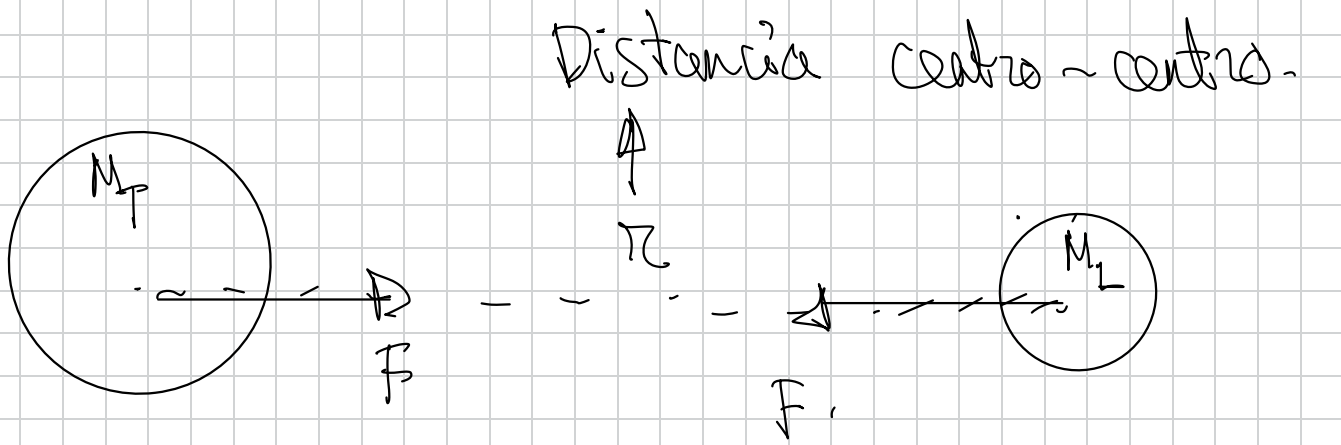
PIZARRA

$$P = m \cdot g = 50 \cdot Kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} = 500\,N.$$

pag 25 del libro. Enunciados.

1.- La masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa de la Luna es de $7{,}2 \cdot 10^{22}$ Kg. Si la fuerza gravitatoria entre ellas es de $1{,}9 \cdot 10^{20}$ N, ¿Cuál será la distancia entre sus centros?
.$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$ ← Unidades SI

1º Dibujo de la situación.



2º Aplico ley de la Gravitación Universal.

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2}$$

3º Despejo distancia entre sus centros

$$F \cdot r^2 = G \cdot M_T \cdot M_L$$

Todo en unidades S.I.

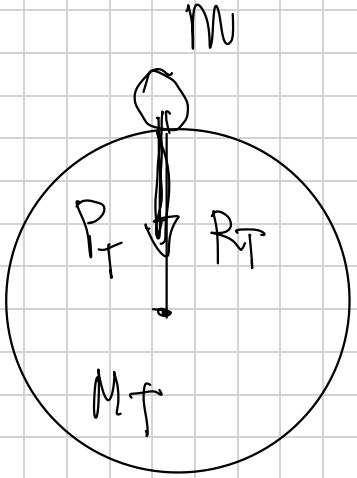
$$r = \sqrt{\frac{G \cdot M_T \cdot M_L}{F}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{24}\ kg \cdot 7{,}2 \cdot 10^{22}\ kg}{1{,}9 \cdot 10^{20}\ N}}$$

$$r \simeq 3{,}1 \cdot 10^{8}\ m$$

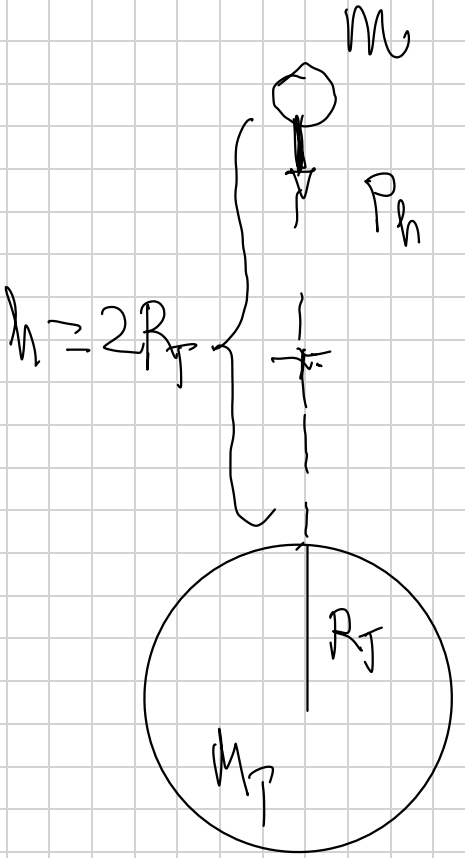
2.- ¿A cuánto disminuye el peso de un cuerpo cuando se eleva desde el nivel del mar a una altura igual al doble del radio terrestre?

1º) Dibujo de la situación.

$r \approx R_T$



¡OJO! distancia centro-centro.



$r = R_T + h$

$r = R_T + h$

$r = R_T + 2R_T$

$r = 3R_T$

2º paso: escribo las expresiones en ambos casos

$$F_T = P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_h = P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + 2R_T)^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(3R_T)^2}$$

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \iff P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9R_T^2}$$

El peso disminuida a la novena parte

El peso sería la novena parte que en la superficie terrestre.

3º ⇒ Relacionó ambas expresiones

divididas entre sí.

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_1 \cdot m}{q R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}$$

Nada más.

$$\frac{\frac{1}{q}}{1}.$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{1}{q} \Rightarrow \boxed{P_h = \frac{1}{q} P_T}$$

Se pesa a esa altura es la novena parte de lo que pesaba en la Tierra.

Modo Sebastián -

$$\frac{P_T}{P_h} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{9 R_T^2}}$$

$$\frac{P_T}{P_h} = \frac{1}{\frac{1}{9}}$$

$$\frac{P_T}{P_h} = 9 \Rightarrow P_T = 9 P_h$$

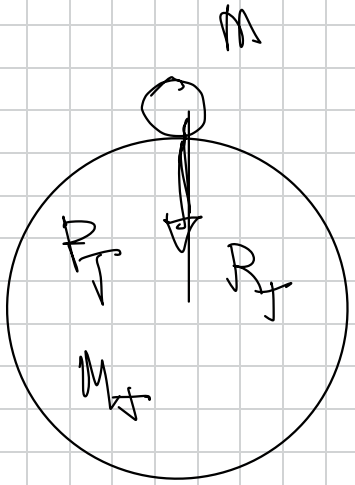
Su peso en la Tierra es 9 veces mayor que el que tenía a esa altura.

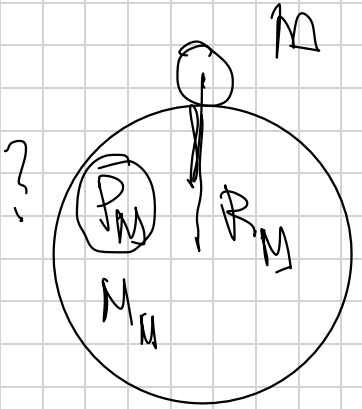
4.- El radio de la Tierra es aproximadamente 6370 Km, mientras que el de Marte viene a ser de unos 3440 Km. Si un objeto pesa 200 N en la Tierra, ¿Cuál sería su peso en Marte?. Dato: Marte tiene una masa 0,11 veces la de la Tierra.

1º Dibujo de la situación.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$

No se puede usar, no la dan.





2º Pongo ambas expresiones.

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$P_M = G \cdot \frac{M_M \cdot m}{R_M^2}$$

?

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_M \cdot M}{R_M^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}}$$

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{M_M \cdot R_T^2}{M_T \cdot R_M^2}$$

$$M_M = 0{,}11\, M_T$$

$$\frac{P_M}{P_T} = \frac{0{,}11\, M_T \cdot R_T^2}{M_T \cdot R_M^2}$$

$$P_M = \frac{0{,}11\, R_T^2}{R_M^2} \cdot P_T$$

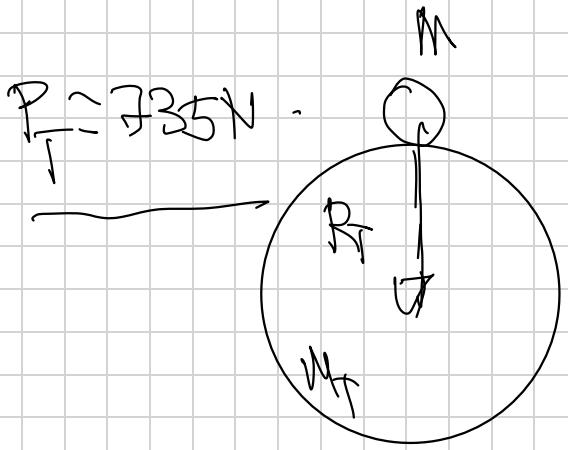
$$P_M = \frac{5{,}11 \cdot (6{,}37 \cdot 10^6\ m)^2}{(3{,}44 \cdot 10^6\ m)^2} \cdot 200\ N.$$

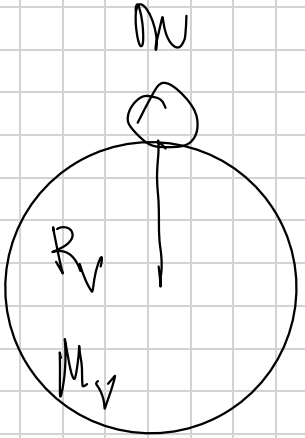
$$P_M = 75{,}43\ N.$$

5.- Un astronauta, cuyo peso en la Tierra es de 735 N, aterriza en el planeta Venus y al medir su peso observa que éste es de 600 N. Teniendo en cuenta que el diámetro de Venus es el mismo que el de la Tierra:

a) Halla la relación que existe entre las masas de la Tierra y Venus

b) Calcula la masa de Venus, sabiendo que la masa de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ Kg





$$P_V = 600\ N.$$

$$\left[R_V = R_T \right]$$

$$P_J = G \cdot \frac{M_J \cdot M}{R_J^2 \cdot}$$

$$P_V = G \cdot \frac{M_V \cdot M}{R_V^2 = R_J^2 \cdot}$$

$$\frac{P_J}{P_V} = \frac{G \cdot \frac{M_J \cdot M}{R_J^2 \cdot}}{G \cdot \frac{M_V \cdot M}{R_J^2}}$$

$$\frac{P_J}{P_V} = \frac{M_J}{M_V}$$

Relación entre las masas de los planetas.

$$\frac{M_J}{M_V} = \frac{735}{600}$$

$$\frac{M_J}{M_V} = 1'22$$

$$M_V = \frac{1}{1'22} M_T$$

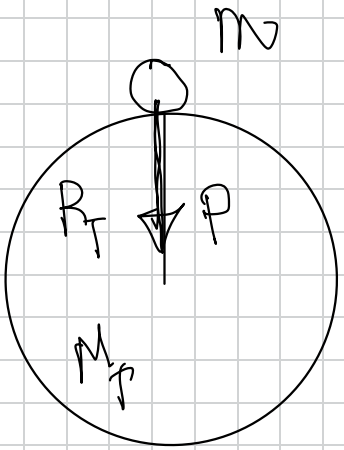
$$\Leftarrow \quad M_T = 1'22\, M_V$$

b) $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$.

$$M_T = 1'22\, M_V \Rightarrow M_V = \frac{M_T}{1'22} = \frac{6 \cdot 10^{24}\ kg}{1'22}$$

$$M_V = 4'92 \cdot 10^{24}\ kg.$$

ley de la gravitación Universal.



$$P = F_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$\boxed{P_T} = \boxed{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T^2}}$$

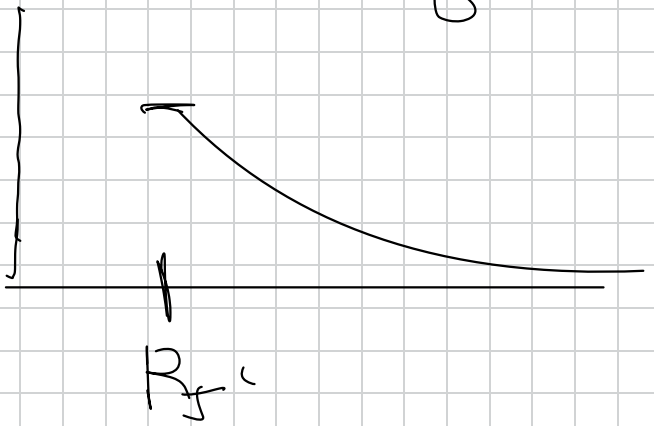
$$\boxed{P_T} = m \cdot \boxed{g_T}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}\ kg}{(6{,}4 \cdot 10^6\ m)^2} =$$

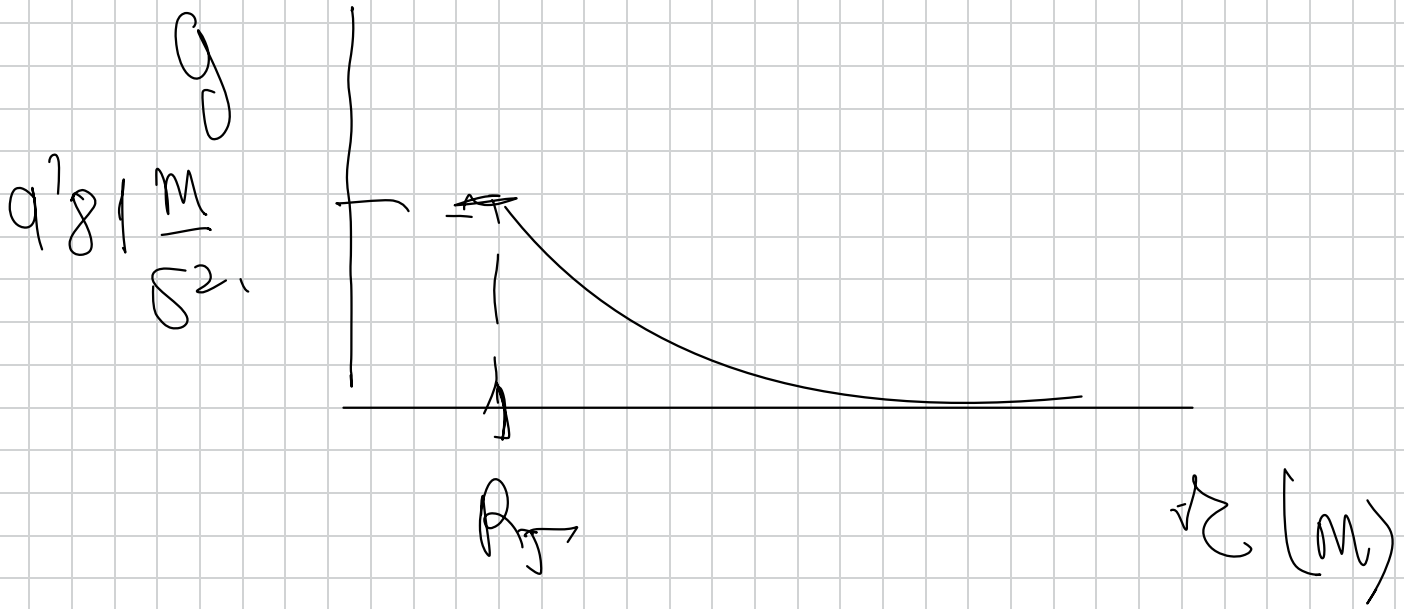
$$9{,}81 \cdot \frac{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot kg}{m^2} = 9{,}81\ N \cdot kg^{-1} = 9{,}81\ \frac{N}{kg}$$

$$= 9{,}81\ \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2}}{kg} = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}.$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$



$$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$



3.- Frecuentemente se habla de que los astronautas en el espacio experimentan ausencia de gravedad. ¿Es correcta esta expresión?. Razónese.

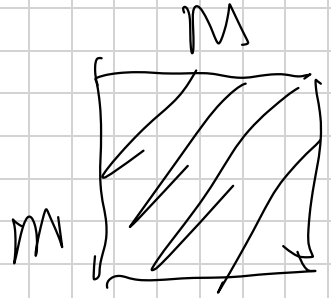
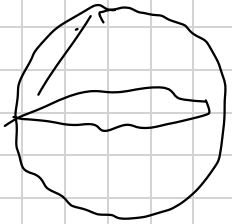
La expresión no es correcta.

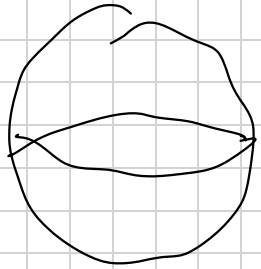
$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$ → La gravedad solo sería nula en el infinito existe una gravedad menor, pero no nula

densidad. ρ

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{M}{V} = \frac{kg}{m^3}$$

l ——— m ○ ——— $2\pi r\,(m)$

S  m^2  $\frac{4}{3}\pi r^2\,(m^2)$

V  m^3  $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3\,(m^3)$

$$\rho = \frac{M_{planeta}}{V_{planeta}} = \frac{M_{planeta}}{\frac{4}{3}\pi R_{planeta}^{3}}$$

Se toma como una esfera.

pag 25

6.- Calcular la densidad media de la Tierra a partir de los siguientes datos: $g = 9{,}8\ m/s^2$, $R_T = 6370\ Km$, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

$$\rho_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

← da el dato

↓ la pongo en función de los datos conocidos

$$g_T = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

la despejo M_T:

$$M_T = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G}$$

$$\rho_T = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{\frac{g_T \cdot R_T^2}{G}}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} = \frac{g_T \cdot R_T^2}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3}$$

$$\rho = \frac{g_T}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R_T} = \frac{9{,}8 \ \frac{m}{s^2}}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 \ m} \rightarrow \boxed{5{,}5 \cdot 10^3 \ \frac{kg}{m^3}}$$

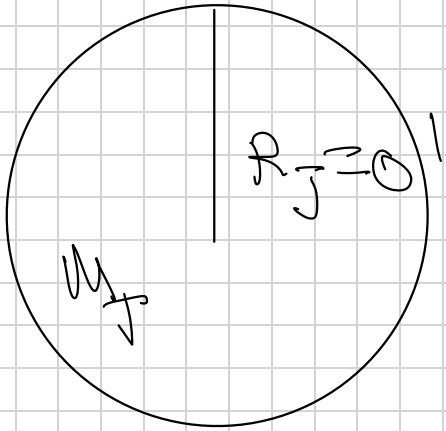
$R_T = 6370 \ km = 6{,}37 \cdot 10^6 \ m$

densidad ρ en unidades S.I.

7.- Júpiter tiene una densidad media de $\rho = 1{,}34 \cdot 10^3$ Kg/m^3 y un radio medio R= $0{,}718 \cdot 10^5$ Km. Sabiendo que G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m^2 · Kg^{-2}.

a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter?

b) ¿Pesará un cuerpo lo mismo en Júpiter que en la Tierra?. Razónese



$R_J = 0'718 \cdot 10^5 \text{ km} = 0'718 \cdot 10^8 \text{ m}$

$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

$\rho_J = 1'34 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2}$

M_J en función de los datos conocidos

$\rho_J = \frac{M_J}{\frac{4}{3}\pi R_J^3}$

$M_J = \rho_J \cdot \frac{4}{3} \pi R_J^3$

$$g_J = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = G \cdot \frac{\rho_J \cdot \frac{4}{3}\pi R_J^3}{R_J^2}$$

$$g_J = G \cdot \rho_J \frac{4}{3} \pi R_J$$

$$g_J = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}34 \cdot 10^3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 0{,}718 \cdot 10^8$$

$$g_J = 26{,}86 \ \frac{N}{S^2}.$$

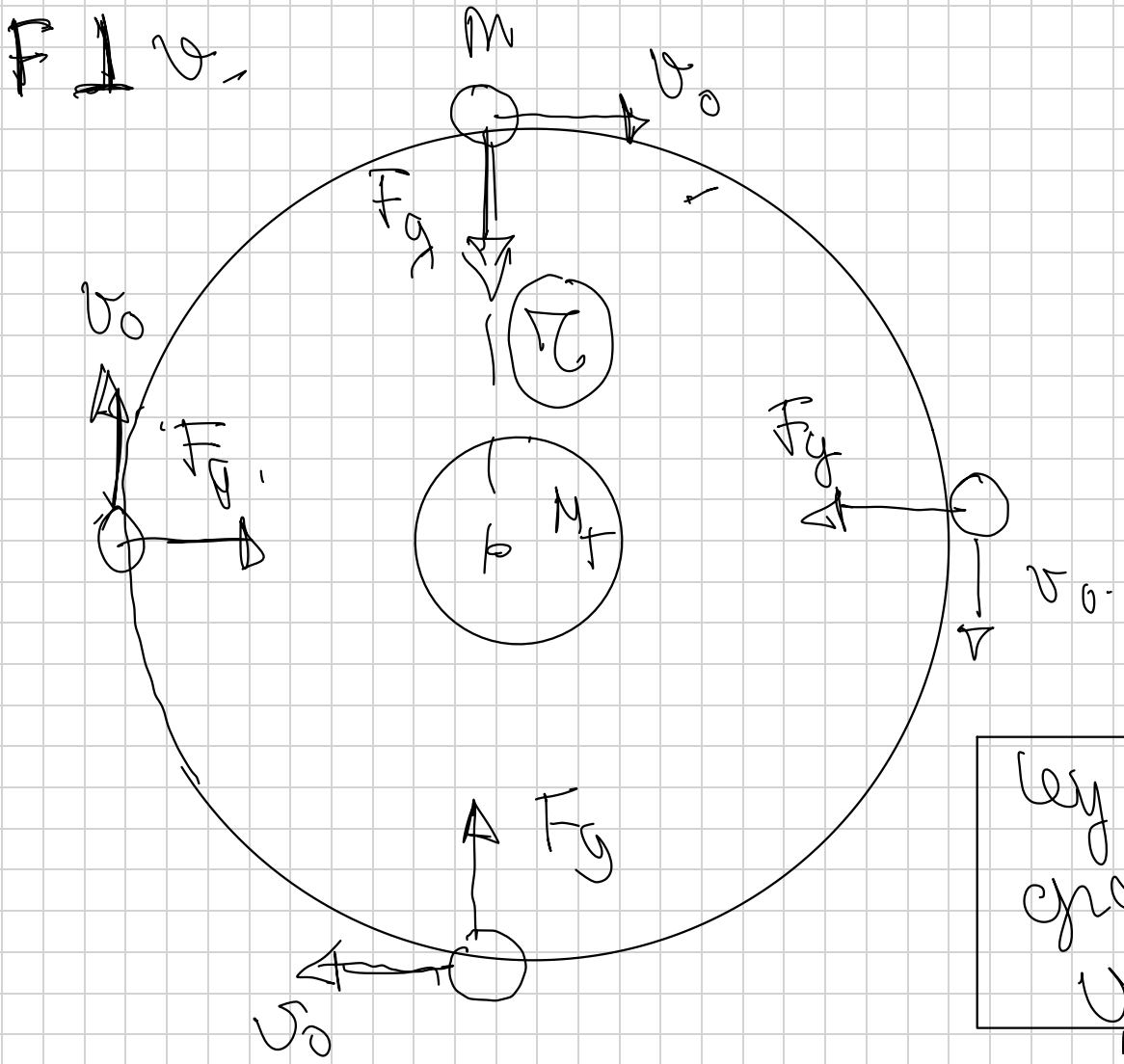
b) $P_T = M \cdot g_T$

$P_J = m \cdot g_J$ $\Big\}$ $g_J > g_T \Rightarrow P_J > P_T$

Pesará más en Júpiter que en la Tierra al ser la gravedad en Júpiter mayor.

Libro Pag 13 velocidad orbital de un satélite.

F 1 v.



MCU

Condición de orbitación:

$F_g = F_{normal}$

ley de la gravitación Universal

2ª ley de Newton

MCU

aceleración normal:

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

↓

radio de la trayectoria

↓

distancia entre centros

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M}{r}}$$

$v_0 \Rightarrow$ velocidad orbital $\left(\frac{m}{s}\right.$ en S.I.$\left.\right)$

pag 27.

¡OJO!

18.- Un satélite describe una órbita circular de radio $2R_T$ en torno a la Tierra.

a) Determinar su velocidad orbital

b) Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿Cuál será su peso en la órbita?.

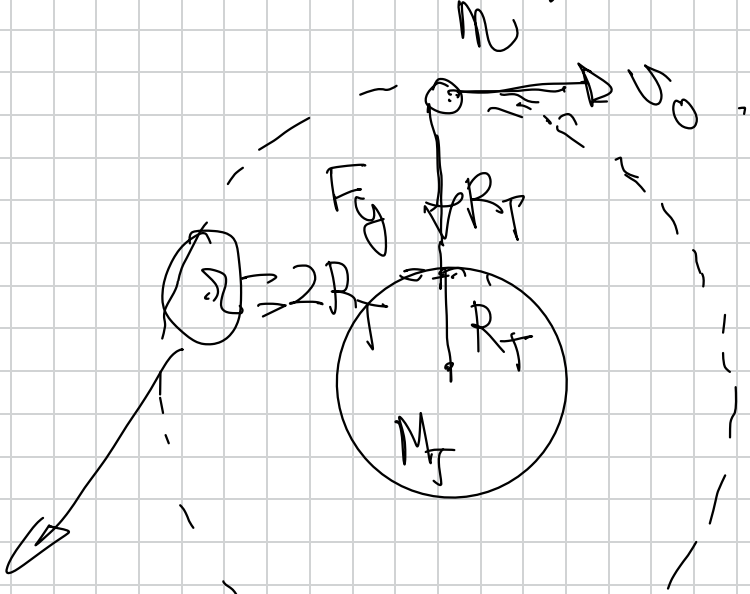
c) Explicar la fuerza que actúa sobre el satélite.

d) Si otro satélite de masa doble al anterior se encontrase orbitando a la misma altura, ¿Con qué velocidad lo haría?.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400\ Km$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ Kg$

$R_T = 6'4 \cdot 10^6\ m$

a) Primero dibujo de la situación.



Ley de la gravitación universal.

Condición de orbitación:

$F_g = F_n$ → 2ª ley de Newton.

$G \dfrac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot a_n$ MCU

distancia centro - centro es igual al radio

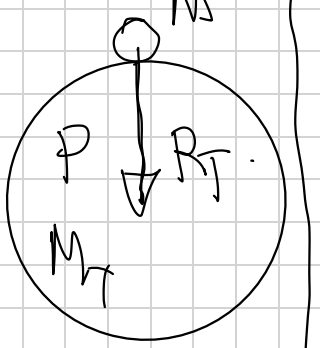
$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_{orbital}^2}{r}$$

$$v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{2R_T}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 6'4 \cdot 10^6}}$$

$$\boxed{v_o = 5591'57 \ \frac{m}{s}}$$

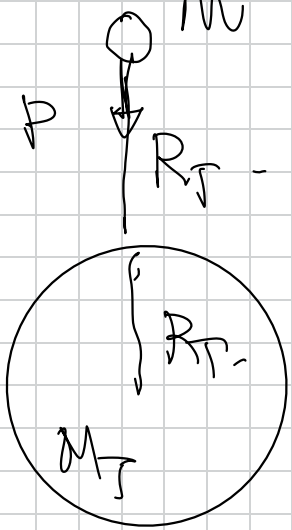
b)

$$P_T = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$



$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(2R_T)^2}$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{4R_T^2}$$



$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{4R^2}}{G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R^2}} =$$

$$\frac{P_h}{P_T} = \frac{1}{4}.$$

$$P_h = \frac{1}{4} P_T.$$

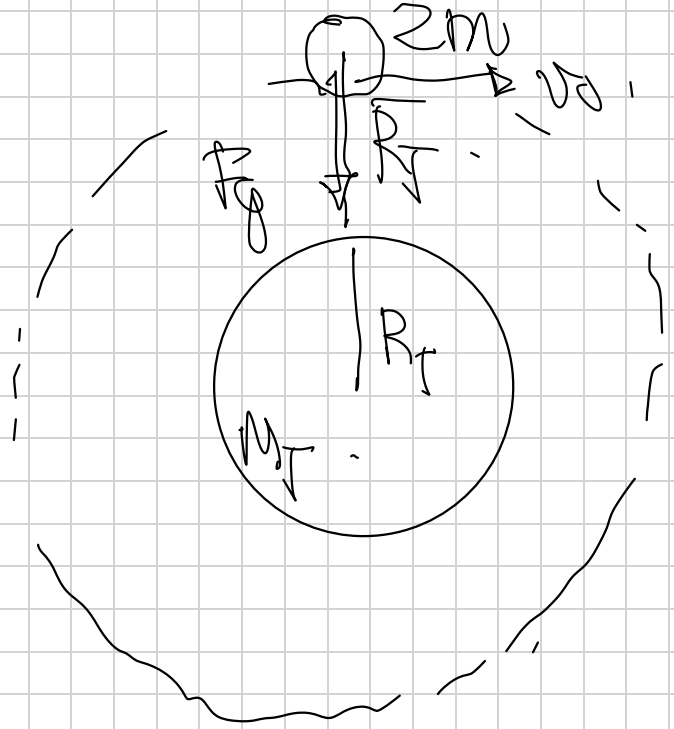
$$P_h = \frac{1}{4} 5000N = 1250N.$$

c) Según la ley de la Gravitación Universal, sobre el satélite actúa una fuerza gravitatoria (F_g) cuyo carácter es atractivo y que va dirigida hacia el centro de la Tierra. En este caso, dicha fuerza es perpendicular (o normal) a la velocidad con la que orbita el satélite, por lo que podemos expresar la fuerza gravitatoria F_g como una fuerza normal F_n que proporcionará al satélite una aceleración normal a_n que hará cambiar la velocidad del satélite en dirección, de forma que se describe una órbita circular que coincidirá con la curvatura de la Tierra, no llegando el satélite a impactar sobre ella.

La aceleración normal proporcionada por la fuerza hace cambiar la velocidad del satélite en dirección pero no en módulo, permaneciendo su valor constante ($v = cte$), y por ello se dice que el satélite describirá un movimiento circular uniforme (M.C.U)

d)

Modo Sebastián



$$F_g = F_{no}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot 2m}{R^2} = 2m \cdot \frac{v_0^2}{R}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M_T}{R}}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$ → La masa m del satélite no influye en la v_0.

Modo Álvaro

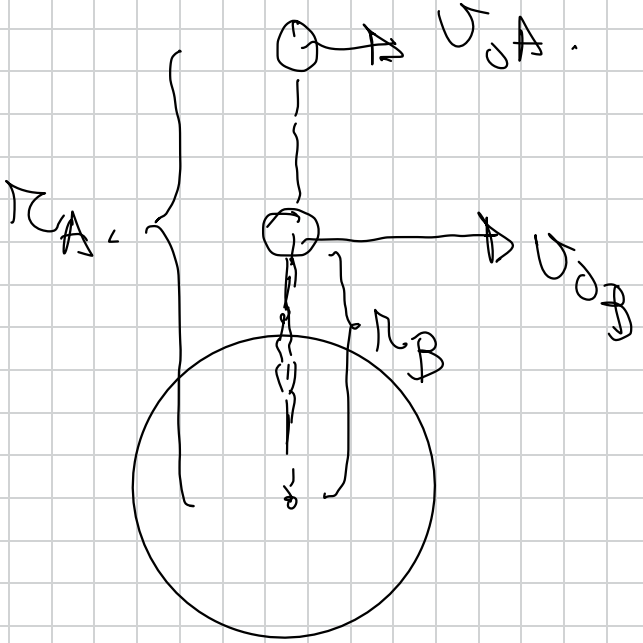
→ La v orbital será la misma independientemente de la masa del satélite.

19.- Dos satélites idénticos A y B están orbitando en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra, siendo $R_A > R_B$.

a) Indicar cuál de los dos satélites tiene mayor velocidad orbital.

b) Si la Tierra aumentase su masa al cuádruple manteniendo su radio, ¿Cómo se vería afectada la velocidad orbital de ambos satélites?.

a)

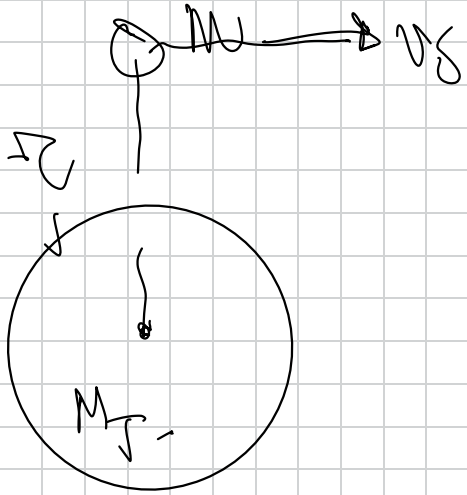


$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$ → deducción obligatoria

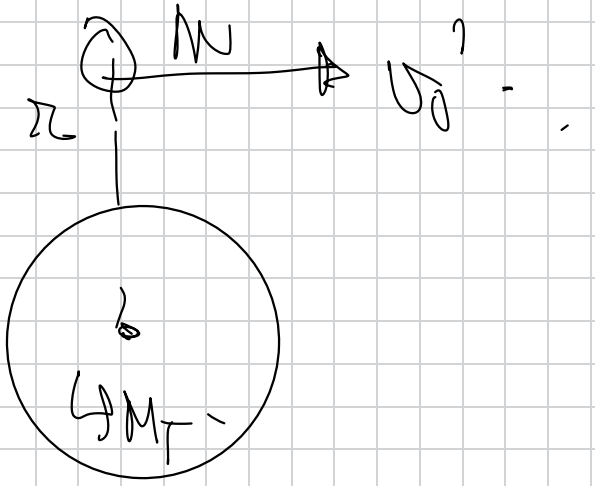
$r_A > r_B \Rightarrow v_A < v_B$

B tiene mayor velocidad orbital.

b)



$$v_0 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$



$$v_0' = \sqrt{G \frac{4M_T}{r}}$$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \frac{\sqrt{G \cdot \frac{4M_T}{r}}}{\sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}}$$

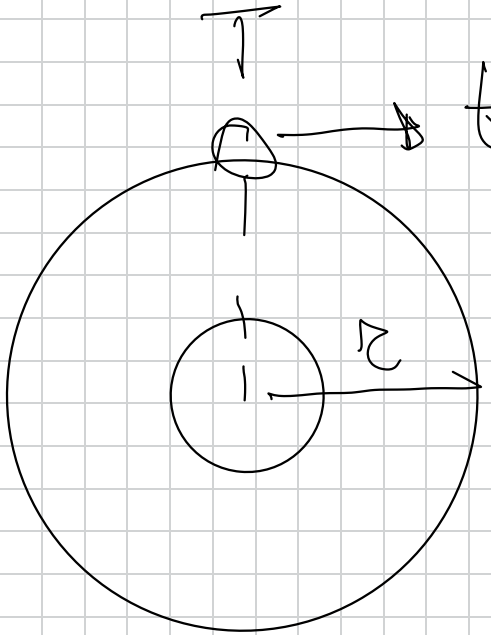
$$\frac{v_0'}{v_0} = \sqrt{4}$$

$$v_0' = 2 v_0$$

La velocidad orbital se duplica. ↓

pag 14 ⇒ Período T de un satélite.

T ⇒ S en el S.I.



T → tiempo que tarda el satélite en describir una órbita completa.

MCU ⇒ v cte en módulo.

$$|\vec{v}| = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} \quad \left(\frac{m}{s}\right)$$

MCU

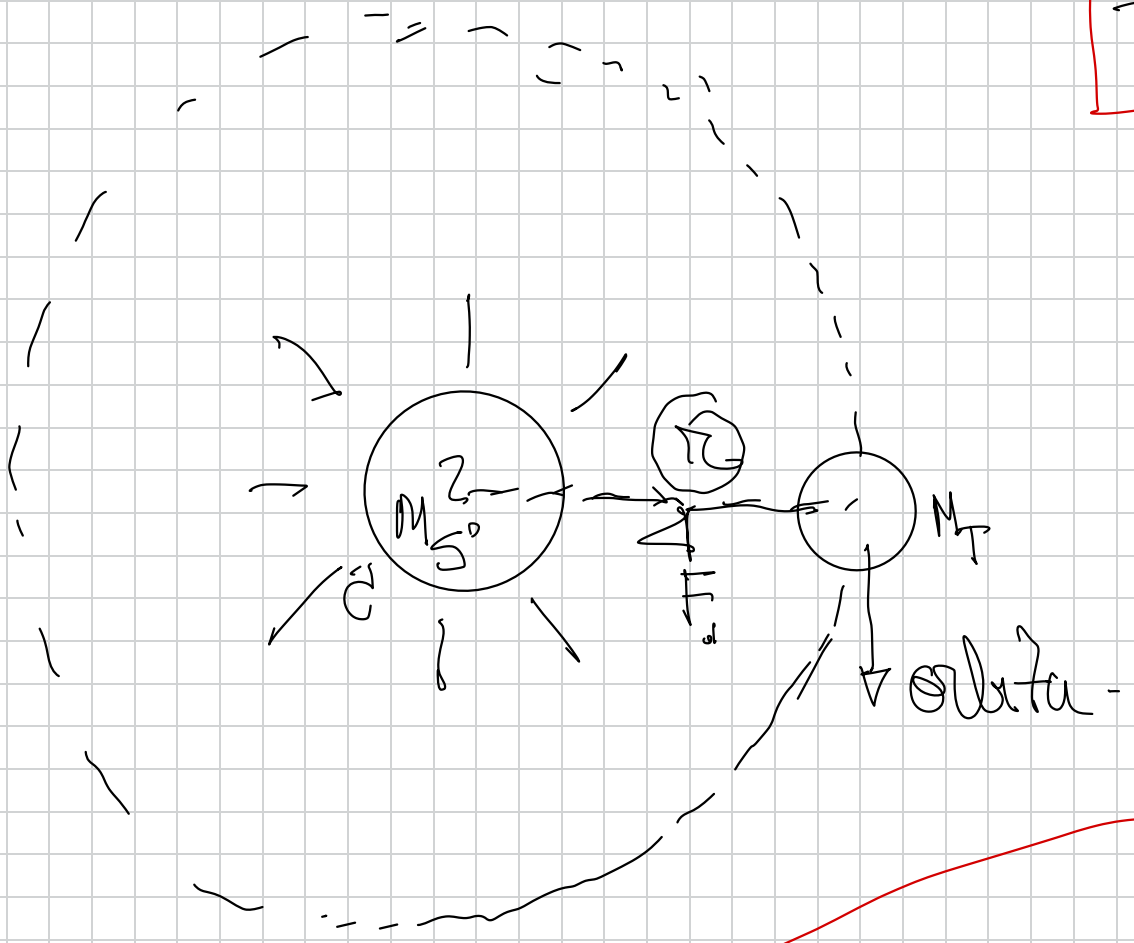
$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} \qquad \left(\frac{rad}{s}\right)$$

$$v = \omega \cdot r$$

21.- Suponiendo que la órbita de la Tierra en torno al Sol es una circunferencia de radio $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m y que la Tierra tarda $3{,}15 \cdot 10^{7}$ s en completar dicha órbita:

a) Calcular la masa del Sol.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$



$T = 3'15 \cdot 10^7 s$

Condición de orbitación:

$F_g = F_n$

$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot a_n$

$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v_0^2}{r}$

$v_0 = \frac{2\pi r}{T}$

Falta despejar T (dato que nos dan) para después despejar la masa del sol.

$G \cdot \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$

$G \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$

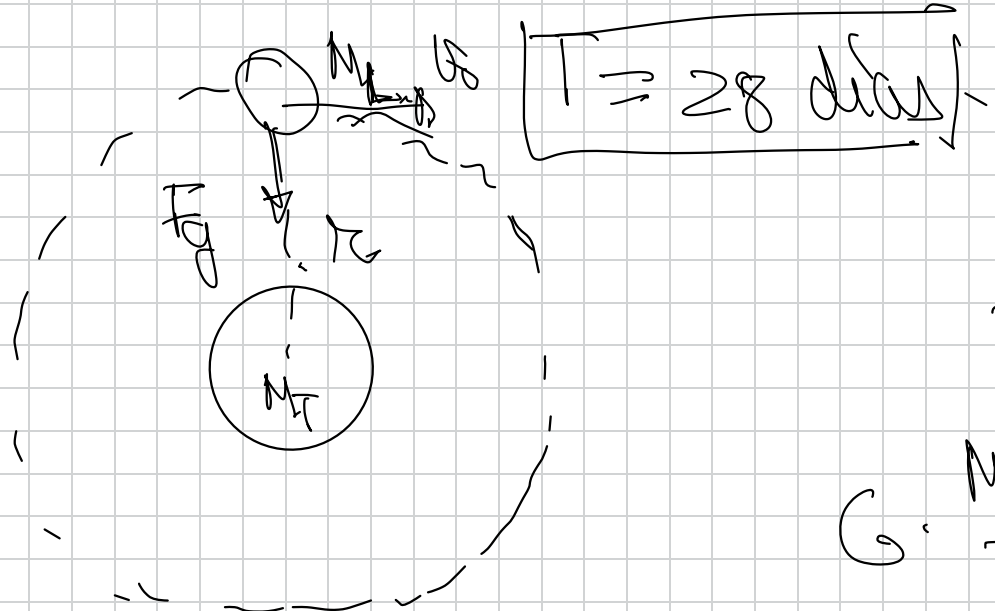
$$G \cdot M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$M_S = \frac{4\pi^2 r^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (15 \cdot 10^{11})^3}{6{,}67\,10^{-11} \cdot (3{,}5 \cdot 10^7)^2} = 2{,}01 \cdot 10^{30}\ kg$$

22.- La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

a) Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

b) Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de p



$T = 28\ días$

Condición de orbitación:

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot a_n$$

$$v_{orbital} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{r^2} = M_L \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$r^3 = \frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot (28 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$\boxed{r = 3{,}19 \cdot 10^8 \text{ m}}$$

$$T = 28 \text{ días} \cdot \frac{24 \cdot 3600 \text{ s}}{1 \text{ día}}$$

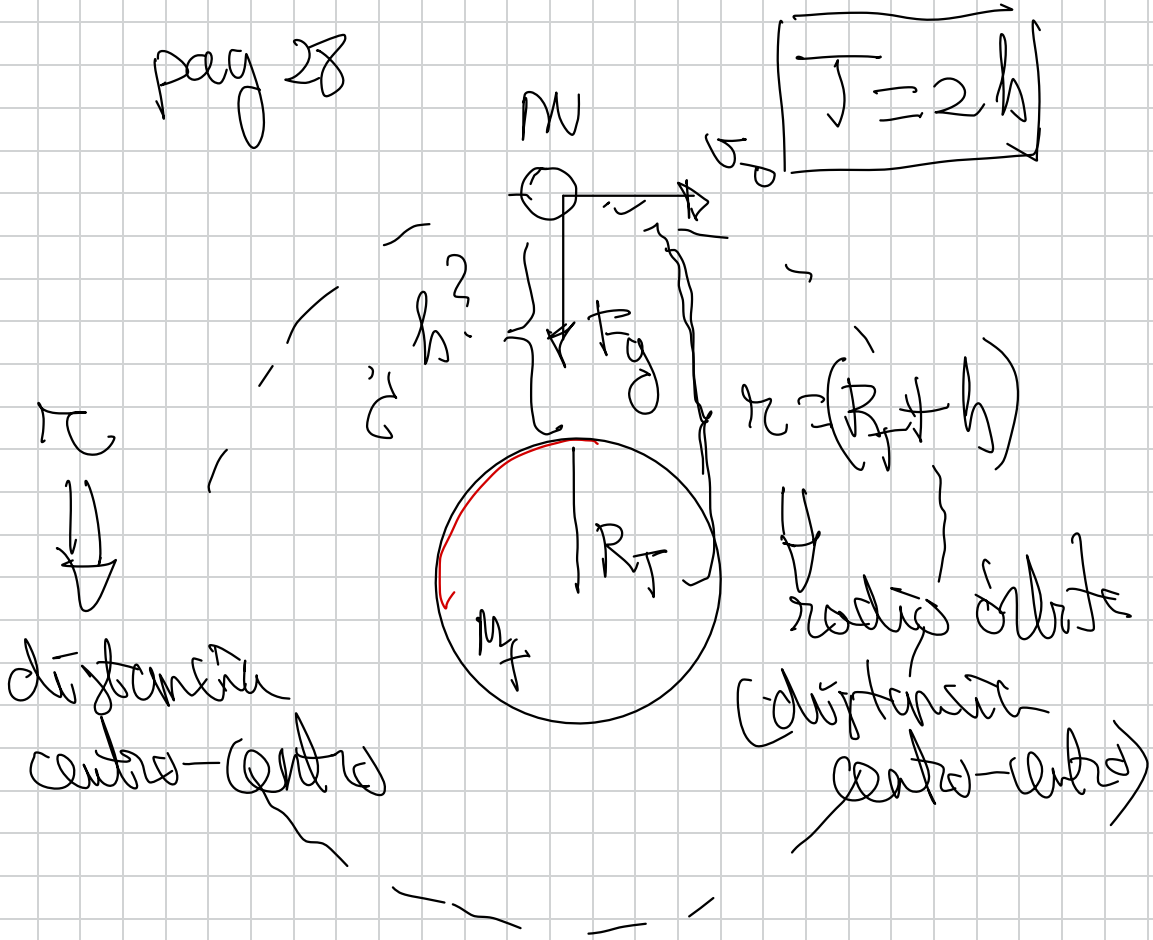
20.- ¿A qué altura de la superficie terrestre deberá estar situado un satélite si queremos que describa una órbita circular con un período de 2 horas?

$g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400\ Km$

pag 28

$T = 2\,h$

¡OJO! nos piden h.



Condición de Orbitación.

$F_g = F_n$.

$$G\cdot\frac{M_T\cdot m}{(R_T+h)^2} = m\cdot\frac{v_0^2}{(R_T+h)}$$

r

$$v_0 = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\Rightarrow (R_T+h)$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi(r)}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_T}{(R_T+h)} = \left(\frac{2\pi (R_T+h)}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{4\pi^2 (R_T+h)^2}{T^2}$$

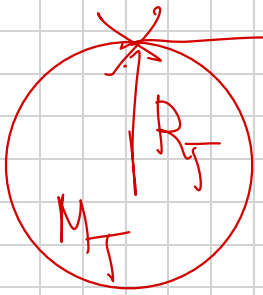
$$G \cdot M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 (R_T+h)^3$$

$$(R_T+h)^3 = \frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$g_T = 9{,}8 \ \frac{m}{s^2}$$



$$g_T = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$6400\ Km = 6'4 \cdot 10^6\ m$

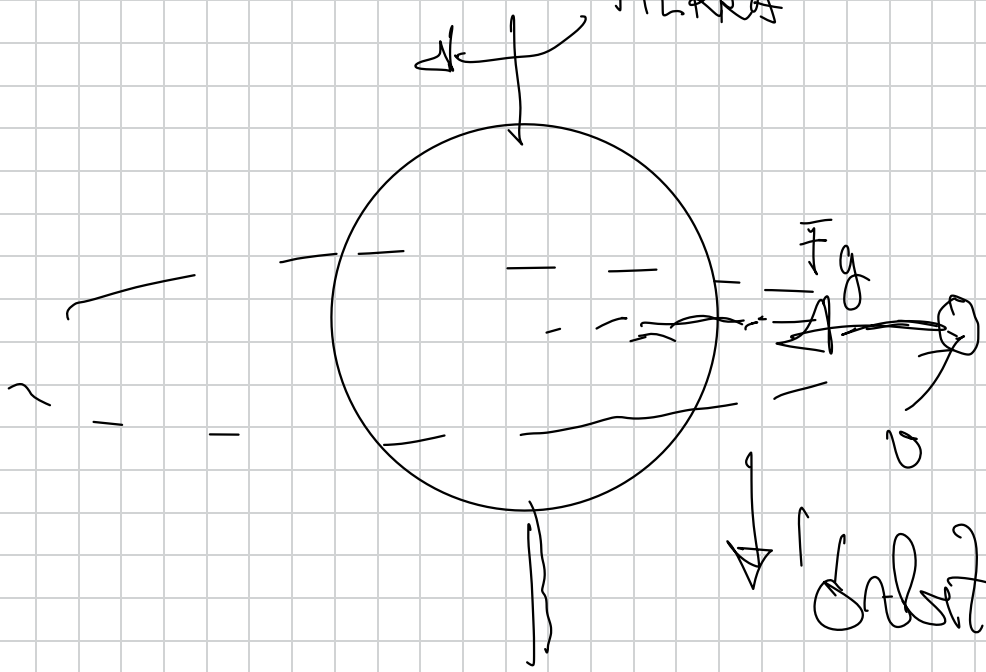
$T = 2 \cdot 3600 = 7200\ s$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9'8 \cdot (6'4 \cdot 10^6)^2 \cdot (7200)^2}{4\pi^2}} - 6'4 \cdot 10^6$$

$$h = 1'68 \cdot 10^6\ m$$

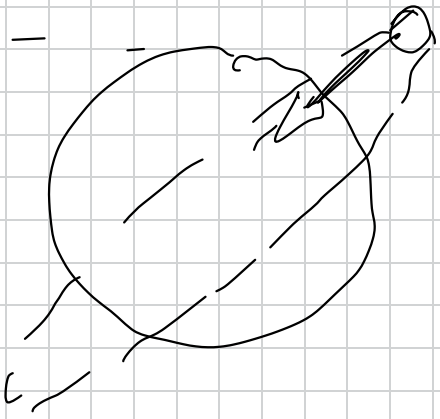
Satélites geoestacionarios

$T_{TIERRA} = 24\,h.$



$T_{satélite} = 24\,h$

Órbita ecuatorial ⇒ geoestacionario
(se mantiene en la misma vertical sobre la superficie terrestre)



$T = 24\,h$ en órbita no ecuatorial, pero se mantiene en la misma vertical, no sería geoestacionario, sería geosincrónico.

25.- Un satélite gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre)

a) Calcular su velocidad angular

b) Calcular la altura a la que se encuentra sobre la superficie terrestre

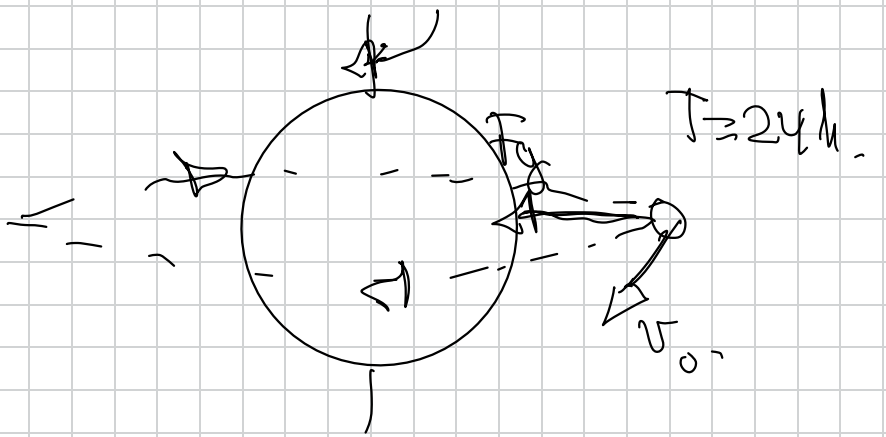
c) Calcular su aceleración normal

d) Explicar porqué el satélite no cae sobre la Tierra

$g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400$ Km

¡OJO!

pag 28



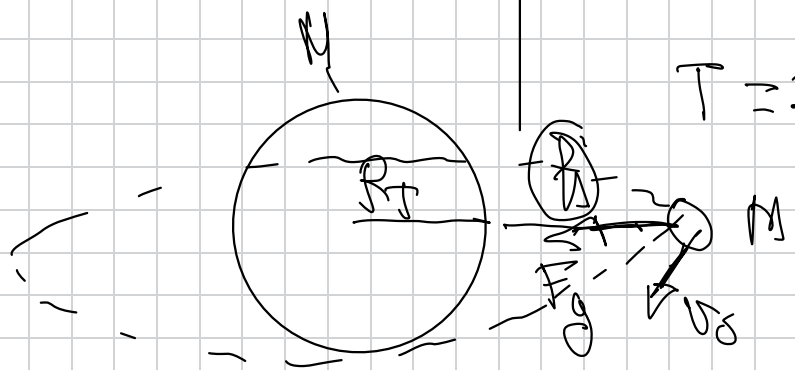
$T = 24 \cdot 3600\ s.$

a) $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600}\ \frac{rad}{s}$

$\omega = 7{,}27 \cdot 10^{-5}\ \frac{rad}{s}$

geoestacionario → h sobre la superficie terrestre en órbita ecuatorial para que T = 24 h.

T = 24 h.



Condición de orbitación

$$F_g = F_n$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_{orbital}^2}{r}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = v_{orbital}^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G M_T \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3 .$$

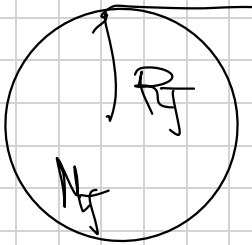
$$r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_T T^2}{4\pi^2}}$$

$$(R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{G M_T \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_T \cdot R_T^2 \cdot T^2}{4\pi^2}} - R_T$$

$$g_T = g \frac{m}{s^2}.$$



$$g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9{,}8\,(6{,}4\cdot 10^6)^2\cdot(24\cdot 3600)^2}{4\pi^2}} - 6{,}4\cdot 10^6$$

$T = 24\,h$

$$h = 3{,}6\cdot 10^7\ m$$

c)

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega\cdot r)^2}{r}$$

$v = \omega\cdot r$

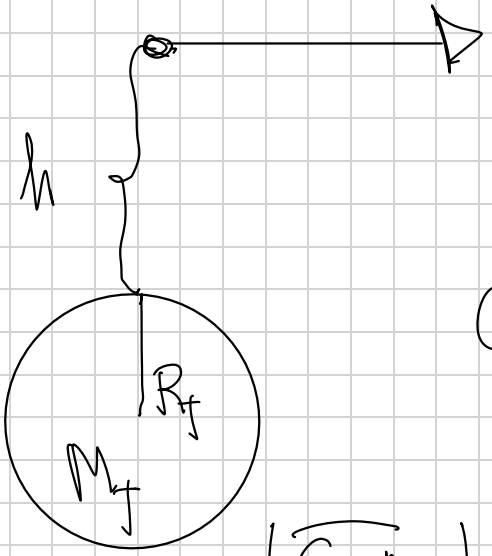
ω = ?

$$a_n = \frac{\omega^2\cdot r^2}{r} = \omega^2\cdot r = (7{,}27\cdot 10^{-5})^2\,(6{,}4\cdot 10^6 + 3{,}6\cdot 10^7)$$

$(R_T + h)$

$$\boxed{a_n = 0{,}22\ m/s^2}$$

Otra forma.



$$g_h = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

$$g_h = \frac{g_T \cdot R_T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{9'8 \cdot (6'4 \cdot 10^6)^2}{(6'4 \cdot 10^6 + 3'6 \cdot 10^7)^2} =$$

$$= 0'22 \ m/s^2 .$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow \boxed{G M_T = g_T \cdot R_T^2}$$

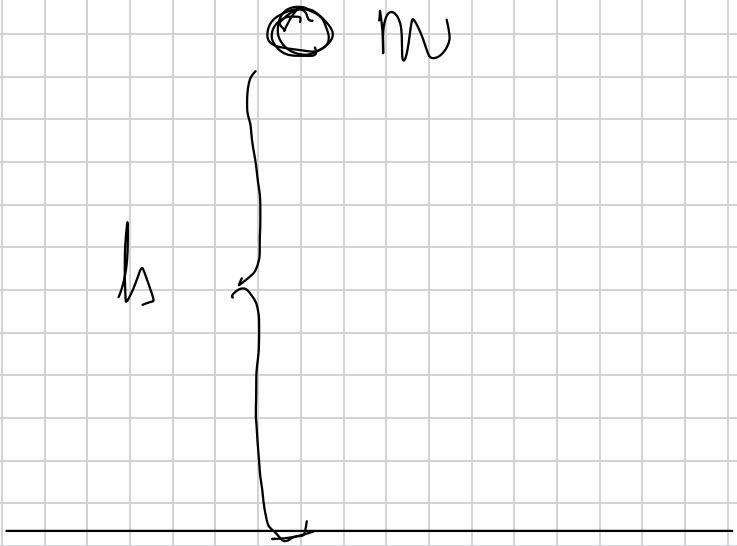
a) El satélite no impacta sobre la Tierra porque actúa una F gravitatoria que cambia su velocidad solo en dirección, de manera que describe una órbita

circular (movimiento circular uniforme)
y nunca llega a impactar sobre la
Tierra (es como una caída constante
sin llegar al impacto)

REPASO 4º ESO → 1º BACHILLERATO.

- Energía potencial. E_p

Es la energía que posee un cuerpo en función de su posición (en un campo de fuerzas conservativo)



$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

$$E_p = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$$E_p = \frac{N}{} \cdot \frac{m}{} = J \text{ en SI.}$$

- Energía cinética E_c.

Es la energía que poseen los cuerpos en función de su velocidad v.



$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_c = kg \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

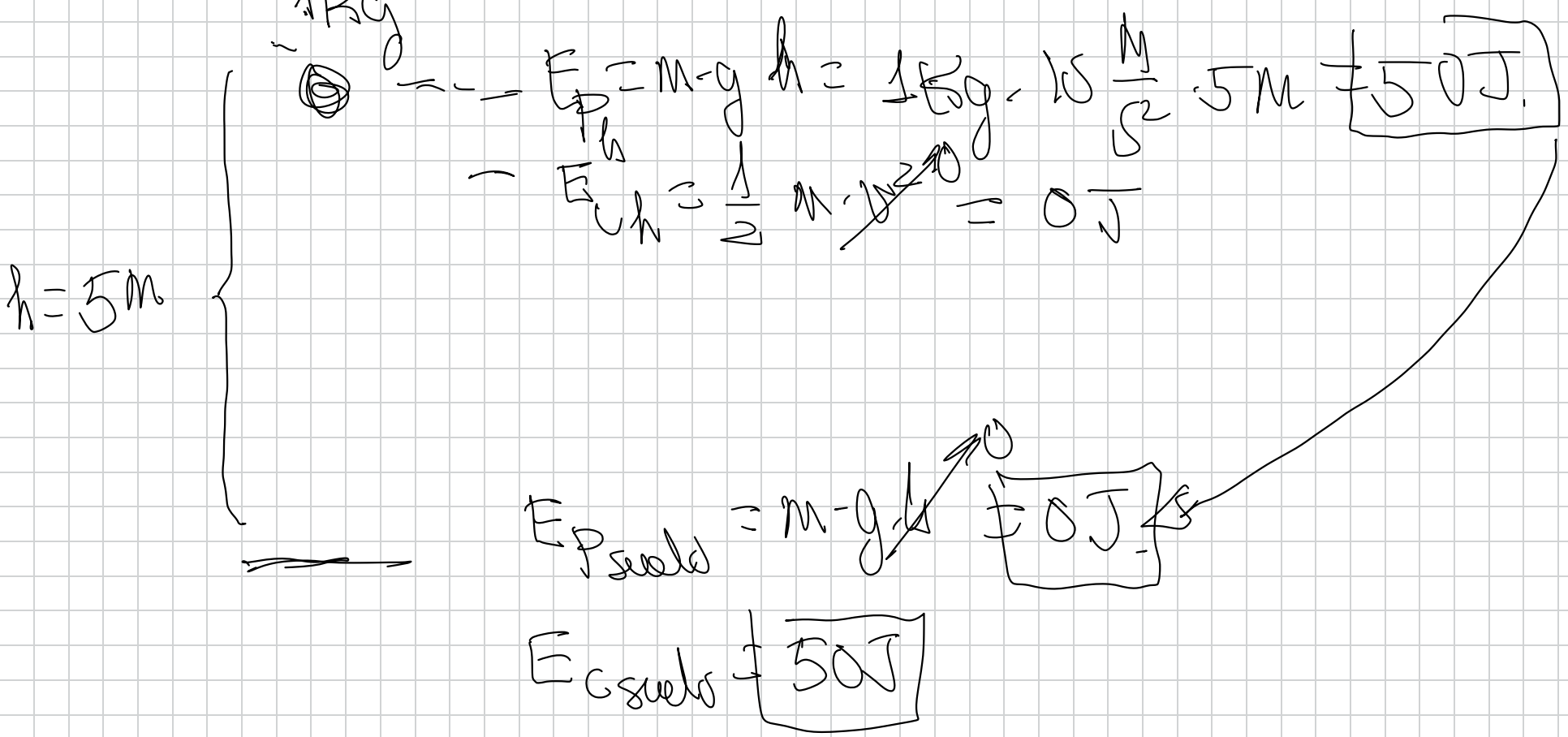
$$E_c = kg \frac{m}{s^2} \cdot m$$

$$E_c = N \cdot m = \overline{J} \text{ en SI}$$

- Energía mecánica $E_m = E_p + E_c$ = J en S.I.

Conservación de la E_m:

$g = 10\ m/s^2$.



Conservació de la E_m.

$$E_{m_h} = E_{m_{suelo}}.$$

$$E_{p_h} + E_{c_h} = E_{p_{suelo}} + E_{c_{suelo}}.$$

$$50J + 0J = 0J + E_{c_{suelo}}$$

$$\boxed{E_{c_{suelo}} = 50J}.$$

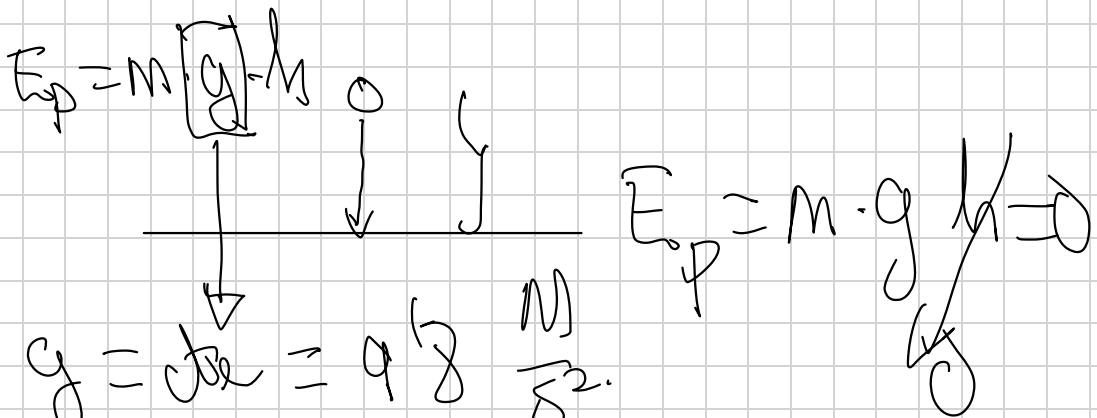
$$E_{c_{suelo}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2_{suelo}.$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{1}} = 10 \frac{m}{s}$$

$E_p = m \cdot g \cdot h$

Energía potencial gravitatoria.

La expresión $E_p = m \cdot g \cdot h$ puede usarse solo en bajas distancias en las que consideramos que g es cte, su origen ($E_p = 0$) es en la superficie terrestre.



En el rango de distancias elevadas del universo no podemos usar $E_p = m g h$ ya que g no es cte,

$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$

$E_p = m g h$

$g = cte = g_0 \frac{N}{kg}$

r ⇒ distancia centro-centro

En el rango de distancias en las que usamos $E_p = m \cdot g \cdot h$, la E_p es positiva por haber puesto el origen en la superficie del planeta.

$E_p = m \cdot g \cdot h = 50\,J$

$E_{pT} = m\,g\,h = 0\,J$

$E_p = 0$

En el rango de distancias del cuerpo donde g no es cte, la E_p es negativa al haber tomado su origen ($E_{p\infty} = 0$) en el ∞.

$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

Km 500 Bilbao.

Km 300 Burgos.

Km 0 Madrid

Km 200 Bilbao.

Km 0 Burgos

Km -300 Madrid

La distancia Madrid-Burgos y Madrid-Bilbao no cambian independientemente de donde fije arbitrariamente el Km 0, aunque cambien sus puntos kilométricos.

Con la Ep pasa lo mismo sus diferencias no cambian independientemente de donde pongamos el origen de Ep, (cambiarían los valores en cada punto pero sus diferencias no)

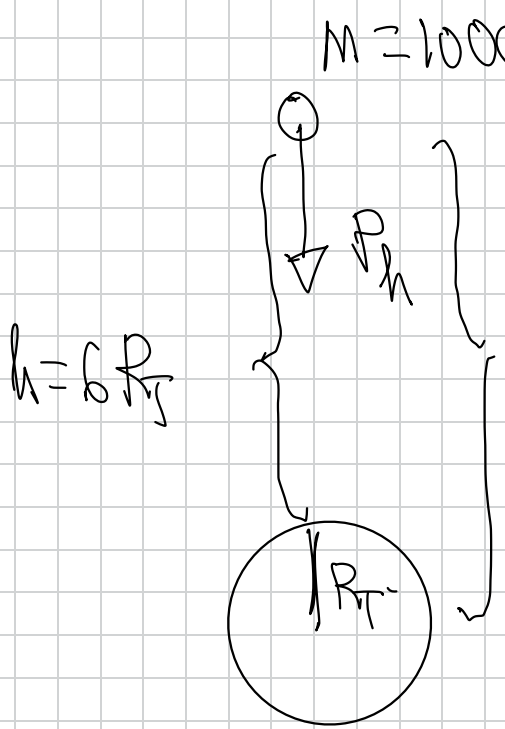
29.- Un meteorito de 1000 Kg colisiona con otro a una altura sobre la superficie terrestre de 6 veces el radio de la Tierra y pierde toda su Energía cinética.

a)¿Cuánto pesa el meteorito en ese punto y cuál es su energía mecánica después de la colisión?

b) Si cae a la Tierra, haga un análisis energético del proceso de caída. ¿Con qué velocidad llega a la superficie terrestre?

c)¿Dependerá esa velocidad de la trayectoria seguida?, ¿y del origen de energía potencial tomado?. Razonar las respuestas.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400\ Km$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ Kg$



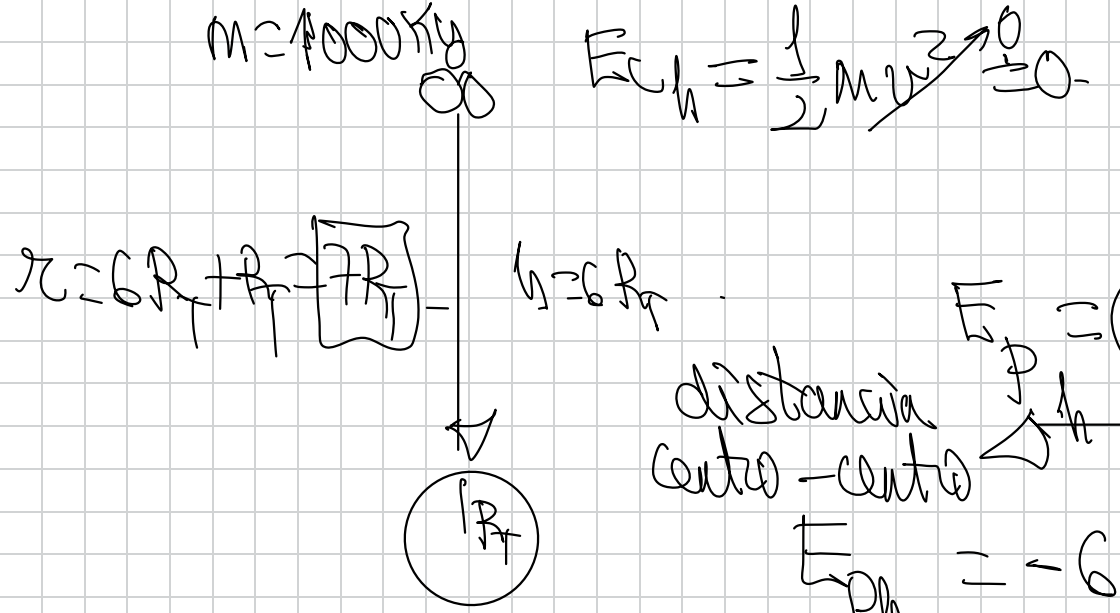
$r = R_T + h = 7R_T$

a)

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r^2} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(7R_T)^2} =$$

$$P_h = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{49 R_T^2}$$

$$P_h = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{49 (6'4 \cdot 10^6)^2} = 200\ N.$$



$E_{c_h} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow 0$

$E_p = m \cdot g \cdot h = 0$

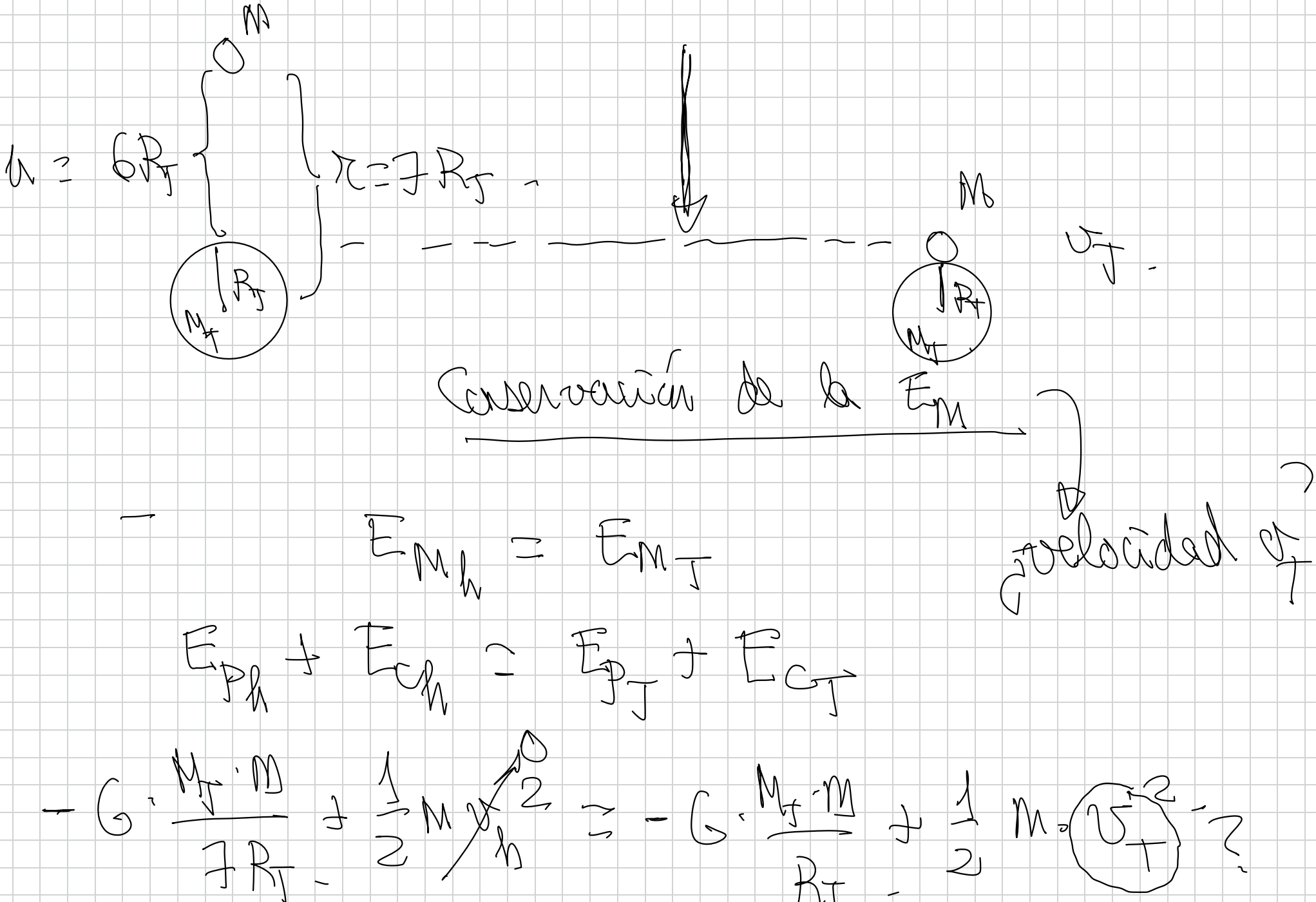
$r = 6R_T + R_T = 7R_T$ — $h = 6R_T$

$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{r} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{7R_T}$

distancia centro-centro

$E_{p_h} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 1000}{7 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)} = -8{,}93 \cdot 10^9 \text{ J}$

$E_{m_h} = E_{p_h} + E_{c_h} = -8{,}93 \cdot 10^9 \text{ J} + 0 = -8{,}93 \cdot 10^9 \text{ J}$



$$E_{M_h} = E_{M_J}$$

$$E_{P_h} + E_{C_h} = E_{P_J} + E_{C_J}$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{7R_T} + \frac{1}{2}m\cancel{v_h^2} = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} + \frac{1}{2}m\cdot v_T^2 \;?$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{7R_T}+G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}=\frac{1}{2}m\left(v_T^2\right)\cdot 2$$

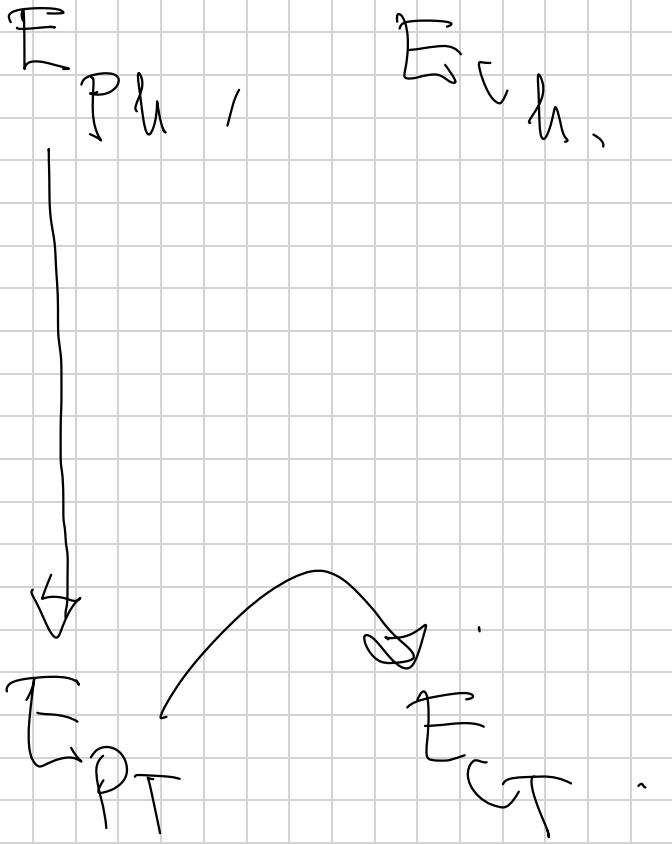
$$G\cdot\frac{M_T\,m}{R_T}-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{7R_T}=\frac{1}{2}m\,v_T^2\cdot$$

$$G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}\left(1-\frac{1}{7}\right)=\frac{1}{2}m\,v_T^2\cdot$$

$$G\frac{M_T}{R_T}\left(\frac{6}{7}\right)=\frac{1}{2}v_T^2\cdot$$

$$\frac{6\,G\,M_T}{7R_T}=\frac{1}{2}v_T^2$$

$$v_T = \sqrt{\frac{12GM_T}{7R_T}} = 1035 \cdot 10^4 \frac{M}{S}$$



Conforme ha descendido ha ido disminuyendo su E_p, esa disminución coincide con el incremento de la Energía cinética, la E_M se mantiene igual en todo el trayecto (lo que se perdió de E_p se gana en E_c y la suma de las dos permanece de

$E_{p_\infty} = 0 \Rightarrow$ Infinito

$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

$E_p = m \cdot g \cdot h$

$g = cte.$

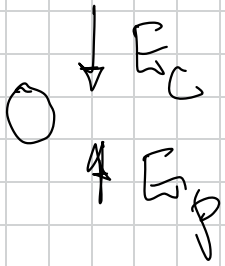
$E_p = 0 \Rightarrow$ Superficie terrestre.

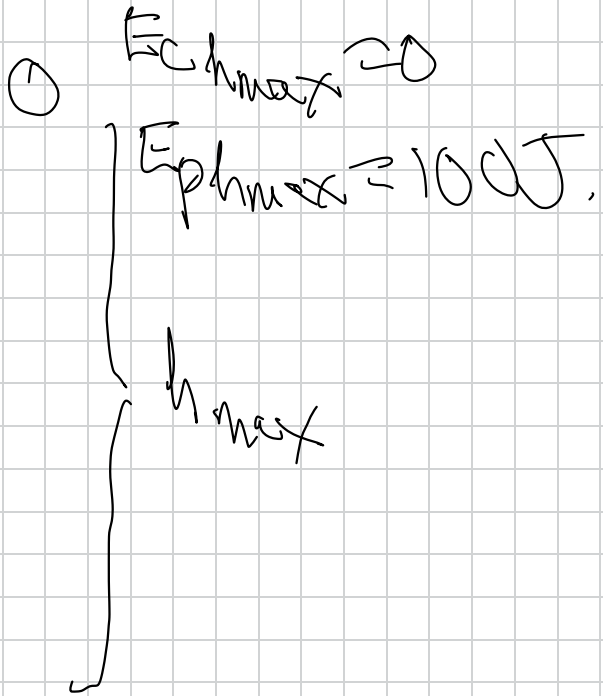
2 Expresiones de la E_p gravitatoria.

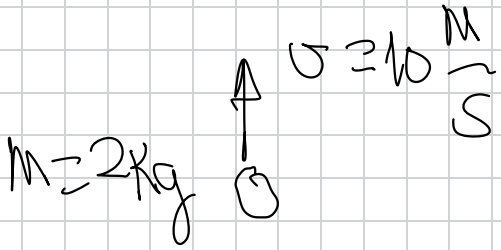
- La primera expresión $E_p = m \cdot g \cdot h$ solo la utilizamos cuando g es cte (por ejemplo dentro del ámbito de la superficie terrestre). Su origen se ha fijado en la superficie del planeta, en donde $E_p = 0$.

- La segunda expresión $E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ también se usa cuando g no es constante. Su origen se ha fijado en el ∞, en donde $E_p = 0$, de ahí su valor negativo.

$E_p = m \cdot g \, h_{\max}$







$E_{p_T} = m \cdot g \cancel{h} = 0\,J$

$E_{c_T} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 = 100\,J$

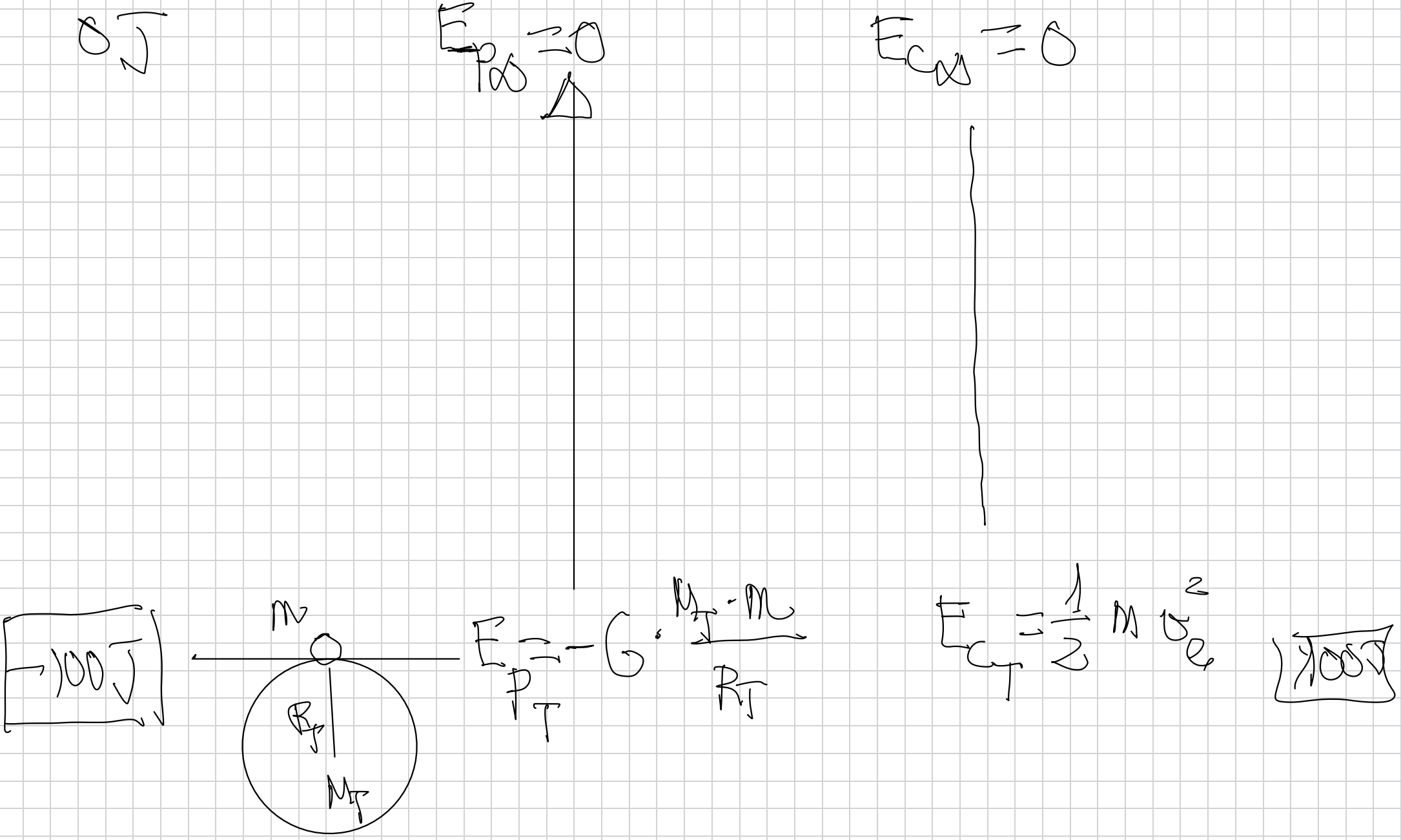
pag 15

3: Velocidad de escape de un cuerpo

$0\ J$

$E_{P\infty} = 0$

$E_{C\infty} = 0$



$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

Conservación de la E_M

$$E_{M_T} = E_{M_\infty}$$

$$E_{p_T} + E_{C_T} = E_{p_\infty} + E_{C_\infty}$$

$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0$$

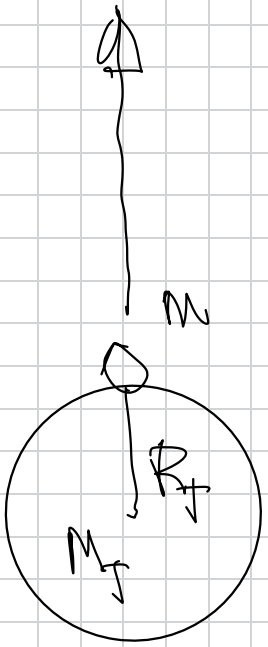
$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$v_e^2 = \frac{2GM_T}{R_T}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}}$$

Ejercicio 31, pag 29.

31.- Calcular la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie terrestre $g=9{,}8\ m\cdot s^{-2}$, $R_T= 6400\ Km$



$E_{P\infty} = 0$; $E_{C\infty} = 0$

$E_{PT} = -G\cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$; $E_{CT} = \frac{1}{2} m v_e^2$

Conservación de la E_M.

$E_{M_T} = E_{M_\infty}$

$E_{P_T} + E_{C_T} = E_{P\infty} + E_{C\infty}$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}+\frac{1}{2}mv_e^2=0+0.$$

$$\frac{1}{2}mv_e^2=G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T}$$

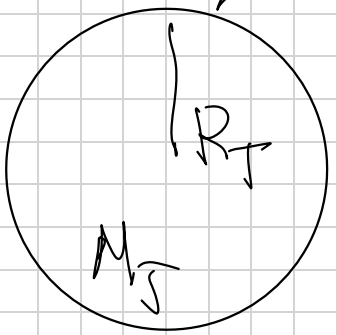
$$v_e=\sqrt{\frac{2\cdot GM_T}{R_T}}$$

$$v_e=\sqrt{\frac{2\cdot g_T\cdot R_T^2}{R_T}}$$

$$v_e=\sqrt{2\cdot g_T\cdot R_T}.$$

g_T / R_T

g_T [$\frac{m}{s^2}$].



$$g_T=G\frac{M_T}{R_T^2}.$$

$$GM_T=g_T\cdot R_T^2.$$

$R_T = 6\,400\ km = 6{,}4 \cdot 10^6\ m$

$v_e = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6\ m}$

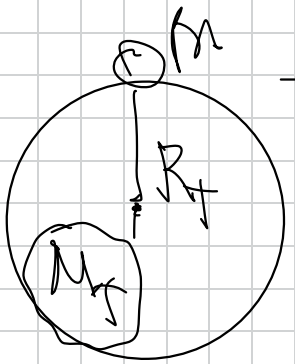
$v_e = 11.200 \frac{m}{s}$

$\left(11{,}2 \frac{km}{s}\right)$

$c = 300.000 \frac{km}{s}$.

$$C = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$$

TIERRA

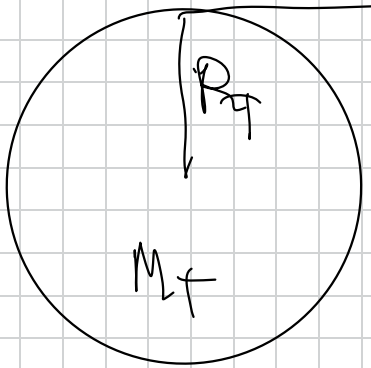


$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R}} \simeq 11.200 \frac{m}{s}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \simeq 20.000 \frac{m}{s}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow}} \simeq 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$\Delta v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \simeq 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$



$$\Delta v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$c = \sqrt{\frac{2GM_{a.n.}}{R_{a.n.}}}$$

$$c^2 = \frac{2 \cdot G M_{an}}{R_{an}}$$

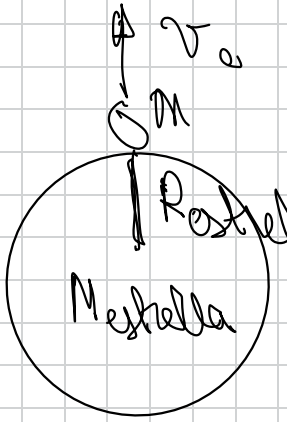
$$R_{an} = \frac{2 G M_{an}}{c^2}$$

49.- La masa de una estrella es de $2 \cdot 10^{31}$ Kg. Si en un momento dado, la estrella se contrae debido a la presión gravitatoria, determinar el radio por el que la estrella se convierte en un agujero negro y la densidad del mismo.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$

∞ ---- $E_{P\infty} = 0$.

$E_{C\infty} = 0$



$E_{P_{estrella}} = -G \cdot \frac{M_{estrella} \cdot m}{R_{estrella}}$ / $E_C = \frac{1}{2} m v_e^2$

$M_{estrella} = 2 \cdot 10^{31}\ Kg$.

$E_{P_{estrella}} + E_{C_{estrella}} = E_{P\infty}^{0} + E_{C\infty}^{0}$

$-G \cdot \frac{M_{estrella} \cdot M}{R_{estrella}} + \frac{1}{2} M v_e^2 = 0 + 0$.

$$\frac{1}{2} M v_e^2 = G \frac{M_{obiekt} \cdot M}{R_{obiekt}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_{obiekt}}{R_{obiekt}}}$$

$$c^2 = \left(\sqrt{\frac{2GM_{a.n}}{R_{a.n}}}\right)^2$$

$$c = \sqrt{\frac{2G \cdot M_{czarnej\ dziury}}{R_{czarnej\ dziury}}}^2$$

$$c^2 = \frac{2GM_{a.n}}{R_{a.n}}$$

$$R_{a.n} = \frac{2GM_{a.n}}{c^2} = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{31}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2{,}97 \cdot 10^4\ m$$

$$\rho_{a.n} = \frac{M_{a.n}}{V_{a.n}} = \frac{M_{a.n}}{\frac{4}{3}\pi R_{a.n}^3} = \frac{2 \cdot 10^{31}\,kg}{\frac{4}{3}\pi \cdot (2{,}97 \cdot 10^{4}\,m)^3} =$$

$$\rho_{a.n} = 1{,}87 \cdot 10^{17}\ \frac{kg}{m^3}$$

32.- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de 2,2 $g \cdot cm^{-3}$.

a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?

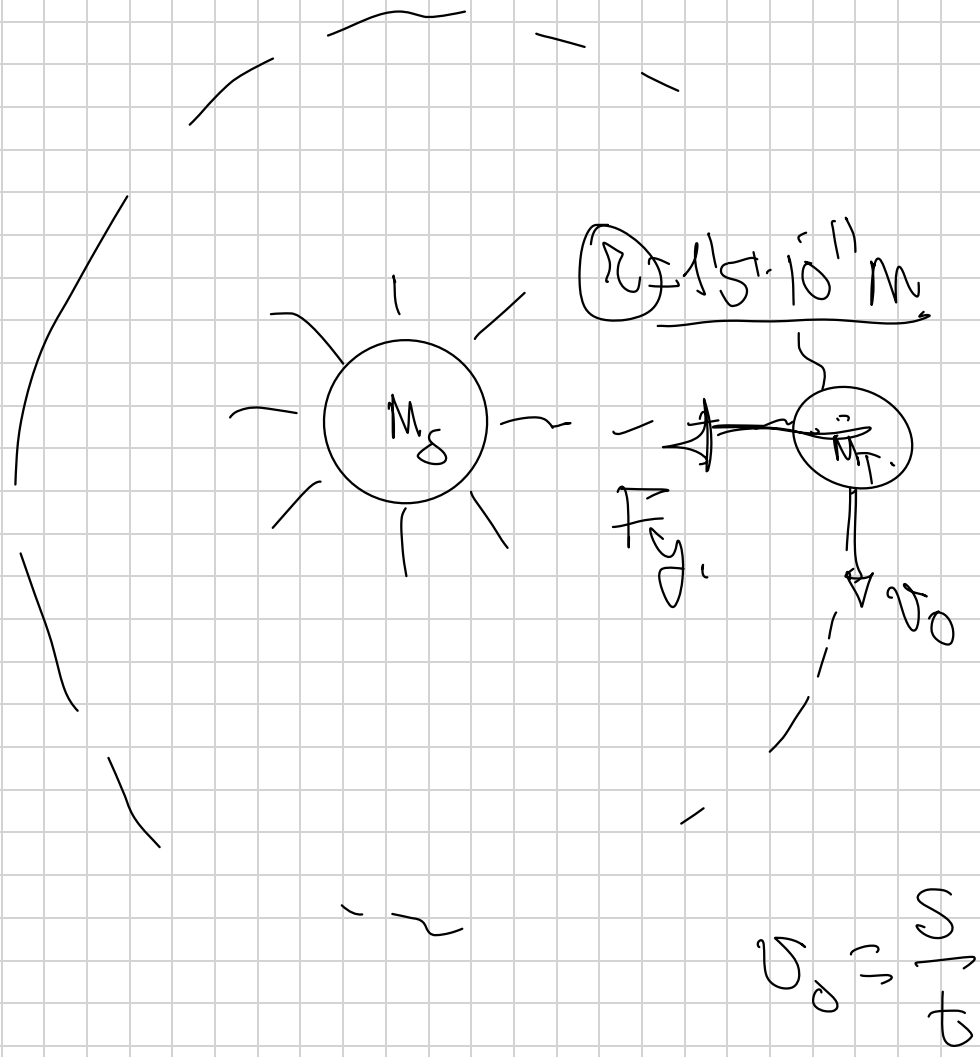
b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad?

c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

180 (09-E) Suponga que la órbita de la Tierra alrededor del Sol es circular de radio $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m.
a) Calcule razonadamente la velocidad de la Tierra y la masa del Sol.
b) Si el radio orbital disminuyera en un 20%, ¿cuáles serían el periodo de revolución y la velocidad orbital de la Tierra?

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$$



Cond de orbitación:

$F_g = F_n$

$$G \cdot \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

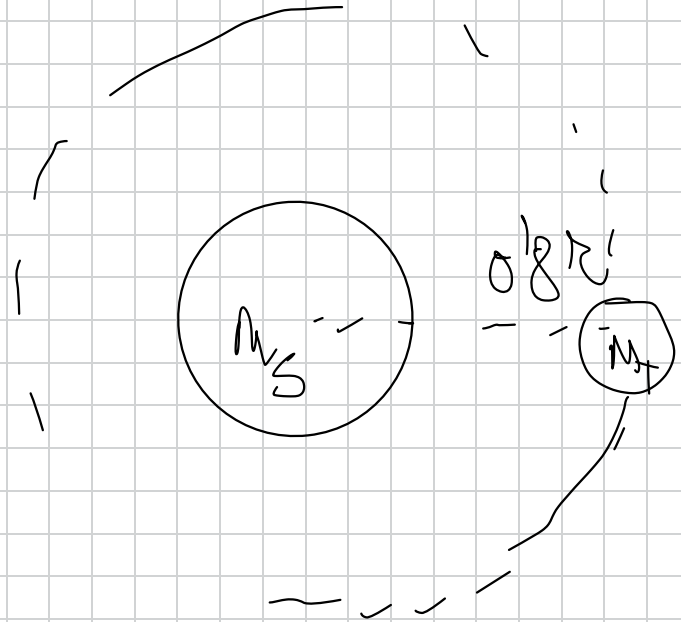
$$v_0 = \sqrt{G \frac{M_S}{r}}$$

$$v_0 = \frac{S}{t} \Rightarrow v_0 = \frac{2\pi r}{T} = 29860{,}72\ \frac{m}{s}$$

$T = 365\ \text{dni} \cdot \frac{24 \cdot 60 \cdot 60\ s}{1\ \text{dzień}} =$

$v_0 = \sqrt{G \frac{M_S}{r}} \Rightarrow v_0^2 = G \frac{M_S}{r}$

$M_S = \frac{v_0^2 \cdot r}{G} = 2 \cdot 10^{30}\ kg$



$v_0 = \sqrt{G \frac{M_S}{r}}$

$v_0' = \sqrt{G \frac{M_S}{0{,}8r}}$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \frac{\sqrt{G\frac{M_S}{0{,}8r}}}{\sqrt{G\frac{M_S}{r}}}$$

$$\frac{v_0'}{v_0} = \sqrt{\frac{1}{0{,}8}}$$

$$\boxed{v_0' = \frac{v_0}{\sqrt{0{,}8}}} \quad \text{m/s}$$

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v_0}$$

$$T' = \frac{2\pi \cdot 0{,}8r}{v_0/\sqrt{0{,}8}}$$

Otra forma de hacerlo.

Condición de orbitación.

$$F_g = F_n$$

$$G \frac{M_S \cdot M_T}{r^2} = M_T \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$G \frac{M_S}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

$$G \frac{M_S}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G M_S \cdot T^2 = 4\pi^2 r^3.$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G M_S}}$$

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2 (0{,}8\, r)^3}{G \cdot M_S}}$$

$T' < T$

$$T = \sqrt{\frac{m^3}{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \cdot kg}} = \sqrt{\frac{m}{N\ kg^{-1}}} = s$$

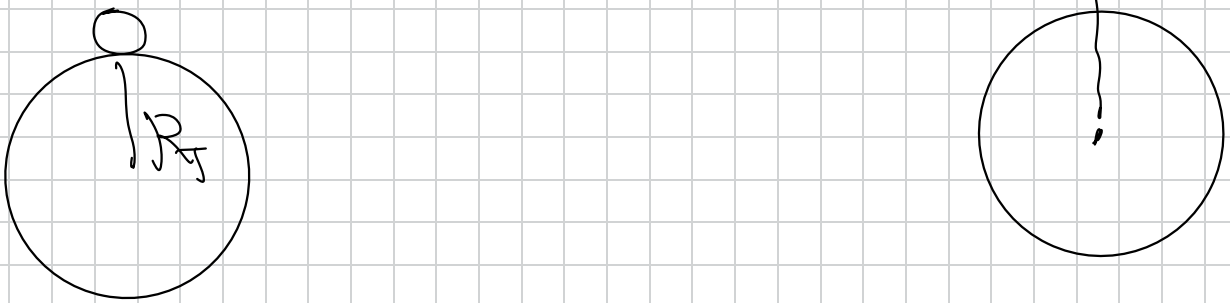
$F = m \cdot a$

$N = kg \cdot \frac{m}{s^2}$

$$\sqrt{\frac{m}{kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot kg^{-1}}} = \sqrt{s^2} = s.$$

176 Orbita circulara de raza $3R_J$

de altura ~~fata de suprafata~~ fata de $3R_J$.



$$P = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

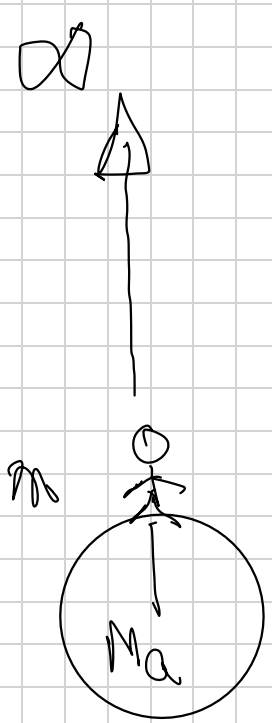
32.- Un astronauta, con 100 Kg de masa (incluyendo el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 Km de diámetro y densidad media de 2,2 $g \cdot cm^{-3}$.

a) ¿Con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el asteroide?

b) ¿Cómo se denomina rigurosamente tal velocidad?

c) El astronauta carga ahora con una mochila de 40 Kg. ¿Le será más fácil salir del planeta. Razónese

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



$E_{P\infty} = 0$

$E_{Pa} = -G \dfrac{M_a \cdot m}{R_a}$

$E_{C\infty} = 0$

$E_{Ca} = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2$

$R_a = \dfrac{2{,}4\,Km}{2} = 1{,}2\,Km = 1{,}2 \cdot 10^3\,m$

$\rho = 2{,}2\ \dfrac{g}{cm^3} \cdot \dfrac{1\,Kg}{10^3\,g} \cdot \dfrac{10^6\,cm^3}{1\,m^3} =$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{kg}{m^3} \text{ en SI} \Rightarrow \rho = 2{,}2 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

Principio de conservación de la energía.

$$E_{m_a} = E_{m_s}$$

$$-G\frac{M_a \cdot m}{R_a} + \frac{1}{2} m v_e^2 = \cancel{E_{p_s}}^{\,0} + \cancel{E_{c_s}}^{\,0}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} v_e^2 = G \cdot \frac{M_a \cdot \cancel{m}}{R_a}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_a}{R_a}}$$

$$\rho_a = \frac{M_a}{V_a} \Rightarrow \rho_a = \frac{M_a}{\frac{4}{3}\pi R_a^3} \Rightarrow M_a = \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3 .$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot \rho_a \cdot \frac{4}{3}\pi R_a^3}{R_a}} = \sqrt{2G\rho_a \frac{4}{3}\pi R_a^2} .$$

$$= \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2'2 \cdot 10^3 \frac{4}{3}\pi (1'2 \cdot 10^3)^2} = \boxed{11'33 \frac{M}{S}}$$

b) Velocidad de escape o velocidad mínima de escape.

c) $v_e = \sqrt{2 G \rho_a \frac{4}{3} \pi R_a^2}$

↓

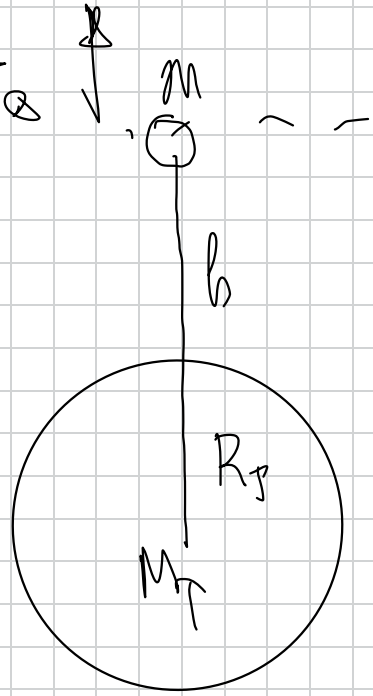
La v_e es independiente de la masa del astronauta, no le será mas fácil ni mas difícil salir de él.

35.- Un satélite se encuentra orbitando en torno a la Tierra. Determine una relación entre su velocidad de escape desde ese punto y su velocidad de orbitación en torno a la Tierra.

0J $\quad \infty \longrightarrow$ 0J $\quad E_{P\infty} = 0$, $\quad E_{C\infty} = 0$

-30J $\quad v_e$ ↓ m $\quad E_{P_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$ / $\quad E_{C_h} = \frac{1}{2} m \cdot [v_e^2]$

-100J



Conservación de la E_M .

$$E_{P_h} + E_{C_h} = E_{P\infty} + E_{C\infty},$$

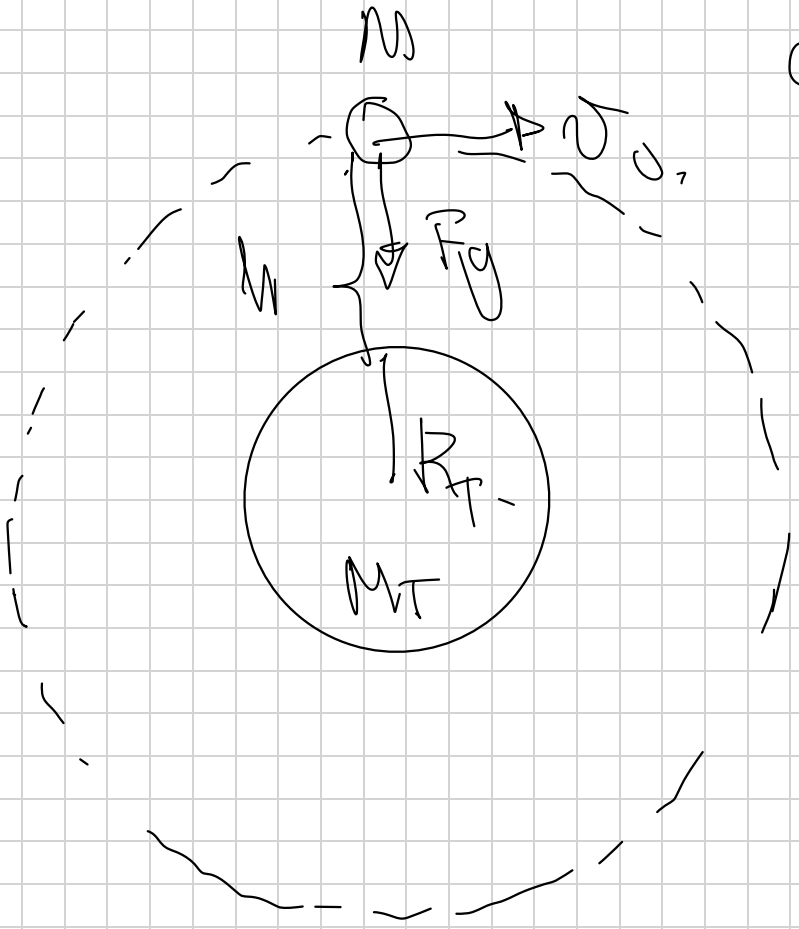
$$-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0,$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_T}{(R_T + h)}}$$

Hemos deducido la velocidad de escape desde el punto en donde se encuentra el satélite. Como se ve, no es igual que la velocidad de escape desde la superficie terrestre, es menor.

Para deducir la velocidad orbital del satélite, no vamos en este caso la conservación de la Em, sino la condición de orbitación (fuerzas)



$$F_g = F_{\uparrow}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = m \cdot \frac{v_{orb}^2}{(R_T + h)}$$

$$\boxed{v_o = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)}}}$$

Para hallar la relación entre la velocidad orbital y la velocidad de escape divido ambas expresiones

$$\frac{v_e}{v_o} = \frac{\sqrt{\frac{2GM}{(R_T+h)}}}{\sqrt{\frac{GM}{(R_T+h)}}}$$

$$\frac{v_e}{v_o} = \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{2}\, v_o}$$

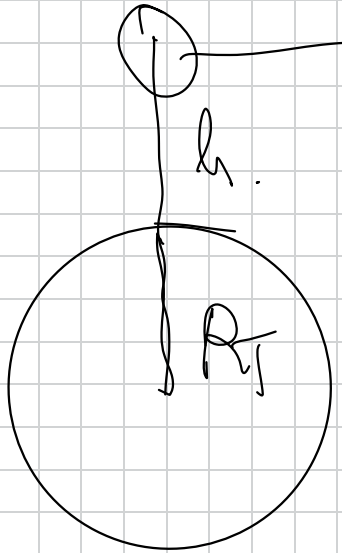
Pag 14 E_m orbital de un satélite.

$E_m = E_{p\,orbita} + E_{c\,orbital}$

E_p

E_c

$-G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$ / $\frac{1}{2} m v_0^2$



Para que orbite, su velocidad orbital ha de tener ese valor

$$\boxed{v_0} = \sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}}$$

$$E_m = E_{p_0} + E_{c_0} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_T}{(R_T + h)}}\right)^2$$

$$E_M = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} M \cdot G \frac{M_T}{(R_T + h)}$$

$$E_M = -G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)}$$

$$E_M = G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \left(-1 + \frac{1}{2} \right).$$

$$E_M = G \frac{M_T \cdot M}{(R_T + h)} \left(-\frac{1}{2} \right)$$

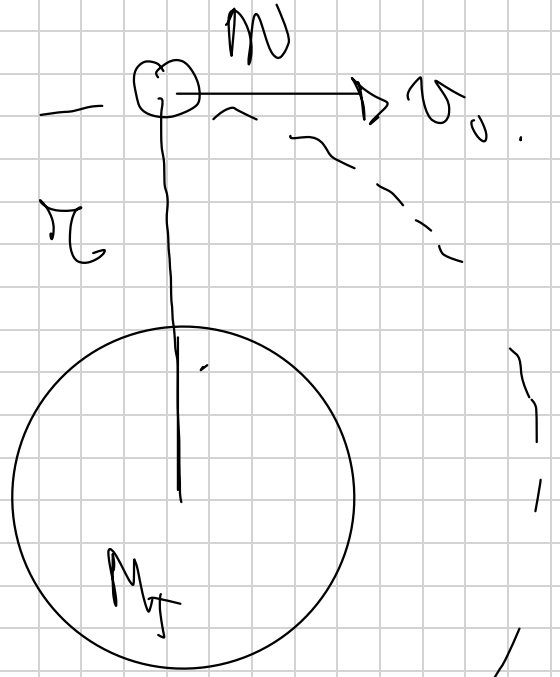
$$E_M = -G \frac{M_T \cdot M}{2 (R_T + h)}.$$

El significado físico del signo negativo en la E_m es que el cuerpo permanece ligado al campo gravitatorio terrestre.

Pag 14.

2:- Energia mecânica orbital de um satélite: (orbitando)

$r \Rightarrow$ raio da órbita (distância centro-centro)



Cond. de orbitação:

$$F_G = F_n$$

$$E_M = E_p + E_c$$

$$E_M = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{r} + \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$E_M = -G\cdot\frac{M_T\cdot m}{r} + \frac{1}{2}m\left(\sqrt{G\cdot\frac{M_T}{r}}\right)^2$$

$$v_0 = \sqrt{G\cdot\frac{M_T}{r}}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

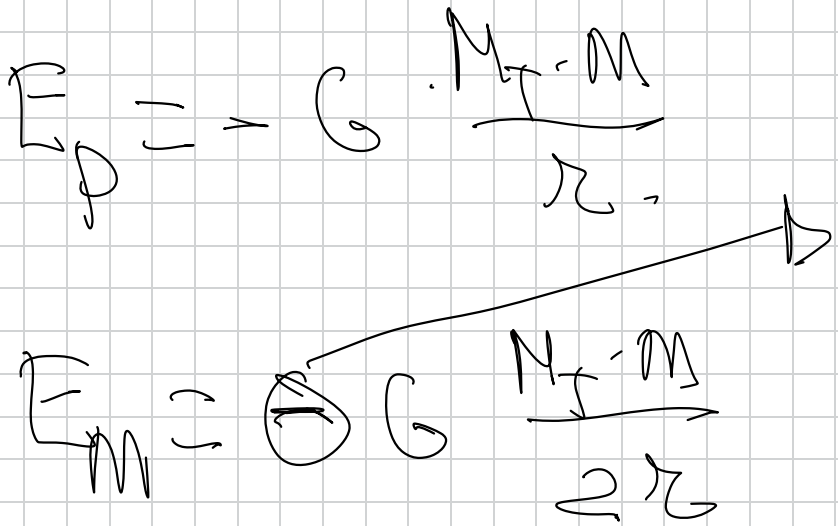
$$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} m G \frac{M_T}{r}$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} + \frac{1}{2} G \frac{M_T \cdot m}{r}$$

$$E_m = G \frac{M_T \cdot m}{r} \left(-1 + \frac{1}{2} \right)$$

$$E_m = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r} \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\boxed{E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{2r}} \quad (\text{J en SI})$$



El significado físico del signo negativo en la E_m es que el cuerpo permanece ligado al campo gravitatorio terrestre.

38.- Se eleva un cuerpo de 200 Kg desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 5000 Km.

a) Explicar las transformaciones energéticas que tienen lugar y calcular el trabajo mínimo necesario o energía cinética que habrá que suministrarle.

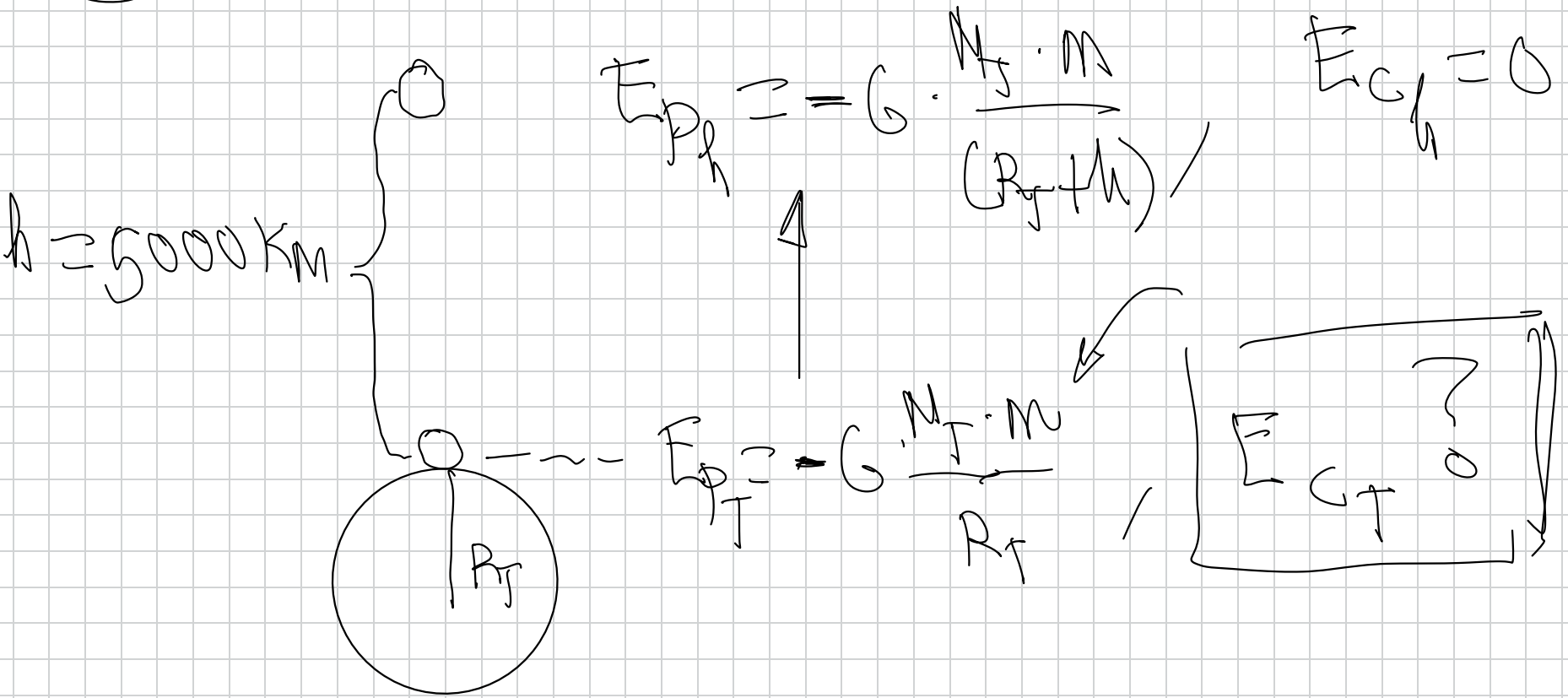
b) Si quisiéramos elevar a este cuerpo de manera que permaneciese orbitando a dicha altura. ¿Qué trabajo o energía cinética hubiese sido preciso suministrarle?

c) Explicar cómo variarán las energías potencial, cinética y mecánica mientras el cuerpo permanece orbitando

d) ¿Cuánto valdrá el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo orbitando durante un semiperíodo?

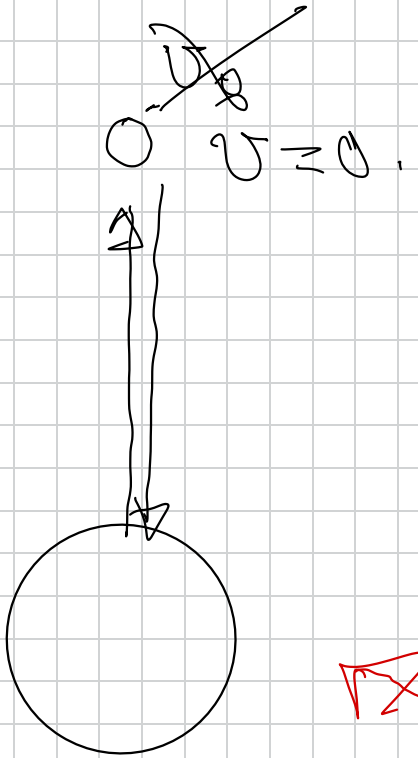
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6400$ Km, $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ Kg

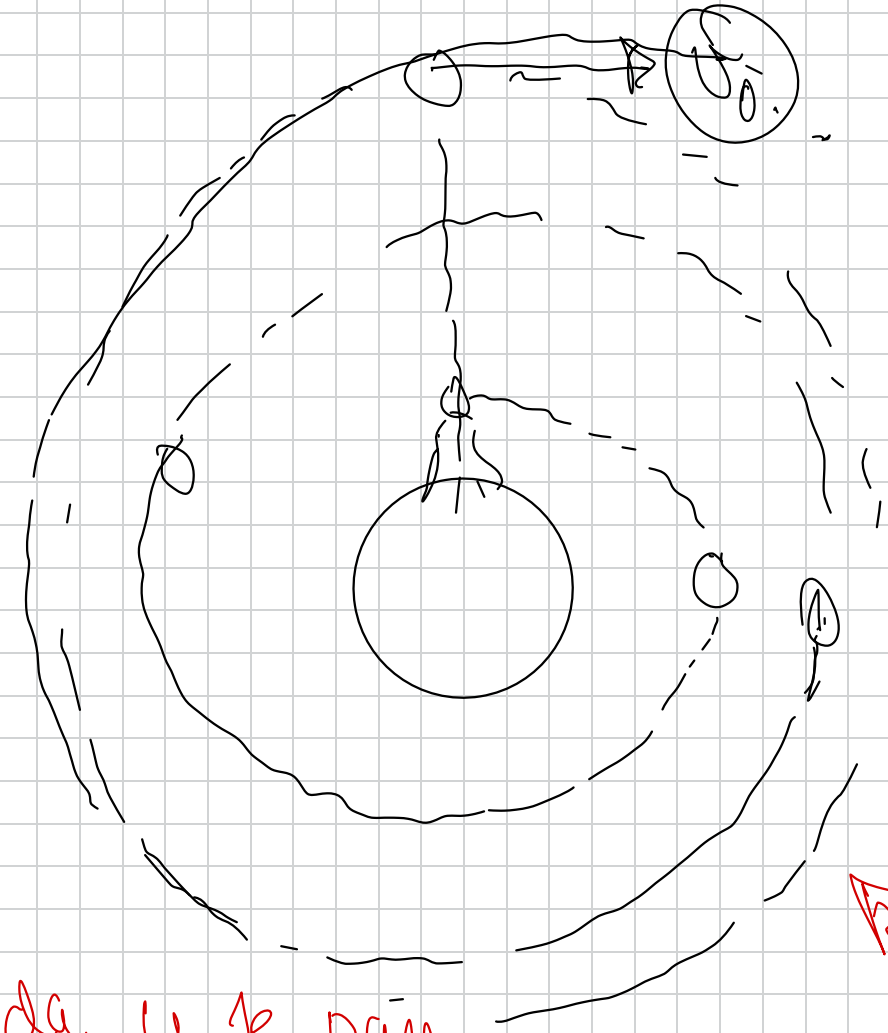
38



Para elevar un cuerpo, se incrementa su E_p tal y como se ve en la expresión, sin embargo, la $E_c = \frac{1}{2} m v_T^2$ disminuye hasta hacerse nula en la altura máxima, en donde toda la E_c pasó a incrementar la E_p de forma que la suma de ambas (E_m) permanece cte.

Inciso Danida.





No es igual elevar un cuerpo a una altura, en la que basta que ascienda y se pare. que elevar un cuerpo a una altura para que orbite ya que en ese caso ha de tener una velocidad orbital

Conservación de la E_m

(elevar el cuerpo)

$$E_{m_1} = E_{m_h}$$

$$E_{p_T} + E_{C_T} = E_{p_h} + E_{C_h}$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{C_T} = -G\cdot\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

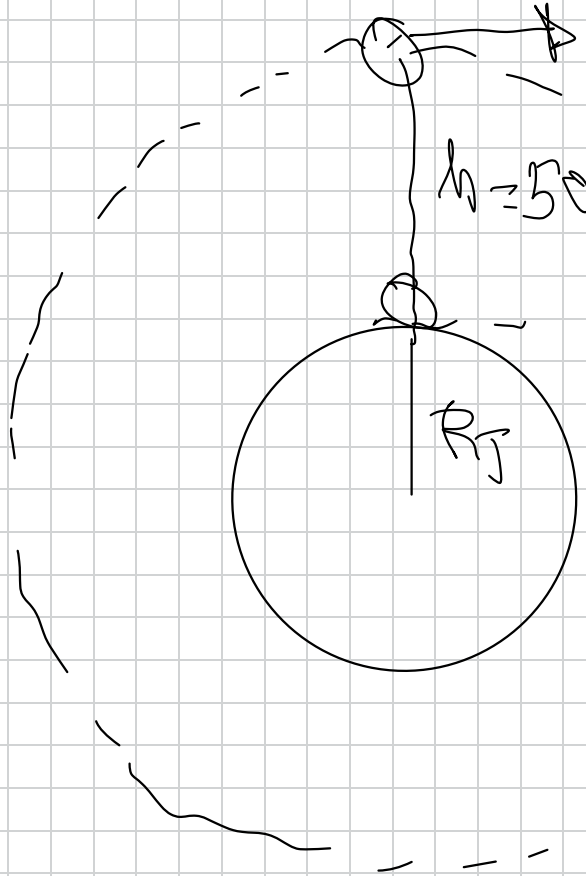
$$E_{C_T} = G\frac{M_T \cdot m}{R_T} - G\cdot\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}$$

$$E_{cT} = G \cdot M_T \cdot m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)} \right)$$

$$E_{cT} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 200 \left(\frac{1}{6{,}4 \cdot 10^6} - \frac{1}{(6{,}4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)} \right)$$

$$E_{cT} = 5{,}52 \cdot 10^9 \text{ J}$$

b)



$E_{P_h} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$; $E_{C_0} = \frac{1}{2} m v_0^2$

$E_{P_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$; E_{C_T}.

Para poner el cuerpo en órbita es necesario aportarle una E_C mayor que en el apartado anterior ya que el cuerpo ha de llegar a esa altura con la velocidad orbital.

Conservación de la E_M

(poner un cuerpo en órbita)

$$E_{M_f} = E_{M_h}$$

$$E_{P_f} + E_{C_f} = E_{P_h} + E_{C_h}$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{C_f} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{C_f} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}m\left(\sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}\right)^2$$

Condición de orbitación:

$$F_g = F_n$$

$$v = \sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{CT} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2}G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}$$

$$-G\cdot\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_{CT} = G\cdot\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)}\left(-1+\frac{1}{2}\right)$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + E_C = -G\frac{M_T \cdot m}{2(R_T+h)}$$

Aquí se nos piden deducir la E_m

$$E_{PT} + E_{CT} = E_{Ph} + E_{Ch}$$

E_m

E_m orbital de un satélite.

$$\left[-G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + \left(E_{C_T}\right)_i = -G\cdot\frac{M_T\, m}{2(R_T+h)} \right]$$

$$E_{C_T} = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{R_T} - G\,\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)} =$$

$$E_{C_T} = G\cdot M_T\cdot m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2(R_T+h)}\right)$$

$$E_{C_T} = W = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 200\left(\frac{1}{6'4\cdot 10^6} - \frac{1}{2\cdot(6'4\cdot 10^6 + 5\cdot 10^6)}\right)$$

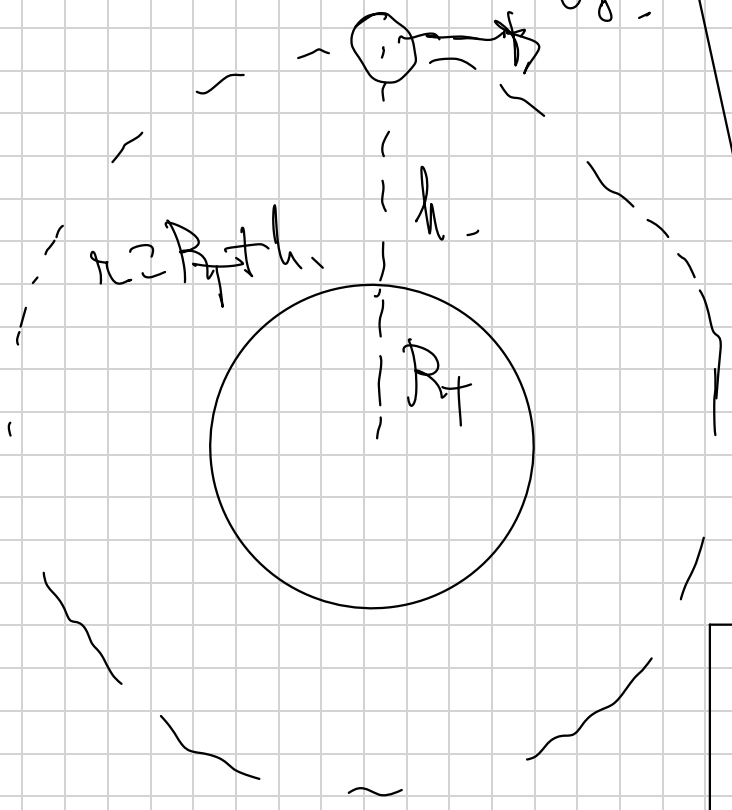
$$E_{C_T} = W = 9'04\cdot 10^9\ J$$

A esa energía se le llama también energía de satelización, que es la necesaria para poner al satélite en órbita y es mayor que la calculada en el apartado anterior en donde sólo pretendíamos dejar al cuerpo

c)

$$E_{P\text{órbita}} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \Rightarrow \text{cte}$$

ya que $r = R_T + h$ no varía (órbita circular)



$$E_{C\text{órbita}} = \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow \text{cte}$$

ya que la v orbital no cambia en módulo (aunque sí lo haga en dirección) (MCU)

$$E_m = E_p + E_c = \text{cte}$$

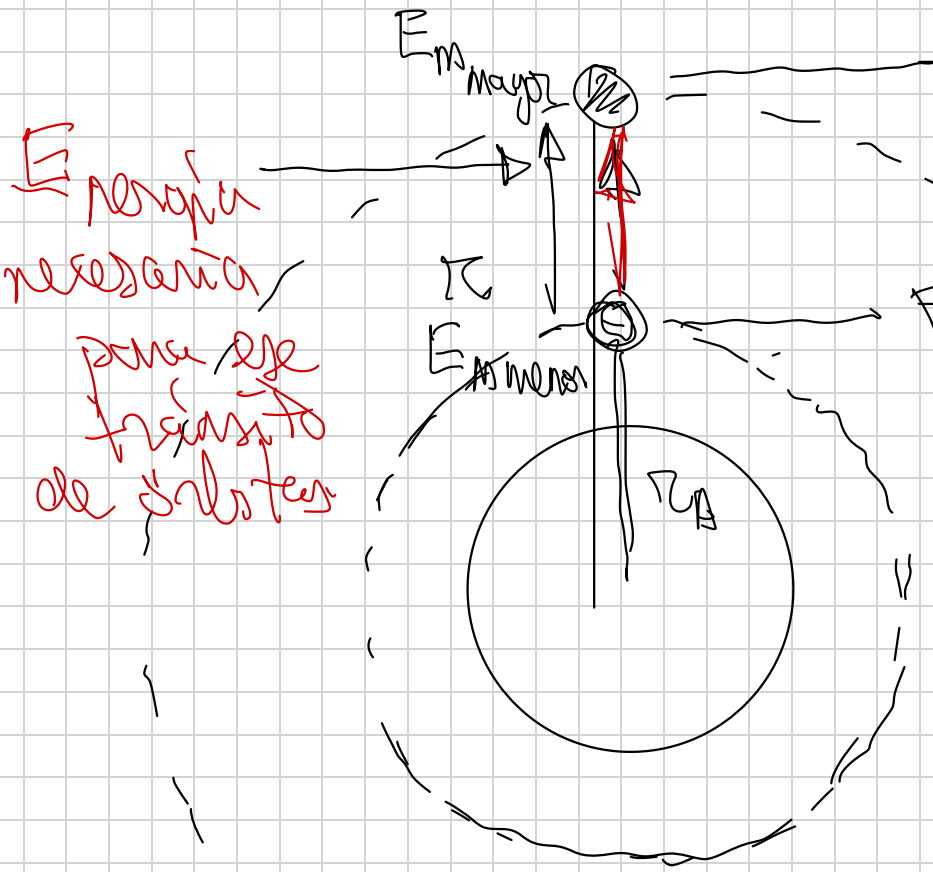
(E_p cte, E_c cte)

Al ser la E_p cte y la E_c cte la E_m es cte.

Bajo la exclusiva acción de la fuerza gravitatoria, la E_m no varía, (la fuerza gravitatoria es conservativa)

Cambio de órbita.

Cuando quiero transferir un satélite orbitando a otra órbita en donde siga orbitando también, la $E_m = -G\frac{M \cdot m}{2r}$ no será la misma

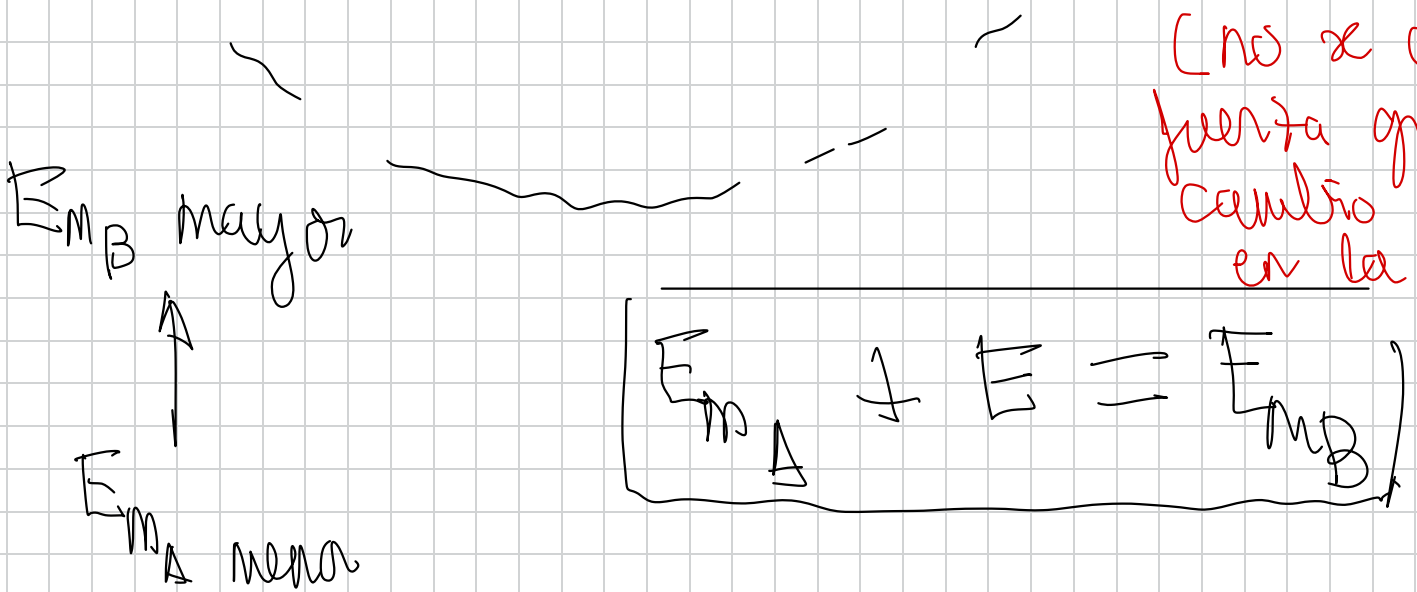


$$E_{m_B} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r_B} \uparrow \Rightarrow \text{menos negativo} \Rightarrow E_m \text{ mayor}$$

$$E_{m_A} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r_A} \downarrow \Rightarrow \text{más negativo} \Rightarrow E_m \text{ menor}$$

Energía necesaria para ese tránsito de órbitas

En el cambio de órbita hay que tener cuidado, ya que viendo las expresiones la E_m no es la misma



(No se conserva la E_m, la fuerza gravitatoria no tiene eje central de órbita, lo mantendría en la misma)

41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

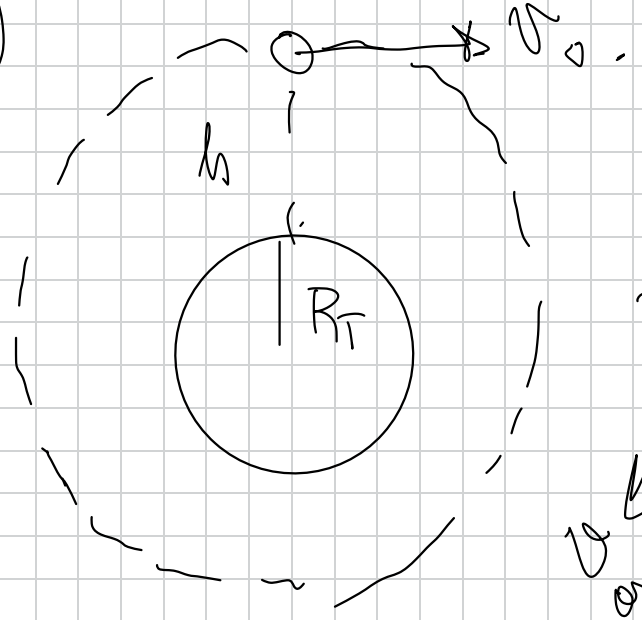
a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar. → Esuministrada

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg

c)



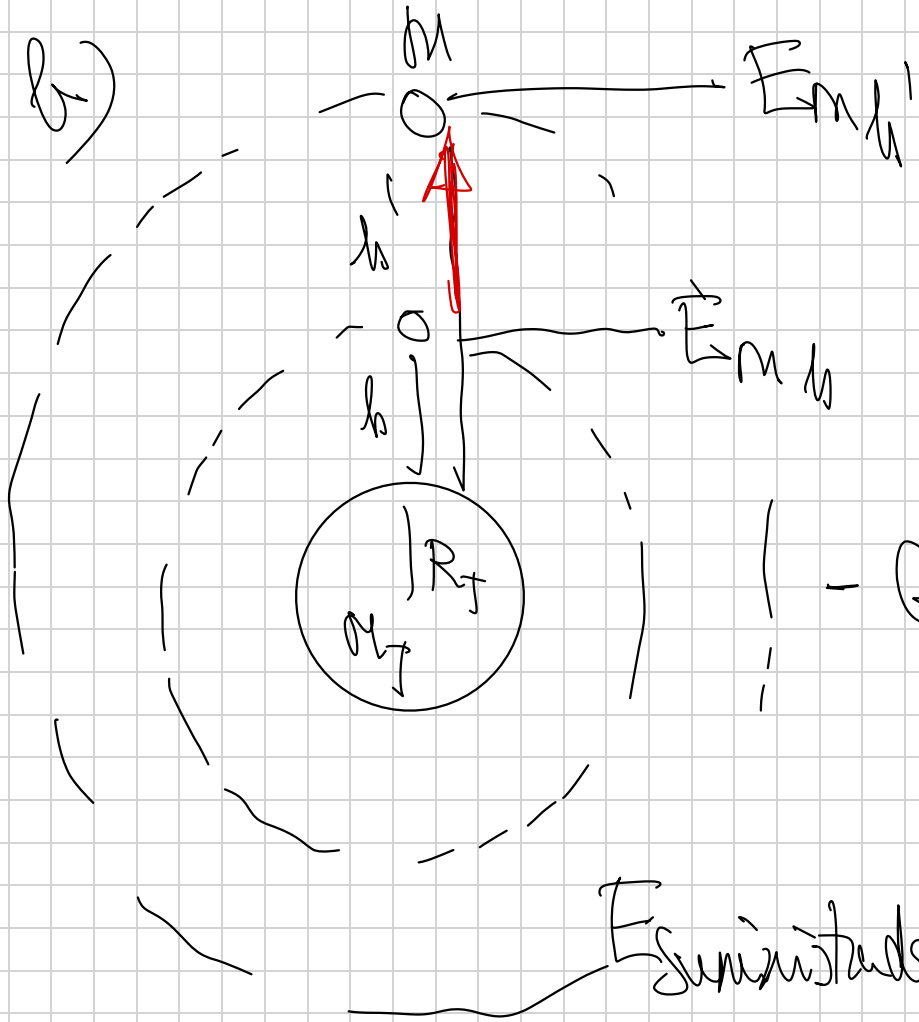
$$E_{p_h} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} = -5{,}8 \cdot 10^9 \cdot J$$

$$E_{c_0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}\right)^2 = 2{,}9 \cdot 10^9 J$$

$$v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)}}$$

$$E_m = E_{p_h} + E_{c_h} = -2{,}9 \cdot 10^9 \cdot J$$

b)



$$E_{m_h} + E_{suministrada} = E_{m_{h'}}$$

$$-G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)} + E_{suministrada} = -G\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h')}$$

$$E_{suministrada} = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h)} - G\cdot\frac{M_T\cdot m}{2(R_T+h')}$$

$$E_{suministrada} = G\cdot\frac{M_T\cdot M}{2}\left(\frac{1}{(R_T+h)} - \frac{1}{(R_T+h')}\right)$$

$$E_{suministrada} = 473.708\ J.$$

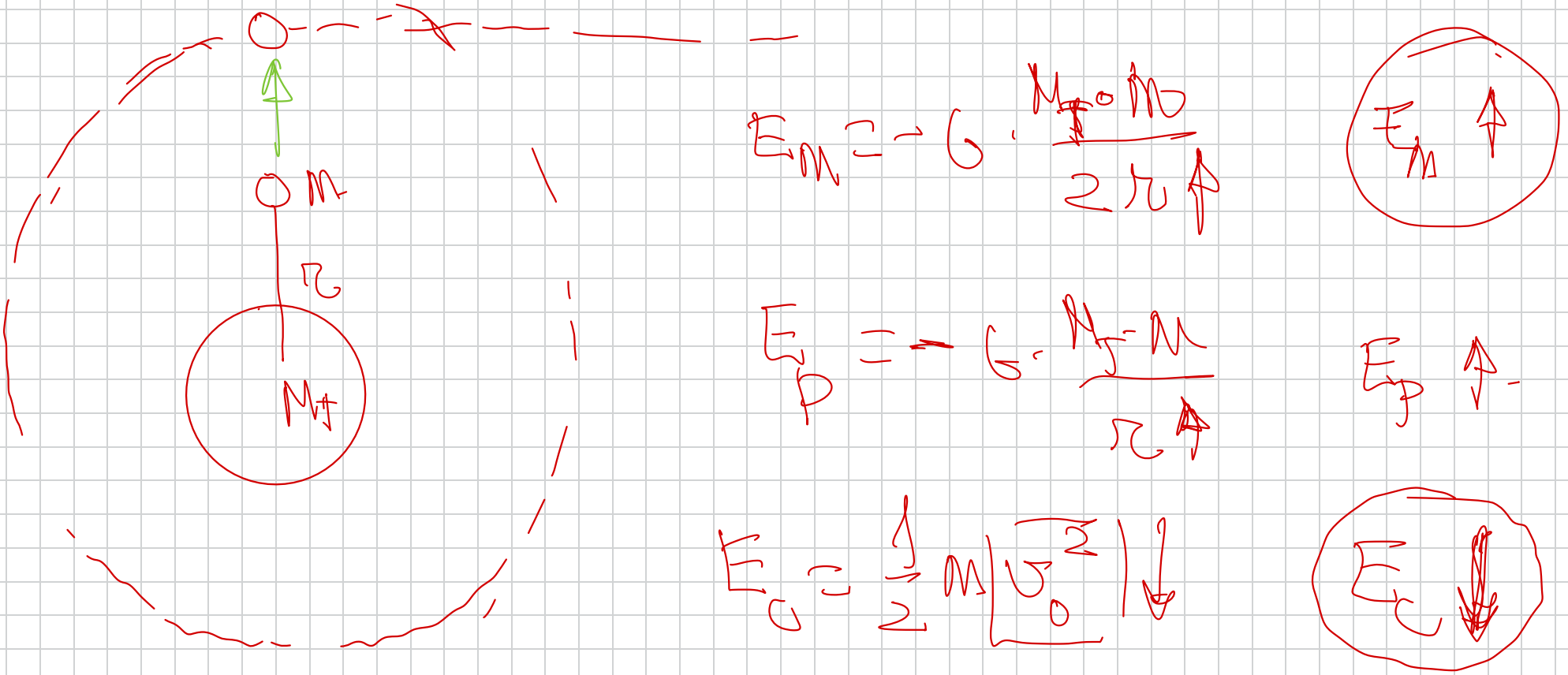
41.- Un satélite artificial de 100 Kg de masa describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 500 Km de la superficie terrestre.

a) Calcular la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica del satélite en la citada órbita.

b) Si quisiésemos transferir ese satélite de forma que orbitase a una altura de 1690 Km sobre la superficie terrestre, calcular el trabajo que sería necesario realizar.

c) Explicar las variaciones que habrán experimentado la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica en dicho tránsito.

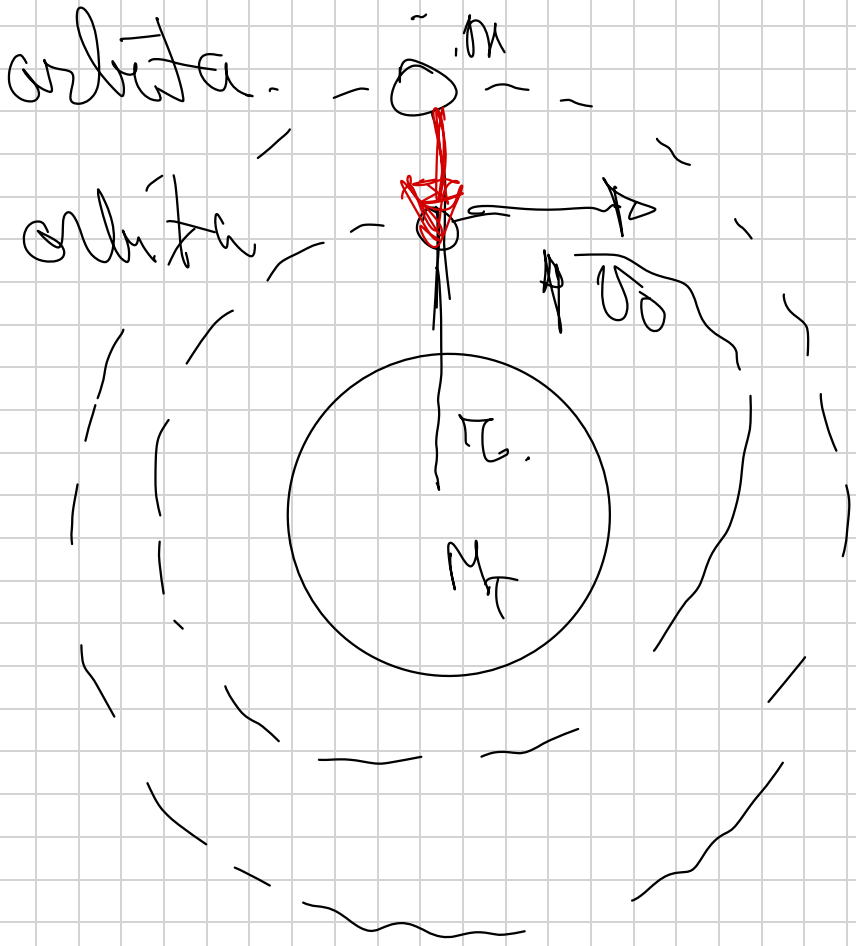
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $R_T = 6370$ Km, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ Kg



$$v_o = \sqrt{G \frac{M_T}{r_{orb}}}$$

La velocidad orbital disminuye.

40.- Un satélite se encuentra orbitando a una altura determinada sobre la superficie terrestre. Si quisiésemos que este satélite pasase a estar orbitando a otra altura con una velocidad orbital ~~menor~~ mayor, explique si el satélite estará más cerca o más lejos de la Tierra, e indicar las variaciones que experimentarían la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica del satélite.

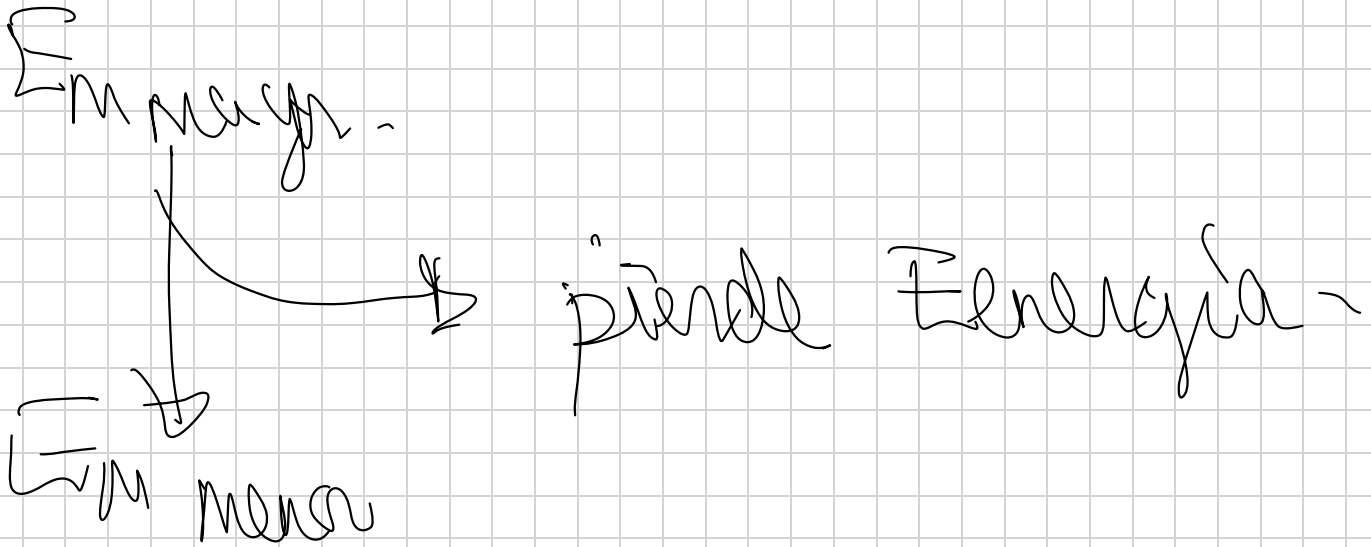


$\uparrow v_0 = \sqrt{G \frac{M_T}{r}}$ ↓

$E_C = \frac{1}{2} m v_0^2$ ↑ $\Rightarrow E_C$ ↑

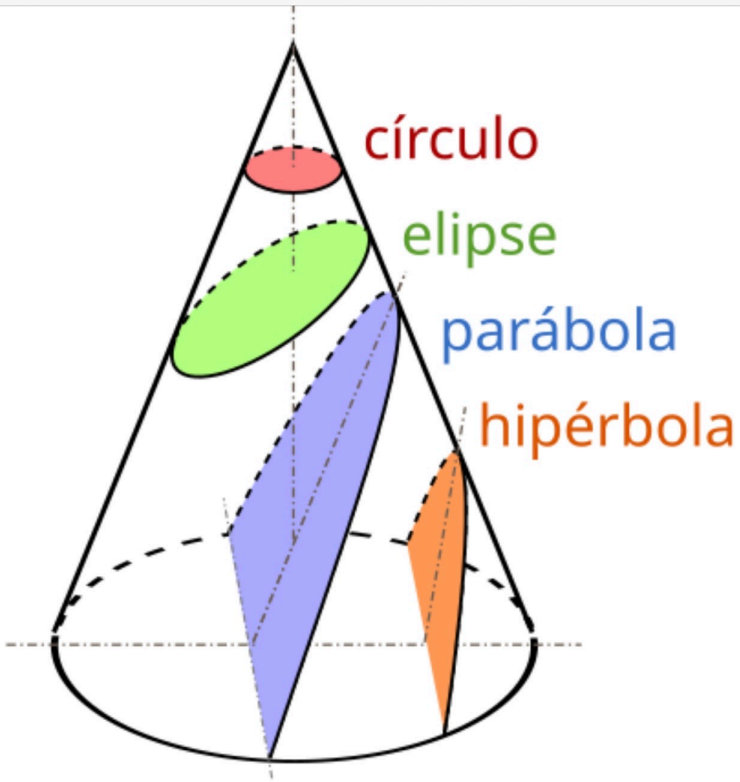
$E_p = -G \frac{M_T \cdot m}{r}$ ↓ $\Rightarrow E_p$ ↓

$E_m = -G \frac{M_T \cdot m}{2r}$ ↓ $\Rightarrow E_m$ ↓

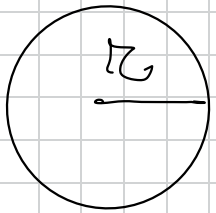


Pag 18

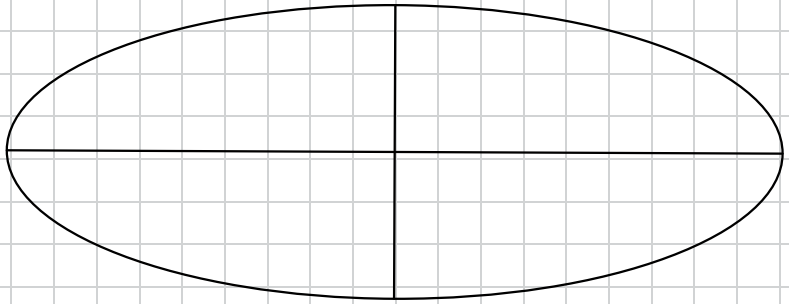
6°- Relación entre la energía y el movimiento orbital.



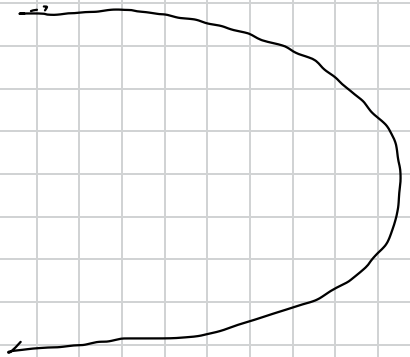
Perspectiva de las secciones cónicas



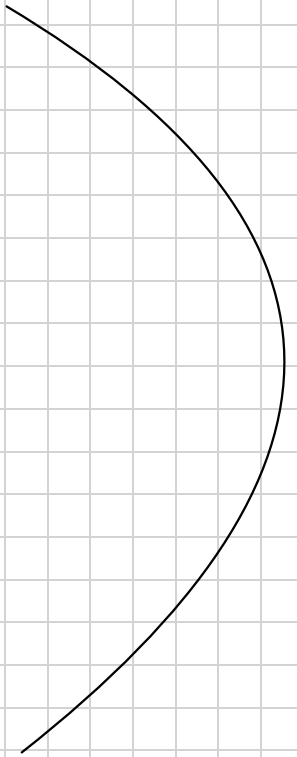
círculo



elipse



parábola



hiperbola.

$E_p = -100\,J$

$E_c = 200\,J$

$E_c > |E_p|$.

$E_c = |E_p|$

$\Rightarrow E_m = E_p + E_c > 0$.

$E_m > 0$, $E_c > |E_p|$ hipérbola.

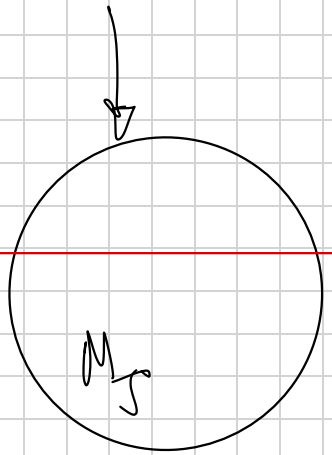
$E_m = 0$ $E_c = |E_p|$ parábola.

$E_m < 0$. $\frac{1}{2}|E_p| < E_c < |E_p|$ elíptica.

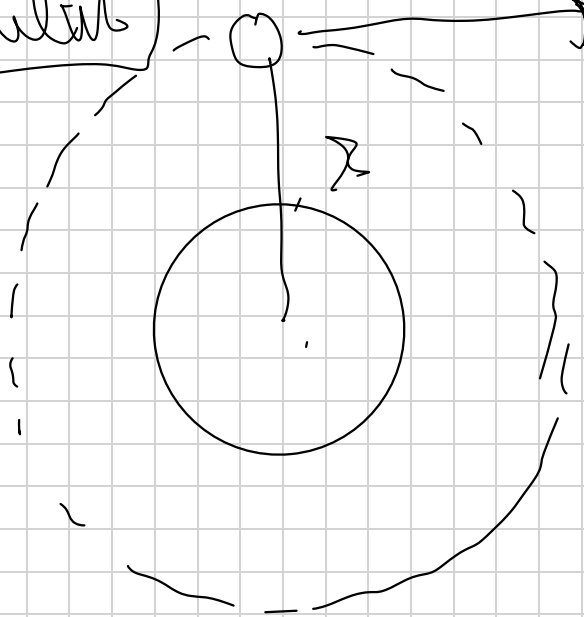
$E_m < 0$. $E_c = \frac{1}{2}|E_p|$ circular.

*Demostrado en las siguientes dos páginas

$E_m < 0$. $0 < E_c < \frac{1}{2}|E_p|$ colapsa.



Orbita circulara



$$E_p = -G \frac{M_p \cdot m}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M}{r}}\right)^2$$

$$v_0 = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

$$E_c = G \cdot \frac{M_p \cdot m}{2r}$$

En órbita circular vamos a E_p y a E_c dividiendo ambas expresiones.

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{2r}}{-G \frac{M_T \cdot m}{r}}$$

$$\frac{E_c}{E_p} = -\frac{1}{2}$$

$$E_c = -\frac{1}{2} E_p$$

En una órbita circular se cumple esto:

$$E_c = \frac{1}{2} |E_p|$$

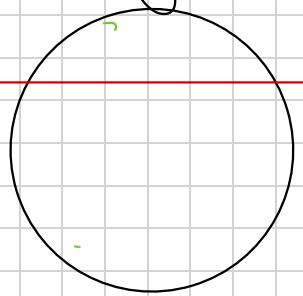
$E_M > 0$ — — — $E_C > |E_p|$ — HIPÉRBOLA

$E_M = 0$ — — — $E_C = |E_p|$ — PARÁBOLA.

$E_M < 0$ — — $\frac{1}{2}|E_p| < E_C < |E_p|$ — ELÍPSE.

$E_M < 0$ — — — $E_C = \frac{1}{2}|E_p|$ — CÍRCULO.

$E_M < 0$ — — $0 < E_C < \frac{1}{2}|E_p|$ — COLAPSA.



47.- La Luna es un satélite natural de la Tierra con una órbita prácticamente circular. Razone si las siguientes afirmaciones acerca de ella son verdaderas o falsas

a) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, a su energía cinética

b) La energía mecánica de la Luna es positiva

c) La energía potencial gravitatoria de la Luna es igual, en valor absoluto, al doble de su energía cinética

d) La energía cinética de la Luna no está relacionada con su energía potencial gravitatoria

a) Falsa, porque si $E_c = |E_p| \Rightarrow E_m = 0$, la luna escaparía siguiendo una parábola.

b) $E_m > 0$ Falsa, ya que entonces la luna escaparía a la atracción

gravitatoria tiene siguiendo una hipérbola.

c) $|E_p| = 2E_c \longrightarrow E_c = \frac{1}{2}|E_p|$

⇓

Verdadero, demostrado para la órbita circular.

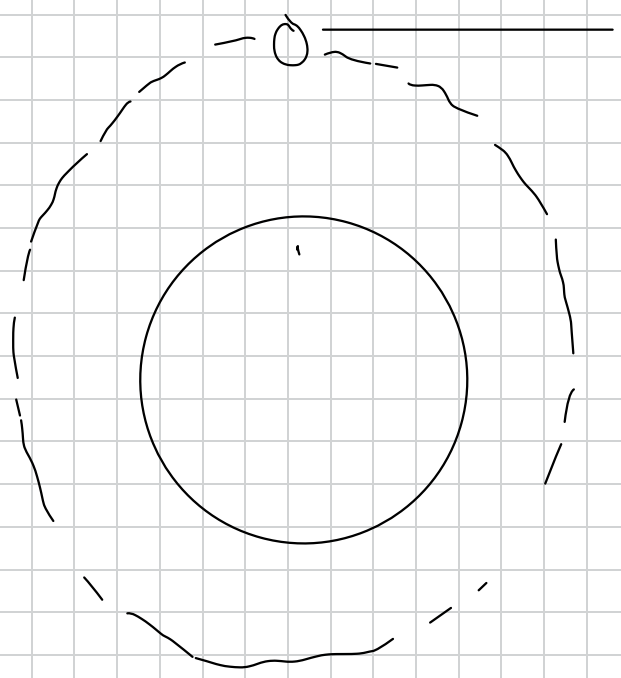
d) Falso, está alejándose el radio que toma en una órbita circular sólo puede ser

$E_c = \frac{1}{2} |E_p|$

46.- Un satélite artificial de masa 100 Kg orbita en torno a un planeta describiendo una órbita circular, teniendo una energía potencial gravitatoria de valor $-5 \cdot 10^8$ J.

a) Calcula la velocidad lineal a la que se desplaza

b) Si mediante un propulsor se duplica, sin cambiar la dirección, la velocidad lineal del satélite, ¿Qué tipo de órbita seguirá?



$E_p = -5 \cdot 10^8$ J

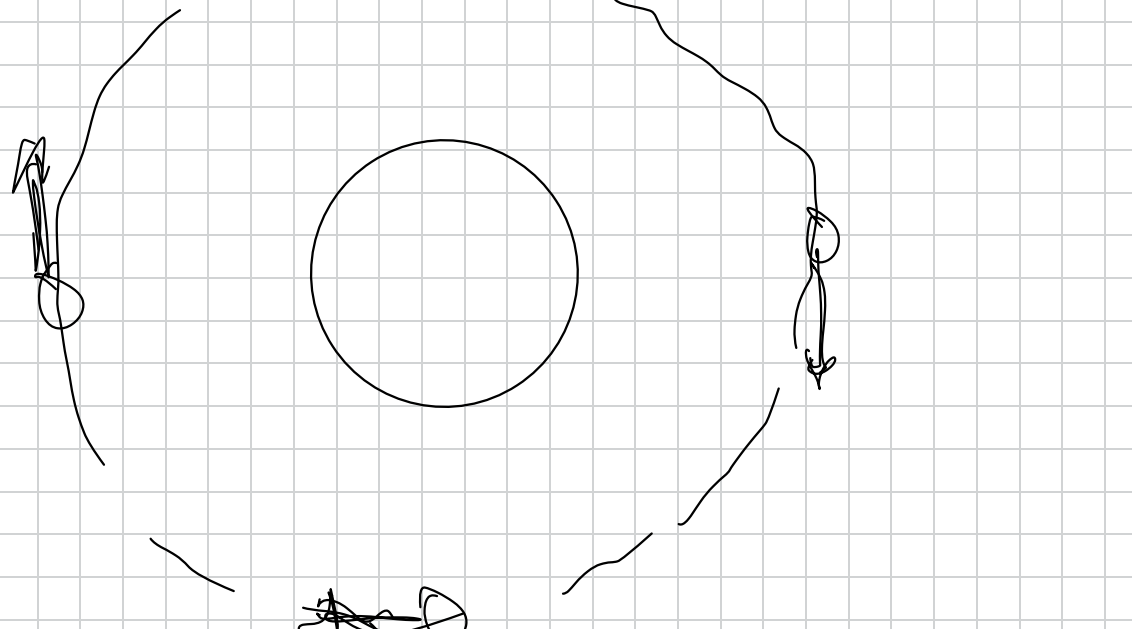
órbita circular

$E_c = \frac{1}{2} |E_p| = 25 \cdot 10^8$ J

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 10^8}{100}} = 2{,}24 \cdot 10^3 \ m/s$$

b)



$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_c' = \frac{1}{2} m \cdot (2v)^2$$

$$E_c' = \frac{1}{2} m \, 4v^2$$

$$E_c' = 4 \cdot \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$E_c' = 4 E_c$.

$E_c' = 4 \cdot 2,5 \cdot 10^8 \, J = 10^9 \, J$.

$E_p = -5 \cdot 10^8 \, J$.

$E_c' > |E_p| \Rightarrow E_M > 0 \Rightarrow$ Escapa siguiendo hipérbola.

48.- Un satélite orbita en torno a un planeta con una órbita circular. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones

a) Su energía mecánica es cero

b) Su energía mecánica es igual a menos su energía cinética

c) Su energía potencial es igual a menos su energía cinética partido dos

a) Falso, escaparía a la atracción del planeta.

b) Órbita circular

$$E_M = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M}{r}} \right)^2$$

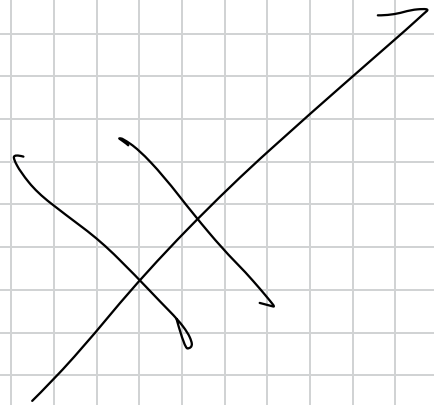
$$E_c = G \cdot \frac{M \cdot m}{2r}$$

se demuestra.

$$\boxed{E_M = -E_{c_V}} \rightarrow \text{Verdadera.}$$

c)

$$E_p = -G\frac{M \cdot M}{r}$$



$$-\frac{E_c}{2} = -\frac{G\frac{M \cdot m}{2r}}{2} = -G\frac{M \cdot M}{4r}$$

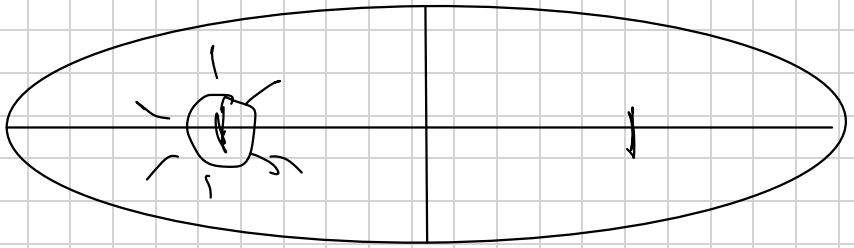
$$E_p = -G\frac{M \cdot M}{r} \neq -G\frac{M \cdot M}{4r}$$

44.- Sean A y B dos puntos de la órbita elíptica de un cometa alrededor del Sol, estando A más alejado del Sol que B.

a) ¿En cuál de los dos puntos es mayor el módulo de la velocidad?, ¿y el de la aceleración?

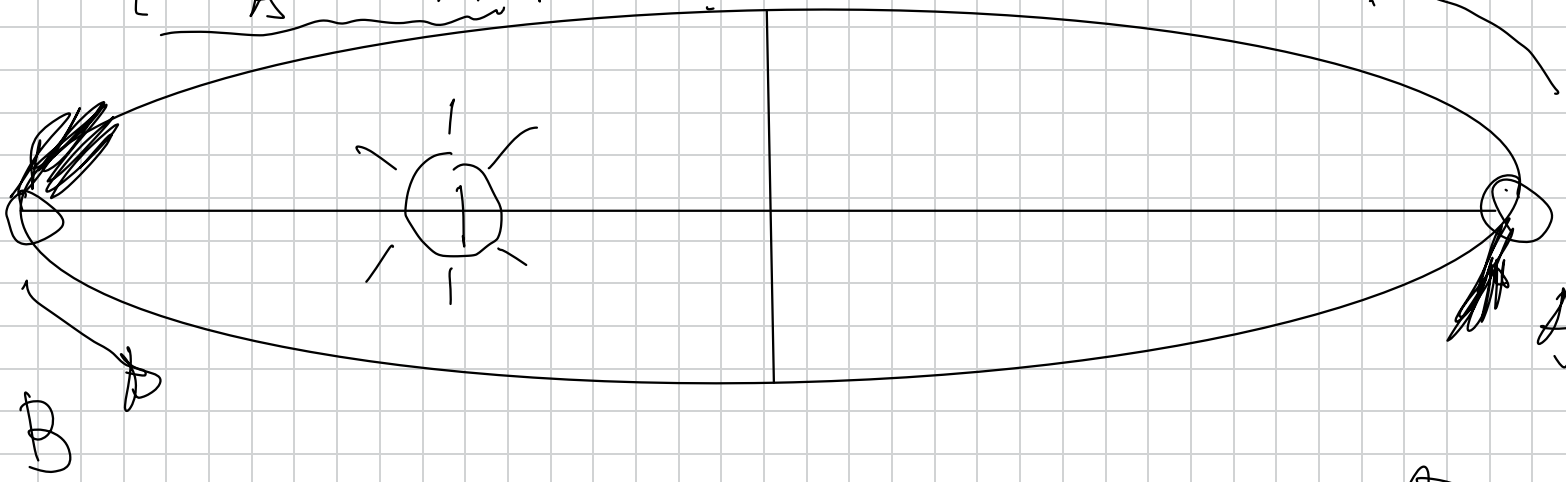
b) Comparar los valores de energía cinética y potencial en A y en B

$E_p = -G \frac{M_S \cdot M_{cometa}}{r}$ → distancia centro central



$|r_A > r_B|$

$|E_{p_A} > E_{p_B}|$



$|E_m = cte|$

$E_{mcte} = E_p + E_c = cte$

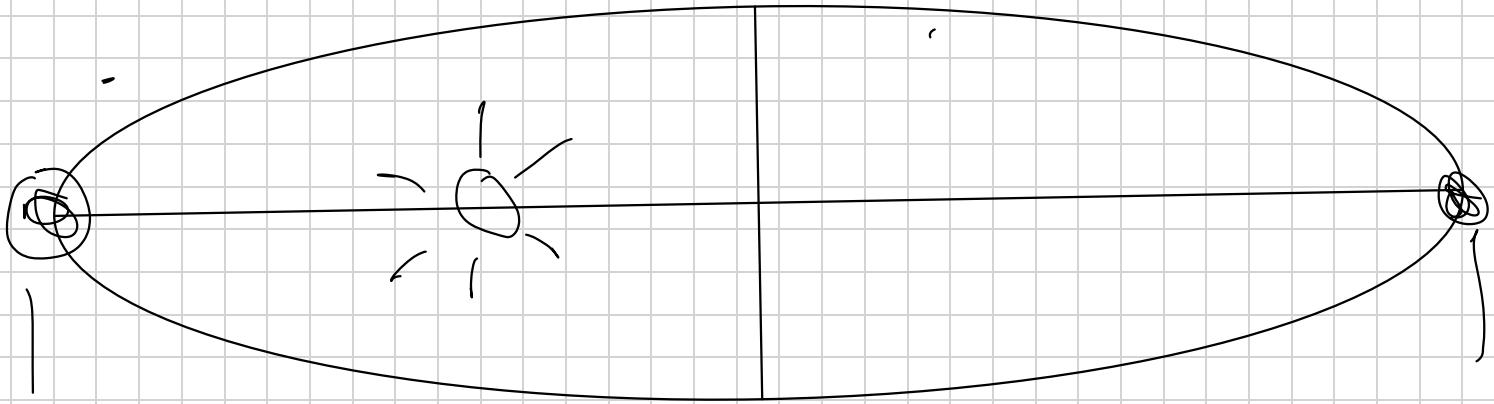
$E_{pA} \uparrow \quad E_{cA} \downarrow$.

Bajo la exclusiva acción de la Fuerza gravitatoria la E_M se mantiene cte.

$$E_{mec} = E_p + E_c = cte.$$

$$\downarrow$$

$$E_{pA} \downarrow + E_{cB} \uparrow$$



$-100\,J$.

$E_p = -G \cdot \frac{M_S \cdot M_{comet}}{r}$ ↑

$r_A > r_B$ →

$E_{pA} > E_{pB}$

$E_{cA} < E_{cB}$

↓

meno negativo

$E_C = \frac{1}{2} M v^2$.

$E_M = cte$.

$E_{C_A} < E_{C_B}$.

$v_A < \boxed{v_B} \Rightarrow$ En B la velocidad es mayor.

$a_n = \frac{v^2}{r}$

$g = G \cdot \frac{M}{r^2} \longrightarrow g_A < g_B$

$r_A > r_B$

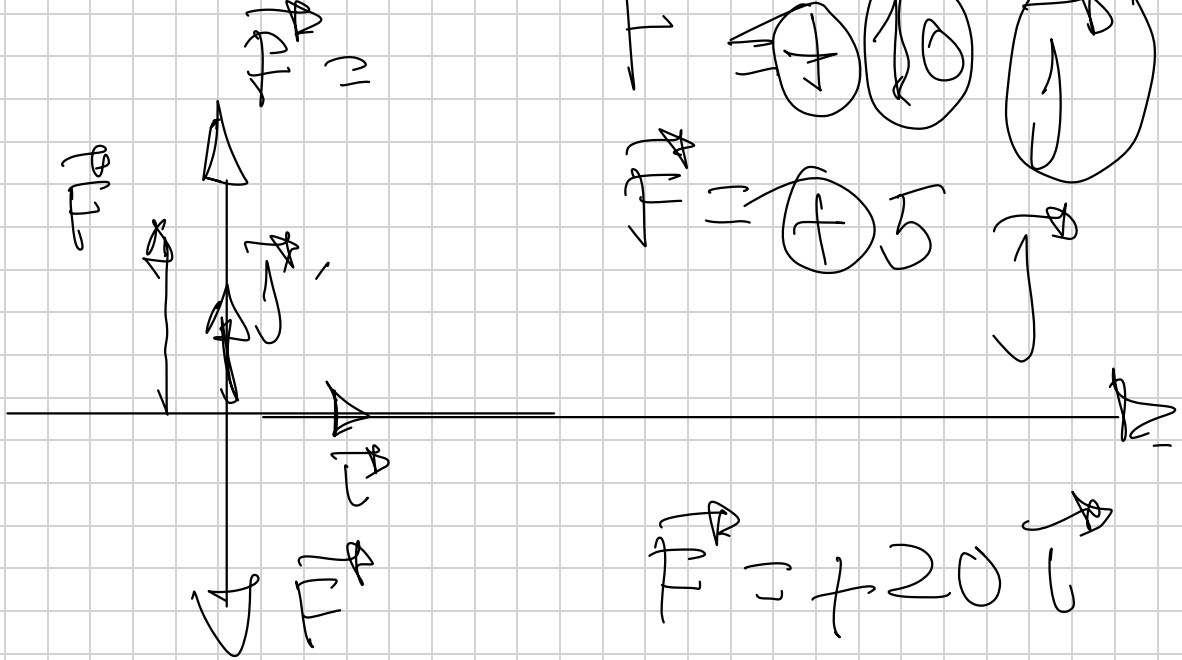
La aceleración es mayor en B.

Pag 2 :

Interacciones a distancia. Concepto de campo.

Magnitud vectorial, por ejemplo, la fuerza $\vec{F}$

- Módulo.
- Dirección.
- Sentido.

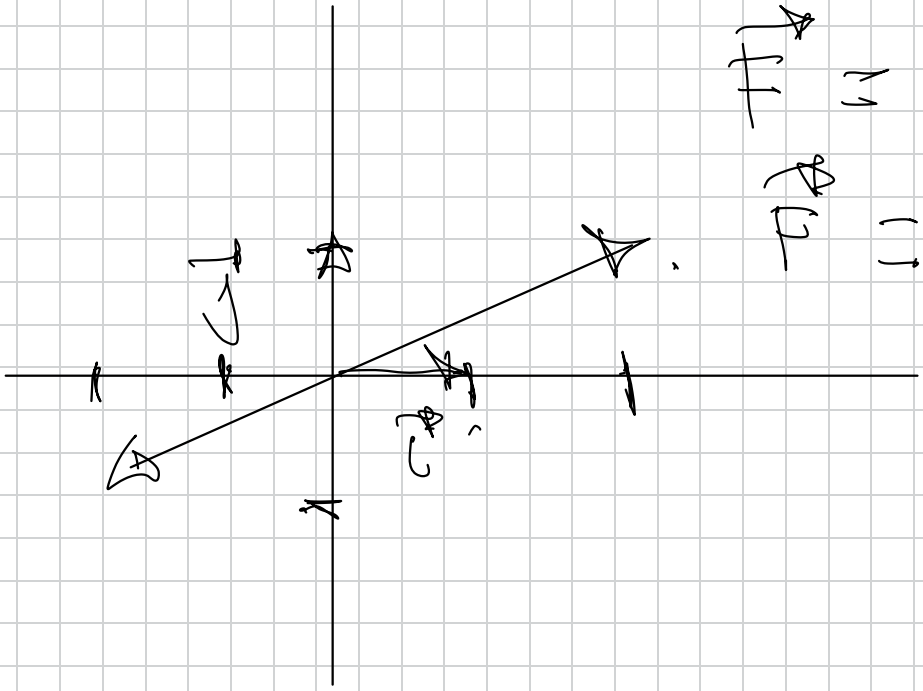


$\vec{F} = +10\,\vec{j}$ (N)

$\vec{F} = +5\,\vec{j}$ (N)

$\vec{F} = +20\,\vec{i}$ (N)

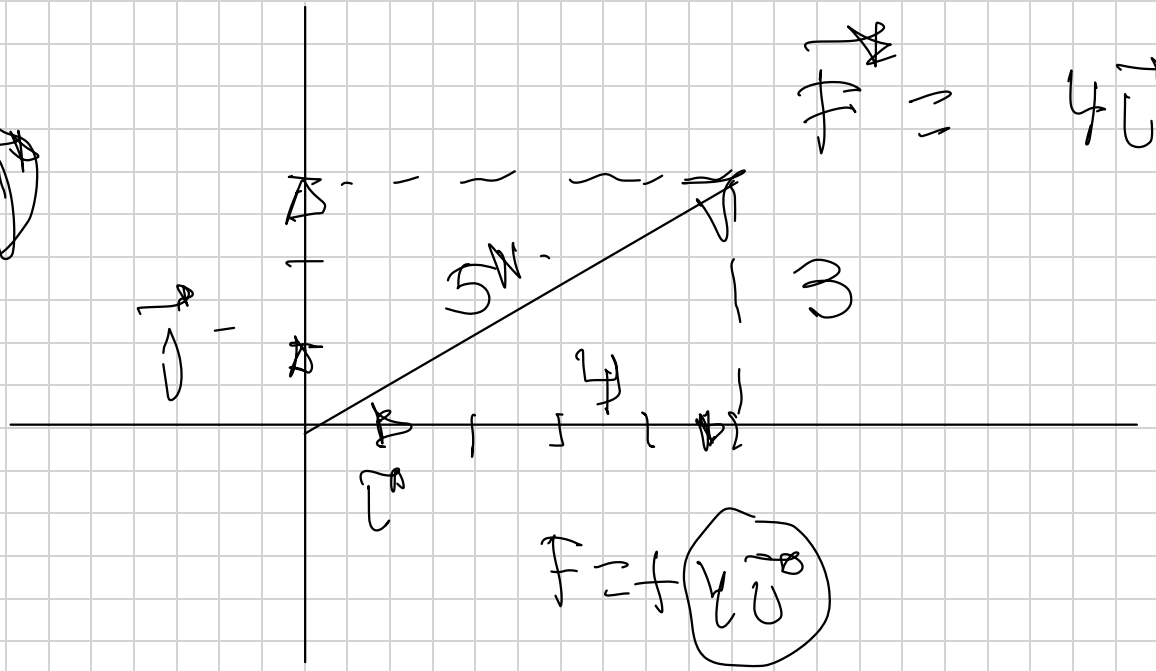
$\vec{F} = -20\,\vec{j}$ (N)



$\vec{F} = 2\vec{i} + \vec{j}$ (N)

$\vec{F} = -2\vec{i} - \vec{j}$ (N)

$F = +3\vec{j}$



$\vec{F} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ (N)

$F = +4\vec{i}$

$F = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5N.$

$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} =$

$|\vec{F}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5N.$

Magnitudes escalares

(Descritas sólo con el valor)

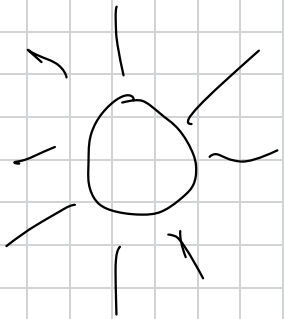
masa
temperatura.
energía
⋮

magnitudes vectoriales

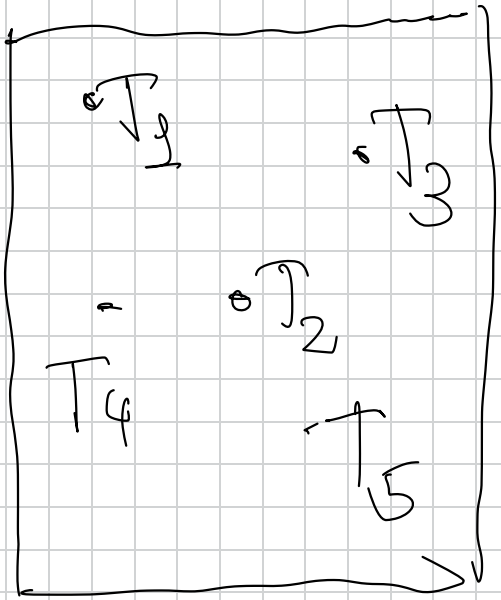
(valor o módulo, dirección y sentido)

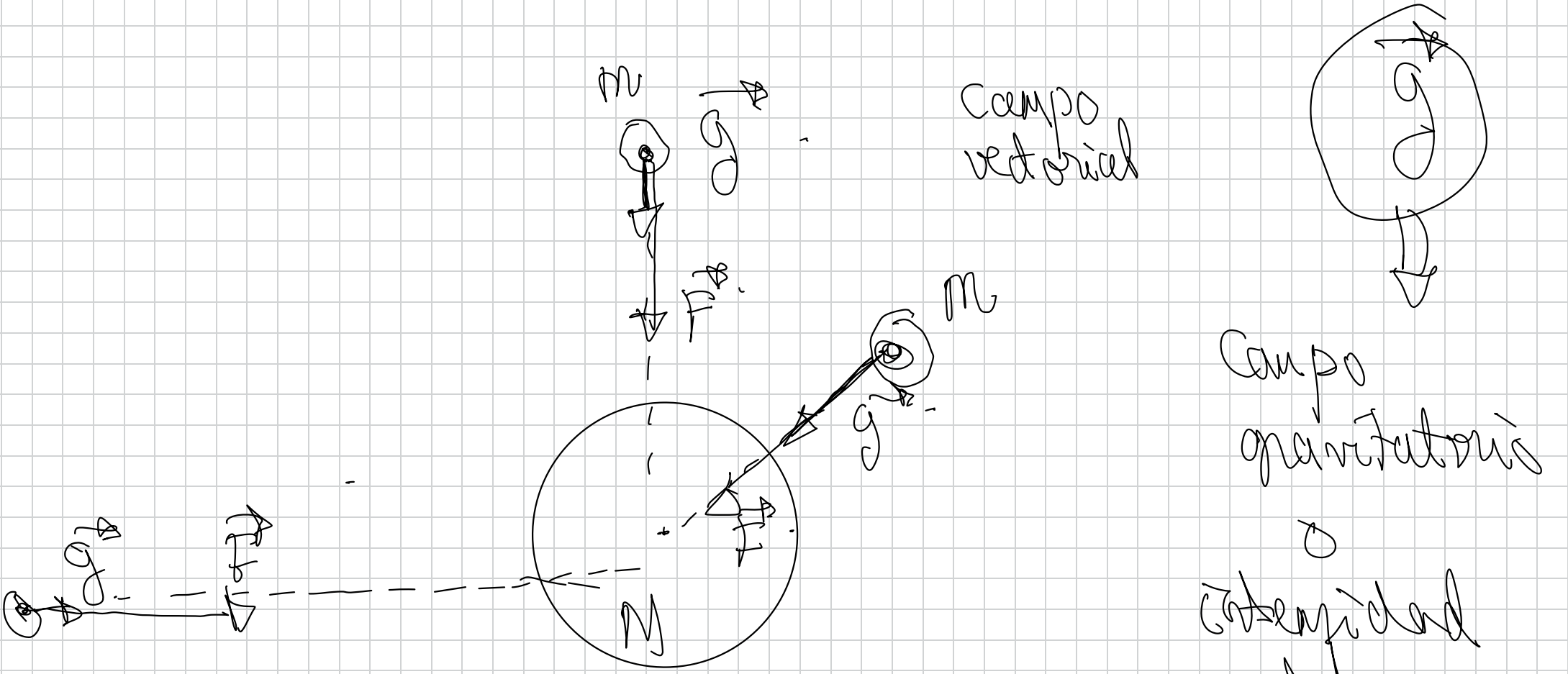
Fuerza
velocidad
aceleración
⋮

pag 2. Concepto de campo



Campo escalar





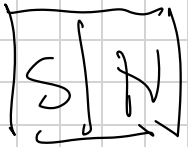
Campo vectorial

Campo gravitatorio

o

Intensidad del campo gravitatorio.

$$|\vec{g}| = G \cdot \frac{M}{r^2}$$


S
N



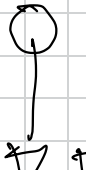


10.- Según la Ley de la gravitación, la fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo es proporcional a la masa de éste. Si es así, ¿ Porqué no caen más deprisa los cuerpos con mayor masa?

$m_A \rightarrow m_B$.

$F_A = G \cdot \frac{M_T \cdot m_A}{r^2}$





$F_B = G \cdot \frac{M_T \cdot m_B}{r^2}$





$F = m \cdot g$

$$g = \frac{F}{m}$$

$$g = \frac{F_A}{m_A} = \frac{G \frac{M_T \cdot m_A}{r^2}}{m_A} = G \frac{M_T}{r^2}$$

$$g = \frac{F_B}{m_B} = \frac{G \frac{M_T \cdot m_B}{r^2}}{m_B} = G \frac{M_T}{r^2}$$

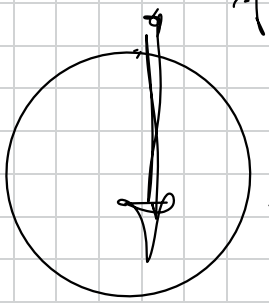
Caen con la misma aceleración (igual de rápido)

$$g_T = 9{,}8 \ m/s^2$$

$$g = \frac{N}{kg}$$

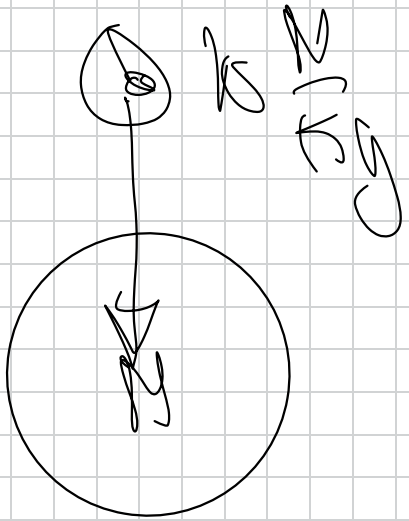
Campo gravitatorio.

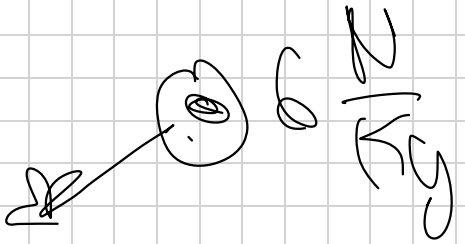
- $5 \frac{N}{kg}$
- $10 \frac{N}{kg}$

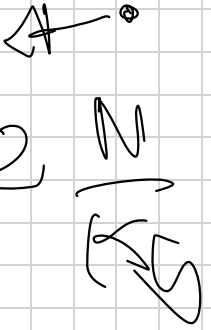


$F \Rightarrow$ Se ejerce una F de

10 N por cada kg
de masa que
pongo.



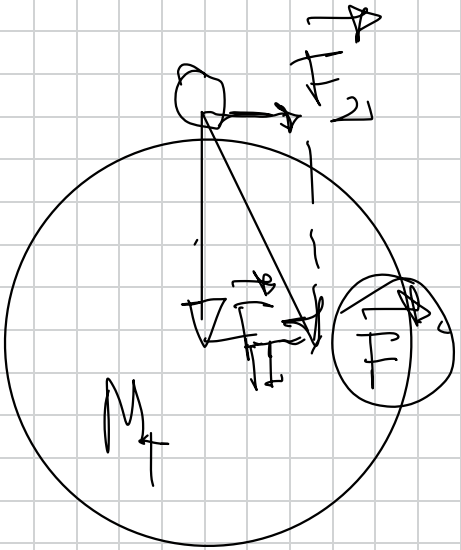




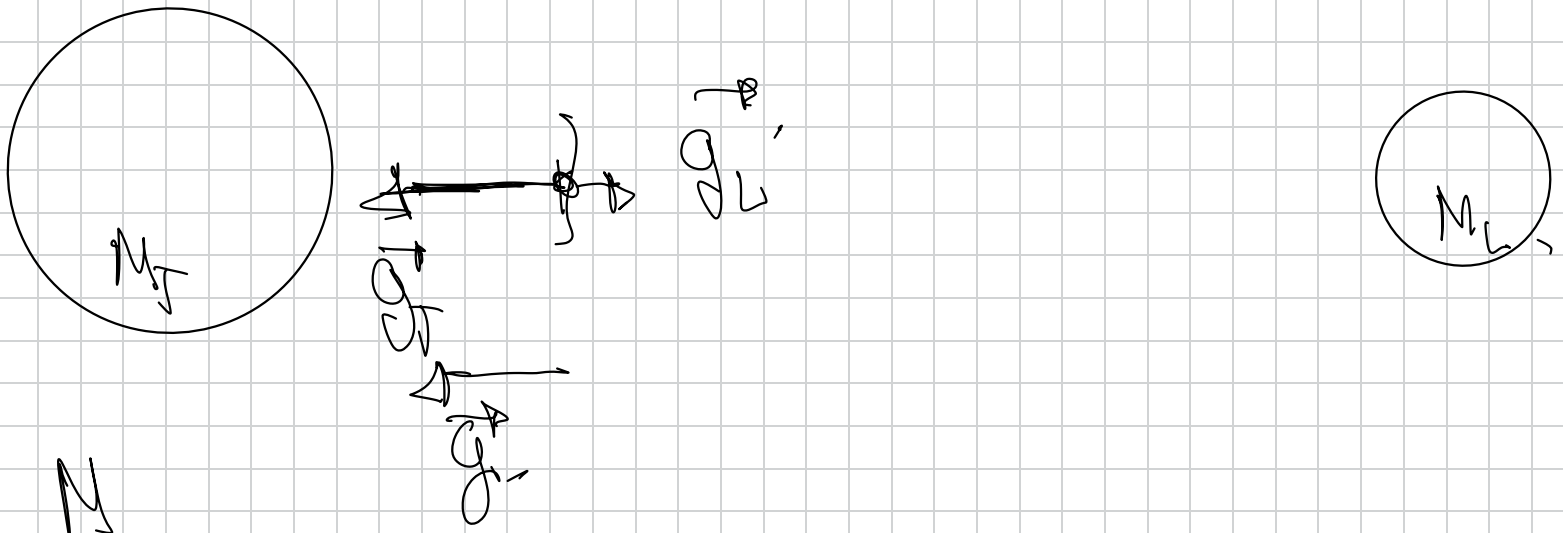
$$\frac{N}{kg} = \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2}}{kg} = \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2},$$

5: Principio de superposición



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$\vec{G} = \vec{g}_T + \vec{g}_L$$

198

(12-R) Un meteorito de 400 kg que se dirige en caída libre hacia la Tierra, tiene una velocidad de 20 m s^{-1} a una altura h = 500 km sobre la superficie terrestre. Determine razonadamente:

a) El peso del meteorito a dicha altura.

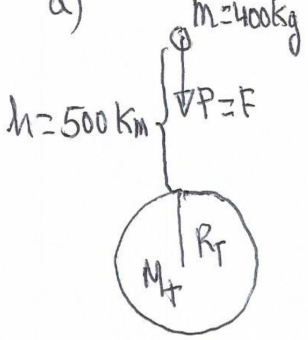
b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre despreciando la fricción con la atmósfera.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km.

Revisar cálculos, poner en cuaderno (Daniela)

a)

a)



Ley de la Gravitación Universal

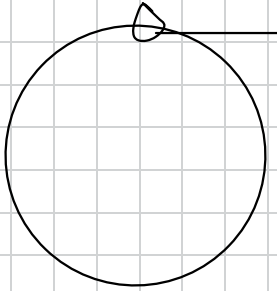
$$P = F_g = G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 400}{(6{,}37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)^2} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{17}}{4{,}72 \cdot 10^{13}} = 3389{,}83\,N.$$

$P = 3389{,}83$ N.

b)

$$0 \longrightarrow E_{P_h} = -G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} \quad ; \quad E_{C_h} = \frac{1}{2} m v^2_{inic.}$$

h



$E_{p_T} = -G\frac{M_T \cdot m}{R_T}$ / $E_{C_T} = \frac{1}{2} m v^2$ final.

Conservación de la E_m

$$E_{p_h} + E_{C_h} = E_{p_T} + E_{C_T}.$$

$$-G\frac{M_T \cdot m}{(R_T+h)} + \frac{1}{2} m v_{inic}^2 = -G\frac{M_T \cdot m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_{final}^2$$

$$G\cdot\frac{M_T}{R_T} - G\frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{1}{2} v_{final}^2 - \frac{1}{2} v_{inic}^2$$

$$G\frac{M_T}{R_T} - G\frac{M_T}{(R_T+h)} = \frac{1}{2}\left(v_{final}^2 - v_{inic}^2\right)$$

$$2\cdot\left[G\frac{M_T}{R_T} - G\frac{M_T}{(R_T+h)}\right] = v_{final}^2 - v_{inic}^2.$$

$$v_{final} = \sqrt{2\cdot\left[G\frac{M_T}{R_T} - G\frac{M_T}{(R_T+h)}\right] + v_{inic}^2}$$

$$v_{final} = \sqrt{2 \cdot \left[6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^{6}} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}}{6{,}37 \cdot 10^{6} + 5 \cdot 10^{5}} \right] + 20^2}$$

$$v_{final} = \sqrt{2 \cdot \left[62825745{,}68 - 58253275{,}11 \right] + 20^2}$$

$v_{final} = 3024{,}12 \ m/s.$ → No es tan grande la desviación del resultado, aunque este es más exacto.

Otra forma que la abrevia mas es sacar factor común aquí →

$$G \frac{M_T}{R_T} - G \frac{M_T}{(R_T + h)} = \frac{1}{2} \left(v_{final}^2 - v_{inic}^2 \right)$$

$$G M_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T + h)} \right) = \frac{1}{2} \left(v_{final}^2 - v_{inic}^2 \right)$$

$$2GM_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T+h)}\right) = v_{final}^2 - v_{inic}^2$$

$$v_{final} = \sqrt{2GM_T \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{(R_T+h)}\right) + v_{inic}^2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \left(\frac{1}{6'37 \cdot 10^6} - \frac{1}{(6'37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)}\right) + 20^2}$$

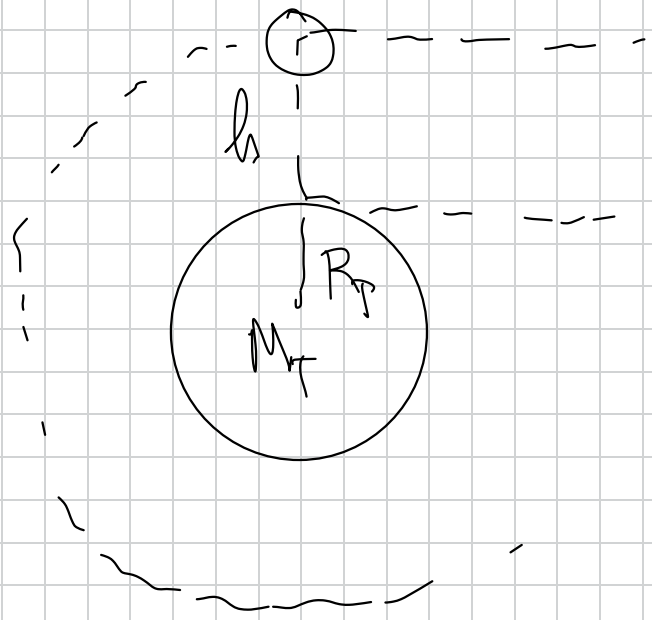
$$= \sqrt{8'004 \cdot 10^{14} \left(1'57 \cdot 10^{-7} - 1'45 \cdot 10^{-7}\right) + 20^2} =$$

$$= 3099'22 \text{ m/s.} \rightarrow$$ No se desvía tanto el resultado por el alto valor de v_{final}

255 (18-R) a) Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. La velocidad de escape desde esa órbita es la mitad que la velocidad de escape desde la superficie terrestre. ¿A qué altura se encuentra el satélite?

b) En un planeta esférico de radio 2200 km, la aceleración de la gravedad en la superficie es $g_0 = 5{,}2\ m\ s^{-2}$. i) Determine la masa del planeta. ii) Calcule la velocidad de escape desde su superficie.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$



$$\frac{v_e}{2} = \sqrt{\frac{2GM_T}{(R_T+h)}} \quad ^2$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$\frac{\frac{v_e}{2}}{v_e} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_T}{(R_T+h)}}}{\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}}$$

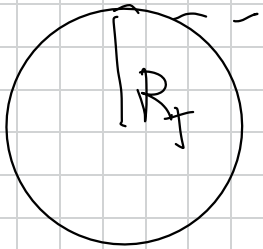
$$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{R_T}{(R_T+h)}}$$

$R_T + h = 4R_T$

$h = 4R_T - R_T = \boxed{3R_T}$

$\frac{1}{4} = \frac{R_T}{(R_T + h)}$

∞ — — — $E_{p\infty} = 0$, $E_{c\infty} = 0$.



$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}$, $E_c = \frac{1}{2} M v_e^2$.

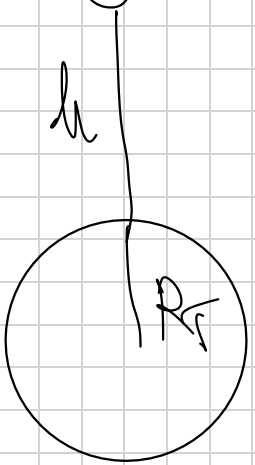
$E_{pT} + E_{cT} = \cancel{E_{p\infty}}^{0} + \cancel{E_{c\infty}}^{0}$.

$= G \frac{M_T \cdot M}{R_T} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0$?0.

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

∞ $\quad E_{p\infty} = 0 \quad , \quad E_{c\infty} = 0.$



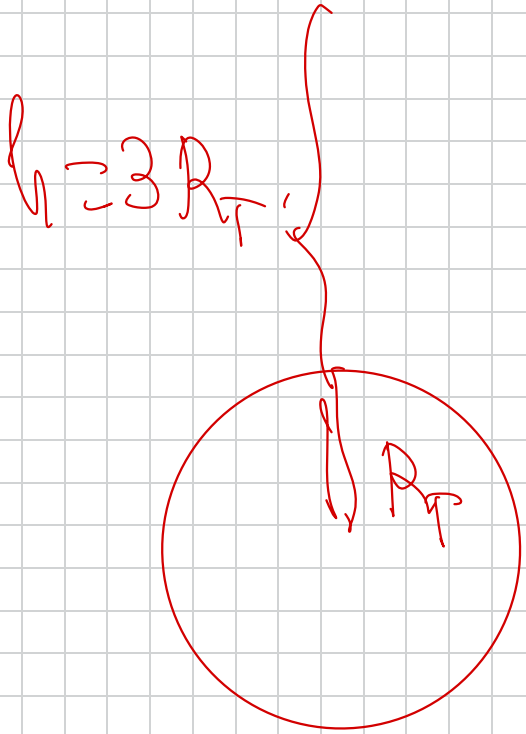
$$0 - E_{p_h} = -G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} \quad , \quad E_{c_h} = \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 .$$

$$E_{p_h} + E_{c_h} = 0 + 0 ,$$

$$-G \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)} + \frac{1}{2} m v_e^2 = 0 + 0 .$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{(R_T + h)}}$$

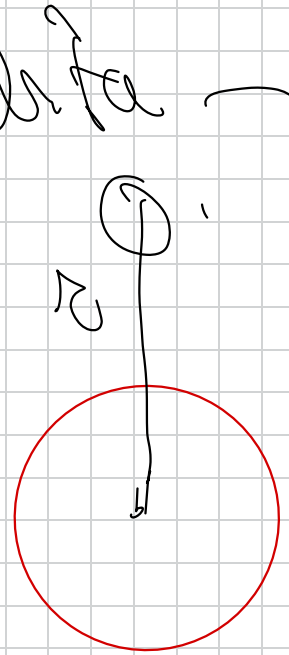


32 (17-R) a) Indique razonadamente la relación que existe entre las energías cinética y potencial gravitatoria de un satélite que gira en una órbita circular en torno a un planeta.

b) La masa del planeta Júpiter es, aproximadamente, 300 veces la de la Tierra y su diámetro 10 veces mayor que el terrestre. Calcule razonadamente la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de Júpiter.

$R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m; $g = 9{,}8$ m s^{-2}

órbita



$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} m \left(\sqrt{G \frac{M_J}{r}} \right)^2 =$$

$$E_c = G \cdot \frac{M_J \cdot m}{2r}$$

$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{G\frac{M_T \cdot m}{2r}}{-G\frac{M_T \cdot M}{r}} \Rightarrow \frac{E_c}{E_p} = -\frac{1}{2},$$

$$E_c = -\frac{1}{2} E_p,$$

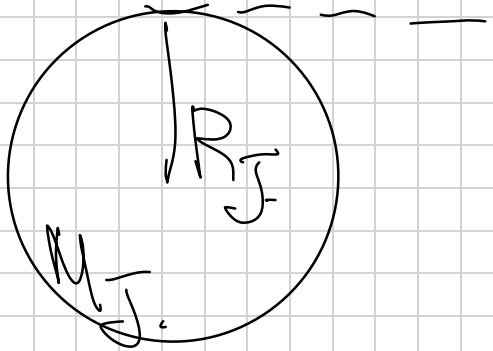
$$|E_c| = \frac{1}{2}|E_p|$$

232.

(17-R) a) Indique razonadamente la relación que existe entre las energías cinética y potencial gravitatoria de un satélite que gira en una órbita circular en torno a un planeta.
b) La masa del planeta Júpiter es, aproximadamente, 300 veces la de la Tierra y su diámetro 10 veces mayor que el terrestre. Calcule razonadamente la velocidad de escape de un cuerpo desde la superficie de Júpiter.
$R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m; $g = 9{,}8$ m s^{-2}

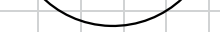
G NO LA DA.

Forma de hacerlo de Mohamed:



$$v_{eJ} = \sqrt{\frac{2GM_J}{R_J}}$$

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2} \rightarrow G = \frac{g_T R_T^2}{M_T}$$



$M_J = 300\,M_T$.
$R_J = 10\,R_T$.

$$v_{eJ} = \sqrt{\frac{2\frac{g_T R_T^2}{M_T} M_J}{R_J}} = \sqrt{\frac{2 g_T R_T^2 \cdot 300 M_T}{M_T \, 10 R_T}} = \sqrt{\frac{2 g_T R_T \cdot 300}{10}} =$$

$$v_{ef} = \sqrt{\frac{2{,}98 \cdot 6'37 \cdot 10^6 \cdot 300}{10}} = 6120{,}98 \ \frac{m}{s}$$

Da igual hecho de esta forma que con la corrección de la página Web.

5.- PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN.

Tanto la fuerza gravitatoria F como la intensidad del campo gravitatorio g son magnitudes vectoriales, es decir, poseen un valor o módulo, una dirección y un sentido. El principio de superposición nos dice que cuando un cuerpo se somete a varias fuerzas, la fuerza resultante es igual a la suma de todas ellas, o sea:

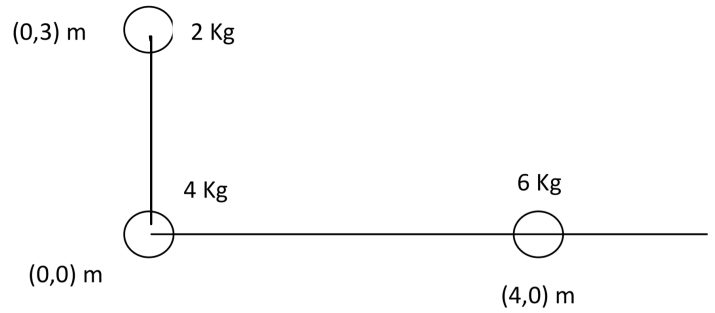
$$\vec{F} = \sum \vec{F_i} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \ldots + \vec{F_n}$$

La intensidad del campo gravitatorio en ese punto será por tanto:

$$\vec{g} = \vec{F}/m = \sum \vec{F_i}/_m = \vec{g_1} + \vec{g_2} + \vec{g_3} + \ldots + \vec{g_n}$$

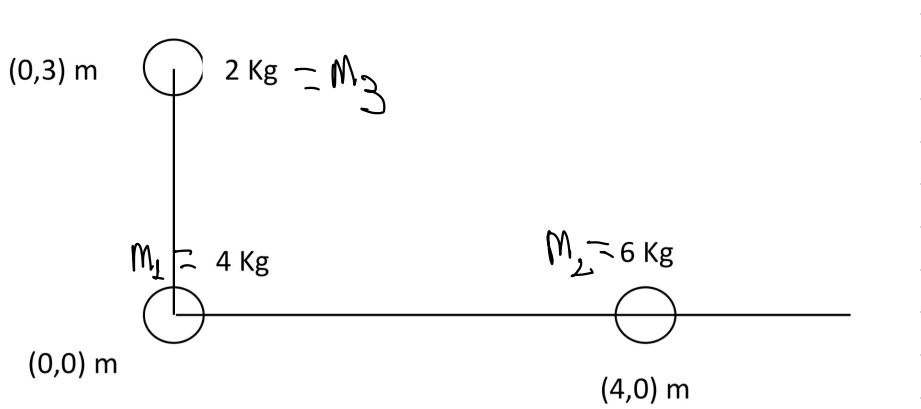
Cumpliéndose también para g el principio de superposición

11.- Tres esferas uniformes de masas 2 Kg, 4 Kg y 6 Kg se sitúan en los vértices de un triángulo como se indica en la figura adjunta

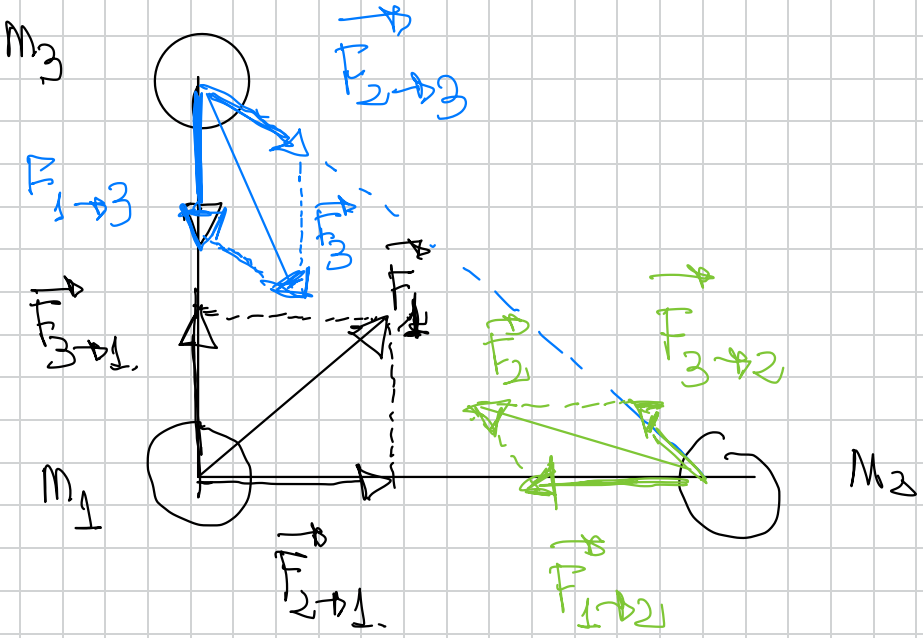


Calcula el vector fuerza gravitatoria resultante sobre la masa de 4Kg, así como su módulo y dibuja en un esquema todas las fuerzas que aparecen

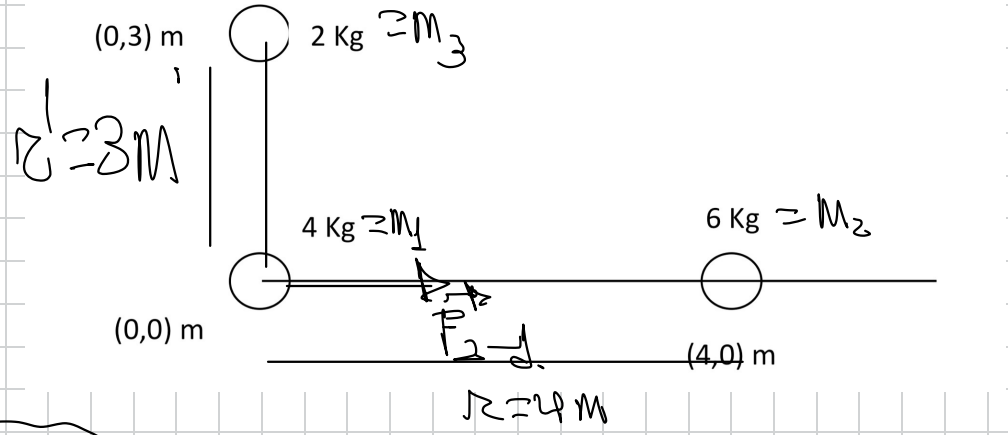
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

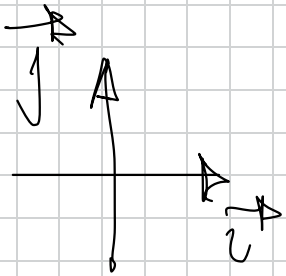


Esquema de todas las fuerzas que aparecen.



El ejercicio solo me pide calcular la F_1

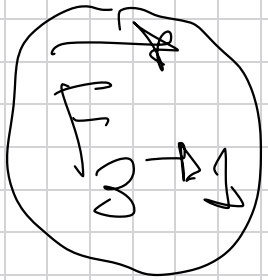




$\vec{F}_{2\to 1}$ → Vectorial, primero calculo su módulo, y después asigno su dirección y su sentido.

$$|\vec{F}_{2\to 1}| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 6}{4^2} = 10^{-10}\ N.$$

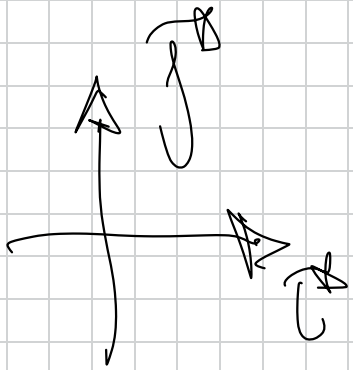
$$\vec{F}_{2\to 1} = +10^{-10}\,\vec{i}\ \ (N)$$

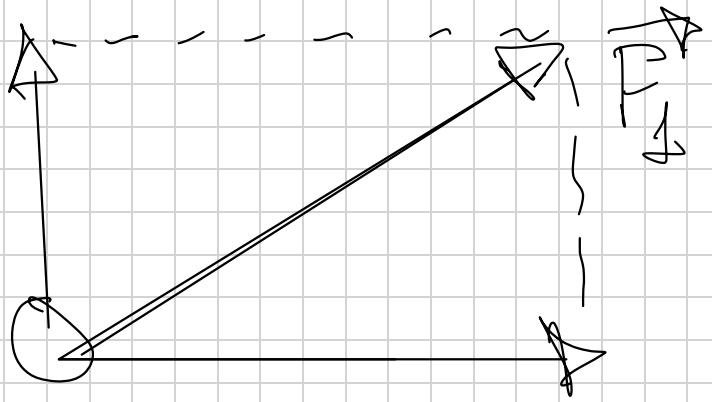


$$\left|\vec{F}_{3\to 4}\right| = 6 \cdot \frac{M_4 \cdot M_3}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 2}{3^2}$$

$$\left|\vec{F}_{3\to 4}\right| = 5{,}93 \cdot 10^{-11}\ \text{N}$$

$$\vec{F}_{3\to 4} = +5{,}93 \cdot 10^{-11}\,\vec{j}$$





$$\vec{F}_{2\to 4} = 10^{-10}\,\vec{i}\ (\text{N})$$

Principio de sovrapposizione:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{2\to 1} + \vec{F}_{3\to 1}$$

$$\vec{F}_1 = 10^{-10}\,\vec{c} + 5{,}93\cdot 10^{-11}\,\vec{\jmath}\ (N)$$

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(10^{-10})^2 + (5{,}93\cdot 10^{-11})^2}$$

$$|\vec{F}_1| = 1{,}16\cdot 10^{-10}\ N.$$

EJERCICIOS

1

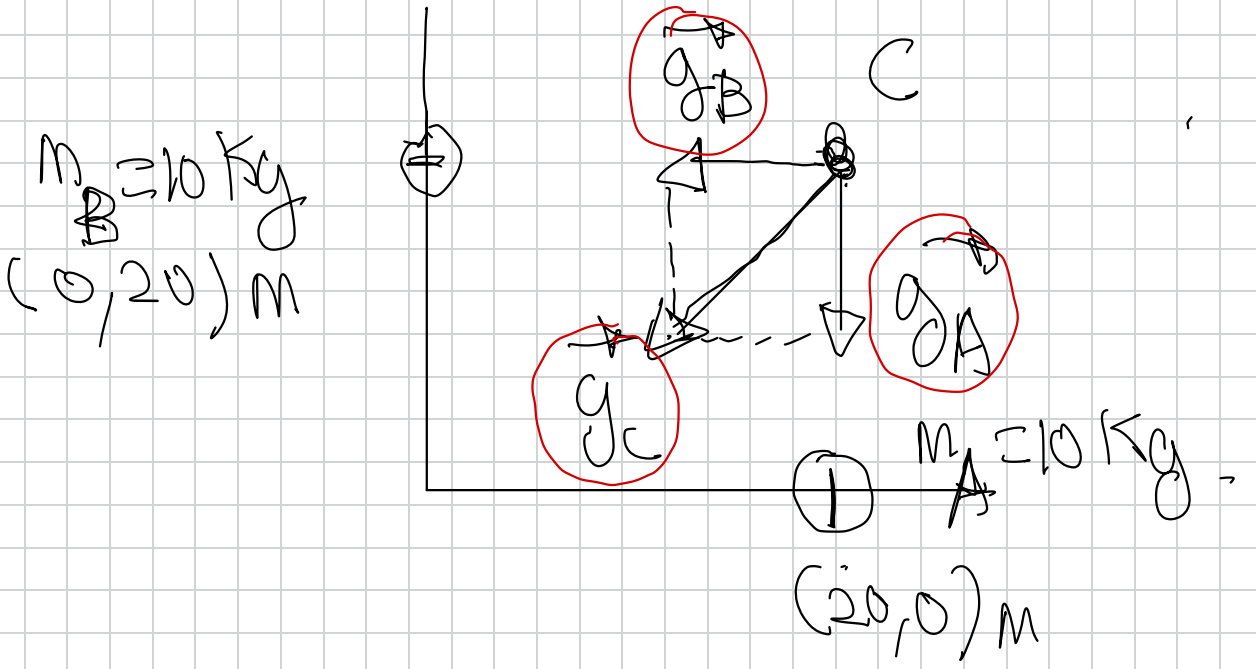
En dos puntos A y B de coordenadas $(20, 0)$ m y $(0, 20)$ m se sitúan dos masas puntuales de 10 Kg cada una.

a) Dibuja y calcula el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el punto C $(20, 20)$ m

b) Halla la Fuerza sobre una masa puntual de 5 Kg situada en el punto C.

$G = 6'7 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

$\vec{g}$



Principio de Superposición

$$\vec{g}_C = \vec{g}_A + \vec{g}_C$$



$$|\vec{g}_A| = G \cdot \frac{m_A}{r_A^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2} = 1{,}7 \cdot 10^{-12} \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{g}_A = -1{,}7 \cdot 10^{-12} \vec{j} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$|\vec{g}_B| = G \cdot \frac{m_B}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{20^2} = 1{,}7 \cdot 10^{-12} \frac{m}{s^2}$$

$$\vec{g}_B = -1{,}7 \cdot 10^{-12} \vec{i} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

Principio de superposición:

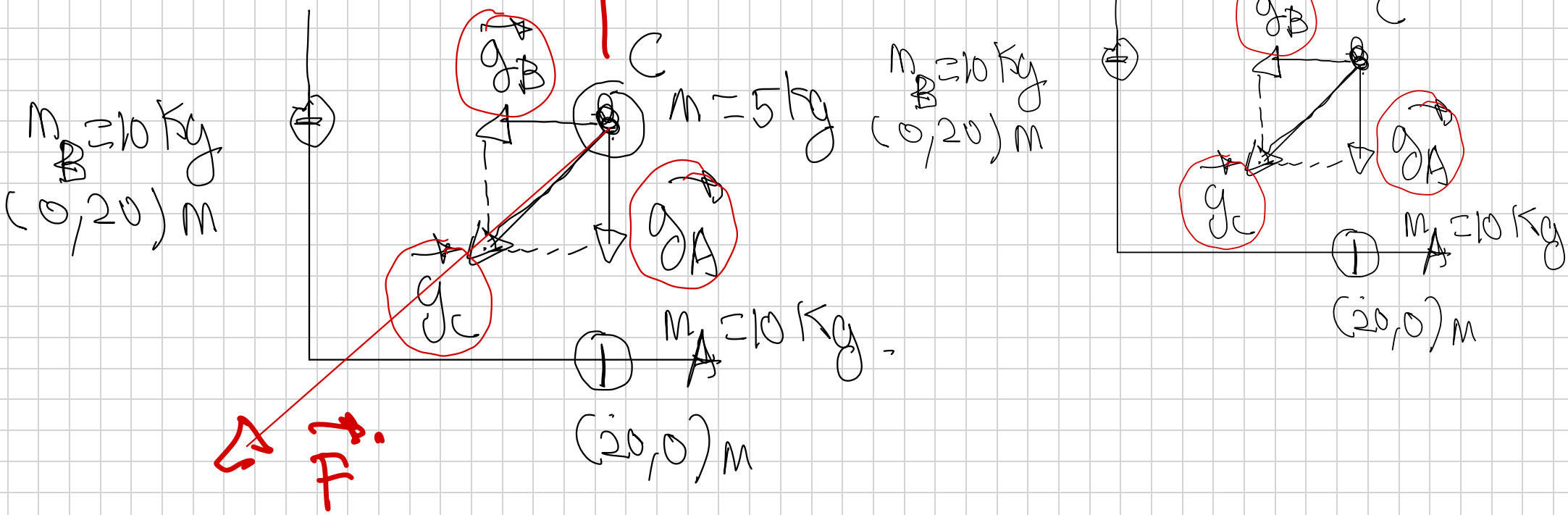
$$\vec{g}_O = \vec{g}_A + \vec{g}_B = -1{,}7 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 1{,}7 \cdot 10^{-12} \vec{j} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(-1{,}7\cdot 10^{-12})^2 + (-1{,}7\cdot 10^{-12})^2} =$$

$$= 2{,}4\cdot 10^{-12}\ N/s^2$$

b)

$$g = 2{,}4\cdot 10^{-12}\ \frac{N}{Kg}$$



$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

$$\vec{F} = 5\,\text{kg} \cdot \left(-1{,}7 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 1{,}7 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\right) \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

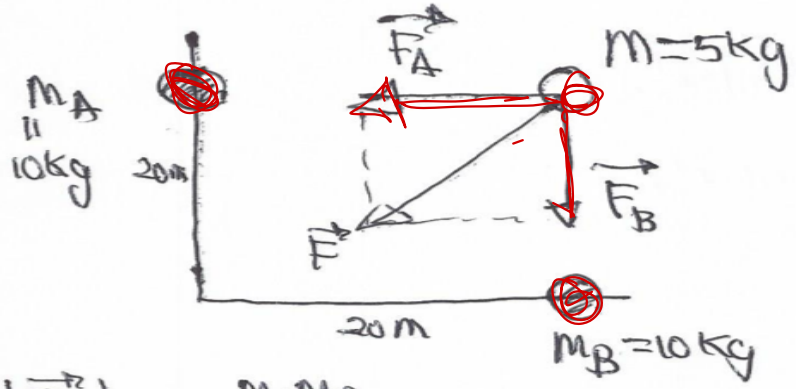
$$\vec{F} = -8{,}5 \cdot 10^{-12}\,\vec{i} - 8{,}5 \cdot 10^{-12}\,\vec{j}\ (\text{N})$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-8{,}5 \cdot 10^{-12})^2 + (-8{,}5 \cdot 10^{-12})^2}$$

$$|\vec{F}| = 1{,}2 \cdot 10^{-11}\ \text{N}$$

$$|\vec{F}| = m \cdot |\vec{g}| = 5\,\text{kg} \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1{,}2 \cdot 10^{-11}\ \text{N}$$

(1) b) Otra manera de hacerlo si no hubiésemos sabido el valor de $\vec{g}$.



Principio de superposición

$$\vec{F} = \vec{F_A} + \vec{F_B}$$

$$|\vec{F_A}| = G \cdot \frac{M \cdot m_A}{r^2}$$ (ley de la gravitación universal)

$$|\vec{F_A}| = 6'7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10 \cdot 5}{20^2}$$

$$|\vec{F_A}| = 8'5 \cdot 10^{-12} N.$$

$$\vec{F_A} = -8'5 \cdot 10^{-12} \vec{i} \ (N)$$

$$|\vec{F_B}| = G \frac{M \cdot m_B}{r^2}$$

$$|\vec{F_B}| = 6'7 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5 \cdot 10}{20^2}$$

$$|\vec{F_B}| = 8'5 \cdot 10^{-12} N.$$

$$\vec{F_B} = -8'5 \cdot 10^{-12} \vec{j} \ (N)$$

$$\vec{F} = \vec{F_A} + \vec{F_B}$$ Principio de Superposición.

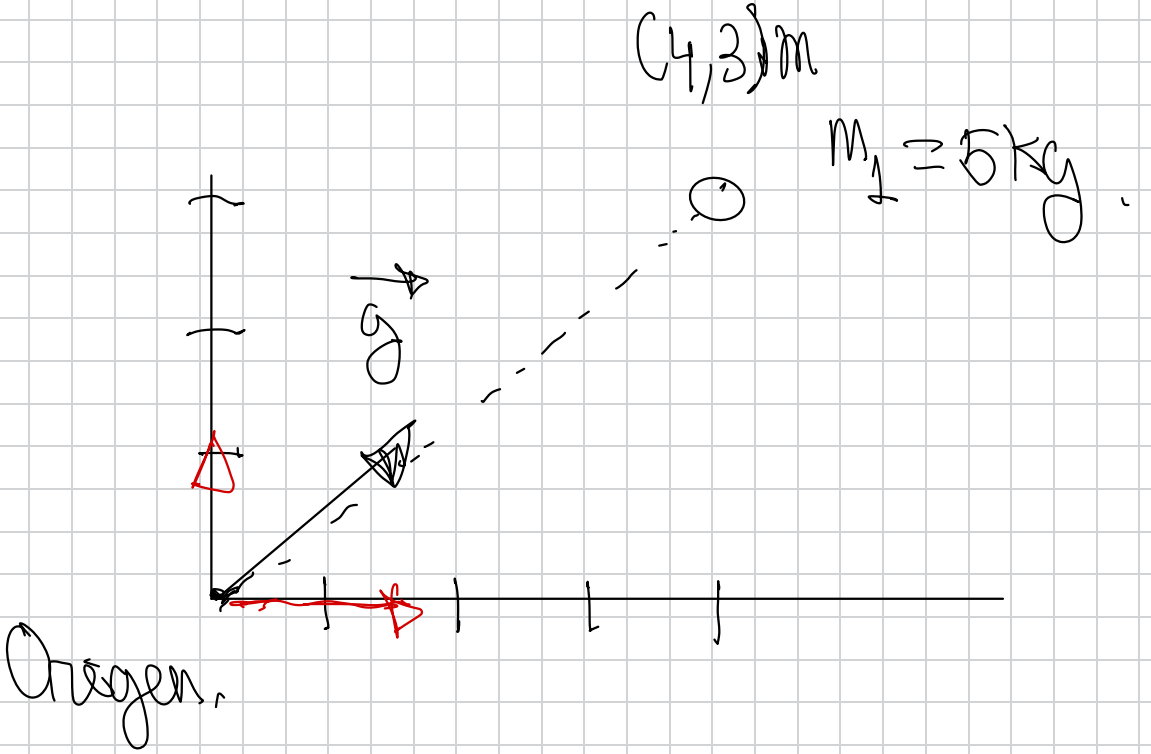
$$\vec{F} = -8'5 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 8'5 \cdot 10^{-12} \vec{j} \ (N)$$

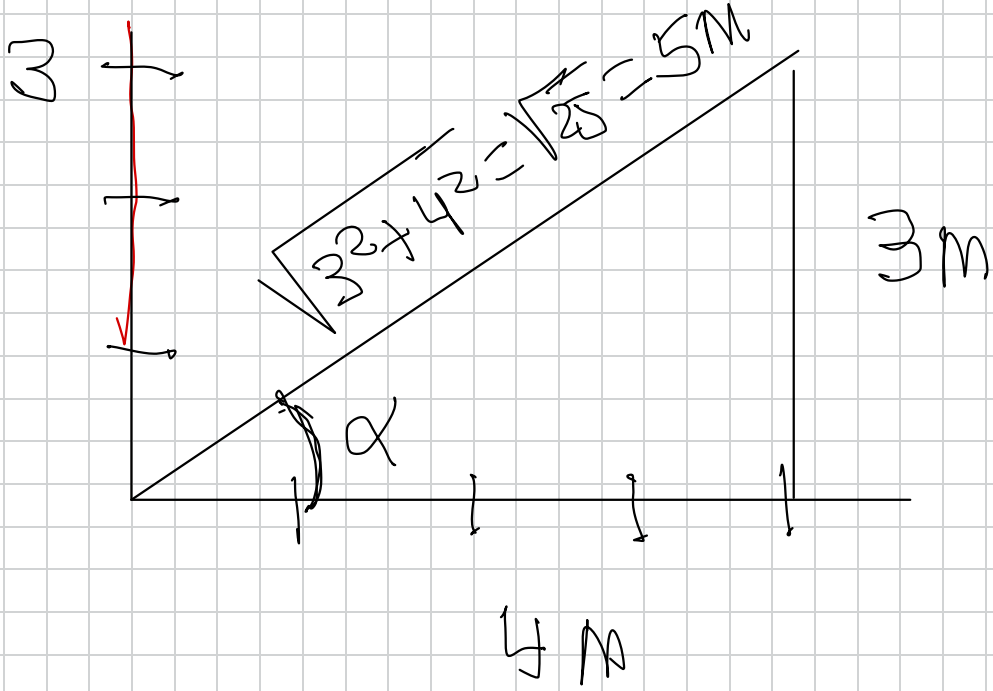
$$|\vec{F}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-8'5 \cdot 10^{-12})^2 + (-8'5 \cdot 10^{-12})^2}$$

$$|\vec{F}| = 1'2 \cdot 10^{-11} N.$$

(2) Una masa puntual $M_1 = 5\ kg$ está en el punto $(4,3)\ m$. Determina el valor del campo gravitatorio creado por la masa M_1 en el origen de coordenadas.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.





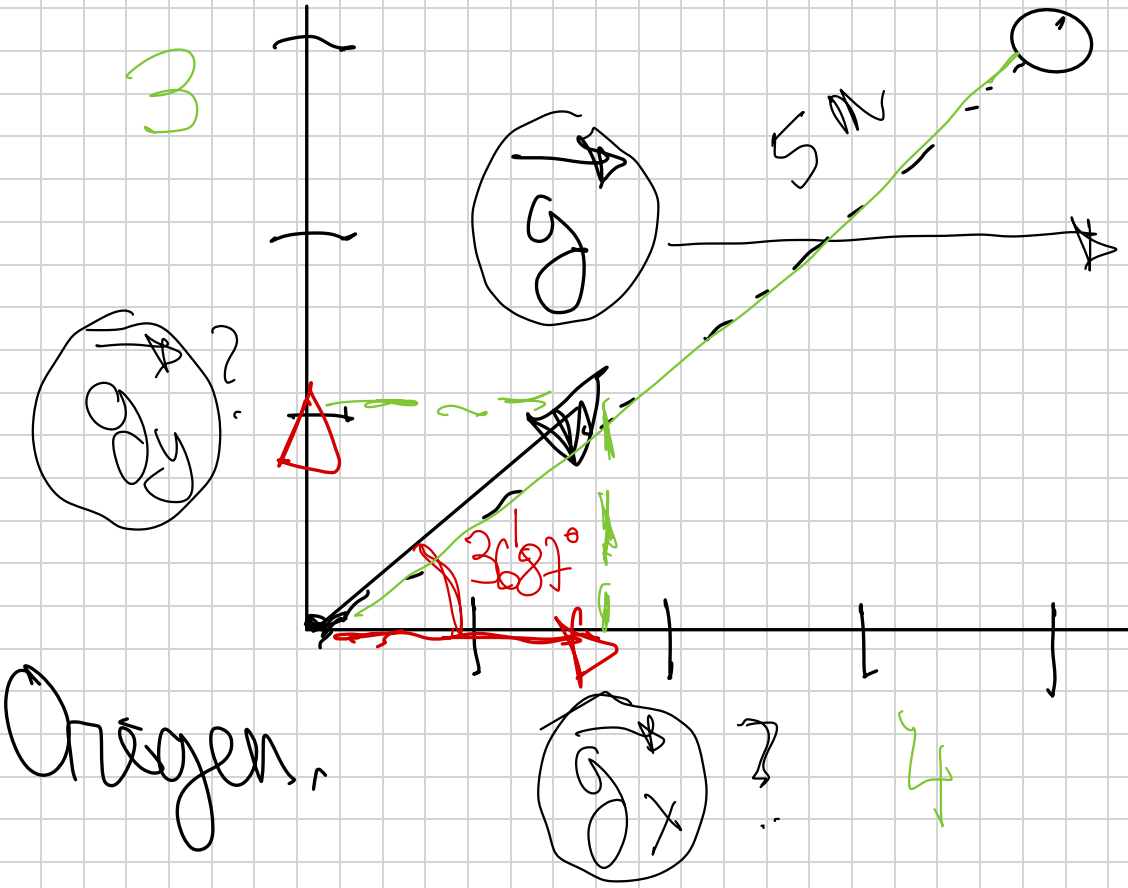
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{3}{5}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{Cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{4}{5}.$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arcsen}\frac{3}{5}$$

$$\alpha = 36'87°.$$

3



Origen.

$m_1 = 5\,kg$.

La calculo en módulo.

$$|\vec{g}| = 6 \cdot \frac{M}{r^2} =$$

$$= 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{5^2} =$$

$$|\vec{g}| = 1'33 \cdot 10^{-11} \frac{M}{s^2}$$

Calculo $\vec{g}_y$ (cateto opuesto)

Primero su módulo.

$$\operatorname{sen} 36'86^\circ = \frac{|\vec{g}_y|}{|\vec{g}|} \Rightarrow |\vec{g}_y| = |\vec{g}| \cdot \operatorname{sen} 36'86^\circ$$

$$|\vec{g}_y| = 1'33 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3}{5}$$

$$\boxed{\vec{g}_y = +0'8 \cdot 10^{-11} \vec{j} \left(\frac{N}{C^2}\right)}$$

$$|\vec{g}_y| = 0'8 \cdot 10^{-11} \ N/C^2.$$

Calculo $\vec{g}_x$ (cateto contiguo)

$$\cos 36'86^\circ = \frac{|\vec{g}_x|}{|\vec{g}|} \Rightarrow$$

$$|\vec{g}_x| = |\vec{g}| \cdot \cos 36'8^\circ$$

$$|\vec{g}_x| = 1'33 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4}{5}$$

$\vec{g}_x = +1'06 \cdot 10^{-11} \vec{i}\ \left(\frac{N}{kg}\right)$ $\quad |\vec{g}_x| = 1'06 \cdot 10^{-11}\ N/kg$

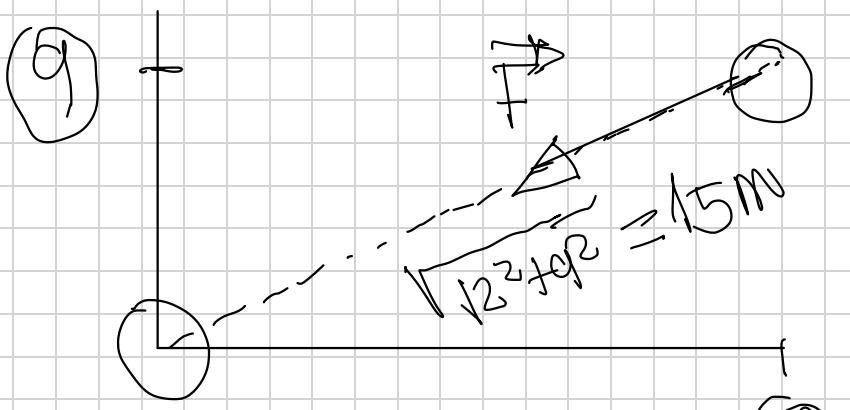
$\vec{g} = \vec{g}_x + \vec{g}_y = +1'06 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 0'8 \cdot 10^{-11} \vec{j}\ \left(\frac{N}{kg}\right)$

(3) Una masa puntual $m_1 = 4\,kg$ está situada en el origen de coordenadas y otra masa puntual $m_2 = 6\,kg$ está situada en el punto $(12, 9)\,m$.

a) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_2 y halla su módulo.

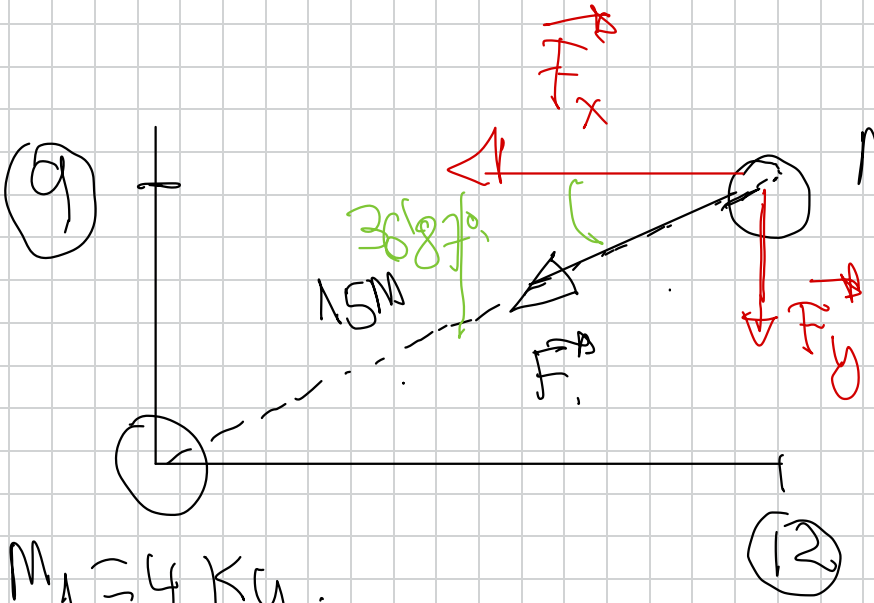
b) Calcula el vector Fuerza que aparece sobre la masa m_1 y halla su módulo.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2\ kg^{-2}$



ley de la gravitación universal.

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{4 \cdot 6}{15^2} = 7'11 \cdot 10^{-12} \text{ N}.$$



$M_1 = 4\ Kg.$

$M_2 = 6\ Kg.$



$\rightarrow \quad \operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{cat op}}{\text{hipot}} = \frac{9}{15}.$

$\alpha = \operatorname{arcsen}\frac{9}{15} = 36'87°.$

$\cos 36'87° = \frac{|\vec{F}_x|}{|\vec{F}|}?$

$\operatorname{sen} 36'87° = \frac{|\vec{F}_y|}{|\vec{F}|}?$

$|\vec{F}_y| = |\vec{F}| \cdot \operatorname{sen} 36'87°$

$|\vec{F}_y| = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{9}{15}.$

$|\vec{F}_y| = 4'26 \cdot 10^{-12}\ N$

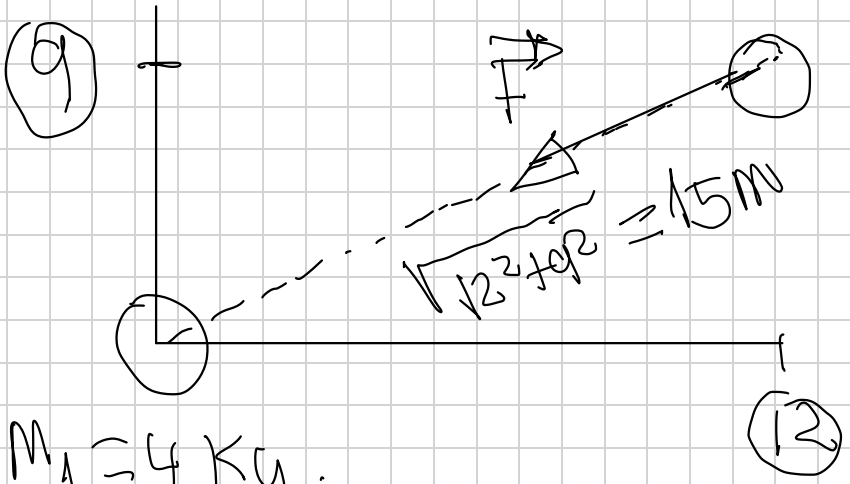
$\vec{F}_y = -4'26 \cdot 10^{-12}\ \vec{J}\ (N)$

$|\vec{F}_x| = |\vec{F}| \cdot \cos 26'87°$

$|\vec{F}_x| = 7'11 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{12}{15}$

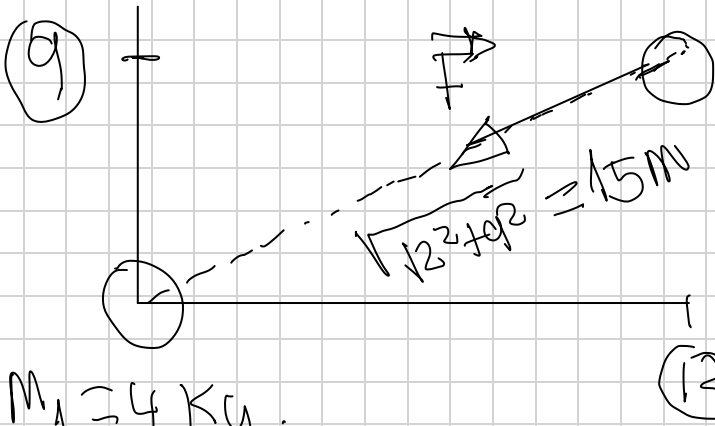
$|\vec{F}_x| = 5'69 \cdot 10^{-12}\ N$

$\vec{F}_x = -5'69 \cdot 10^{-12}\ N$



$m_2 = 6\ kg$

$m_1 = 4\ kg$

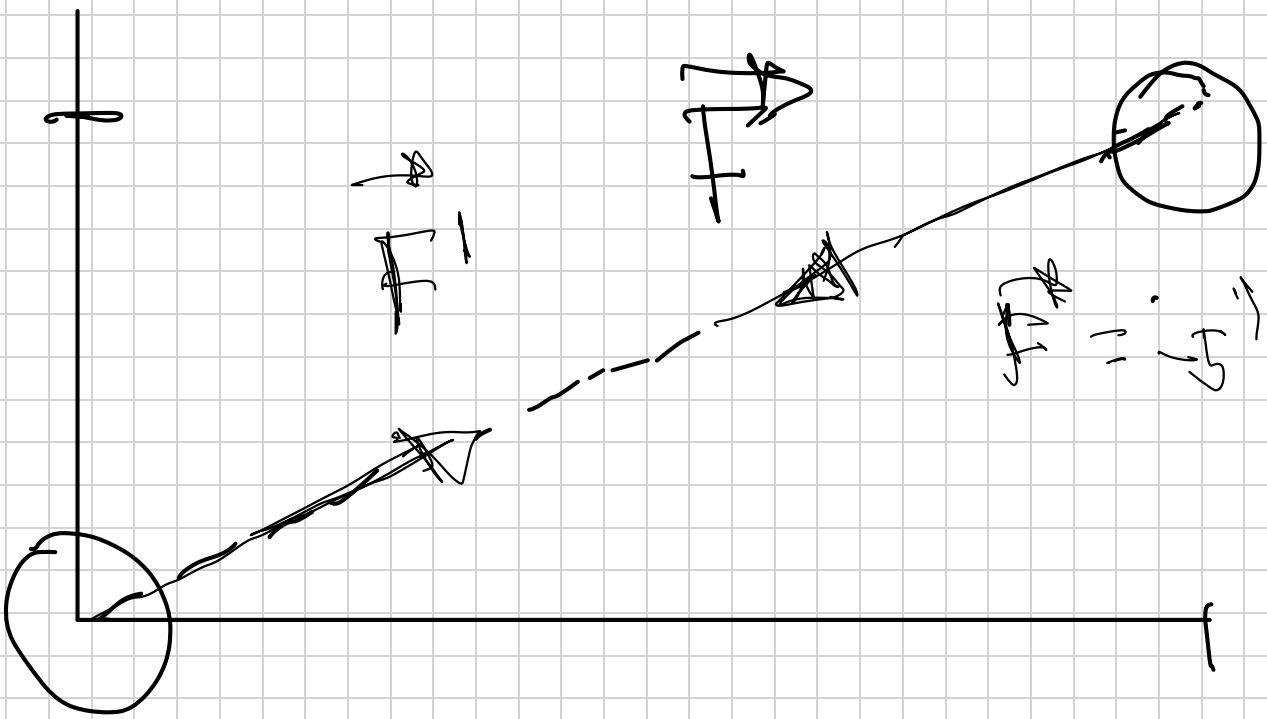


$m_2 = 6\ kg$

$m_1 = 4\ kg$

$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$

$\vec{F} = -5'69 \cdot 10^{-12}\vec{i} - 4'26 \cdot 10^{-12}\vec{j}\ (N)$



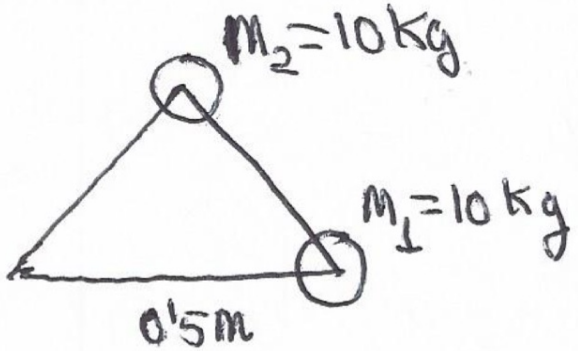
$M_2 = 6\ kg.$

$\vec{F} = -5.69 \cdot 10^{-12}\vec{i} - 4.26 \cdot 10^{-12}\vec{j}$

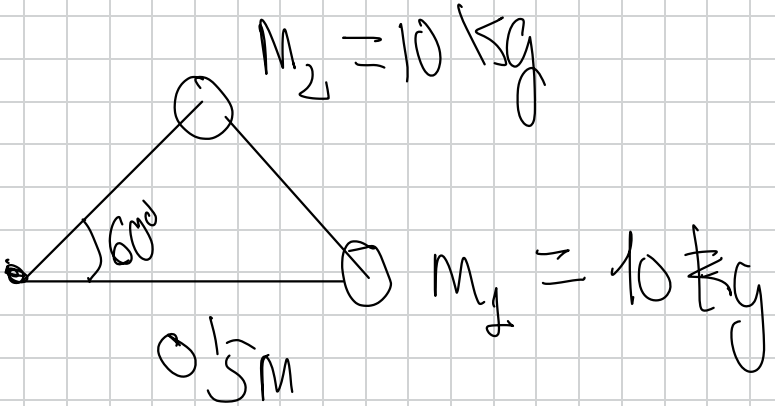
$M_1 = 4\ Kg.$

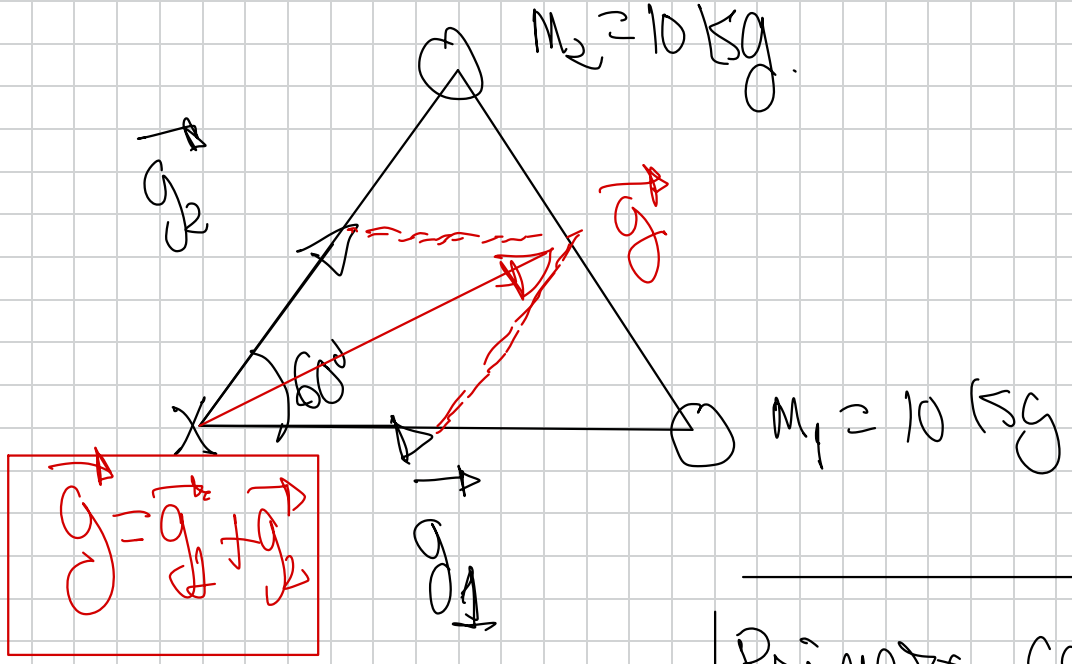
$\vec{F'} = 5.69 \cdot 10^{-12}\vec{i} + 4.26 \cdot 10^{-12}\vec{j}\ (N)$

(4) Dos cuerpos de 10 kg de masa se encuentran en dos de los vértices del triángulo equilátero de la figura que posee 0'5 m de lado.

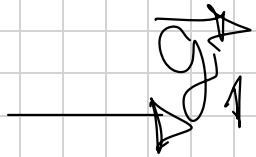


a) Calcula el campo gravitatorio que estas dos masas generan en el tercer vértice del triángulo $G = 6'67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.





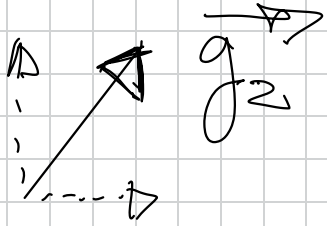
Primero calculo $\vec{g}_1$

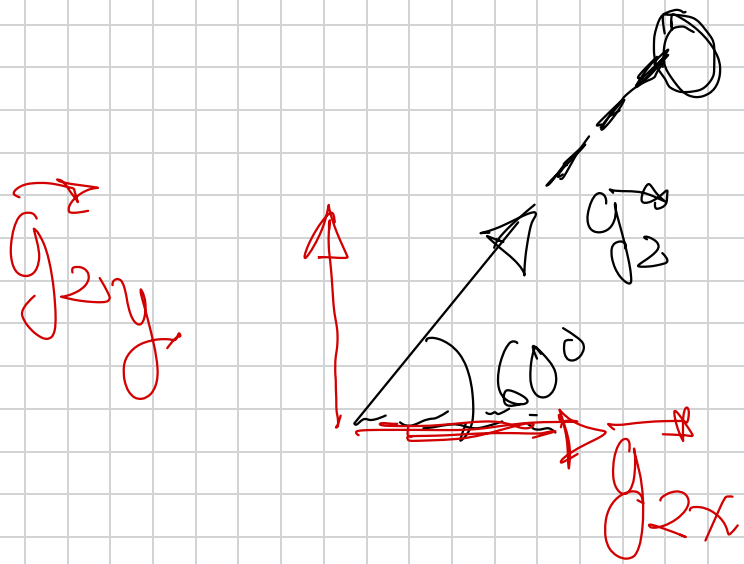


$$|\vec{g}_1| = G \cdot \frac{M_1}{r_2^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{(0{,}5)^2} = 2{,}67 \cdot 10^{-9}\ N/kg^2.$$

$$\vec{g}_1 = 2{,}67 \cdot 10^{-9}\ \vec{i}\ N/kg^2.$$

Para calcular $\vec{g}_2$ debo descomponerlo





$m_2 = 10\,kg$.

$\sin 60° = \dfrac{|\vec{g}_{2y}|}{|\vec{g}_2|}$.

$|\vec{g}_{2y}| = |\vec{g}_2| \cdot \sin 60°$

$|\vec{g}_2| = G \cdot \dfrac{m_2}{r_2^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \dfrac{10}{(0{,}5)^2} = 2{,}67 \cdot 10^{-9}\ N/kg$

$|\vec{g}_{2y}| = 2{,}67 \cdot 10^{-9} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$|\vec{g}_{2y}| = 2{,}31 \cdot 10^{-9}\ N/kg^2$.

$\vec{g}_{2y} = +2{,}31 \cdot 10^{-9}\ (N/kg^2)$

$\cos 60° = \dfrac{|\vec{g}_{2x}|}{|\vec{g}_2|}$

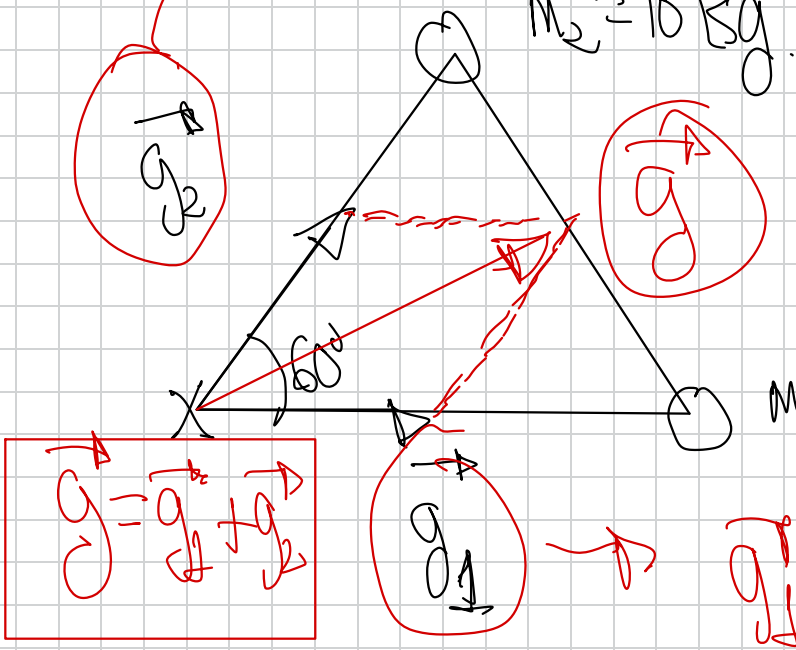
$|\vec{g}_{2x}| = |\vec{g}_2| \cdot \cos 60°$

$|\vec{g}_{2x}| = 2{,}67 \cdot 10^{-9} \cdot \dfrac{1}{2}$.

$|\vec{g}_{2x}| = 1{,}34 \cdot 10^{-9}\ N/kg^2$.

$$\left|\vec{g}_{2x}\right| = +1'134 \cdot 10^{-9}\ \vec{i}\ \left(\frac{N}{S^2}\right).$$

$$\vec{g}_2 = \vec{g}_{2x} + \vec{g}_{2y} = 1'134 \cdot 10^{-9}\ \vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\ \vec{j}\ \left(\frac{N}{S^2}\right)$$



$$\vec{g}_1 = +2'67 \cdot 10^{-9}\ \vec{i}\ \left(\frac{N}{S^2}\right)$$

Principio de superposición.

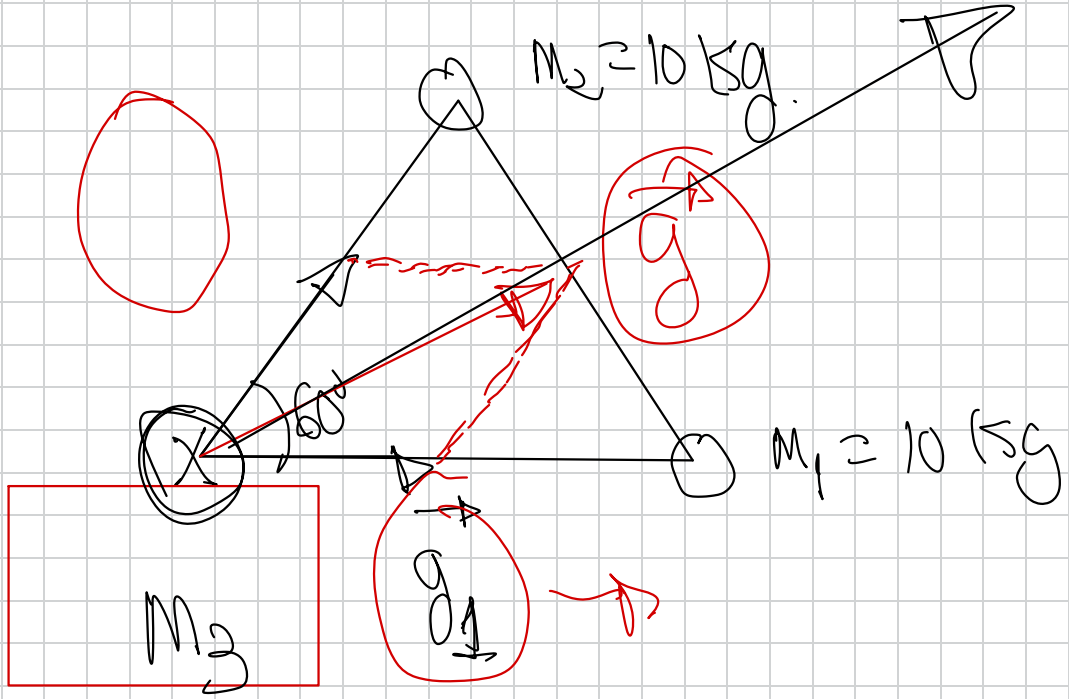
$$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2.$$

$$\vec{g} = +2'67 \cdot 10^{-9}\ \vec{i} + 1'134 \cdot 10^{-9}\ \vec{i} + 2'31 \cdot 10^{-9}\ \vec{j}$$

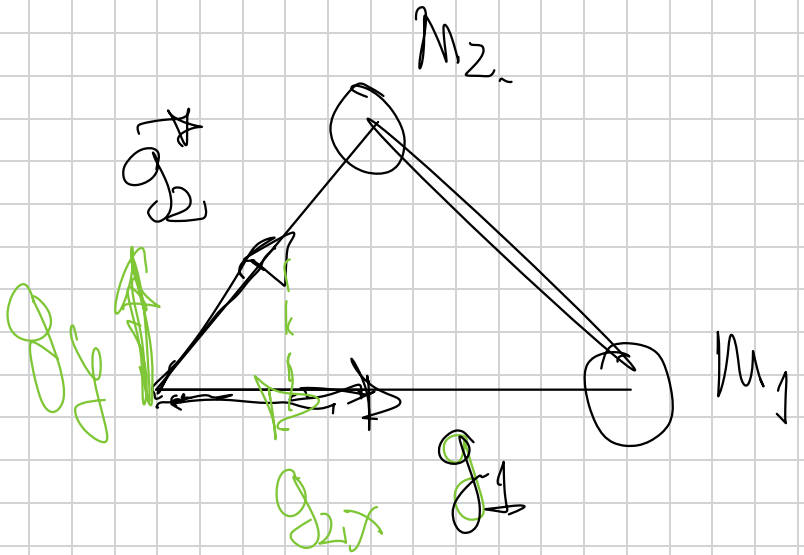
$$\vec{g} = 4{,}69 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} + 2{,}31 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} \quad \left(\frac{N}{kg^2}\right)$$

$$|\vec{g}| = \sqrt{x^2 + y^2} = 4{,}62 \cdot 10^{-9} \ N/kg^2$$

No la pide el ejercicio



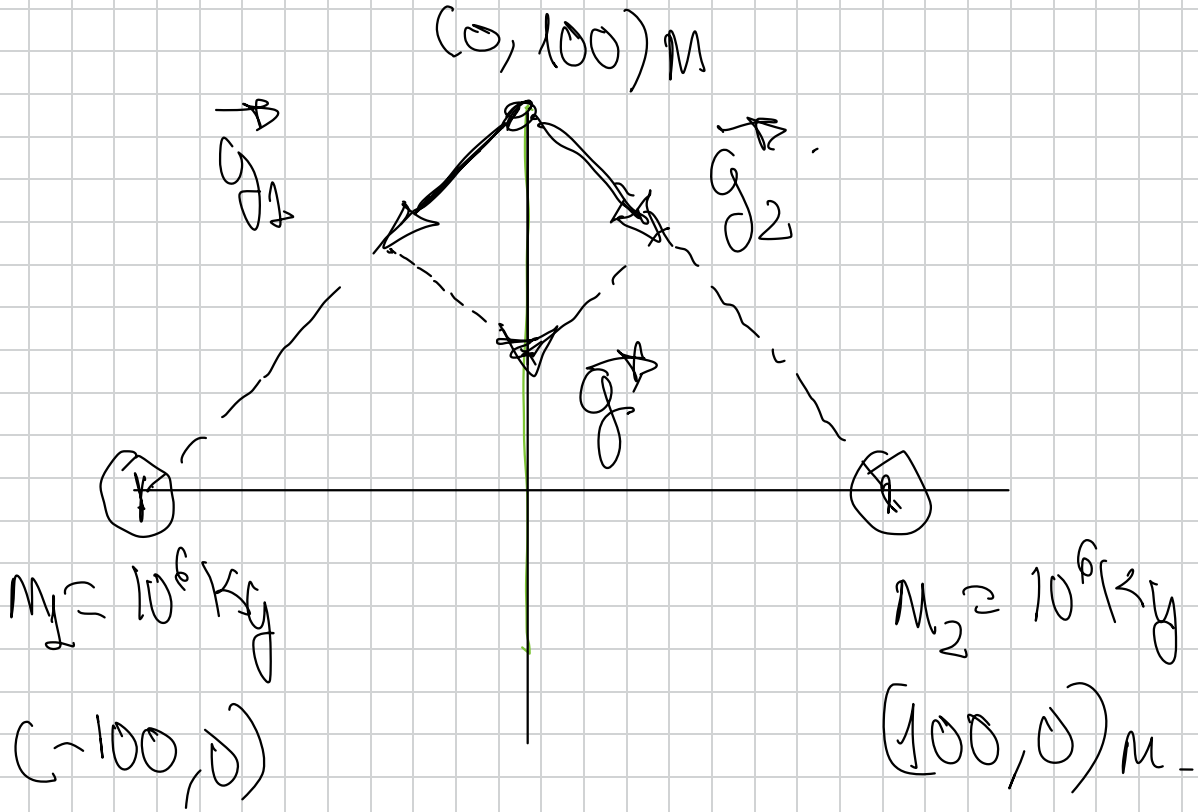
$$\vec{F}_3 = m_3 \cdot \vec{g}$$



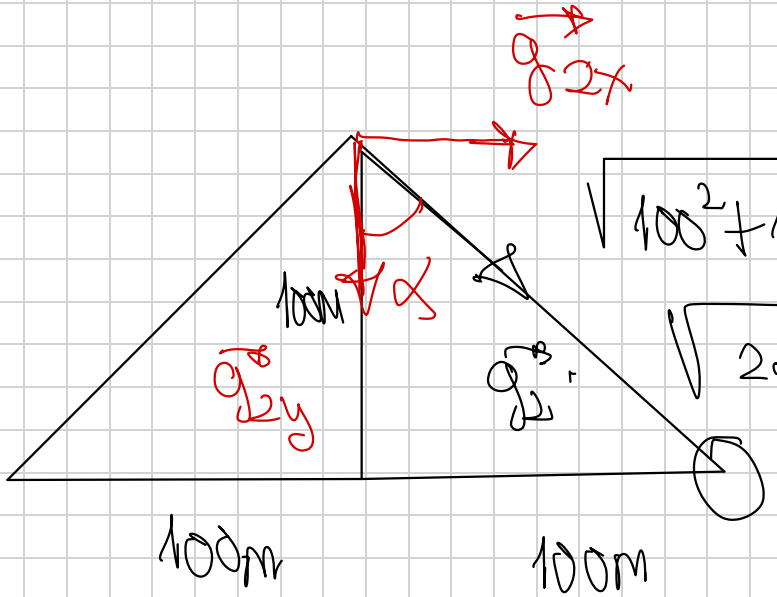
⑤ Dos masas puntuales de 10^6 kg cada una, se encuentran en los puntos $(-100,0)$ m y $(100,0)$ m respectivamente.

a) Calcula el campo gravitatorio ($\vec{g}$) en el punto $(0,100)$ m y su módulo

b) Si en el punto $(0,100)$ m situásemos una masa de 10 kg, hallar la fuerza (vector y módulo) que experimentaría dicha masa. $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.



$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$



$\sqrt{100^2+100^2} =$

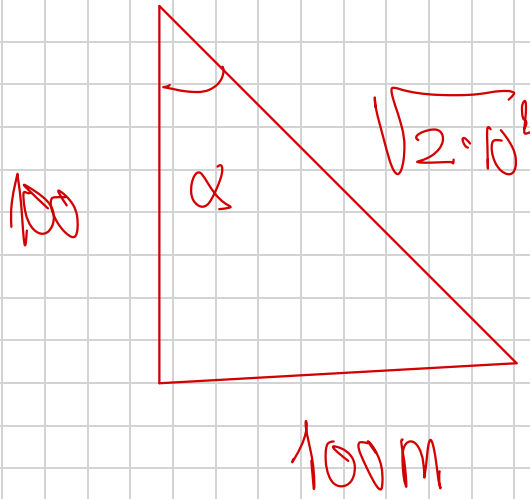
$\sqrt{2\cdot10^4}$ m.

$M_2 = 10^6$ kg.

$$|g_2| = G\cdot\frac{M_2}{r^2} =$$

$$= 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{10^6}{\left(\sqrt{2\cdot10^4}\right)^2} =$$

$$= 3{,}34\cdot10^{-9}\ \text{m/s}^2.$$

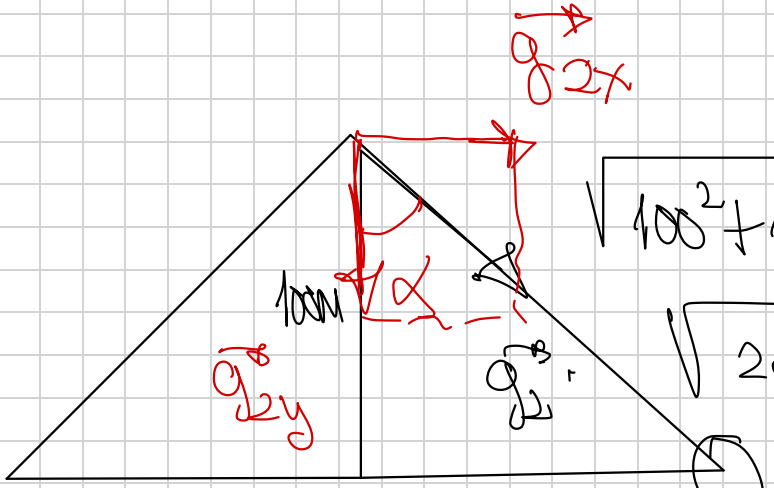


$$\sin\alpha = \frac{100}{\sqrt{2\cdot10^4}}.$$

$$\alpha = \arcsin\frac{100}{\sqrt{2\cdot10^4}}$$

$$\alpha = 45^0.$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{|\vec{g}_{2x}|}{|\vec{g}_2|}$$



$$|\vec{g}_{2x}| = |\vec{g}_2| \cdot \operatorname{sen} 45^\circ$$

$$|\vec{g}_{2x}| = 3{,}34 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$|\vec{g}_{2x}| = 2{,}36 \cdot 10^{-9} \ m/s^2$$

$$\vec{g}_{2x} = +2{,}36 \cdot 10^{-9} \vec{i} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{g}_{2y}|}{|\vec{g}_2|}$$

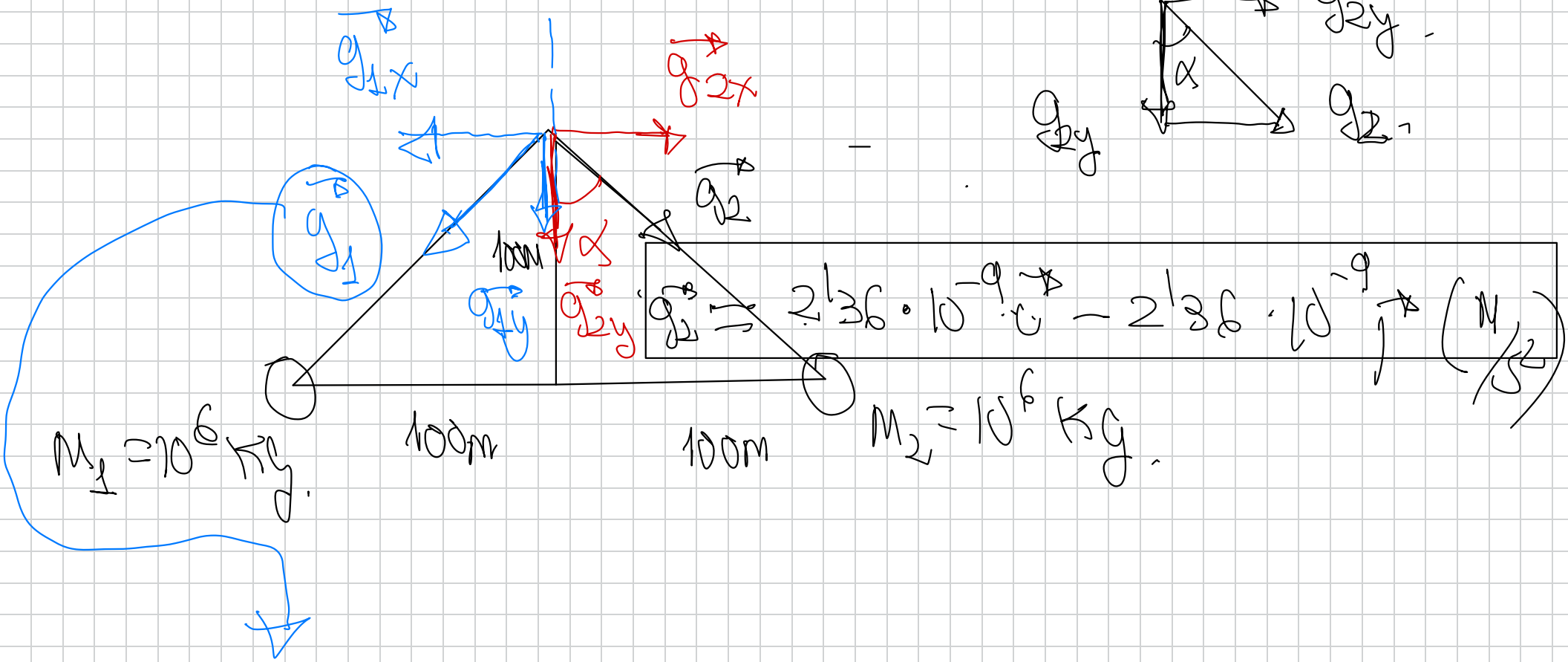
$$|\vec{g}_{2y}| = |\vec{g}_2| \cdot \cos 45^\circ$$

$$|\vec{g}_{2y}| = 3{,}34 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$|\vec{g}_{2y}| = 2{,}36 \cdot 10^{-9} \ m/s^2$$

$$\vec{g}_{2y} = -2{,}36 \cdot 10^{-9} \vec{j} \left(m/s^2\right)$$

$$\boxed{\vec{g}_2 = \vec{g}_{2x} + \vec{g}_{2y}}$$

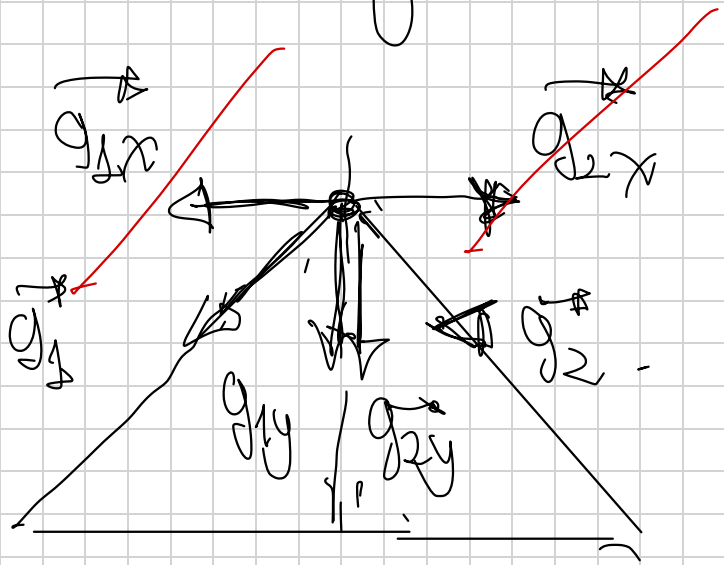


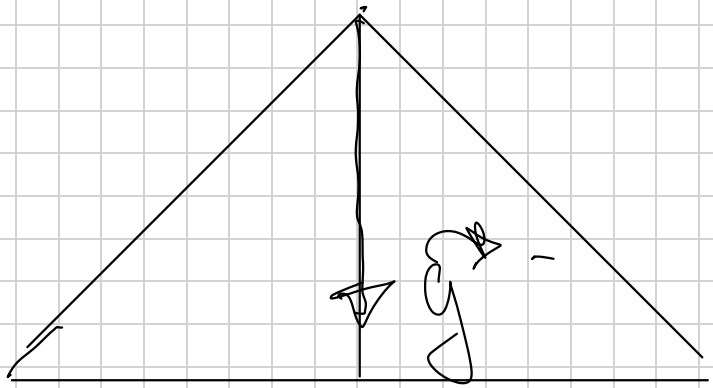
$$\vec{g_1} = -2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} \quad (N/kg)$$

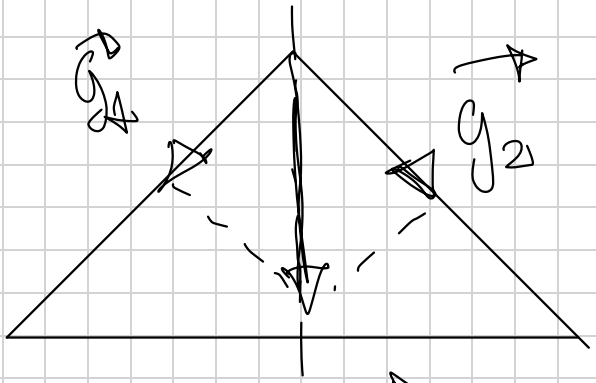
$$\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2}$$

$$\vec{g} = -2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} + 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} - 2{,}36 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}$$

$$\vec{g} = -4172 \cdot 10^{-9}\,\vec{j} \quad \left(N/kg^2\right)$$







$m = 10\,kg$.



$$\vec{g} = -4{,}72 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ \left(\frac{N}{kg}\right)$$

$$|\vec{g}| = 4{,}72 \cdot 10^{-9}\ \left(\frac{N}{kg}\right)$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = 10 \cdot \left(-4{,}72 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\right)\ N.$$

$$\vec{F} = -4{,}72 \cdot 10^{-8}\,\vec{j}\ (N)$$

$|\vec{F}| = 4{,}72 \cdot 10^{-8}\ N$.

54.- a)Analice las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales b) ¿Cómo se ve afectada la interacción gravitatoria descrita en el apartado anterior si en las proximidades de las dos masas, se coloca una tercera masa, también puntual?. Haga un esquema de las fuerzas gravitatorias que actúan sobre la tercera masa.

a) Interacción ⇄ Fuerzas mutuas

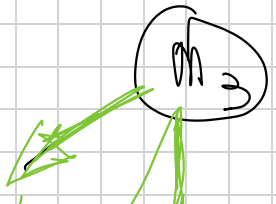
Ley de la gravitación universal.

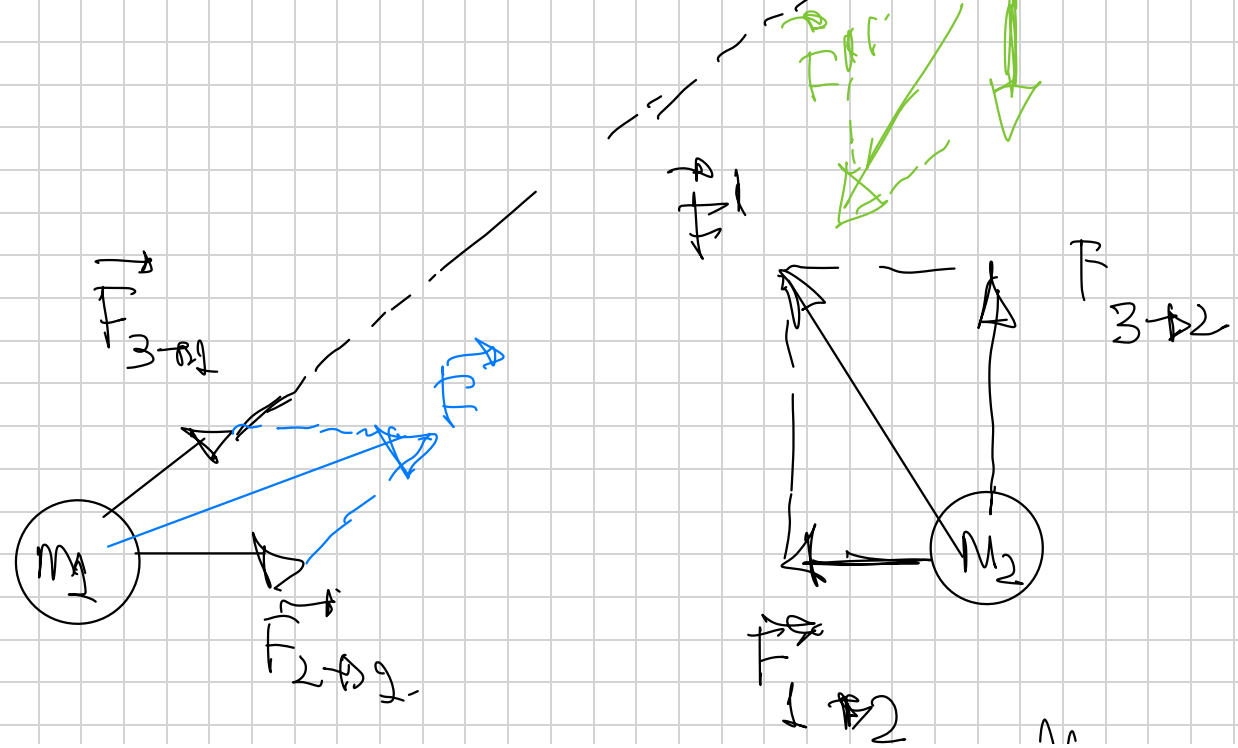
$$|\vec{F}_{1\to 2}| = |\vec{F}_{2\to 1}| = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$$

Se explica, se pone un dibujo y las expresiones.



b) Principio de superposición.



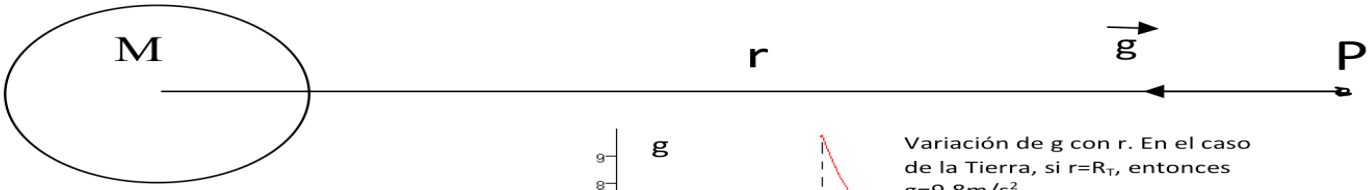


55.- a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas

a) Se desarrolla con la teoría del libro.

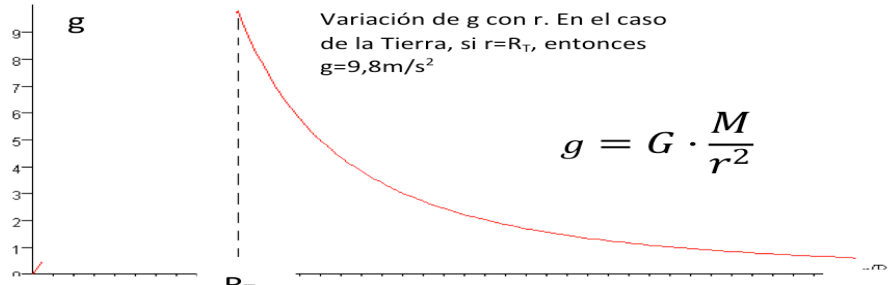
a)

El campo gravitatorio es un ejemplo de campo vectorial, ya que la magnitud g que lo define es una magnitud vectorial. También es un campo de ligadura, ya que en él las fuerzas de interacción son atractivas siempre (al contrario que otros campos como el eléctrico donde las fuerzas pueden ser atractivas o repulsivas). La intensidad de ese campo gravitatorio o intensidad de la perturbación que crea la masa M en un punto P se representa mediante g y es la fuerza que ejercería el campo por unidad de masa hipotética m situada en ese punto P



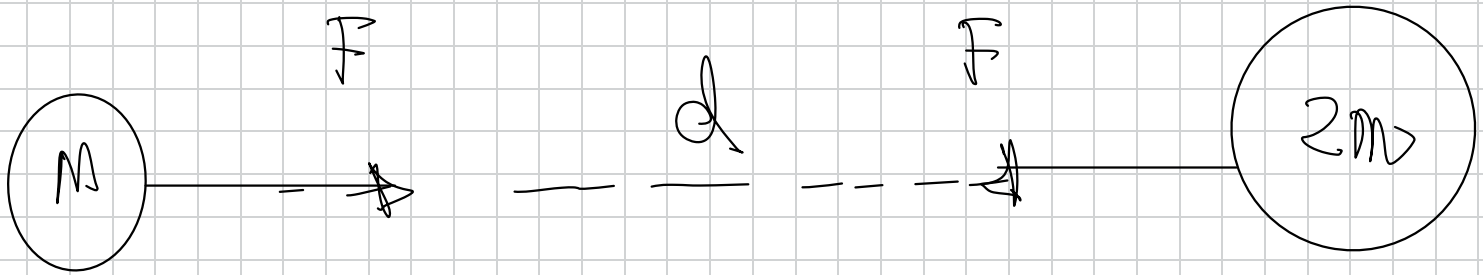
$$g = \frac{F}{m} = \frac{G\cdot\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G\cdot\frac{M}{r^2}$$

$$\frac{N}{Kg} = \frac{\cancel{Kg}\cdot m/s^2}{\cancel{Kg}} = m/s^2$$



55.- a) Explique las características del campo gravitatorio creado por una masa puntual
b) Dos partículas de masas m y 2m están separadas una cierta distancia. Explique qué fuerza actúa sobre cada una de ellas y cuál es la aceleración de dichas partículas

b)



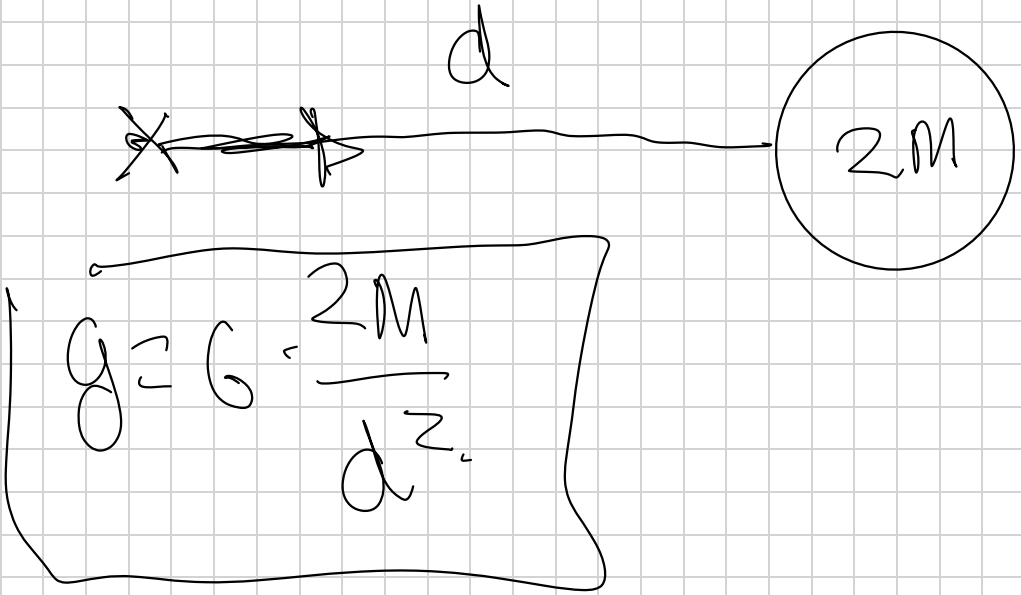
$$F = G \cdot \frac{2M \cdot M}{d^2} \qquad F = G \cdot \frac{2M \cdot M}{d^2}$$

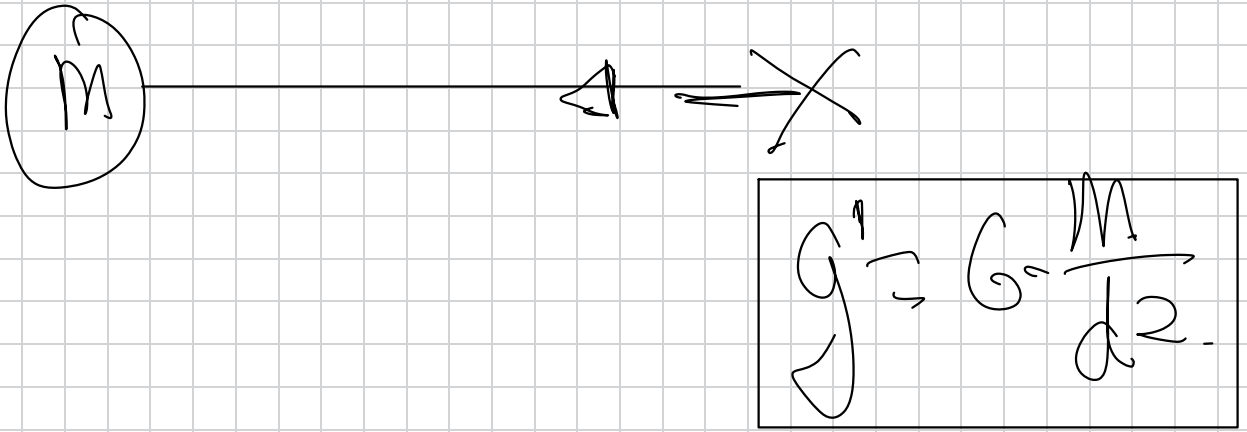
$$F = G \cdot \frac{2M^2}{d^2} \qquad F = G \cdot \frac{2M^2}{d^2}$$

$$g_M = \frac{F}{M} = \frac{G \cdot \frac{2M^2}{d^2}}{M} = \boxed{G \cdot \frac{2M}{d^2}}$$

$$g_{2M} = \frac{F}{2M} = \frac{G \cdot \frac{2M^2}{d^2}}{2M} = \boxed{G \frac{M}{d^2}}$$

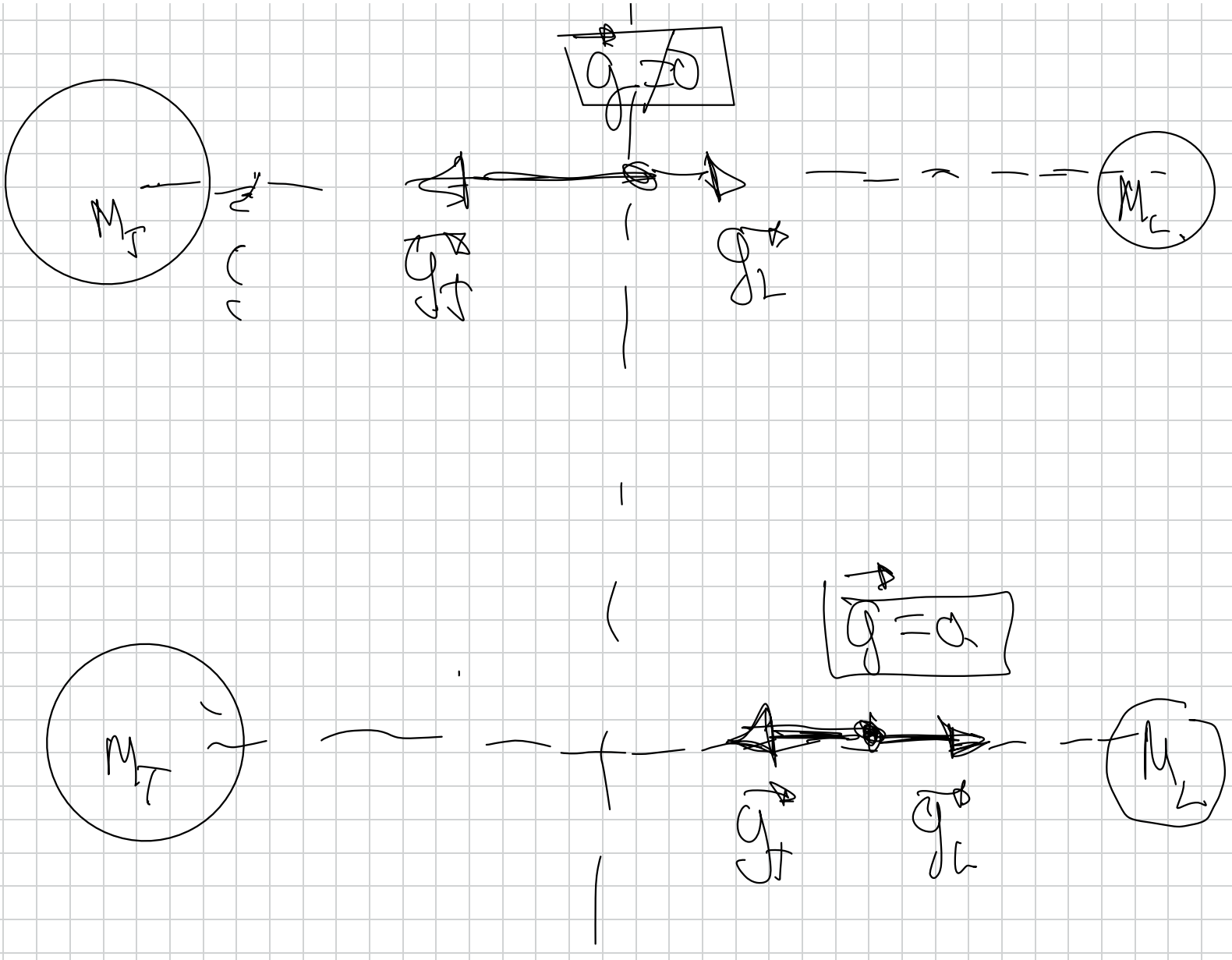
↳ La aceleración que experimenta la masa M es el doble


d
2M
$g = G \cdot \frac{2M}{d^2}$


M
$g' = G \cdot \frac{M}{d^2}$

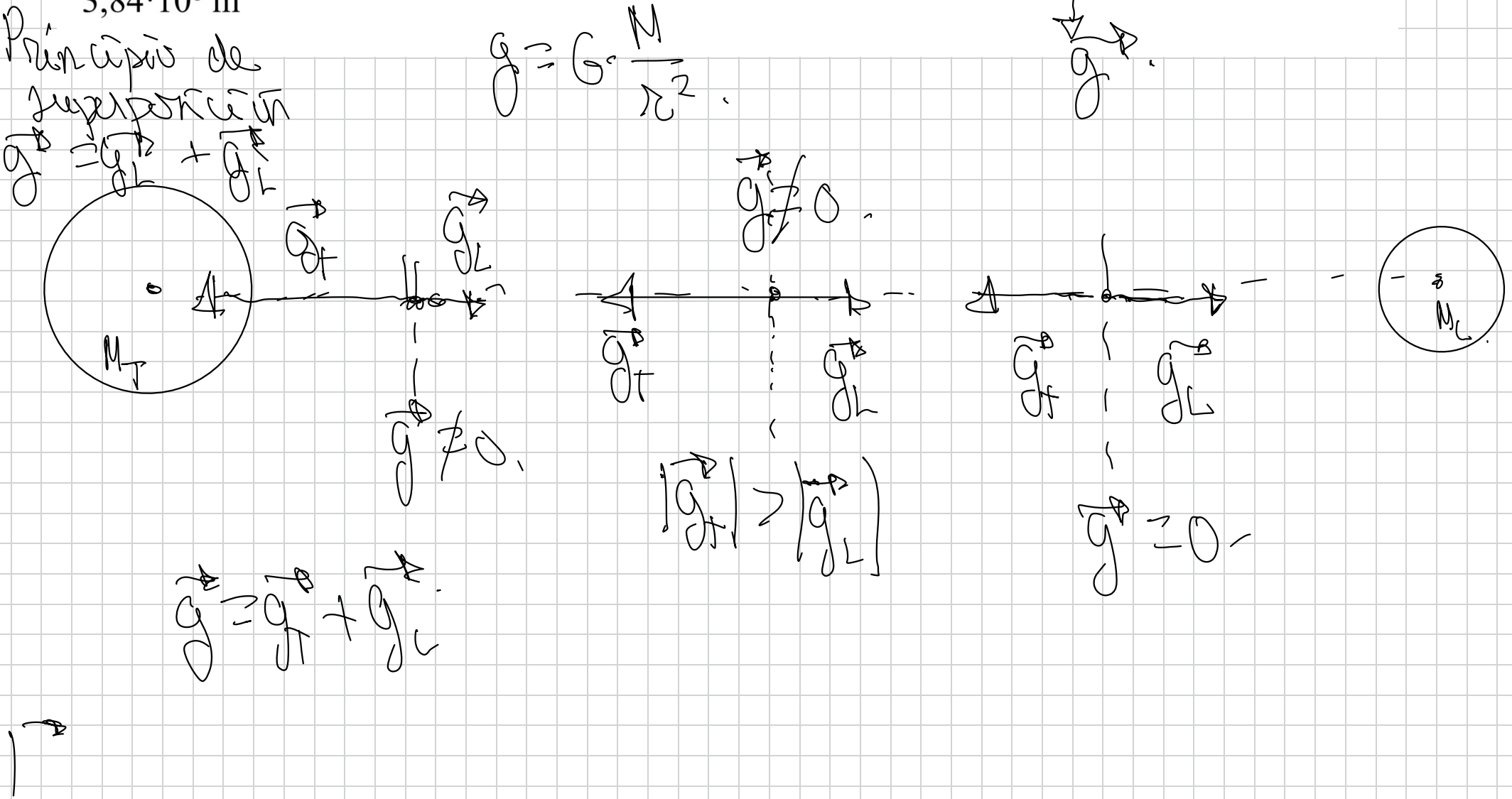
56.- ¿A qué distancia del centro de la Tierra se compensaría el campo gravitatorio terrestre con el Lunar?

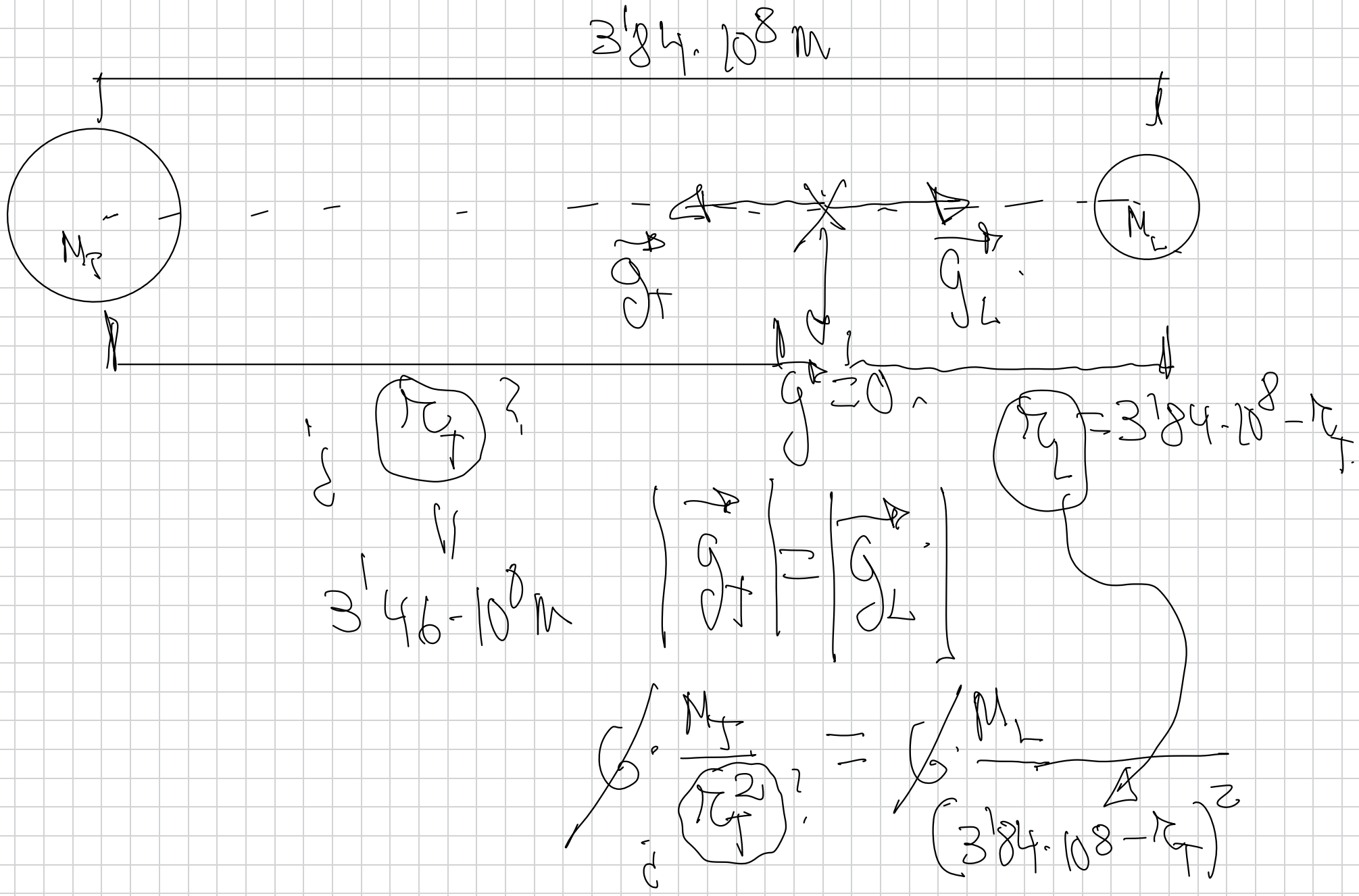
$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ Kg , $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$Kg. Distancia Tierra-Luna (centro a centro) es de $3{,}84 \cdot 10^{8}$ m



56.- ¿A qué distancia del centro de la Tierra se compensaría el campo gravitatorio terrestre con el Lunar?

$M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ Kg , $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$Kg. Distancia Tierra-Luna (centro a centro) es de $3{,}84 \cdot 10^8$ m




3'84·10⁸ m
M_T
M_L
G_T
G_L
G = 0
r_T = ?
3'46·10⁸ m
r_L = 3'84·10⁸ − r_T
|G_T| = |G_L|
G · M_T / r_T² = G · M_L / (3'84·10⁸ − r_T)²

$$\sqrt{\frac{M_T}{r_T^2}} = \sqrt{\frac{M_L}{(3'84 \cdot 10^8 - r_T)^2}}$$

$$\frac{\sqrt{M_T}}{r_T} = \frac{\sqrt{M_L}}{(3'84 \cdot 10^8 - r_T)}$$

$$(3'84 \cdot 10^8 - r_T)\sqrt{M_T} = r_T \cdot \sqrt{M_L}$$

Sustituyendo datos

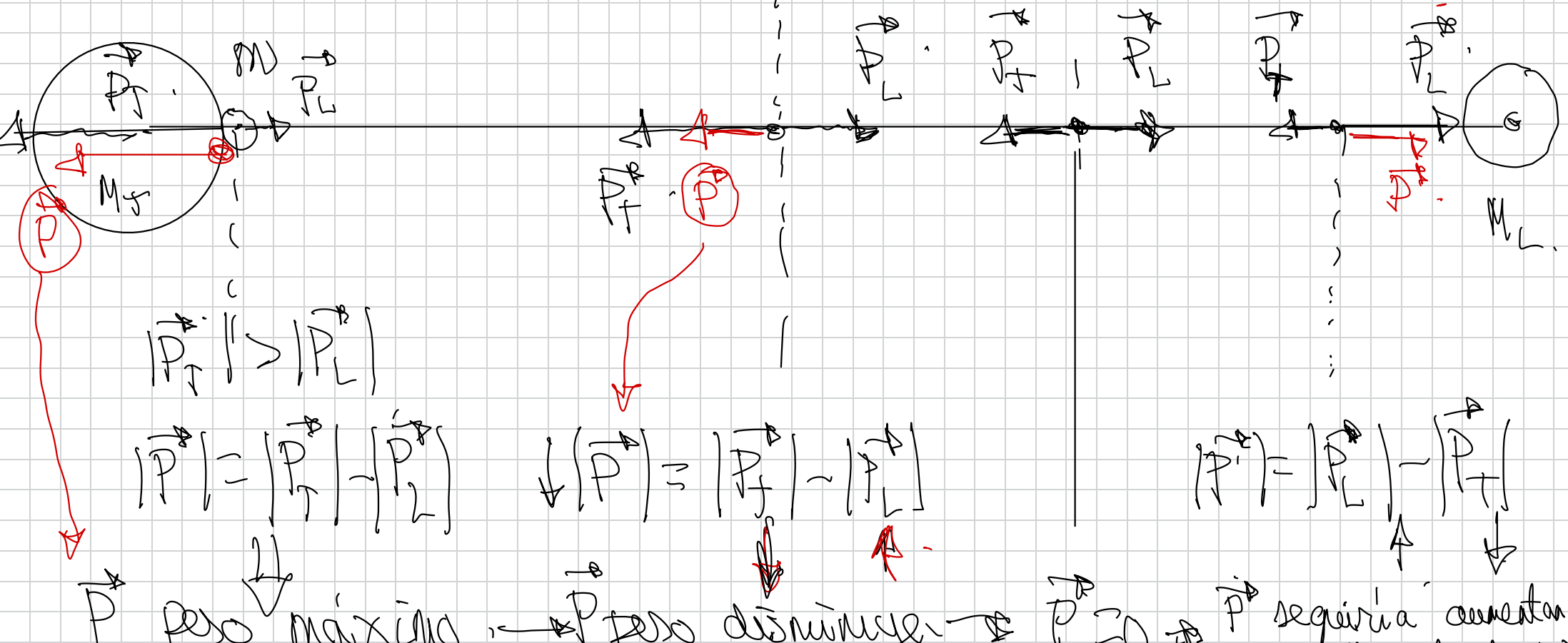
$$r_T = 3'46 \cdot 10^8 \text{ m}$$

23.- Describir cualitativamente el cambio de peso que sufre una nave espacial de masa m en un viaje de la Tierra a la Luna. Suponer que la Tierra y la Luna se encuentran en reposo y que la nave se mueve según la dirección que une sus centros.

$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$

$\vec{P} = \vec{P}_T + \vec{P}_L$

Principio de superposición

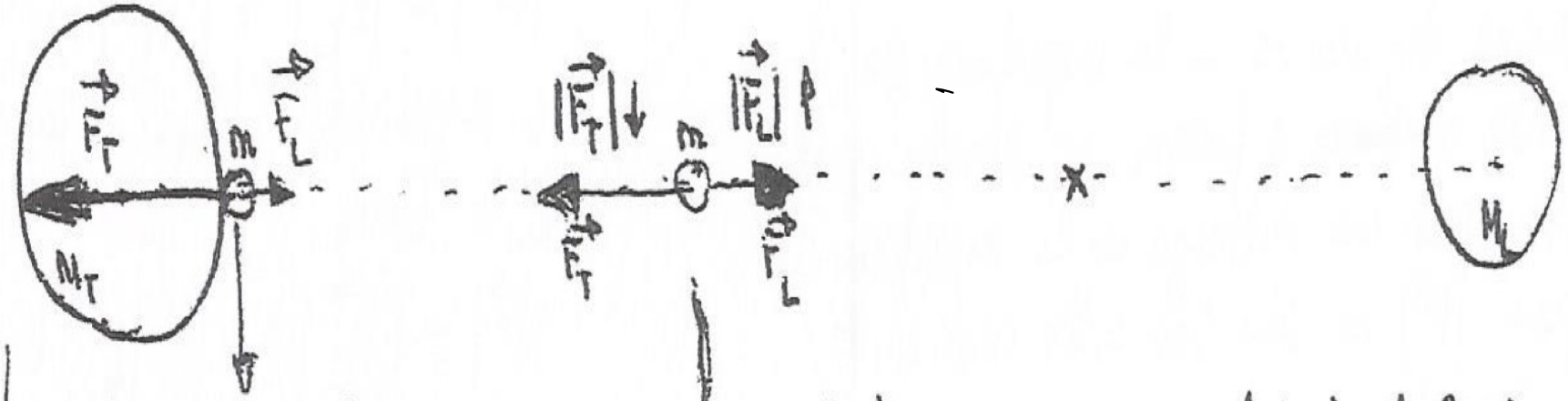


$|\vec{P}_T| > |\vec{P}_L|$

$|\vec{P}| = |\vec{P}_T| - |\vec{P}_L|$ $\quad$ $|\vec{P}| = |\vec{P}_T| - |\vec{P}_L|$ $\quad$ $|\vec{P}| = |\vec{P}_L| - |\vec{P}_T|$

$\vec{P}$ peso máximo → $\vec{P}$ peso disminuye → $\vec{P} = 0$ → $\vec{P}$ seguiría aumentando pero sin llegar al valor máximo

(23)



$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ ⇒ En la superficie terrestre

$|\vec{F_T}| > |\vec{F_L}|$, ya que

$M_T > M_L$ y está más cerca

a la Tierra (r menor), siendo

su peso máximo en este caso

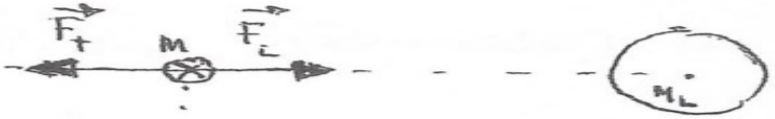
$|\vec{F}| = |\vec{F_T}| - |\vec{F_L}|$

→ Conforme nos vamos alejando de la Tierra, $|\vec{F_T}|$ disminuye (r ↑ mayor la distancia a la Tierra, mientras que $|\vec{F_L}|$ aumenta al ↓ menor la distancia a la luna, $|\vec{F_T}|$ sigue siendo mayor que $|\vec{F_L}|$ pero el peso total será menor que en el caso anterior:

$|\vec{F}| = |\vec{F_T}|\downarrow - |\vec{F_L}|\uparrow$ = menor

(23) (continuación)





$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Conforme nos alejamos de la Tierra y nos acercamos a la luna $|\vec{F_T}|$ sigue disminuyendo y $|\vec{F_L}|$ sigue aumentando, hasta que se llegue a un punto más cercano a la luna en donde $|\vec{F_T}| = |\vec{F_L}|$ (igual dirección y sentido contrario los dos vectores), en dicho punto, el peso o fuerza resultante sobre la masa m será cero

$$|\vec{F}| = |\vec{F_T}| - |\vec{F_L}| = 0$$





$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

A partir de este punto, seguimos acercándonos a la luna y alejándonos de la Tierra, luego $|\vec{F_T}|$ sigue disminuyendo y $|\vec{F_L}|$ sigue aumentando, en este caso ya ocurre que $|\vec{F_L}| > |\vec{F_T}|$, luego el peso resultante en este caso será

$$|\vec{F}| = |\vec{F_L}| - |\vec{F_T}|$$

De aquí hasta llegar a la superficie de la luna

$|\vec{F}| = |\vec{F_L}|$ f $- |\vec{F_T}|$ b, luego el peso total aumenta.

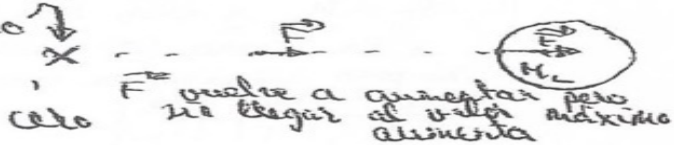
Hasta llegar de nuevo a la superficie de la luna el peso o fuerza resultante vuelve a aumentar, pero sin embargo en la superficie de la luna el peso $|\vec{F}|$ no será tan alto como en la superficie terrestre.

Resumiendo el peso total:



$\vec{F}$ disminuye hasta hacerse cero

disminuye



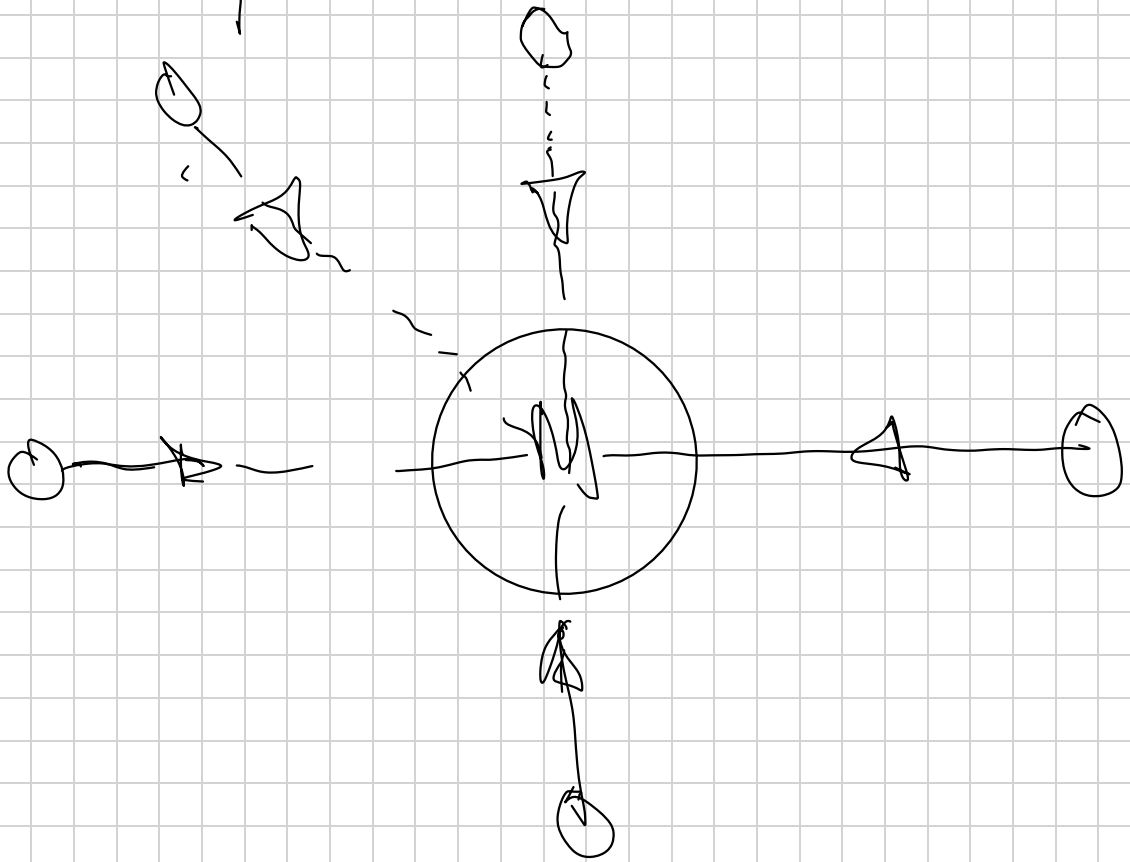
cero

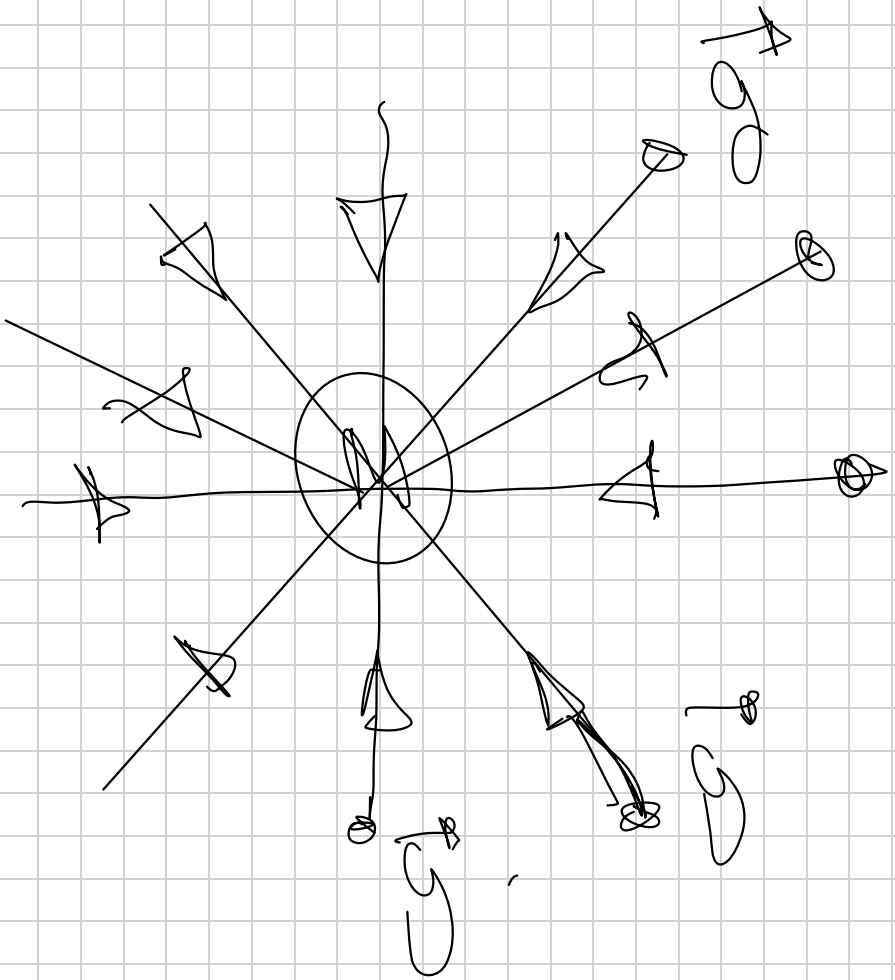
$\vec{F}$ vuelve a aumentar pero no llegar al valor máximo alcanzado

Pag 4

Campo gravitatorio creado por una masa puntual.

Líneas de campo



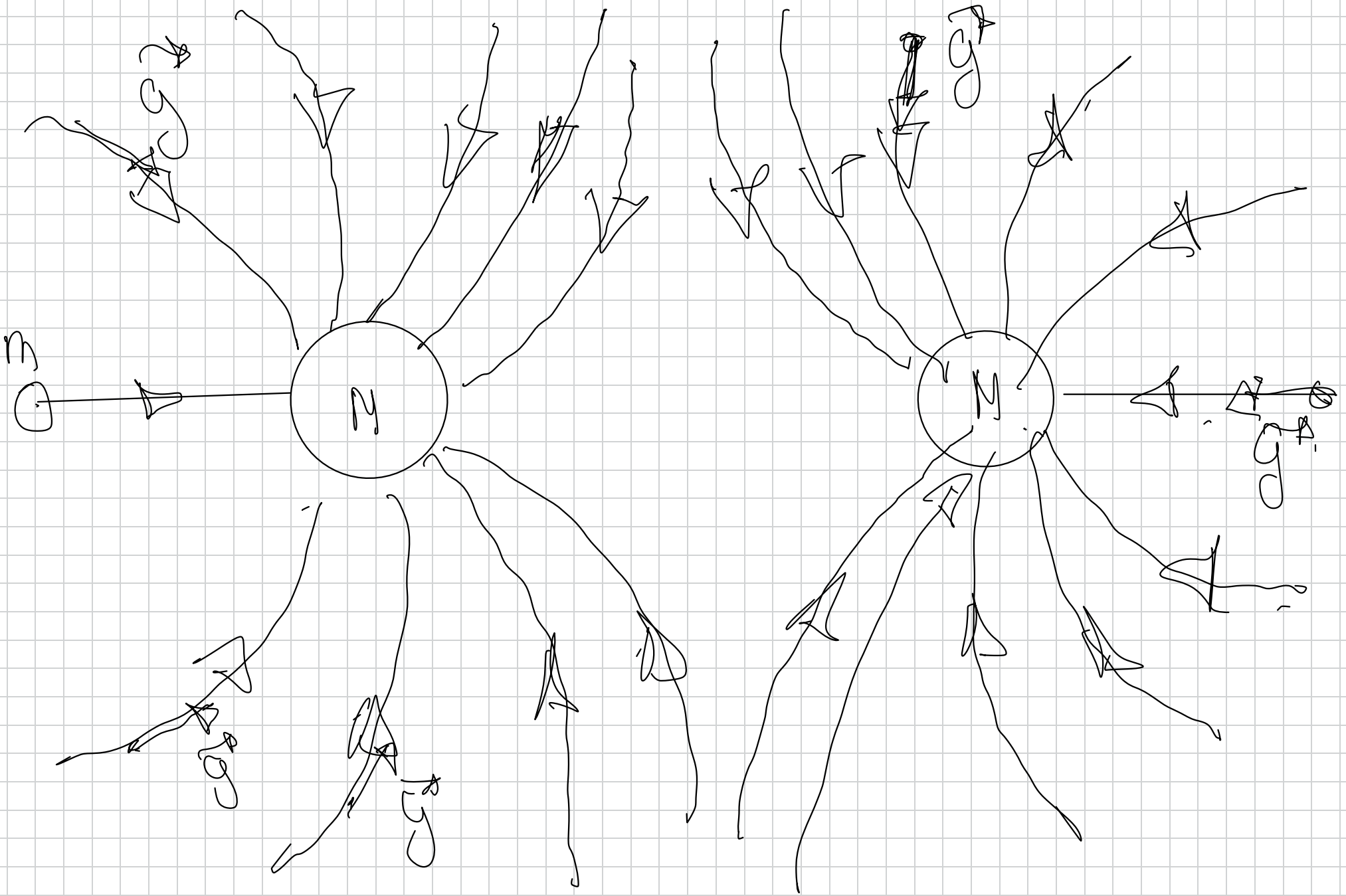


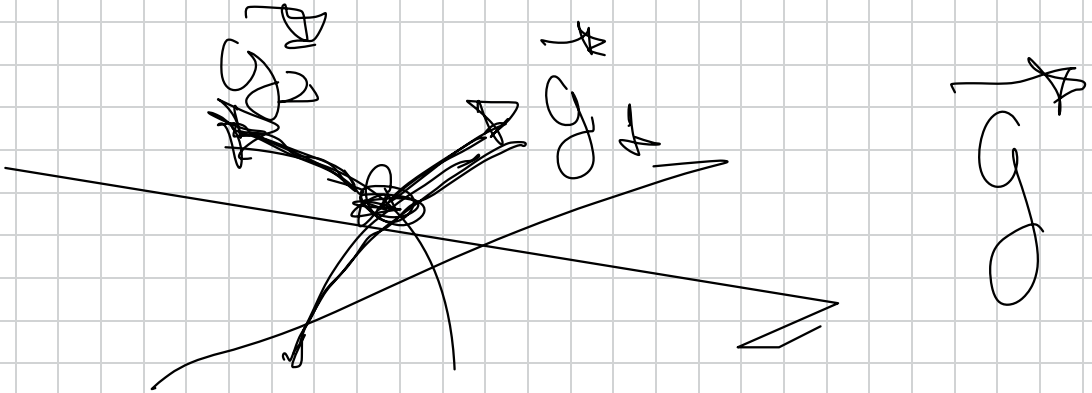
$$|\vec{g}| = \frac{|\vec{F}|}{m}$$

$$\text{Módulo } g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

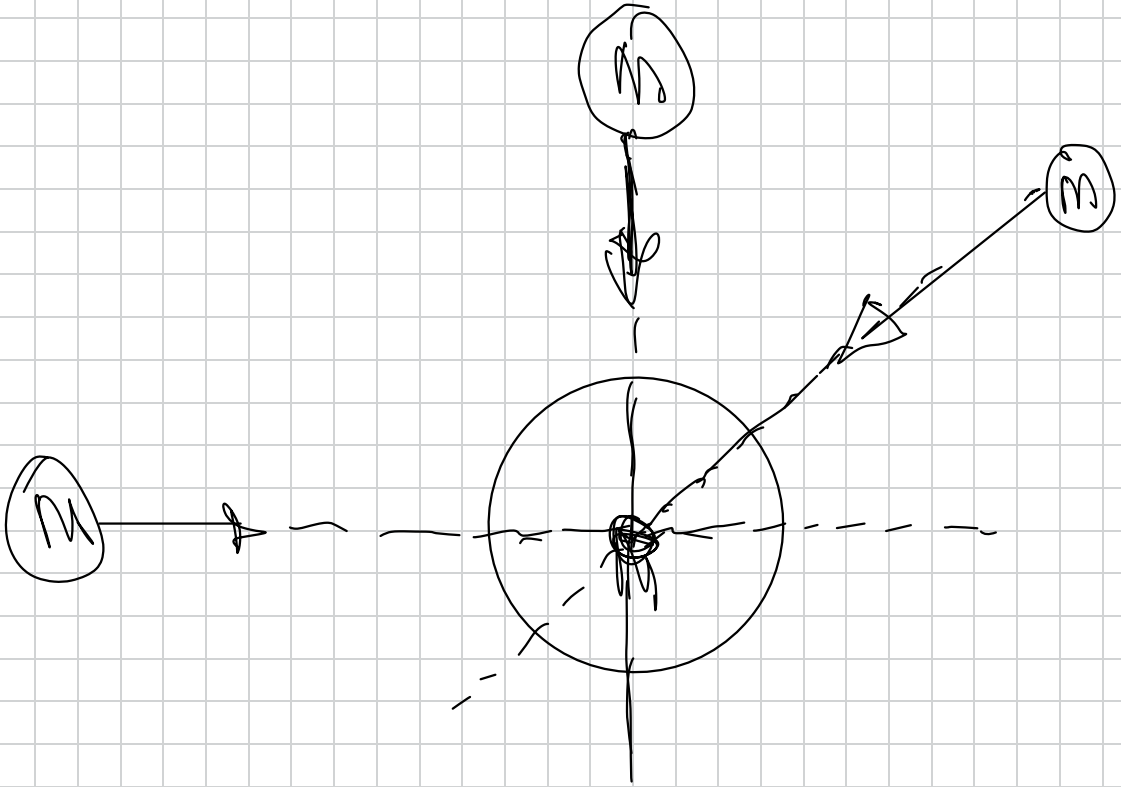
dirección: tangente en cada pto a las líneas de campo

sentido: el de las líneas de campo (atractivo)



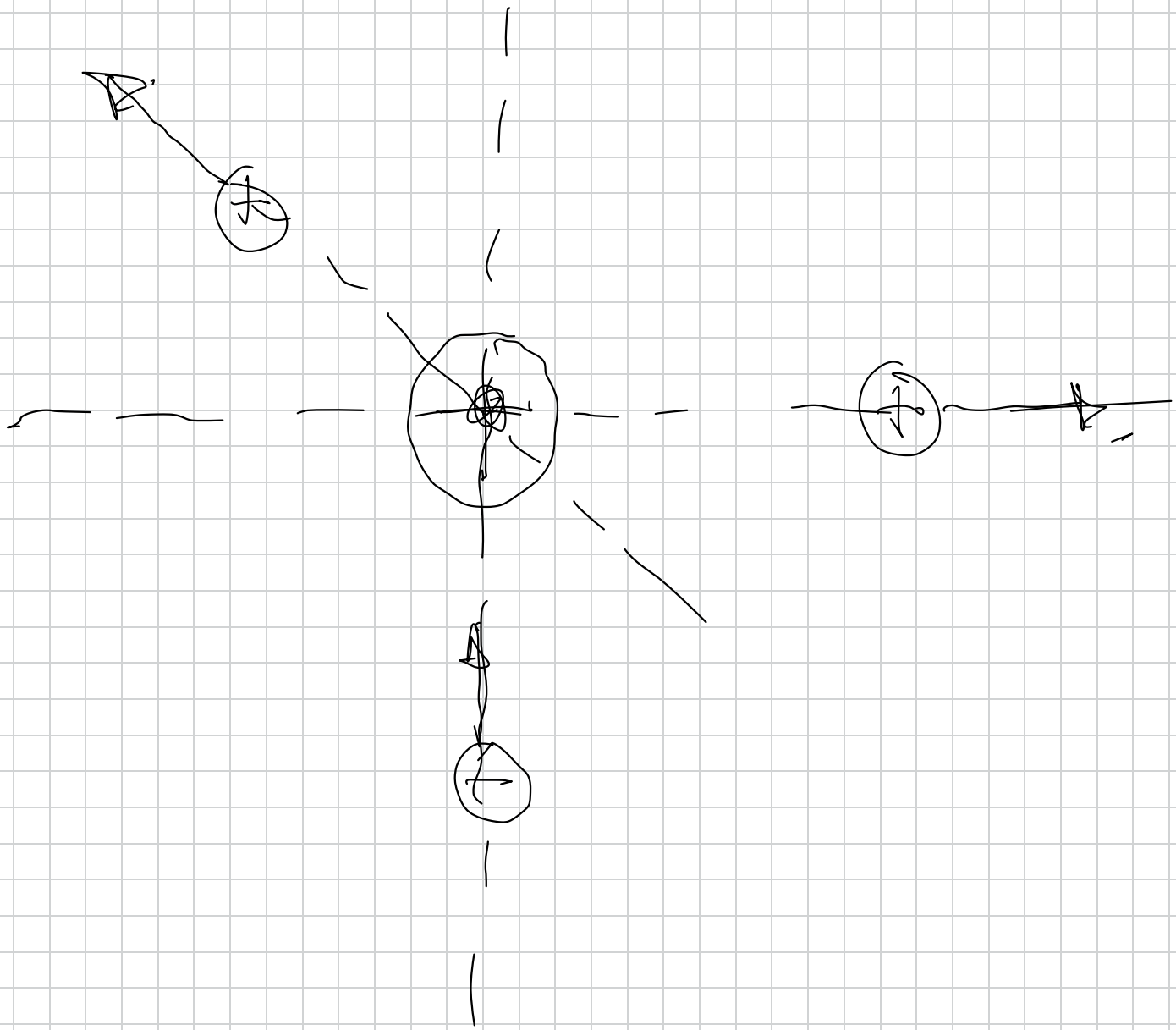


Pag 5. Fuerza gravitatoria como fuerza central y conservativa.



$\vec{F}$ gravitatória, $\vec{F}$ central.

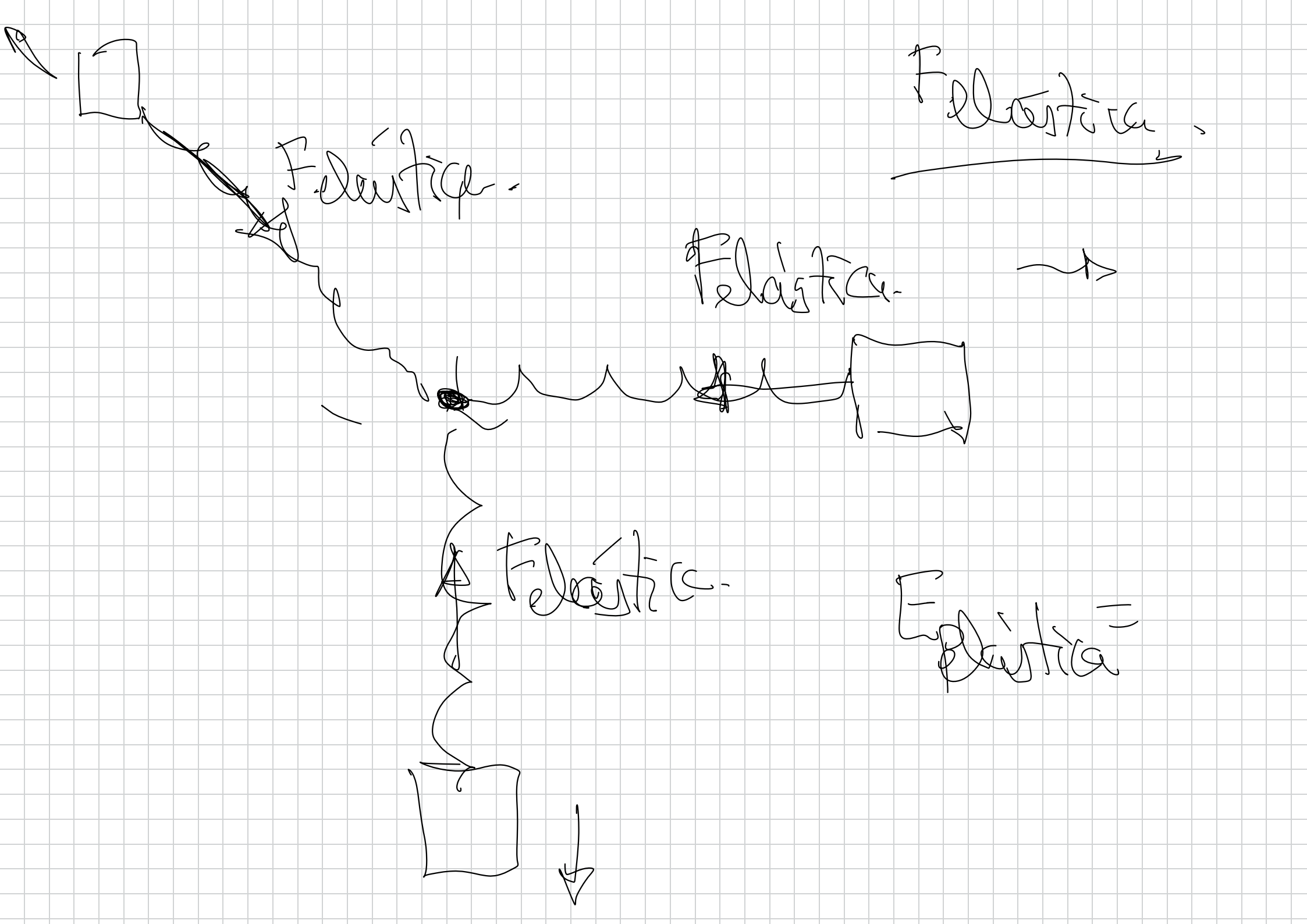
$\vec{L}_p$ gravitatória.



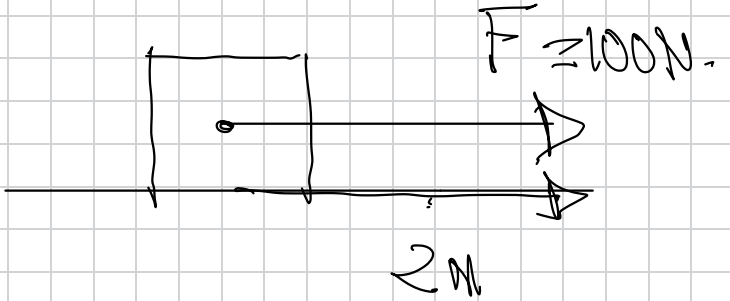
$F_{elétrica}$

$F_{central}$

$E_{elétrica}$


Elástica
Elástica
Elástica
Elástica
Elástica

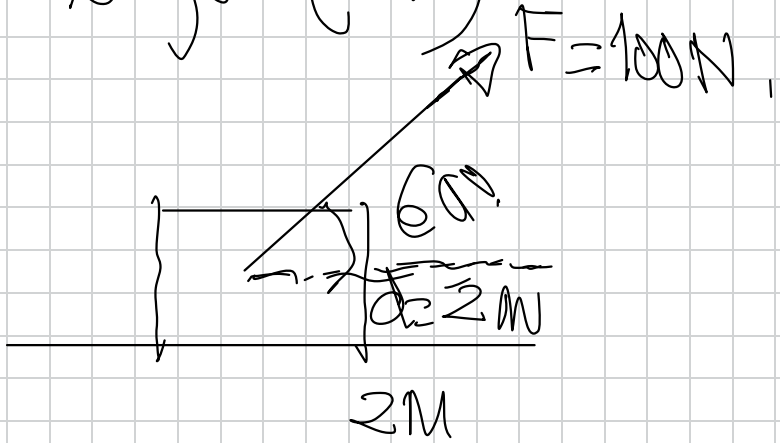
Trabajo (W)



$W = F \cdot d \cdot \cos\alpha$

$W = 100N \cdot 2m \cdot \cos 0°$ → 1

$W_{max} = 200\,J$

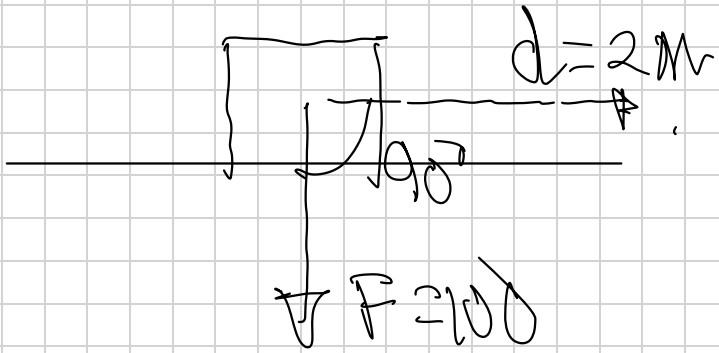


$W = F \cdot d \cdot \cos 60°$

$W = 100N \cdot 2m \cdot \frac{1}{2}$

$W = 100\,J$

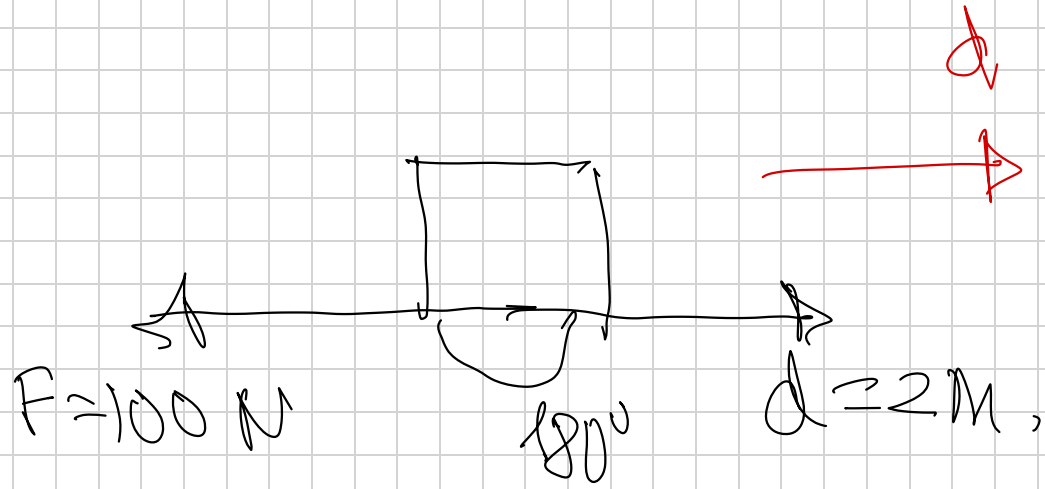
menor.



$W = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ$

$W = 0$

nulo.



$W = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ$ $\quad -1$

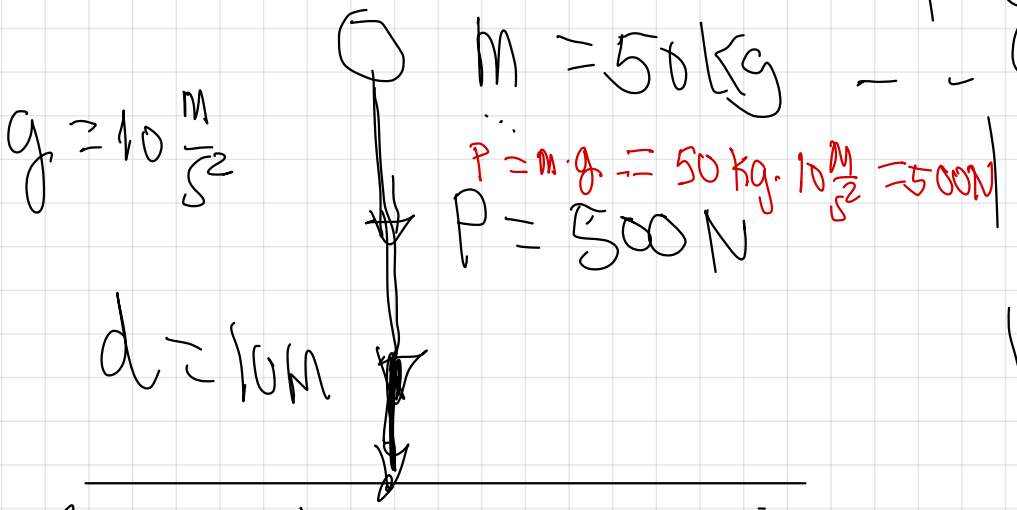
$W = 100N \cdot 2m \quad (-1)$

$W = -200J$

resistente.

$W > 0$

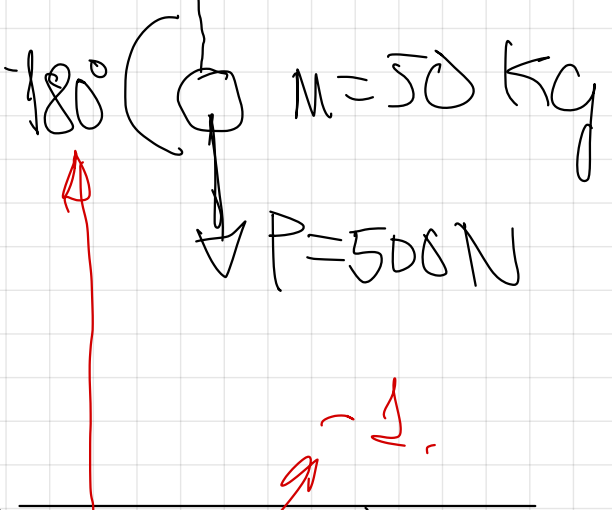
Significa que el trabajo lo realiza espontáneamente la fuerza conservativa (peso) por ejemplo, dejar caer un cuerpo



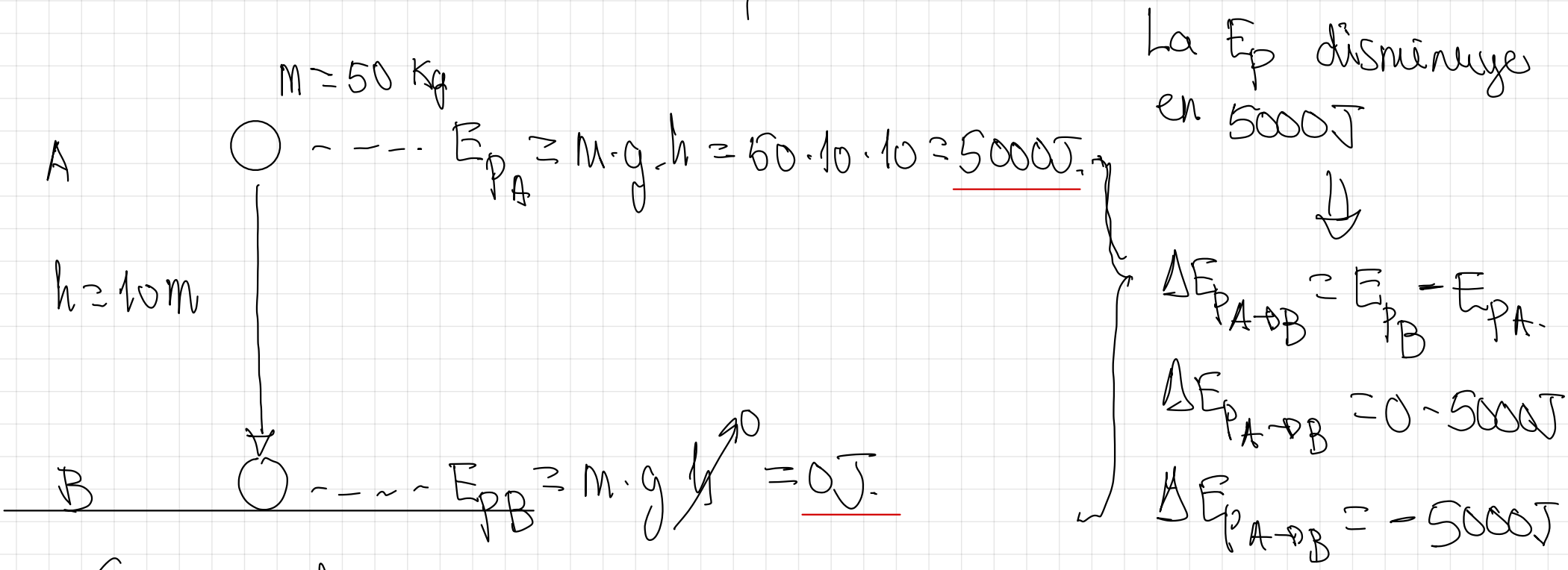
$W = P \cdot d \cdot \cos 0° = 5000\,J$

$W < 0$

Significa que el trabajo no lo realiza espontáneamente la fuerza conservativa (peso) hace falta una fuerza externa al campo para realizarlo. por ejemplo el ascenso de un cuerpo



$W = P \cdot d \cdot \cos 180° = -5000\,J$



En una fuerza conservativa se cumple que:

$$-\Delta E_{p_{A \to B}} = W_{A \to B} = \Delta E_{c_{A \to B}}$$

$-(-5000J) = 5000J = 5000J$

Todas las Fuerzas Centrales (como la gravitatoria) son conservativas, y ello implica que:

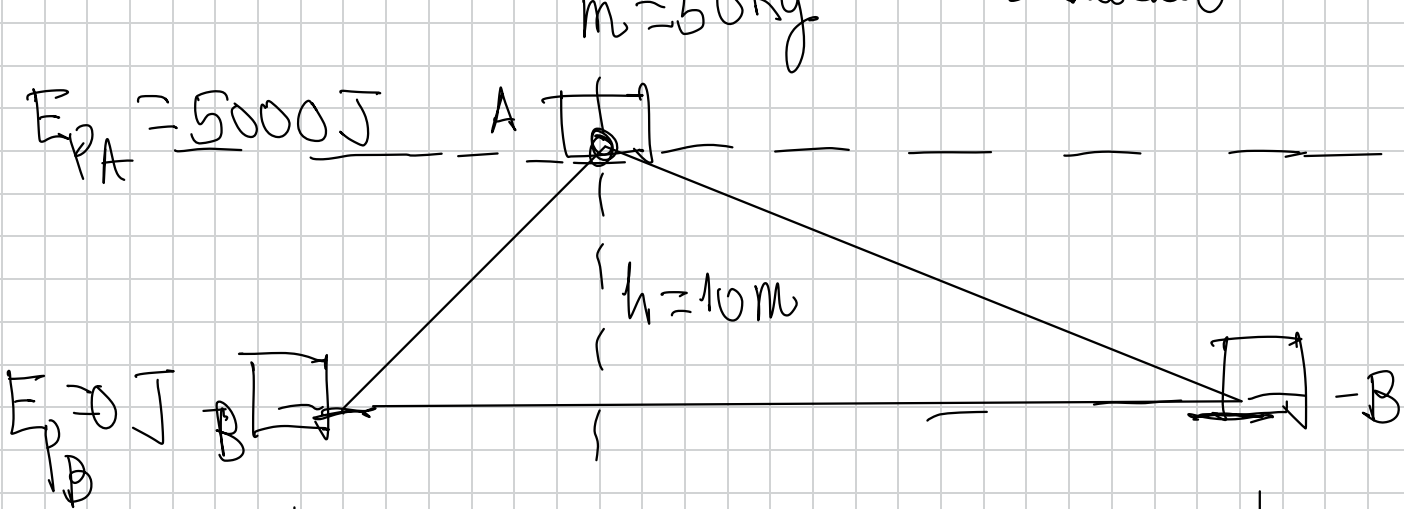
- El trabajo que realizan no depende de la trayectoria, sino únicamente de las posiciones inicial y final. (A y B)
- Llevan asociada una Energía potencial.
- Bajo su exclusiva acción se conserva la Energía Mecánica.

$g = 10\ m/s^2$

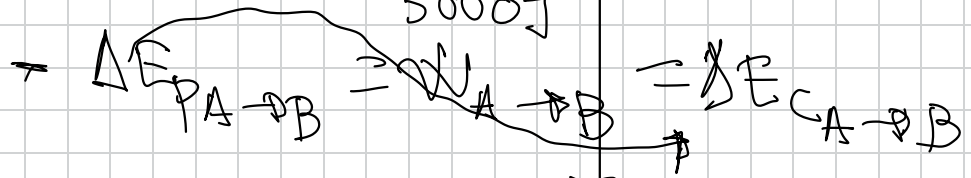
Sin actuar rozamiento $\Rightarrow$

Bajo la exclusiva acción de la fuerza gravitatoria (conservativa) se cumple que

$$-\Delta E_{p_{A\to B}} = W_{A\to B} = \Delta E_{c_{A\to B}}$$



La disminución de E_p por medio de un trabajo realizado por la fuerza gravitatoria, pasa a incrementar la E_c.



En ambos casos gana 5000 J de E_c siempre que actúe exclusivamente la fuerza gravitatoria y en ausencia de rozamiento.

$$-\Delta E_p = W = \Delta E_c$$

$$-\Delta E_p = \Delta E_c$$

$$E_m = E_p + E_c$$

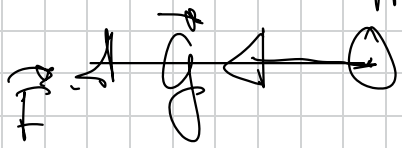
$$0 = \Delta E_p + \Delta E_c$$

$$0 = \Delta E_m$$

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow E_m = cte.$$

Magnitudes vectoriales.

$\vec{F}$ (N) $\quad F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$



$\vec{g}$ $\left(\frac{N}{kg}\right)$ $\quad g = \frac{F}{m} = \frac{G \frac{M \cdot m}{r^2}}{m} = G \cdot \frac{M}{r^2}$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

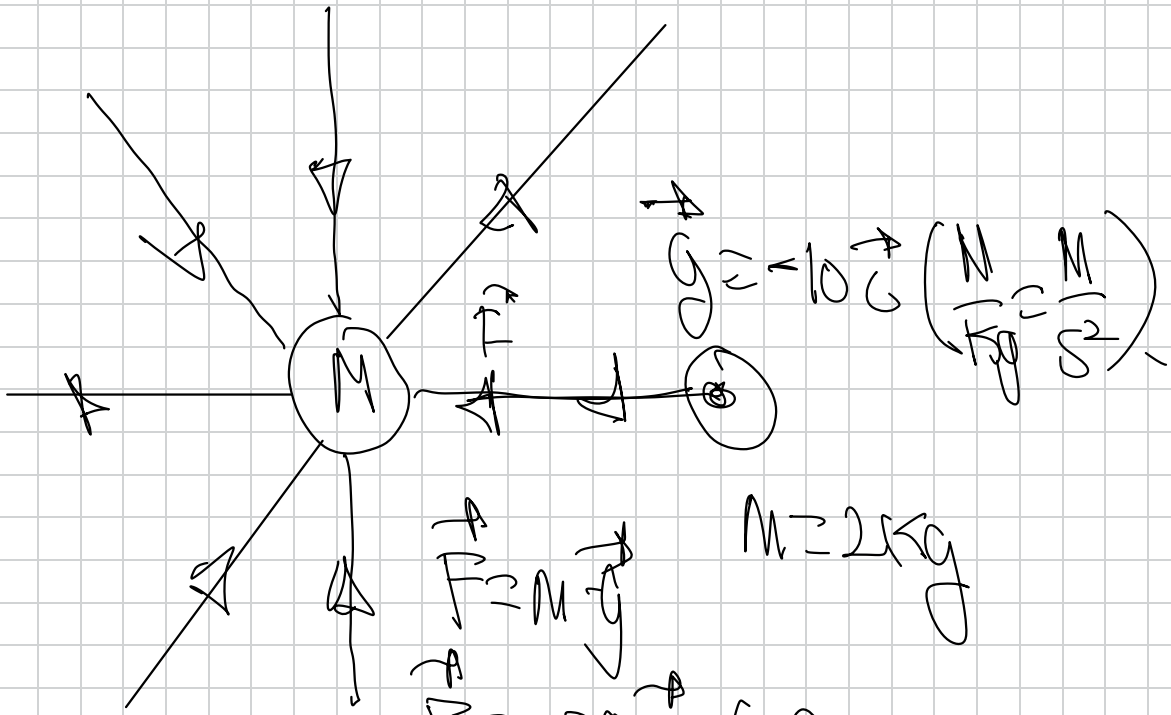
Magnitudes escalares.

E_p (J) $\quad E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$

V $\left(\frac{J}{kg}\right)$ $\quad V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G \frac{M \cdot m}{r}}{m}$

$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$

$$E_p = m \cdot V$$

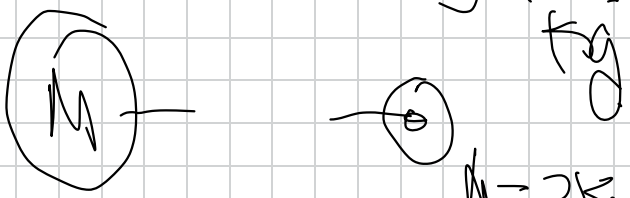


$\vec{g} = -10\vec{\imath}\ \left(\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2}\right)$

$m = 2kg$

$\vec{F} = m\vec{g}$

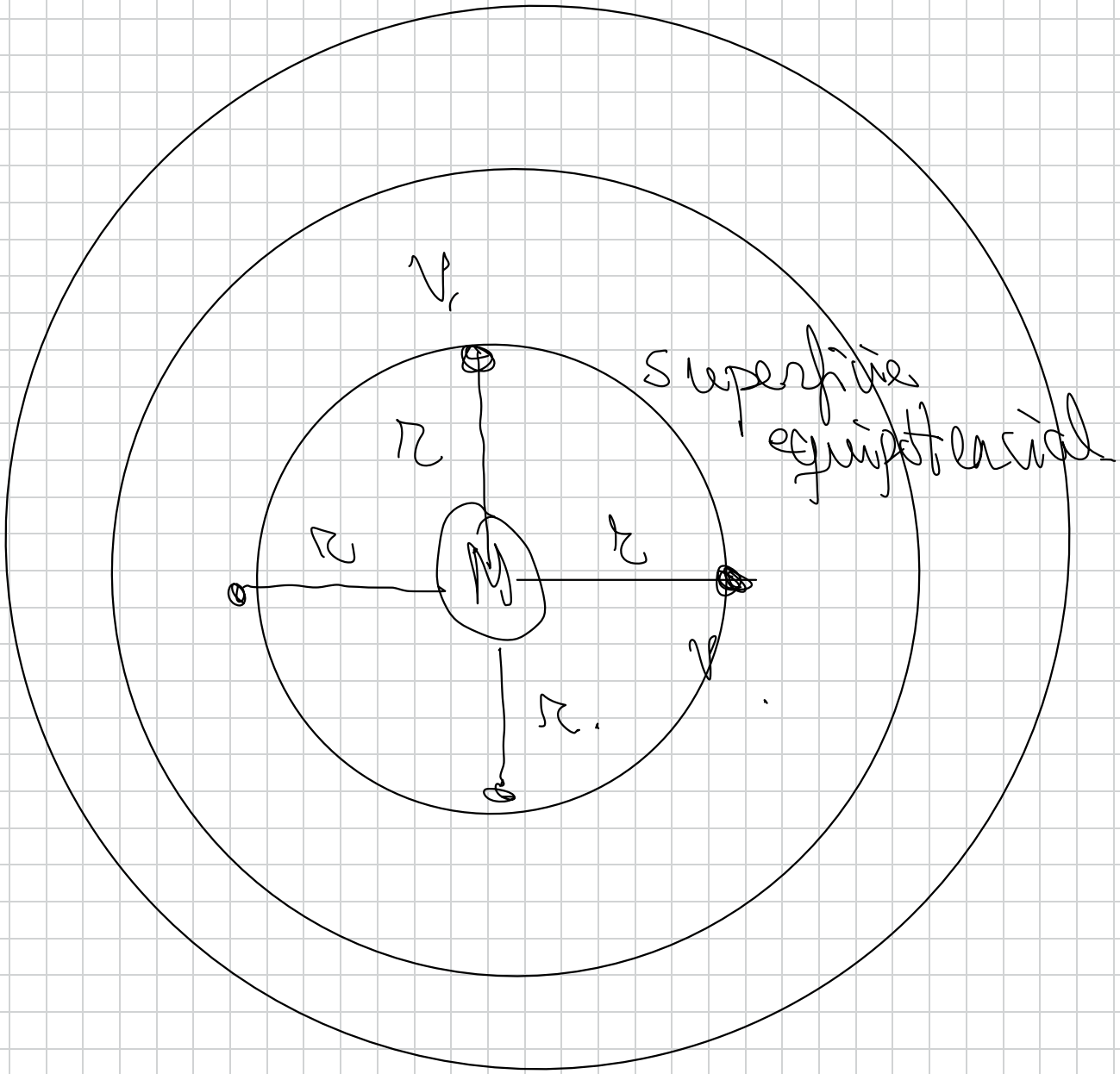
$\vec{F} = -20\vec{\imath}\ (N)$



$E_p = -10J$

$V = -G\frac{M}{r} = -5\frac{J}{kg}$

$E_p = m \cdot V = 2\,kg\left(-5\frac{J}{kg}\right) =$



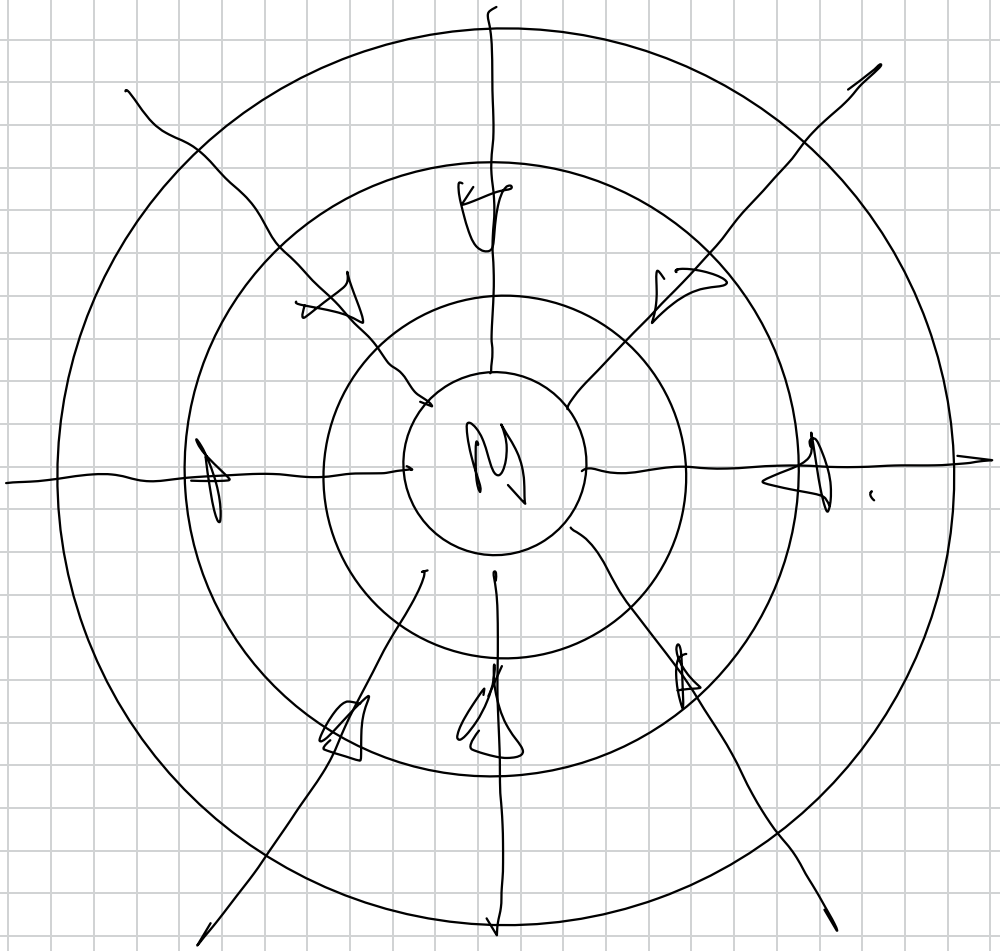
superficie equipotenziale

$E_P = -10\ J$.

$V = \frac{E_p}{m}$

$E_p = m \cdot V$.

$$\boxed{V = -G\frac{M}{r}\ J}$$



Siempre las superficies equipotenciales son ⊥ a las líneas de campo

$$-\Delta E_{p_{A\to B}} = W_{A\to B} = \Delta E_{c_{A\to B}}.$$

$$W_{A \to B} = -(\Delta E_{p_B} - E_{p_A})$$

$$W_{A \to B} = E_{p_A} - E_{p_B}$$

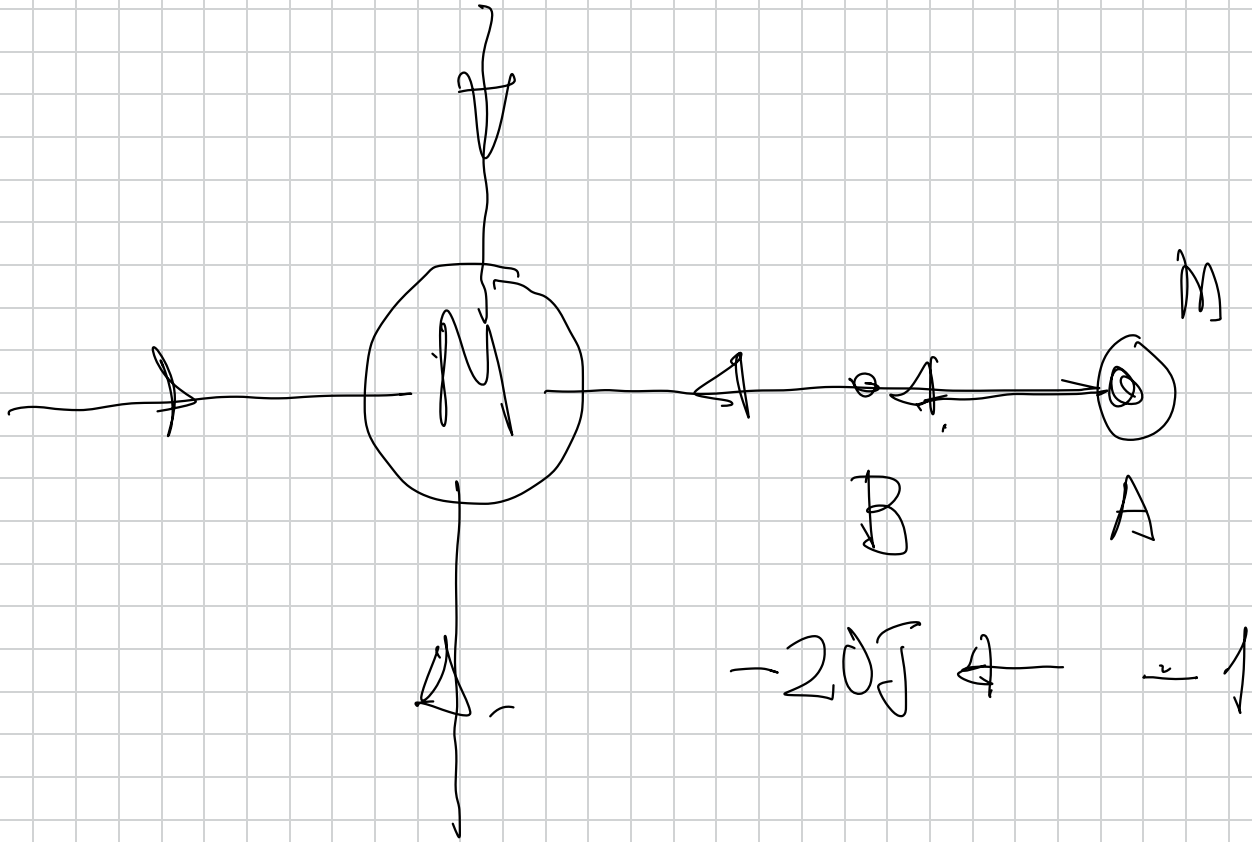
$$\boxed{E_p = m \cdot g}$$

$$W_{A \to B} = m \cdot g_A - m \cdot g_B$$

$$W_{A \to B} = m \cdot (g_A - g_B)$$

$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B) > 0$ espontâneo.

$V = -6 \frac{N}{C}$



$-20J < -10J$

$V_A > V_B$

$$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B) > 0$$

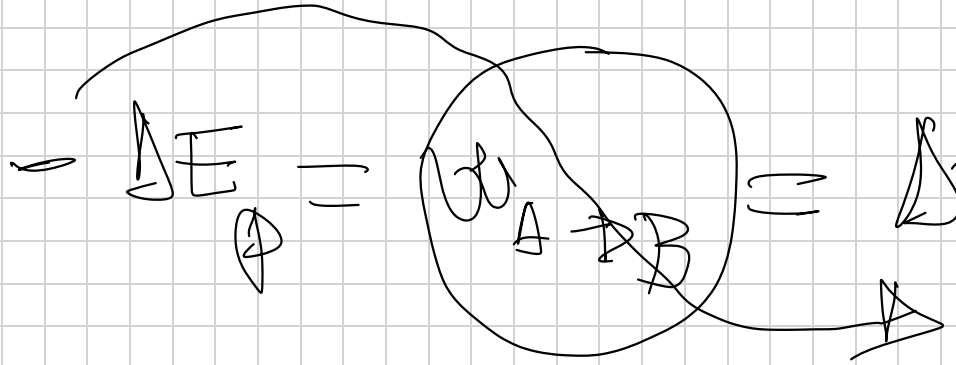
$$V_A > V_B.$$

E_p (J) ⊖

$$V = \frac{E_p}{m} = \frac{J}{kg}$$

E_p (J)

$$V = \frac{E_p}{q} = \frac{J}{C} \Rightarrow \text{Volt}$$



$$W_{A \to B} = m \cdot (v_A - v_B)$$

$$W_{A \to B} = m \cdot (v_A - v_B) > 0$$

$$v_A > v_B$$

CUADRO RESUMEN DE LAS MAGNITUDES DEL CAMPO GRAVITATORIO

MAGNITUDES VECTORIALES	MAGNITUDES ESCALARES
Fuerza $\vec{F}$ $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ N en S.I	**Energía potencial** E_P $E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ J en S.I
Campo gravitatorio $\vec{g}$ $g = \frac{F}{m} = \frac{G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^2}}{\cancel{m}} = G \cdot \frac{M}{r^2}$ $\frac{N}{Kg} = \frac{\cancel{Kg} \cdot m/s^2}{\cancel{Kg}} = m/s^2$ en S.I	**Potencial gravitatorio** V $V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G \cdot \frac{M \cdot \cancel{m}}{r}}{\cancel{m}} = -G \cdot \frac{M}{r}$ $\frac{J}{Kg}$ en S.I
	Trabajo W $W_{A-B} = -\Delta Ep = -(E_{pB} - E_{pA})$ $W_{A-B} = E_{pA} - E_{pB} = m \cdot V_A - m \cdot V_B$ $W_{A-B} = m \cdot (V_A - V_B)$ J en S.I

16.- Dos masas puntuales m_1= 9 Kg y m_2= 9 Kg se sitúan en los puntos (0,0) m y (4,0) m.

a) Calcular el campo gravitatorio en los puntos (2,0)m y (9,0)m ← para mañana.

b) Calcular el potencial gravitatorio en los puntos (2,0)m y (2,2)m

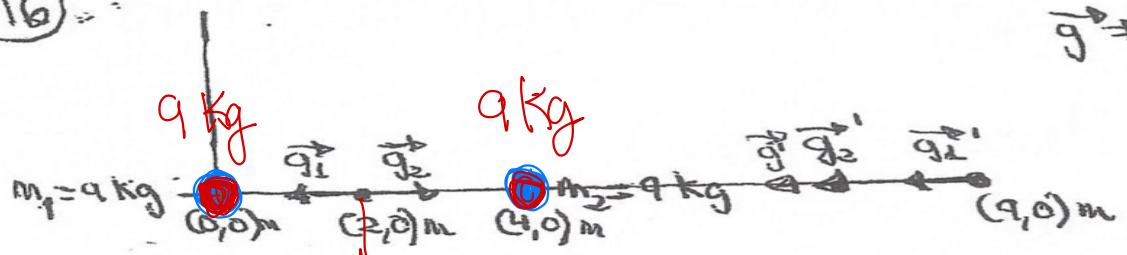
c) Calcular la Energía potencial gravitatoria si situamos una masa de $2 \cdot 10^{-3}$ Kg en el punto (2,2)m

d) Calcular el trabajo realizado al desplazarse la masa m= $2 \cdot 10^{-3}$ Kg desde el punto (2,2)m hasta el punto (2,0)m.

G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· $m^2 \cdot Kg^{-2}$

(16)

$\vec{g}$ ⇒ Campo gravitatorio ≡ Intensidad del campo gravitatorio ≡ gravedad



a) (2,0) m ⇒ $|\vec{g_1}| = |\vec{g_2}| = G \cdot \frac{M_1}{r_1^2} = 1'5 \cdot 10^{-10} \frac{M}{S^2}$ Ppio superposición $\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2}$

$\vec{g} = 0$ ⇒ Igual módulo y dirección y sentido contrario se anularán

(9,0) m ⇒

$|\vec{g_1}'| = G \cdot \frac{M_1}{r_1'^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{9^2} = 7'41 \cdot 10^{-12} \frac{M}{S^2}$ $\quad \vec{g_1}' = -7'41 \cdot 10^{-12} \vec{i} \left(\frac{M}{S^2}\right)$

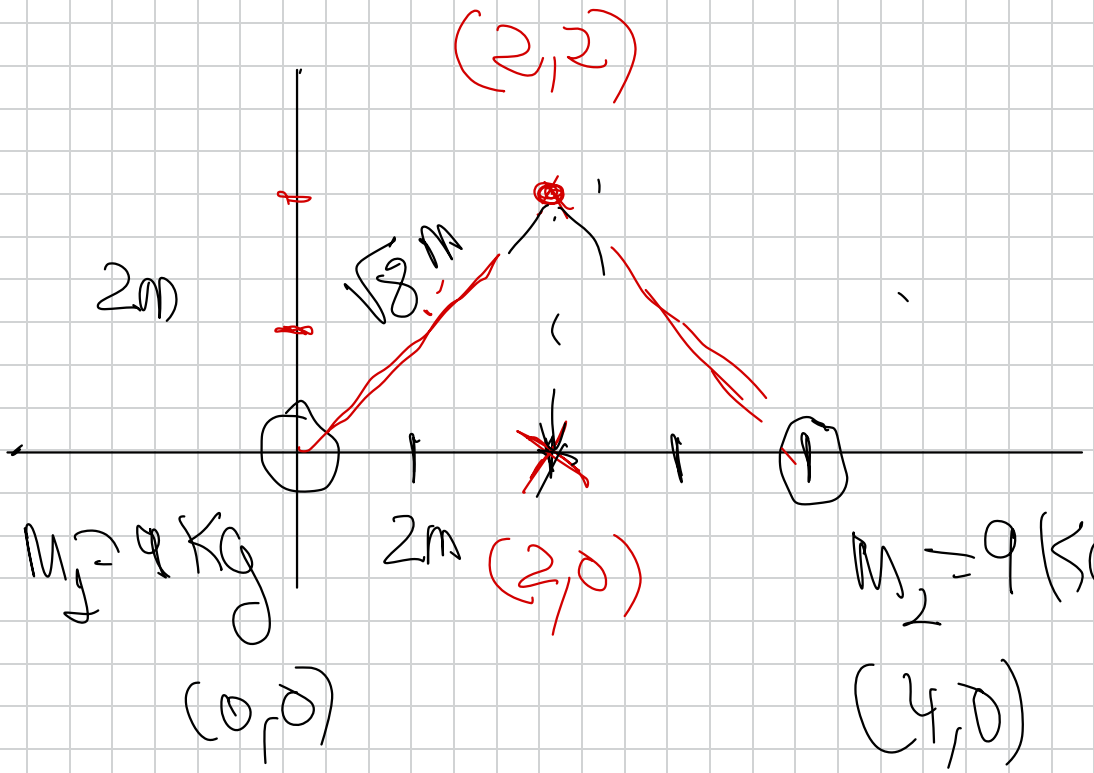
$|\vec{g_2}'| = G \cdot \frac{M_2}{r_2'^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{9}{5^2} = 2'4 \cdot 10^{-4} \frac{M}{S^2}$ $\quad \vec{g_2}' = -2'4 \cdot 10^{-11} \vec{i} \left(\frac{M}{S^2}\right)$

$\vec{g}'$ ⇒ Ppio de superposición $\vec{g}' = \vec{g_1}' + \vec{g_2}' = -7'41 \cdot 10^{-12} \vec{i} - 2'4 \cdot 10^{-11} \vec{i}$

$\vec{g}' = -3'14 \cdot 10^{-11} \vec{i} \left(\frac{M}{S^2}\right)$

$$V = \frac{E_p}{m} = \frac{-G\frac{M \cdot m}{r}}{m}$$

$$V = -G \cdot \frac{M}{r} \quad \left(\frac{J}{kg}\right)$$



Princípio da superposição $\Rightarrow$ $V_{(2,2)_m} = V_{1(2,2)m} + V_{2(2,2)m}$

$$V_{(2,2)m} = -G \cdot \frac{m_1}{r_1} + \left(-G\frac{m_2}{r_2}\right)$$

$$V_{(2,2)M} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{q}{\sqrt{8}} + \left(-6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{q}{\sqrt{8}}\right)$$

$$V_{(2,2)M} = -4{,}24 \cdot 10^{-10} \ \frac{J}{Kg}.$$

Por superposición

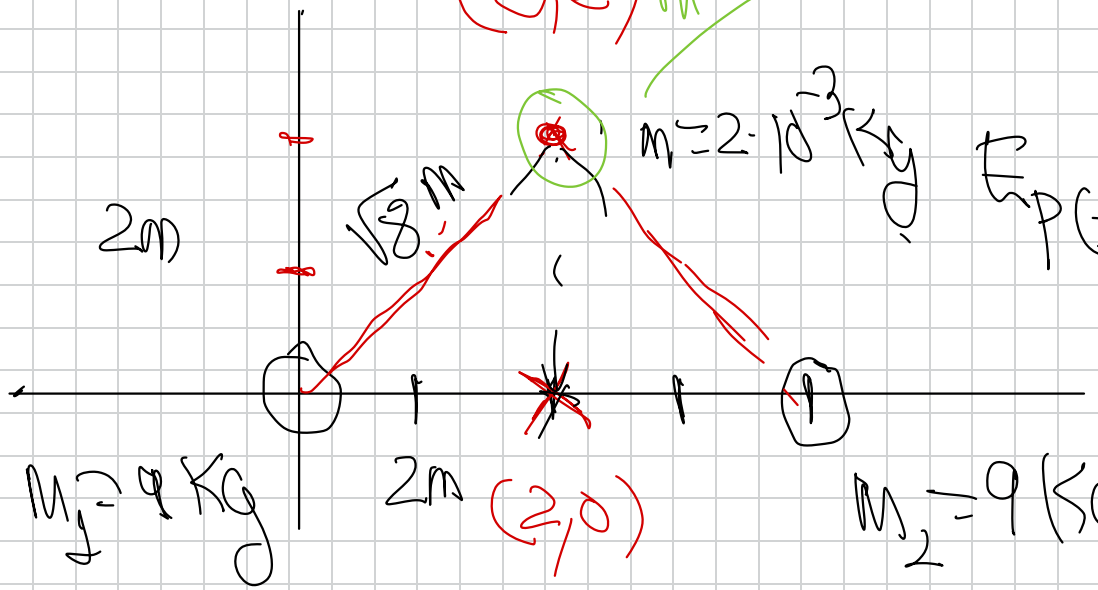
$$V_{(2,0)M} = V_{1(2,0)M} + V_{2(2,0)M}.$$

$$V_{(2,0)M} = -G \frac{M_1}{r_1'} + \left(-G \frac{M_2}{r_2'}\right).$$

$$V_{(2,0)M} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{q}{2} + \left(-6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{q}{2}\right).$$

$$V_{(2,0)m} = -6 \cdot 10^{-10} \frac{V}{Kg}$$

c)



$$E_{P(2,2)m} = m \cdot V_{(2,2)m}$$

$$E_{P(2,2)m} = 2 \cdot 10^{-3} Kg \cdot \left(-4,24 \cdot 10^{-10} \frac{V}{Kg}\right)$$

$$\boxed{E_{P(2,2)} = -8,48 \cdot 10^{-3} J.}$$

Otra forma:

Forma muy fácil.

Pel principi de superposició també s'aplica a la Ep.

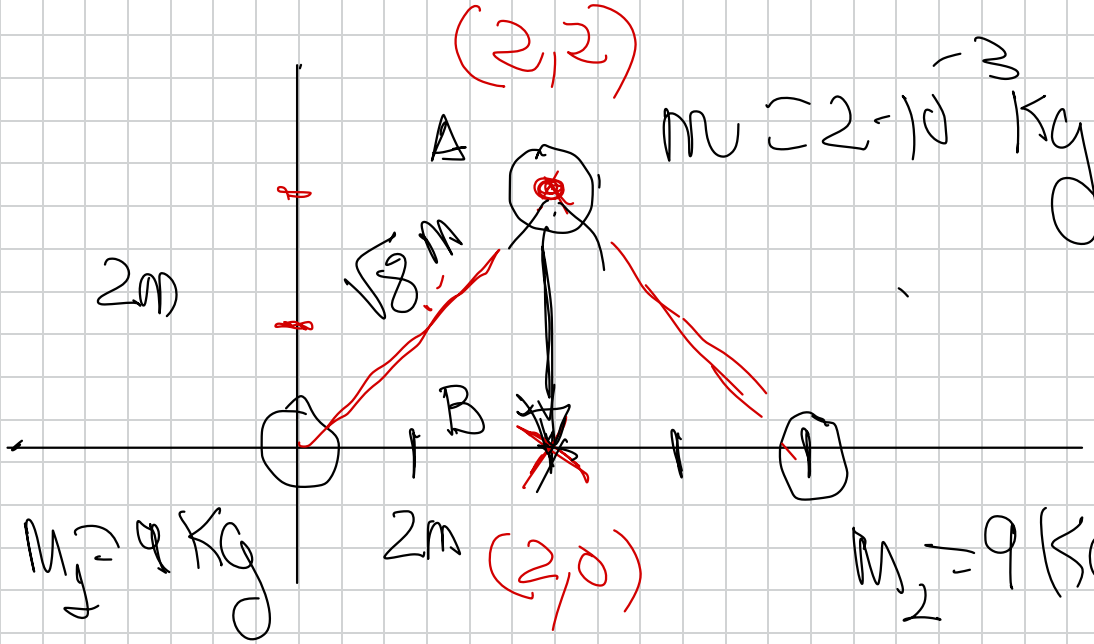
$$E_{p(2,2)m} = E_{p\,m_1,m} + E_{p\,m_2,m}$$

$$E_{p(2,2)m} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m}{r_1} + \left(-G \cdot \frac{m_2 \cdot m}{r_2}\right)$$

$r_1 = \sqrt{8}\ m$ $\qquad$ $r_2 = \sqrt{8}\ m$

$$E_{p(2,2)m} = -8{,}48 \cdot 10^{-3}\ J$$

d)



$m = 2 \cdot 10^{-3}\ kg$

$W_{A \to B} = -\Delta E_{p_{A \to B}}$

$W_{A \to B} = -(E_{p_B} - E_{p_A})$

$W_{A \to B} = E_{p_A} - E_{p_B}$

$W_{A \to B} = m \cdot V_A - m V_B$

$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$

$W_{A \to B} = M \cdot (V_{(2,2)} - V_{(2,0)})$

$W_{A\to B} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \left(-4{,}24 \cdot 10^{-10} - \left(-6 \cdot 10^{-10}\right)\right)$

$W_{A\to B} = 3{,}51 \cdot 10^{-13}\ J. \quad > 0.$

espontáneo.

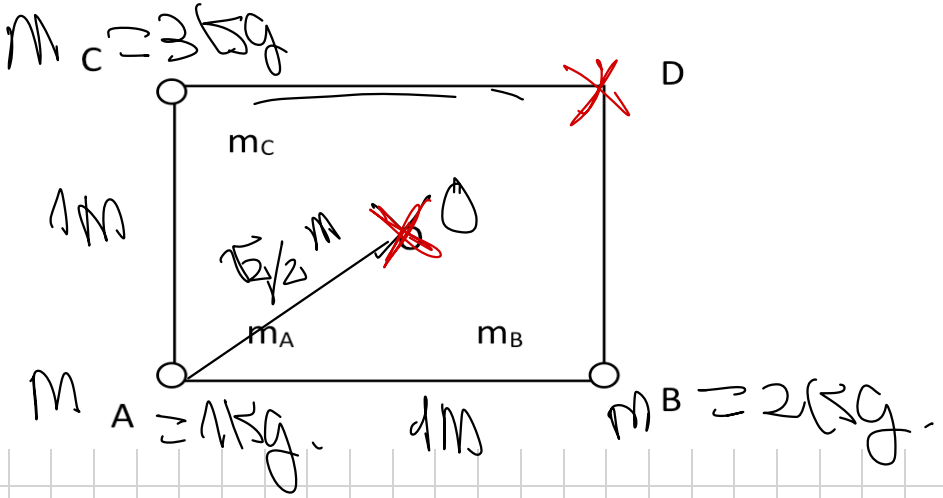
17.- Dadas tres masas puntuales de valores m_a=1Kg , m_b=2Kg, m_c=3Kg situadas en los tres vértices A,B y C de un cuadrado de lado l=1m.

a) Calcular el potencial gravitatorio en el centro del cuadrado O y en el cuarto vértice D.

b) Calcular la Energía potencial gravitatoria de una hipotética masa m= 10^{-4} Kg en caso de que estuviese situada en el punto O y en caso de que estuviese situada en el punto D.

c) Calcular el trabajo necesario para desplazar la masa m= 10^{-4} Kg desde el punto O hasta el punto D.

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}



) Principio di sovrapposizione:

$$V_O = V_{AO} + V_{BO} + V_{CO}$$

$$V_O = -G\frac{M_A}{r_A} + \left(-G\frac{M_B}{r_B}\right) + \left(-G\frac{M_C}{r_C}\right)$$

$$V_O = -6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}/2} - 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}/2} - 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{3}{\sqrt{2}/2}$$

$$V_O = -5{,}66\cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}$$

$$V_D = V_{AD} + V_{BD} + V_{CD}$$

$$V_D = -G\frac{M_A}{r_A} + \left(-G\frac{M_B}{r_B}\right) + \left(-G\cdot\frac{M_C}{r_C}\right)$$

$$V_D = -6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} - 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{2}{1} - 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{3}{1}$$

$$V_D = -3{,}81\cdot10^{-10}\ J/kg.$$

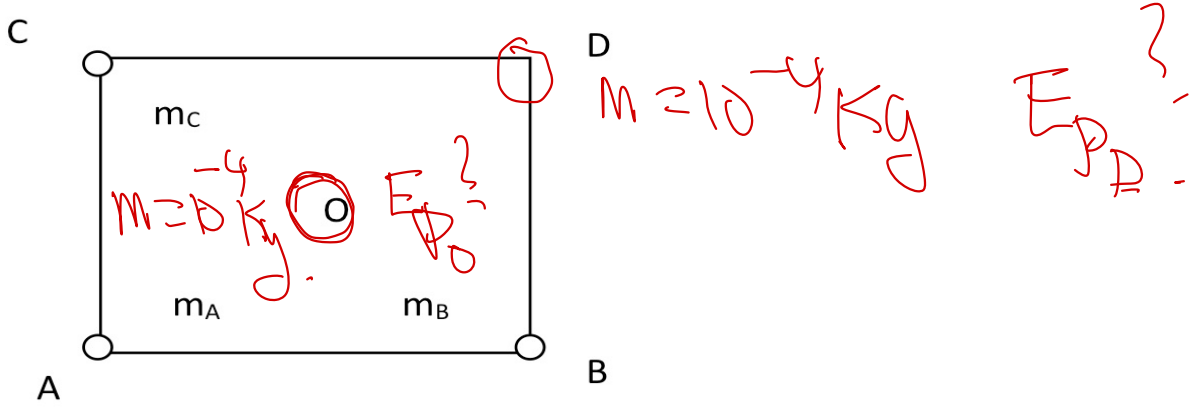
17.- Dadas tres masas puntuales de valores m_a=1Kg , m_b=2Kg, m_c=3Kg situadas en los tres vértices A,B y C de un cuadrado de lado l=1m.

a) Calcular el potencial gravitatorio en el centro del cuadrado O y en el cuarto vértice D.

b) Calcular la Energía potencial gravitatoria de una hipotética masa m= 10^{-4} Kg en caso de que estuviese situada en el punto O y en caso de que estuviese situada en el punto D.

c) Calcular el trabajo necesario para desplazar la masa m= 10^{-4} Kg desde el punto O hasta el punto D.

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}



$m = 10^{-4}$ Kg E_{p_D} ?

$m = 10^{-4}$ Kg E_{p_O} ?

b) $E_{p_O} = m \cdot V_O = 10^{-4}\,Kg \cdot (-5'66 \cdot 10^{-10}\,\frac{J}{Kg})$

$E_{p_O} = -5'66 \cdot 10^{-14}$ J.

$E_{p_D} = m \cdot V_D = 10^{-4}\,Kg \cdot (-3'81 \cdot 10^{-10}\,\frac{J}{Kg})$

$E_{p_D} = -3'81 \cdot 10^{-14}\,J$

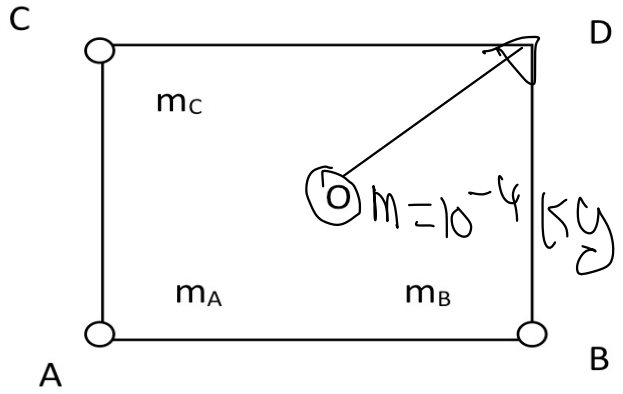
17.- Dadas tres masas puntuales de valores m_a=1Kg , m_b=2Kg, m_c=3Kg situadas en los tres vértices A,B y C de un cuadrado de lado l=1m.

a) Calcular el potencial gravitatorio en el centro del cuadrado O y en el cuarto vértice D.

b) Calcular la Energía potencial gravitatoria de una hipotética masa m= 10^{-4} Kg en caso de que estuviese situada en el punto O y en caso de que estuviese situada en el punto D.

c) Calcular el trabajo necesario para desplazar la masa m= 10^{-4} Kg desde el punto O hasta el punto D.

G= 6,67 · 10^{-11} N· m^2 · Kg^{-2}



$$W_{O\to D} = m\cdot(V_O - V_D)$$

$$W_{O\to D} = 10^{-4}\,kg\left(-5{,}86\cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}\right) - \left(-3{,}71\cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}\right)$$

$$W_{O\to D} = -1{,}85\cdot 10^{-14}\,J$$

No es espontáneo ya que la F gravitatoria no alcanza esa masa de las otras tres.

$$W_{O\to D} = -\Delta E_{P\,O\to D}$$

$$-1{,}85\cdot 10^{-14}\,J = -\Delta E_{P\,O\to D}$$

$$\Delta E_{P\,O\to D} = 1{,}85\cdot 10^{-14}\,J$$

$$\Delta E_{p\,O\to D} = E_{pD} - E_{pO} = -3{,}66\cdot10^{-14} - (-3{,}81\cdot10^{-14})$$

$$\Delta E_{p\,O\to D} = 1{,}85\cdot10^{-14}\ J$$

57.- Sean dos masas puntuales m_1=10 Kg situada en (0,0) m y m_2= 5 Kg situada en (2,4)m

a) Calcular el campo gravitatorio en (0,4)m

b) Calcular el potencial gravitatorio (1,2)m y en (0,4)m

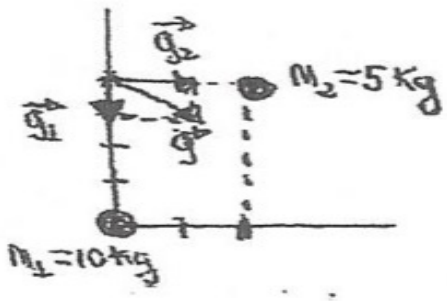
c) Calcular la energía potencial gravitatoria de una masa de 0,2 Kg en (1,2)m y en (0,4)m

d) Calcular el trabajo para desplazar la masa de 0,2 kg desde (1,2)m hasta (0,4)m

e) Calcular la fuerza que experimentaría una masa de 0,2 Kg si estuviese situada en (2,0) m

G= $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$

57 a) $\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2}$ (Principio de superposición) Campo gravitatorio es la intensidad del campo gravitatorio $\vec{g}$



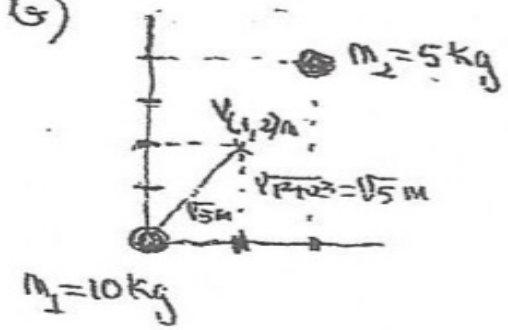
$g_1 = G \cdot \frac{m_1}{r_1^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{4^2} = 4'17 \cdot 10^{-11} \frac{N}{kg^2}$ | $g_2 = G \cdot \frac{m_2}{r_2^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{4^2} = 8'34 \cdot 10^{-11} \frac{N}{kg^2}$

$\vec{g_1} = -4'17 \cdot 10^{-11} \vec{j} \left(\frac{N}{kg^2}\right)$ (ver dibujo) | $\vec{g_2} = 8'34 \cdot 10^{-11} \vec{i} \left(\frac{N}{kg^2}\right)$

$\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2} = 8'34 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 4'17 \cdot 10^{-11} \vec{j} \left(\frac{N}{kg^2}\right)$

$g = \sqrt{(8'34 \cdot 10^{-11})^2 + (-4'17 \cdot 10^{-11})^2} = \sqrt{8'69 \cdot 10^{-21}} = 9'32 \cdot 10^{-11} \frac{N}{kg^2}$

b)

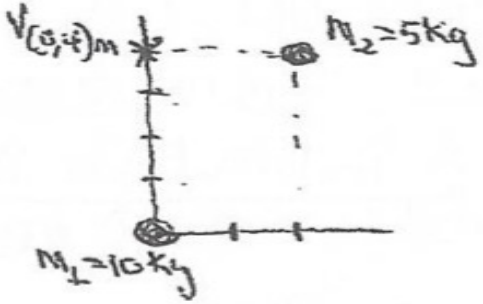


$V_{(1,2)_M} = V_1 + V_2$ (Principio de superposición)

$V_{(1,2)_M} = -G \cdot \frac{m_1}{r_1} + \left(-G \cdot \frac{m_2}{r_2}\right)$

$V_{(1,2)_M} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{\sqrt{5}}$

$V_{(1,2)_M} = -4'47 \cdot 10^{-10} \frac{J}{kg}$



$V_{(0,4)_M} = V_1 + V_2$ (Principio de superposición)

$V_{(0,4)_M} = -G \cdot \frac{m_1}{r_1} + \left(-G \cdot \frac{m_2}{r_2}\right)$

$V_{(0,4)_M} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{4} - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{2}$

$V_{(0,4)_M} = -3'34 \cdot 10^{-10} \frac{J}{kg}$

c) $V = \frac{E_p}{m} \Rightarrow E_p = m \cdot V$

$E_{p(1,2)_M} = m\ V_{(1,2)_M} = 0'2\,kg \cdot \left(-4'47 \cdot 10^{-10} \frac{J}{kg}\right) = -8'94 \cdot 10^{-11}\,J$

$E_{p(0,4)_M} = m \cdot V_{(0,4)_M} = 0'2\,kg \cdot \left(-3'34 \cdot 10^{-10} \frac{J}{kg}\right) = -6'68 \cdot 10^{-11}\,J$

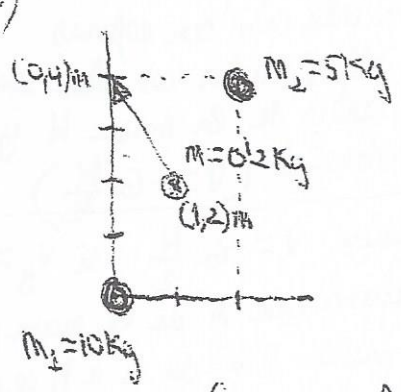
(7) El apartado c) también se podría haber hecho aplicando el principio de superposición a la energía potencial en cada uno de los puntos

continuación :

$$E_{P(1,2)_M} = E_{P_{1(1,2)_M}} + E_{P_{2(1,2)_M}}$$

$$E_{P(0,4)_N} = E_{P_{1(0,4)_N}} + E_{P_{2(0,4)_N}}$$

d)



masa que se traslada

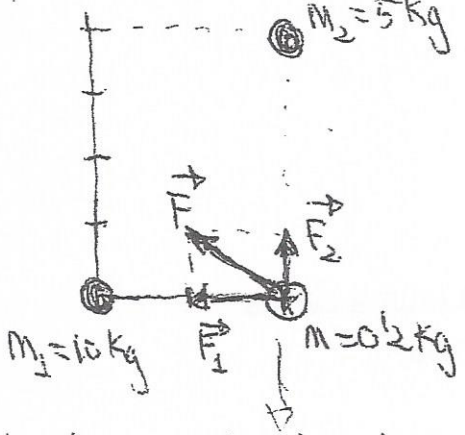
$$W_{(1,2)_M \to (0,4)_M} = m \cdot \left(V_{(1,2)_M} - V_{(0,4)_M}\right)$$

$$W_{(1,2)_M \to (0,4)_M} = 0'2 \cdot \left(-4'47 \cdot 10^{-10} - \left(-3'34 \cdot 10^{-10}\right)\right)$$

$$W_{(1,2)_M \to (0,4)_M} = \ominus 2'26 \cdot 10^{-11}\ J$$

Como era de esperar, al alejar la masa $m = 0'2$ kg de las otras dos, no nos saldrá un trabajo positivo o espontáneo, es decir, que espontáneamente las fuerzas del campo gravitatorio no alejarán la masa $m = 2$ kg de las otras dos, por ello será necesaria una fuerza externa que realice un trabajo externo de $2'26 \cdot 10^{-11}$ J que pasará a incrementar la Ep gravitatoria en $2'26 \cdot 10^{-11}$ J (podría comprobarse con los resultados de c)).
Si el trabajo hubiera sido espontáneo, como por ejemplo en el desplazamiento al contrario que éste, habría sido la fuerza gravitatoria la que lo hubiese hecho haciendo disminuir la Ep gravitatoria.

e)



$$F_1 = G \cdot \frac{M_1 \cdot M}{r_1^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10 \cdot 0'2}{2^2} = 3'33 \cdot 10^{-11}\ N$$

$$\vec{F}_1 = -3'33 \cdot 10^{-11} \vec{i}\ (N)$$

$$F_2 = G \cdot \frac{M_2 \cdot M}{r_2^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5 \cdot 0'2}{4^2} = 4'17 \cdot 10^{-12}\ N$$

$$\vec{F}_2 = 4'17 \cdot 10^{-12} \vec{j}\ (N)$$

Otra forma de hacerlo sería calcular el campo gravitatorio $\vec{g}$ en ese pto y luego multiplicarlo por la masa m

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

Nos saldría el mismo vector $\vec{F}$ y calcularíamos su módulo

Principio de superposición $\Rightarrow \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

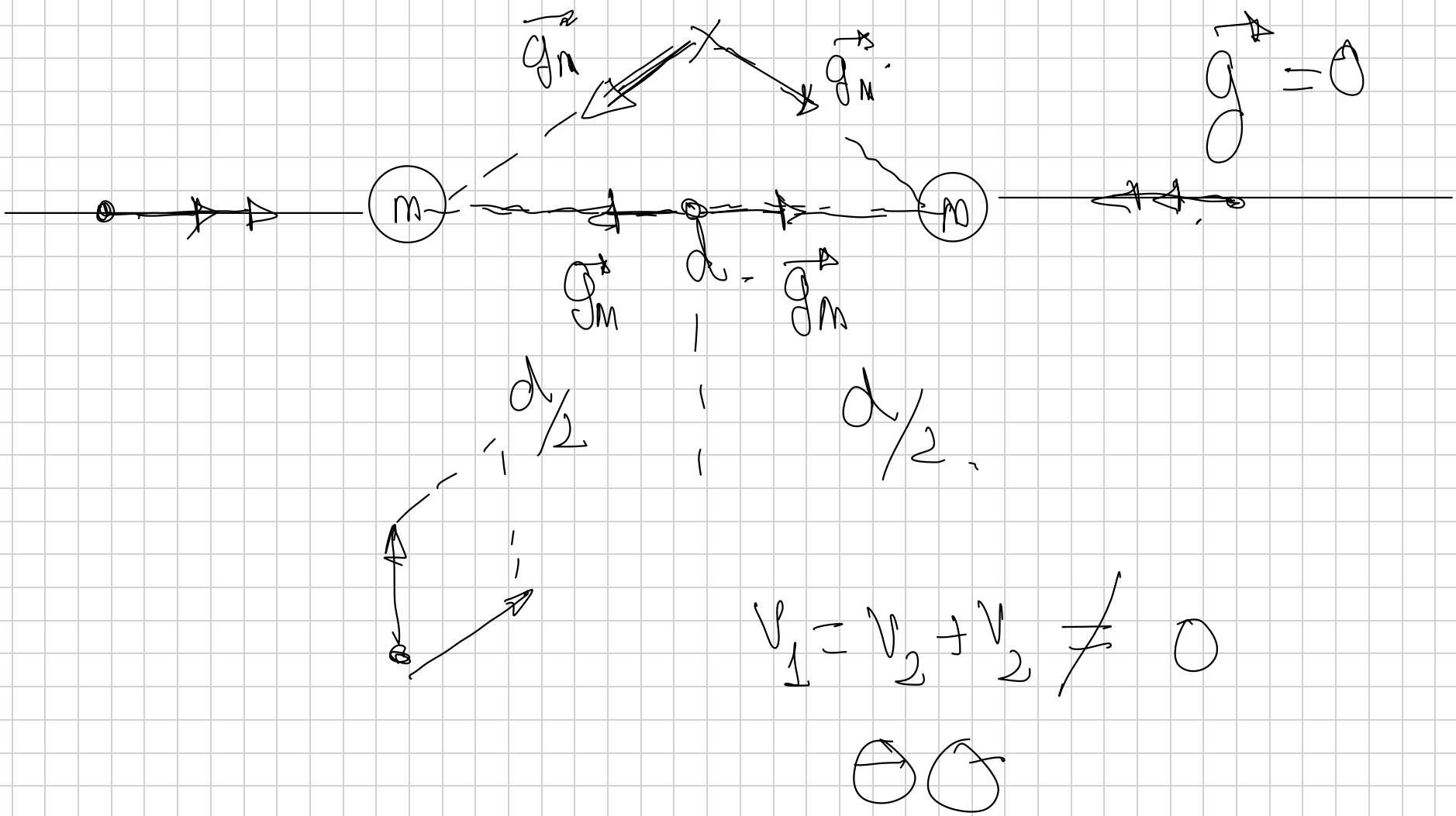
$$\vec{F} = -3'33 \cdot 10^{-11} \vec{i} + 4'17 \cdot 10^{-12} \vec{j}\ (N)$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(-3'33 \cdot 10^{-11})^2 + (4'17 \cdot 10^{-12})^2} = 3'34 \cdot 10^{-11}\ N$$

24.- Si tenemos dos masas puntuales y de igual valor separadas por una distancia d

a)¿Existe algún punto en donde el campo gravitatorio sea nulo?. En caso afirmativo, indica dónde

b) ¿Existe algún punto en donde el potencial gravitatorio sea nulo?. En caso afirmativo, indica dónde



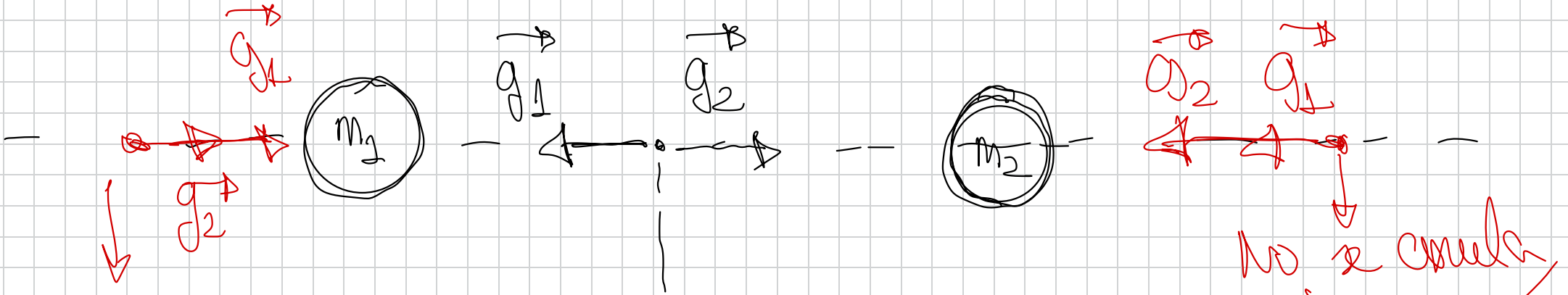
24.- Si tenemos dos masas puntuales y de igual valor separadas por una distancia d

a)¿Existe algún punto en donde el campo gravitatorio sea nulo?. En caso afirmativo, indica dónde

b) ¿Existe algún punto en donde el potencial gravitatorio sea nulo?. En caso afirmativo, indica dónde

$m_1 = m_2$

$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$



No se anula

mismo sentido

Principio de superposición

$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 0 \rightarrow$ Mismo módulo $|\vec{g}_1| = |\vec{g}_2|$

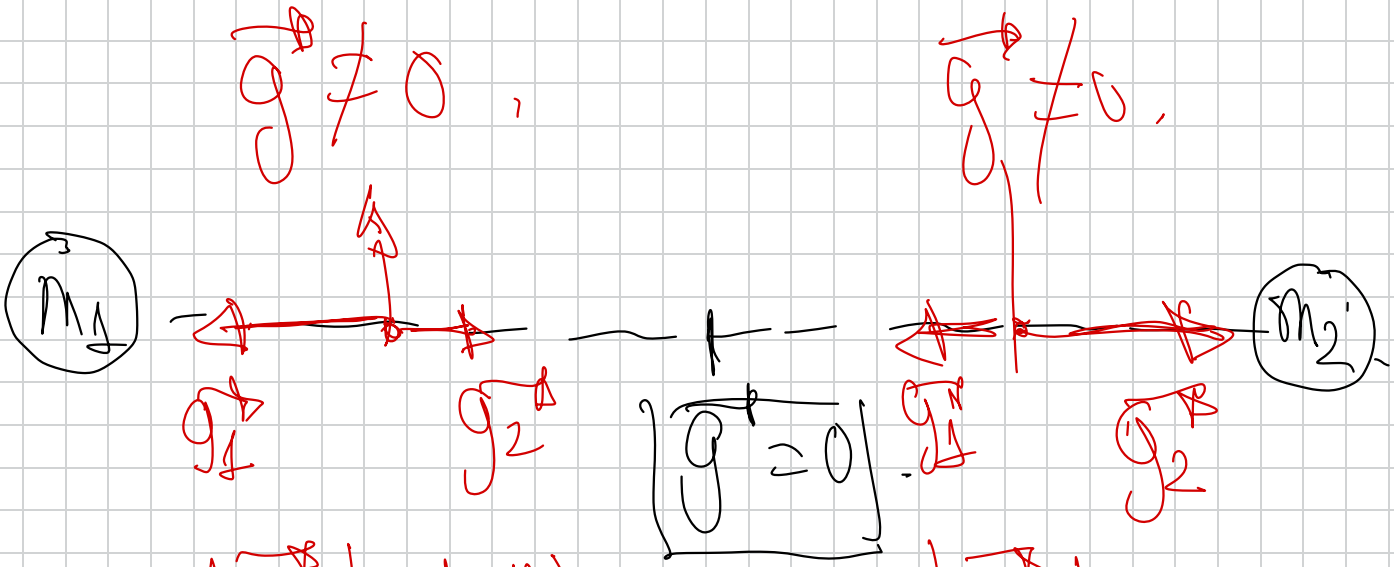
Misma dirección

Sentido contrario

No se anula

mismo sentido

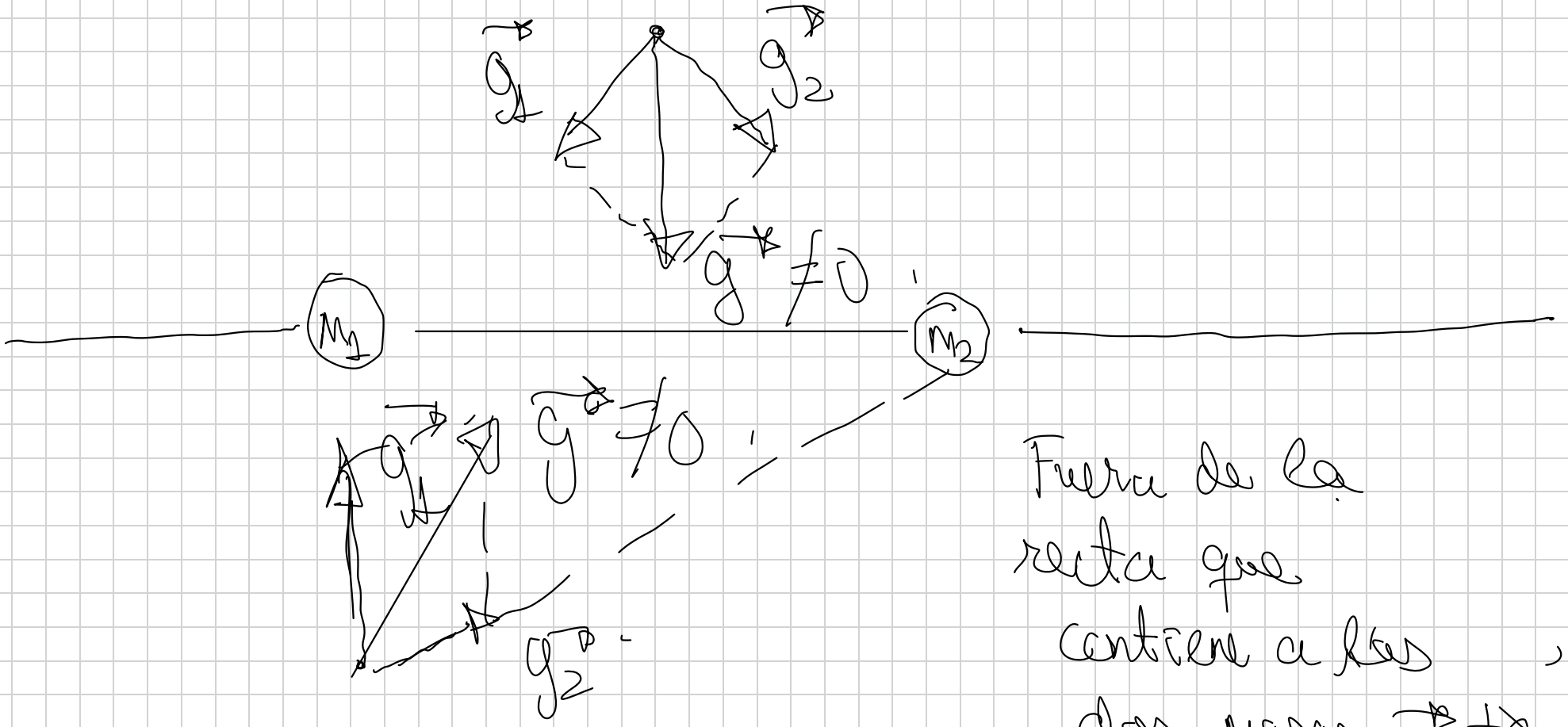
$\vec{g} \neq 0$



$\vec{g} \neq 0$.

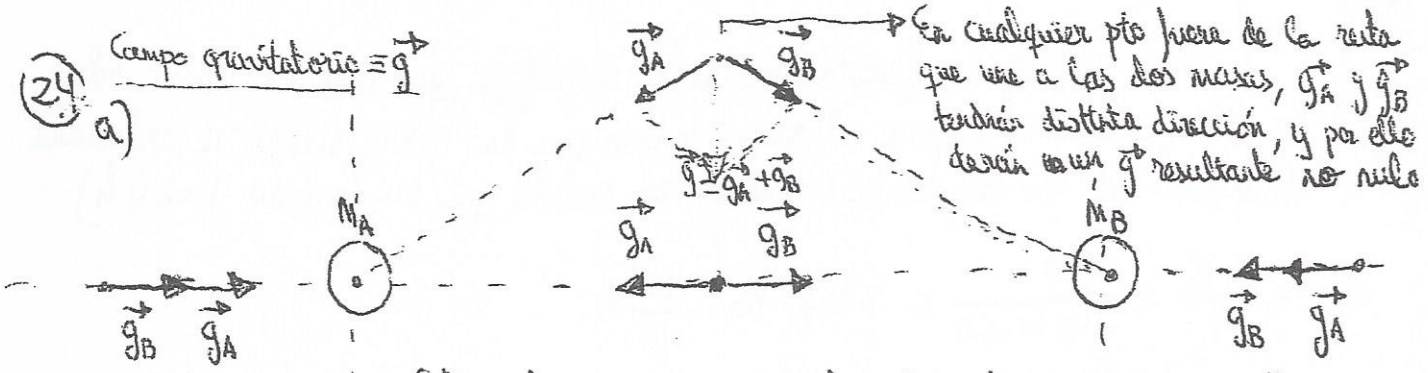
$|\vec{g}_1| > |\vec{g}_2|$

$|\vec{g}_2| > |\vec{g}_1|$.



Fuera de la recta que contiene a las dos masas $\vec{g} \neq 0$ ya que $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ poseen distinta dirección.

(24.) a) Campo gravitatorio $= \vec{g}$



En cualquier pto fuera de la recta que une a las dos masas, $\vec{g}_A$ y $\vec{g}_B$ tendrán distinta dirección, y por ello darán un $\vec{g}$ resultante no nulo

En esta zona de la recta el campo gravitatorio total no se anulará ya que $\vec{g}_A$ y $\vec{g}_B$ llevarán el mismo sentido (nunca darán un vector resultante $\vec{g}$ nulo)

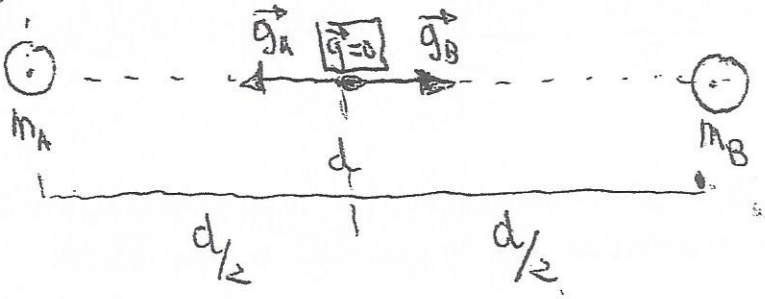
$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B \neq 0$$

(Principio de superposición)

Solamente en la zona central de la recta que une a las dos masas se cumplirá que $\vec{g}_A$ y $\vec{g}_B$ tienen la misma dirección y sentido contrario, con lo cual podrían anularse si su módulo es el mismo. Esto sólo ocurre en el pto intermedio entre las dos masas, ya que $g = G \cdot \frac{M}{r^2}$, y entonces si $M_A = M_B$, y además $r_A = r_B$, se cumple que $|\vec{g}_A| = |\vec{g}_B|$ y entonces $\vec{g} = 0$ (se anulan)

En cualquiera de los puntos de esta zona de la recta $\vec{g}_B$ y $\vec{g}_A$ también tienen el mismo sentido, y por ello nunca darán un vector resultante $\vec{g}$ nulo.

$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B \neq 0$$

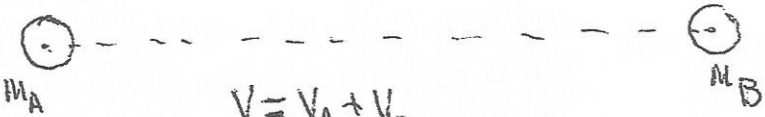


$$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B = 0$$

(Principio de superposición)

Esto ocurrirá a $\frac{d}{2}$ de M_A y a $\frac{d}{2}$ de M_B

b) Exceptuando el infinito donde por convenio el potencial gravitatorio es cero, en cualquier otro punto del espacio que rodea a las masas el potencial sería según el principio de superposición



$$V = V_A + V_B$$

$$V = -G \cdot \frac{M_A}{r_A} + \left(-G \cdot \frac{M_B}{r_B}\right) = -G \cdot \frac{M_A}{r_A} - G \cdot \frac{M_B}{r_B} \neq 0$$

Sería la suma de dos magnitudes escalares que son dos potenciales negativos, luego el potencial gravitatorio no sería nulo.

43, 53, 71, 14

43.- Una partícula de masa m se mueve desde un punto A hasta un punto B bajo la acción de un campo gravitatorio creado por una masa M, hacia la que se acerca

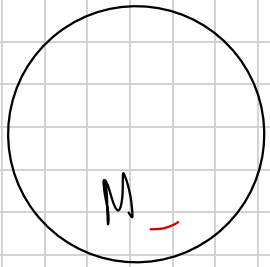
a) Indicar cuál de los dos puntos estará a un menor potencial gravitatorio

b) Indicar cómo variarán sus energías potencial, cinética y mecánica al pasar desde A hasta B

$V = -G\frac{M}{r}$

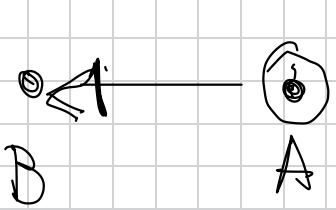
menor negativo.

a)



mayor.

$V_B < V_A$



m

Acercamiento de masas espontáneo

$W_{A \to B} > 0.$

$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B) > 0$

$V_A > V_B$

b)

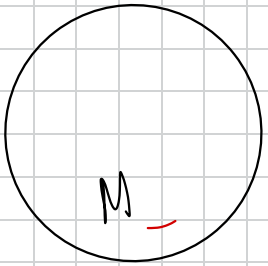
$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_A}$

↓

negativo

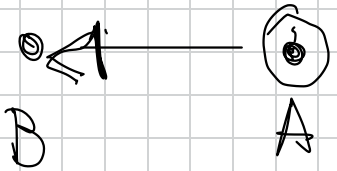
↓

mayor.



$E_{pB} < E_{pA}$

m



$V_B < V_A$

$m V_B \quad m \cdot V_A$

$E_{pB} < E_{pA}$

Fuerza conservativa.

$-\Delta E_{pA \to pB} = W_{A \to B}$

$-(E_{pB} - E_{pA}) = W_{A \to B} > 0$

$E_{pA} - E_{pB} > 0$

↓ Fuerza conservativa.

$E_{pA} > E_{pB}$ →

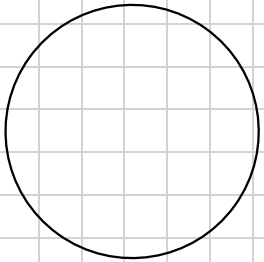
E_p disminuye.

$W = \Delta E_{c\ A \to B}$.

$W = E_{cB} - E_{cA}$.

$E_{cB} - E_A > 0$.

$E_{cB} > E_{cA}$ ⟶ La Ec aumenta.



B A

mayor ← ○ menor.

$E_{cB} > E_{cA}$.

aumentado, la E_c.

E_m cte si actúan únicamente una fuerza conservativa.

$$-\Delta E_p = \Delta E_c.$$

$$0 = \Delta E_p + \Delta E_c.$$

$$\Delta E_m = 0 \Rightarrow E_m = cte.$$

53.- Se deja caer desde 20 m de altura sobre la superficie lunar un cuerpo.

a) Calcular el tiempo que tardará en tocar el suelo

b) Si desde el suelo volvemos a lanzar el cuerpo con una velocidad de 5 m/s, calcular la altura máxima que alcanzará, así como el tiempo que tardará en alcanzar dicha altura máxima.

$M_L = 7{,}36 \cdot 10^{22}$ Kg $R_L = 1740$ Km $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m^2 · Kg^{-2}

¡OJO! el tiempo lo puedo calcular por Cinemática.

CAÍDA LIBRE.

[MRUA].

$v = v_0 + a \cdot t$

$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$v^2 = v_0^2 + 2as$

$v_0 = 0$

$h = 20$ m.

$g_L = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$

$g_L = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{7{,}36 \cdot 10^{22}}{(1{,}74 \cdot 10^6)^2}$

$v = v_0 + g_L \cdot t$

$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g_L \cdot t^2$

$v^2 = v_0^2 + 2 g_L \cdot h$

$g_L = 1'62 \ m/s^2$

$h = \cancel{v_0^0} \cdot t + \frac{1}{2} g_L \cdot t^2$

$h = \frac{1}{2} g_L \cdot t^2$

$t = \sqrt{\frac{2h}{g_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{1'62}} = 4'97 \ s$

El resto de magnitudes se calcula por cinemática o por energía.

Siempre que se pueda, por energía.

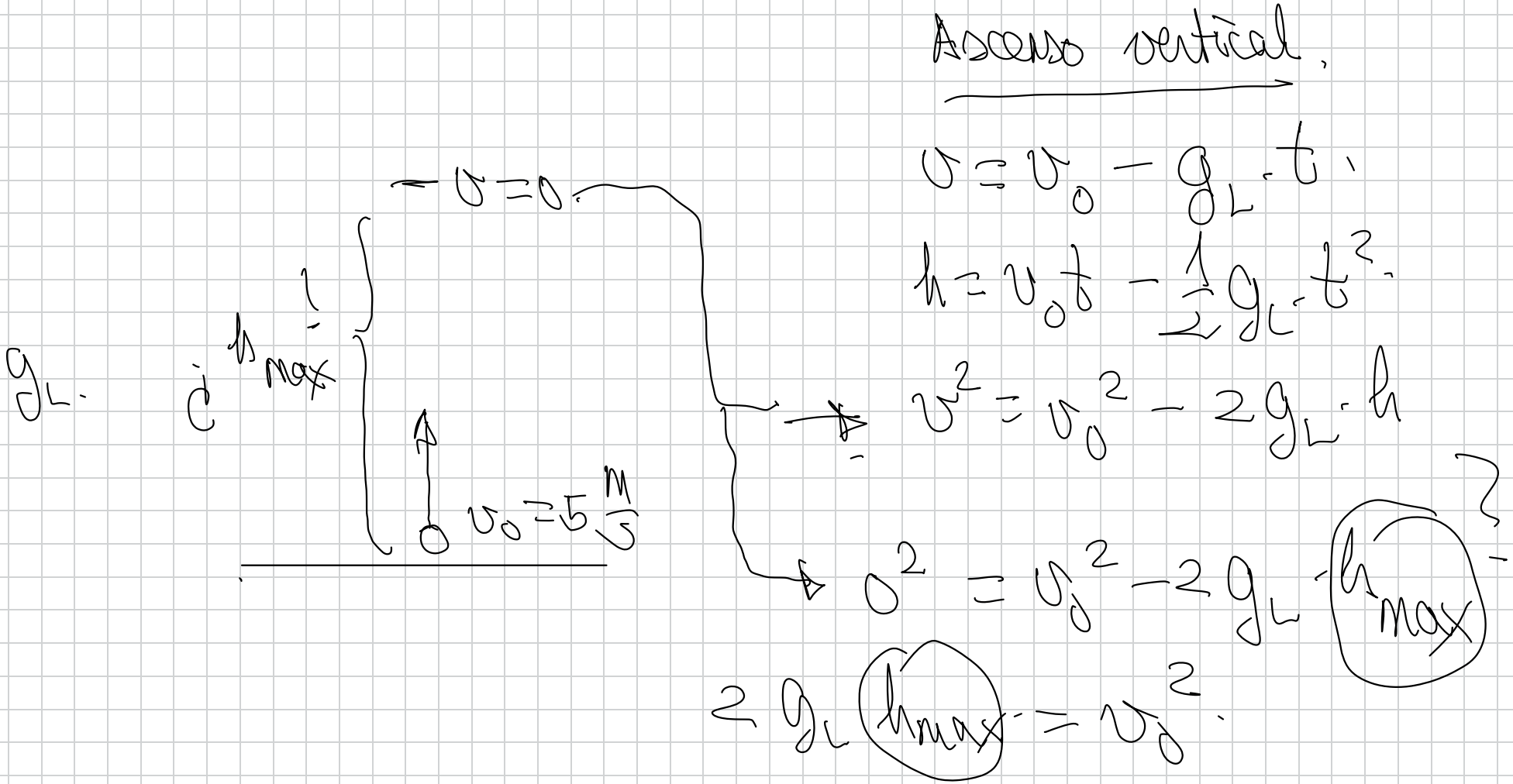
tercera parte?. $R_T = 6370$ Km

53.- Se deja caer desde 20 m de altura sobre la superficie lunar un cuerpo.

a) Calcular el tiempo que tardará en tocar el suelo

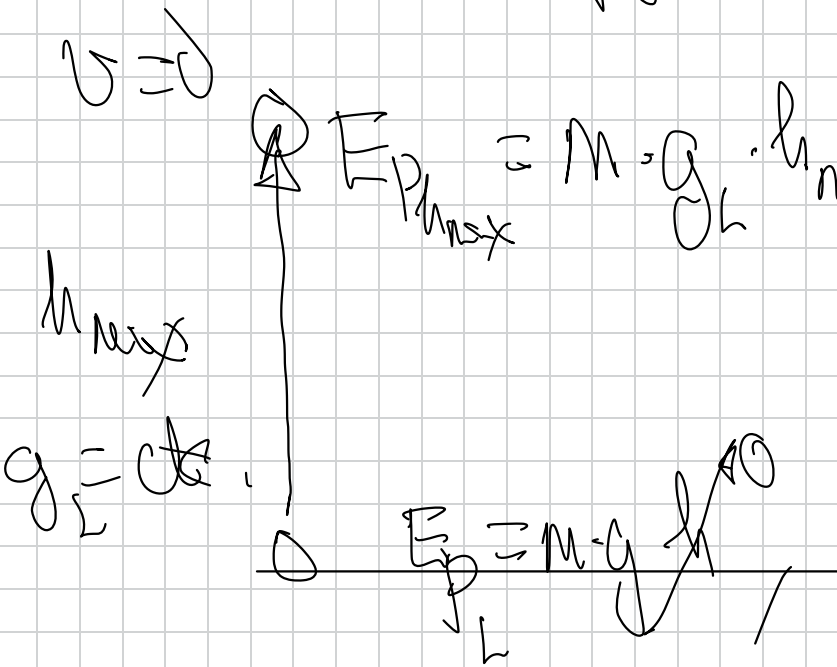
b) Si desde el suelo volvemos a lanzar el cuerpo con una velocidad de 5 m/s, calcular la altura máxima que alcanzará, así como el tiempo que tardará en alcanzar dicha altura máxima.

$M_L = 7{,}36 \cdot 10^{22}$ Kg $R_L = 1740$ Km $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N· m^2 · Kg^{-2}



$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g_L} = \frac{5^2}{2 \cdot 1{,}62} = 7{,}72\ m$$

Por conservación de la E_m.



$$E_{m_L} = E_{m_{max}}$$

$$0 + \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h_{max} + 0.$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g_L} = \frac{5^2}{2 \cdot 1{,}62} = 7{,}72\ m.$$

tiempo solo por cinemática.

ascenso

$$v = v_0 - g_L \cdot t$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g_L \cdot t^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2 g_L \cdot h$$

$$0 = v_0 - g_L \cdot t$$

$$g_L \cdot t = v_0$$

$$t = \frac{v_0}{g_L} = \frac{5}{1{,}62} = 3{,}067\ \text{s}$$

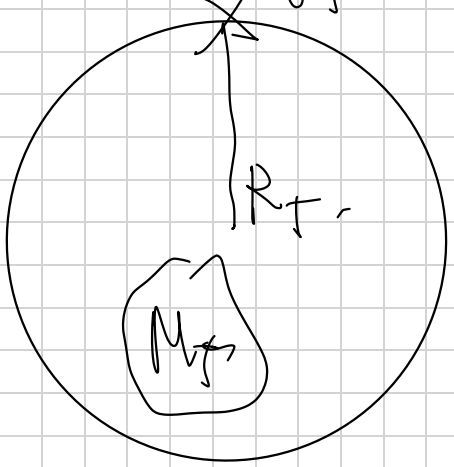
71.- Un astronauta aterriza sobre un planeta de radio $0{,}71R_T$ y mide la gravedad, que resulta ser de $6{,}32\ m/s^2$

a) Expresa la relación entre la masa del planeta y la masa de la Tierra

b) Si en la Tierra, y cargando con el mismo equipo que en el planeta, el astronauta alcanzaba una altura de 20 cm al saltar verticalmente hacia arriba, ¿Qué altura alcanzará en dicho planeta?

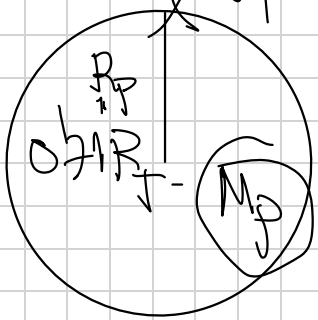
$g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$

$g_T = 9{,}8\ \frac{N}{s^2}$.



$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$

$g_P = 6{,}32\ N/s^2$.



$g_P = G \cdot \frac{M_P}{(0{,}71R_T)^2}$.

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{\cancel{G} \cdot \frac{M_P}{(0{,}71)^2 \cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{M_T}{\cancel{R_T^2}}}$$

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{M_P}{(0{,}71)^2 \cdot M_P}$$

$$\left[\frac{M_P}{M_T}\right] = 0{,}71^2 \cdot \frac{g_P}{g_T} = 0{,}71^2 \cdot \frac{6{,}32}{9{,}8}$$

$$\frac{M_P}{M_T} = 0{,}325$$

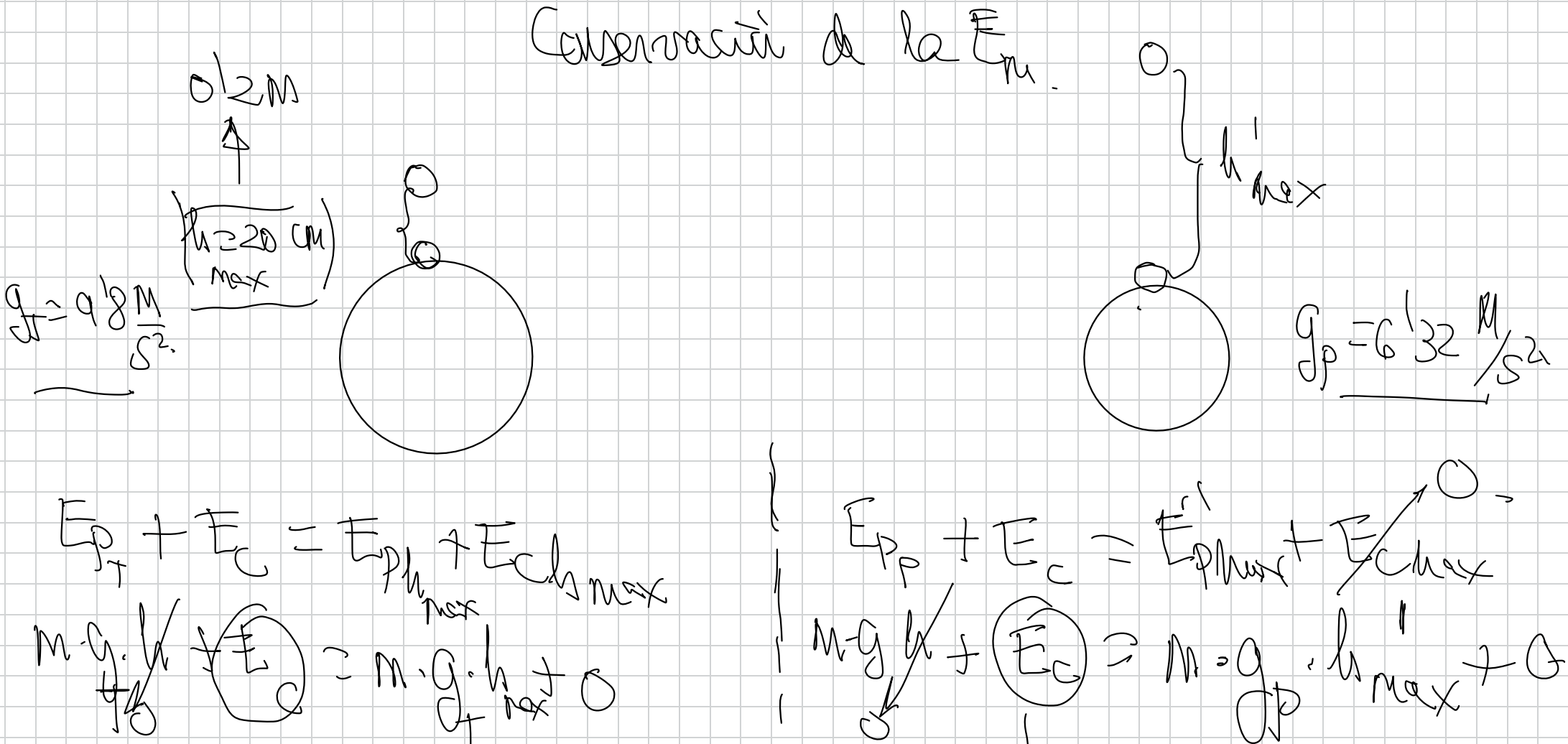
$$M_P = 0{,}325\ M_T$$

71.- Un astronauta aterriza sobre un planeta de radio $0{,}71R_T$ y mide la gravedad, que resulta ser de 6,32 m/s^2

a) Expresa la relación entre la masa del planeta y la masa de la Tierra

b) Si en la Tierra, y cargando con el mismo equipo que en el planeta, el astronauta alcanzaba una altura de 20 cm al saltar verticalmente hacia arriba, ¿Qué altura alcanzará en dicho planeta?

$g = 9{,}8\ m \cdot s^{-2}$





Igual que la anterior

Ambas E_c son la misma. ?

$$m \cdot g_T \cdot h_{max} = m \cdot g_p \cdot h'_{max}$$

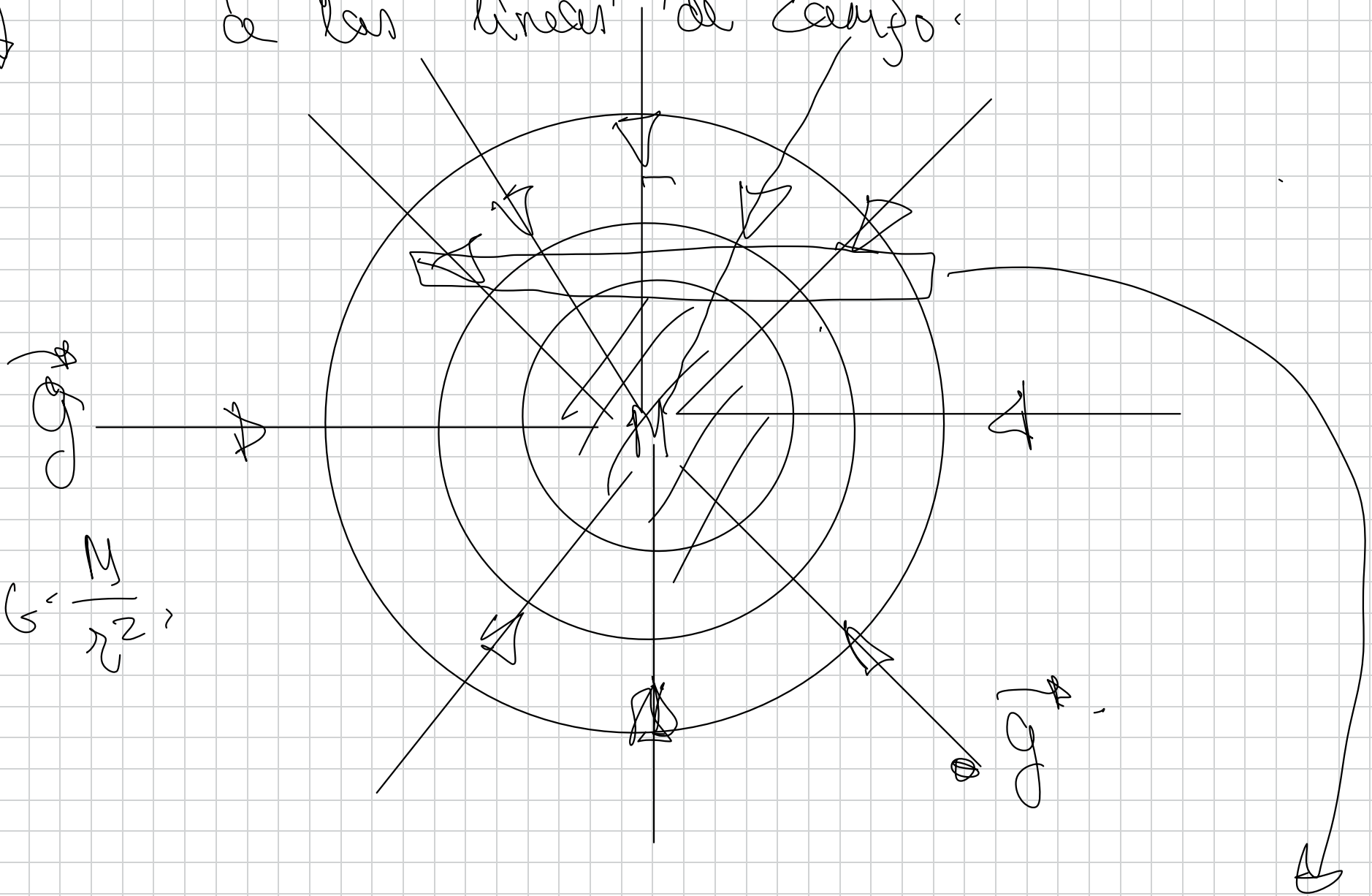
$$h'_{max} = \frac{g_T}{g_p} \cdot h_{max}$$

$$h'_{max} = \frac{9'8\ m/s^2}{6'32\ m/s^2} \cdot 0'2\ m$$

$$h'_{max} = 0'39\ m$$

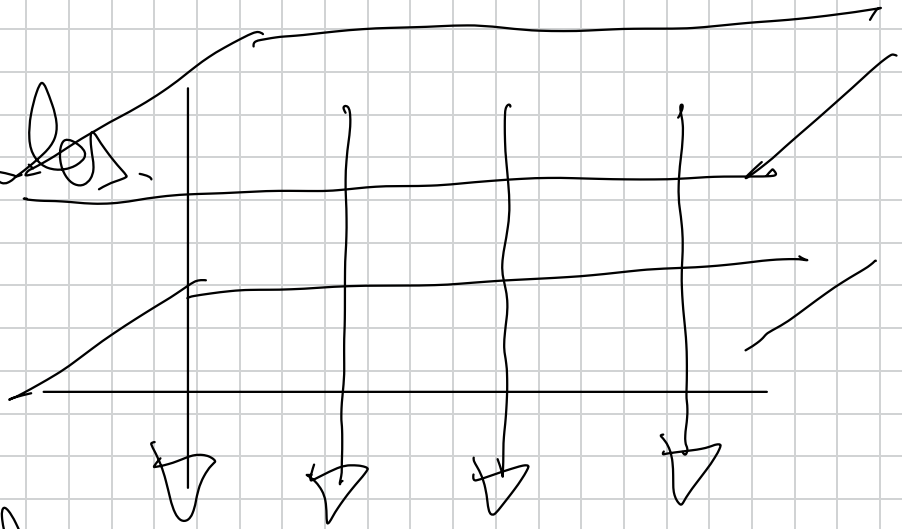
Superficies equipotenciales y líneas de campo.

$V = -G\frac{M}{r}$



$g = G \cdot \frac{M}{r^2}$

Superficies equipotenciales.



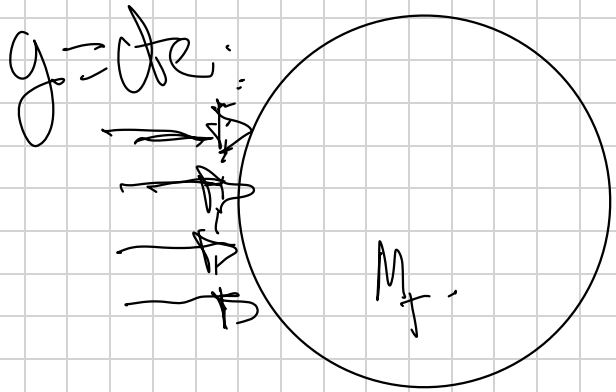
$\vec{g} = cte.$



a las líneas de campo.

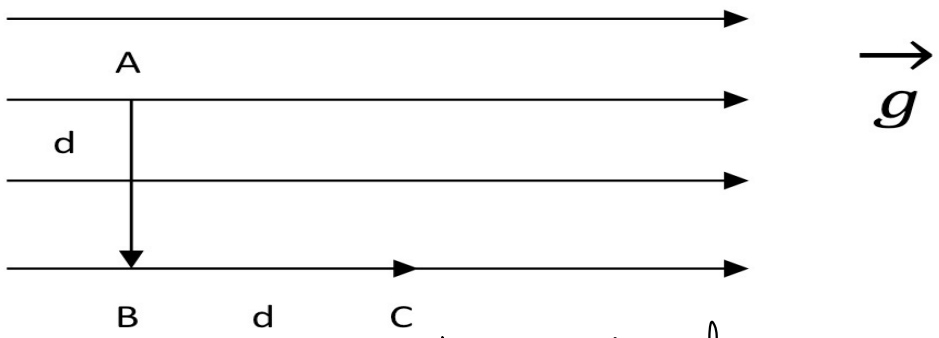
Líneas de campo paralelas.

$g = cte.$

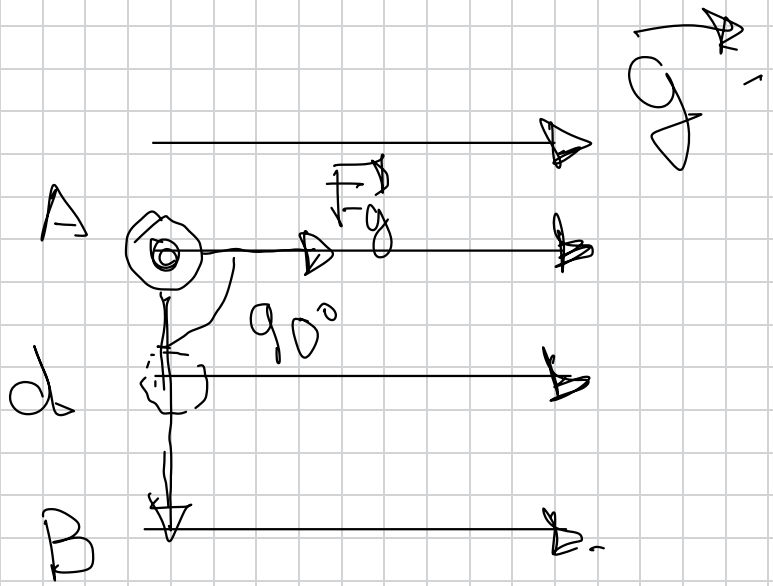


14, 66, 45, 36, 15

14.- En una región del espacio existe un hipotético campo gravitatorio uniforme de intensidad g, representado en la figura por sus líneas de campo.



a) ¿Qué trabajo se realizará para trasladar una masa m desde el punto A hasta el punto B?. ¿Cómo varía la energía potencial?



$W_{A \to B} = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ$

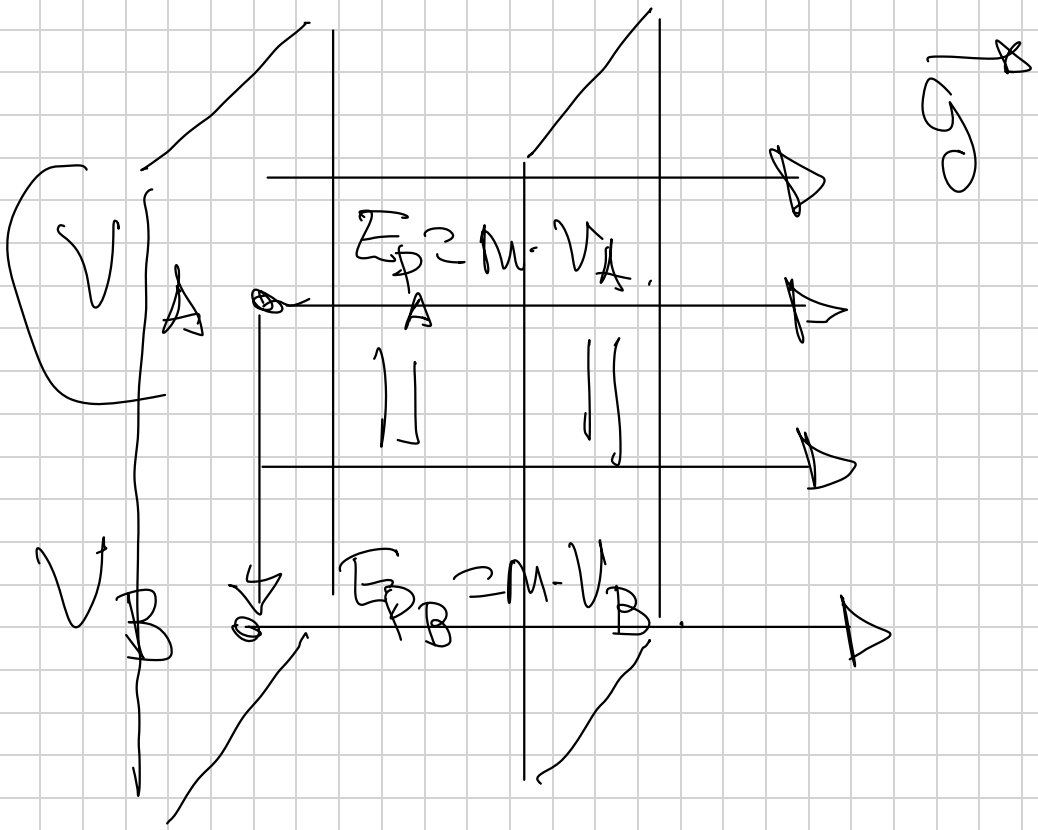
$W_{A \to B} = 0$

$-\Delta E_{p_{A \to B}} = W_{A \to B}$

$-\Delta E_{p_{A \to B}} = 0$

$E_p = cte$

$\boxed{E_{p_A} = E_{p_B}}$



$$E_p = m \cdot V \rightarrow V_A = V_B$$

$$\boxed{E_{pA} = E_{pB}}$$

Otra forma.

Sup equipotenciales ⊥ a las líneas de campo.

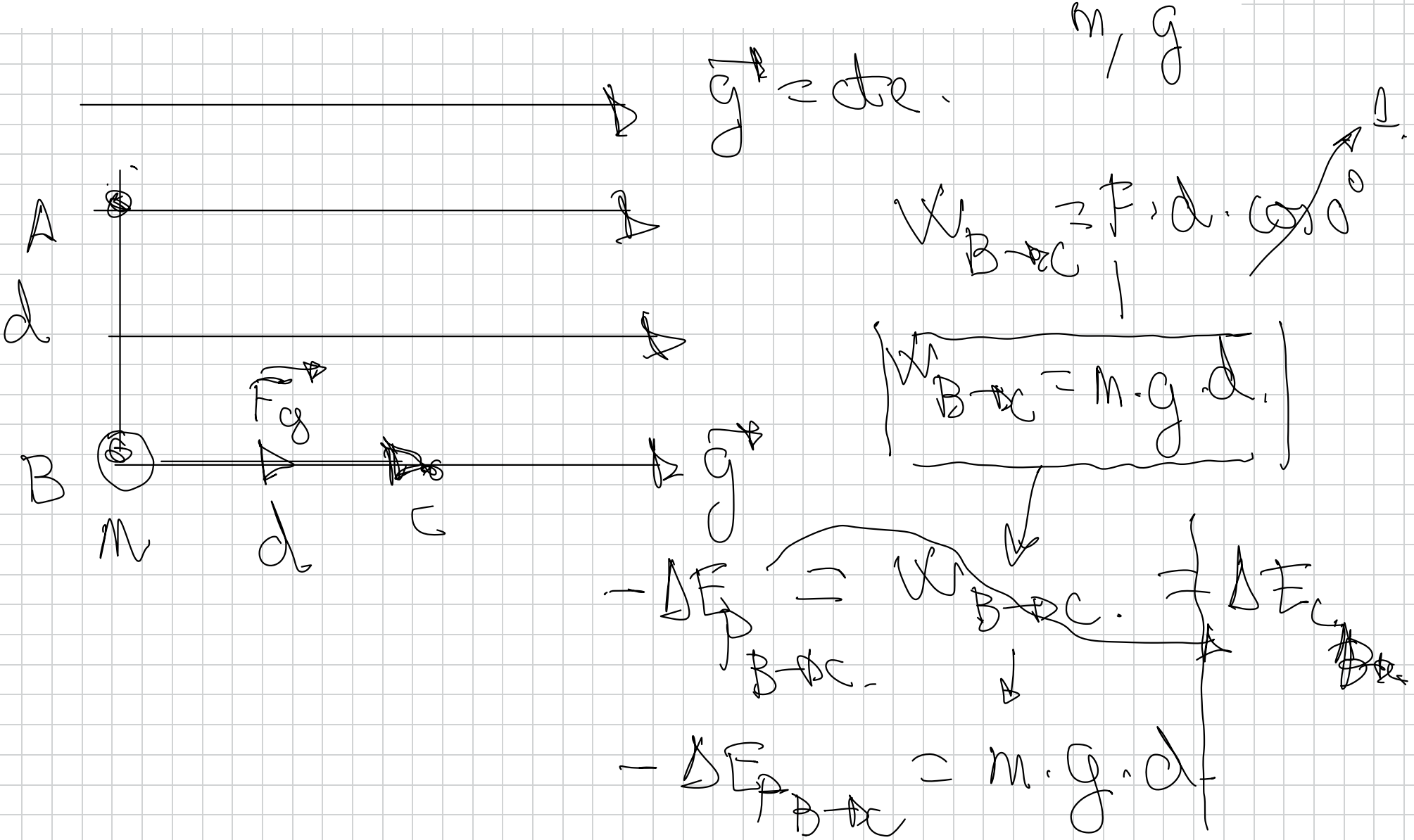
$$\boxed{V_A = V_B}$$

$$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$$

$$W_{A \to B} = 0.$$

b) ¿Qué trabajo se realizará para trasladar una masa m desde el punto B hasta el punto C?. ¿Aumentará o disminuirá su Energía potencial gravitatoria?.

c) ¿Qué trabajo se realizará para llevar la masa m desde C hasta A?, ¿cómo varía su energía potencial?

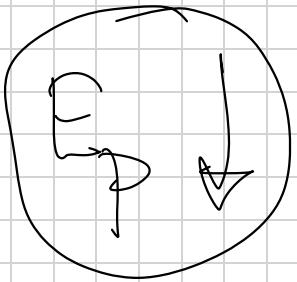


$W_{B \to C} > 0$.

$\Delta E_{P_{B \to C}} = -m \cdot g \cdot d$

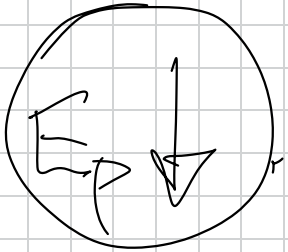
$W_{B \to C} = m (v_B - v_C) > 0$

$v_B > v_C$.

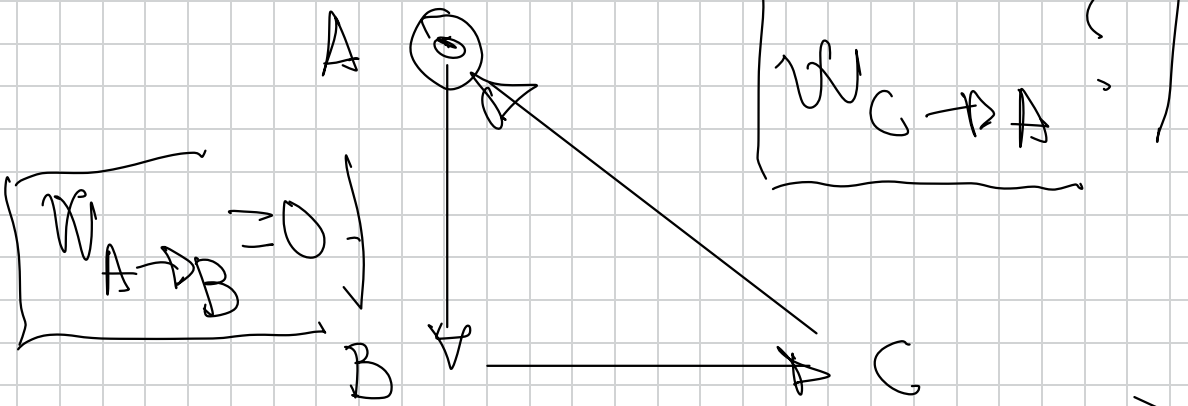


$m \cdot v_B > m \cdot v_C$

$E_{p_B} > E_{p_C}$.



c)



$W_{A \to A} = W_{A \to B} + W_{B \to C} + W_{C \to A}$

$W_{A \to B} = 0$

$W_{B \to C} = m \cdot g \cdot d$

$W_{C \to A} = ?$

$0 = 0 + m \cdot g \cdot d + W_{C \to A}$

$W_{C \to A} = -m \cdot g \cdot d$

$W_{A \to A} = m \cdot (v_A - v_A)$

$W_{A \to A} = 0$

$-\Delta E_{P\, C \to A} = W_{C \to A}$

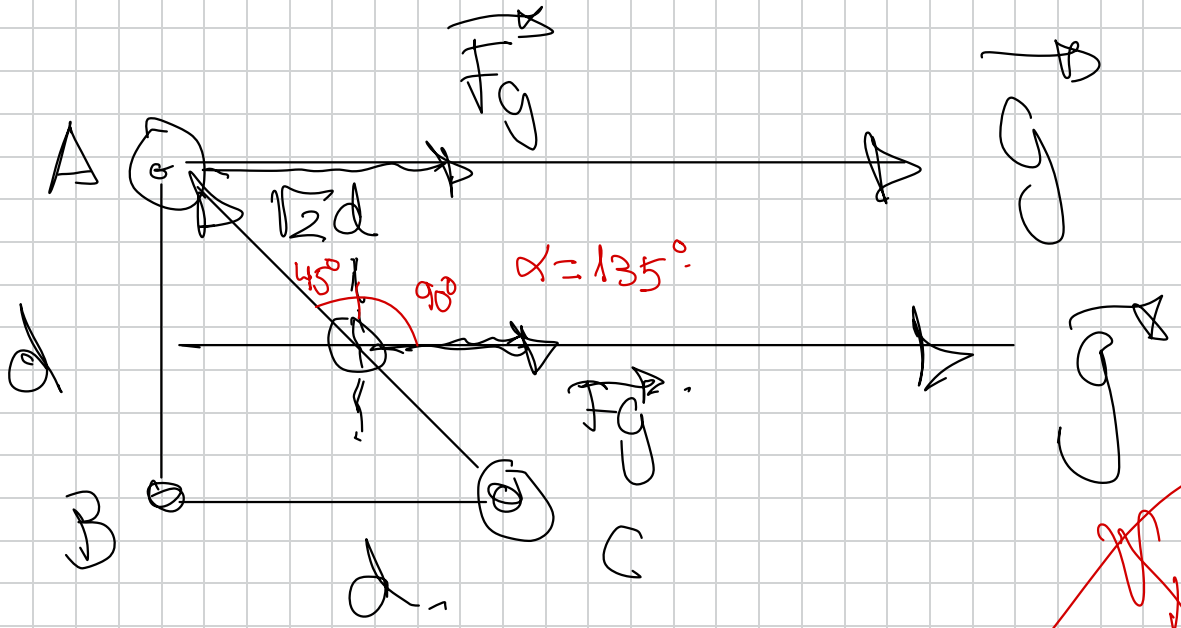
$-\Delta E_{P\, C \to A} = -m g d$

$\Delta E_{P\, C \to A} = m \cdot g \cdot d$

F gravitatoria $\Rightarrow$ F conservativa.

W no depende de la trayectoria.

La E_p habrá aumentado



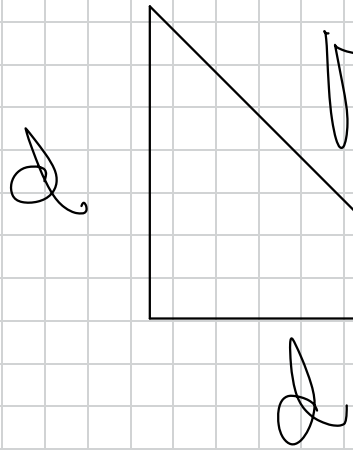
$W_{C \to A} = ?$

$W_{C \to A} = F \cdot \sqrt{2}d \cdot \cos 135°$

$W_{C \to A} = m \cdot g \sqrt{2}d \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$W_{C \to A} = m \cdot g \left(-\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} d\right)$

$W_{C \to A} = -m \cdot g \cdot d$



$\sqrt{d^2 + d^2} = \sqrt{2d^2} = \sqrt{2}d$

$$W_{C\to A} = -m \cdot g \cdot d.$$

$$-\Delta E_{p_{C\to A}} = -m \cdot g \cdot d$$

$$\Delta E_{p_{C\to A}} = m \cdot g \cdot d > 0.$$

$E_{p_{C\to A}}$ ↑.

66.-a) Explique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza que actúa sobre una de las dos masas puntuales al describir media órbita circular de radio R alrededor de la otra?, ¿Y si se desplazara desde esa distancia R hasta el infinito?. Razone las respuestas.

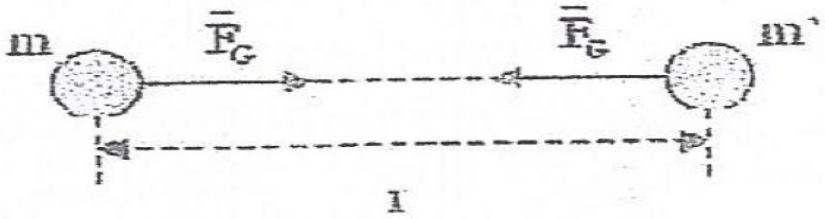
1.- a) La interacción gravitatoria entre dos cuerpos es atractiva y puede expresarse mediante una fuerza central directamente proporcional al producto de las masas de los cuerpos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. La constante de proporcionalidad es la llamada **constante de gravitación universal G**, vectorialmente, expresamos esta fuerza de la siguiente manera:

$$\bar{F}_G = -G\frac{m \cdot m'}{r^2}\bar{u}_r$$

indica el sentido

indica el vector unitario.

es la ley de gravitación universal desarrollada por Newton.

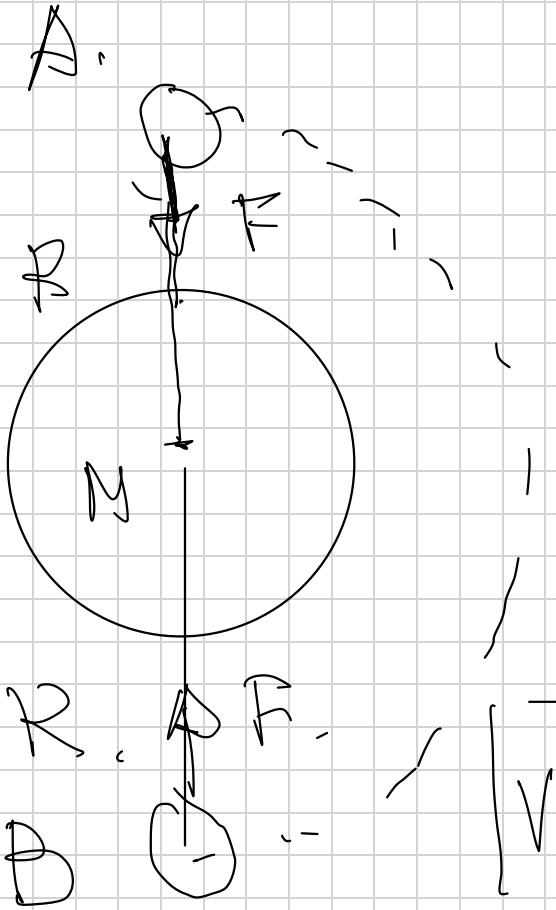


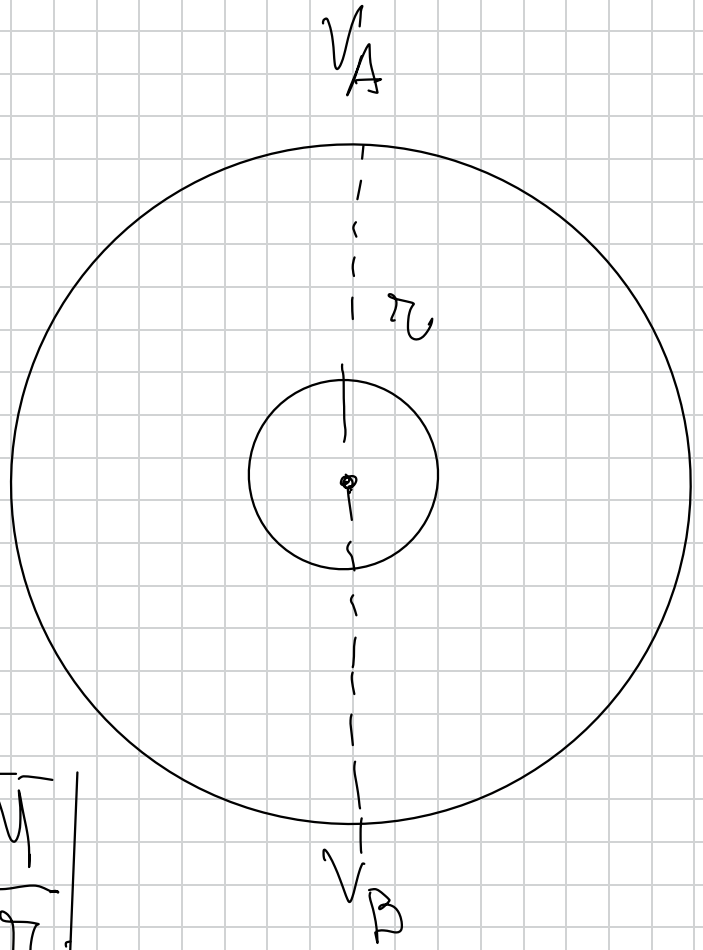
La fuerza que actúa sobre m es igual que la actúa sobre m', pero dirigida en sentido contrario.

66.-a) Explique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales
b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza que actúa sobre una de las dos masas puntuales al describir media órbita circular de radio R alrededor de la otra?, ¿Y si se desplazara desde esa distancia R hasta el infinito?. Razone las respuestas.

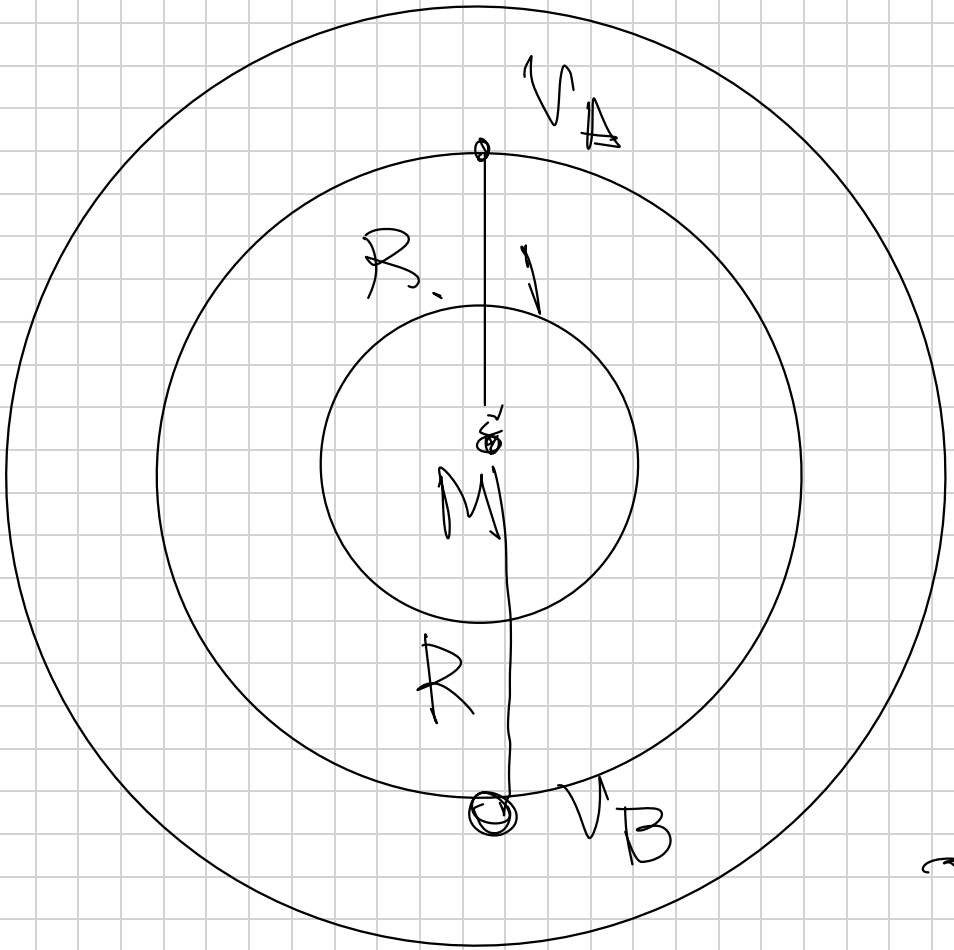
a) Ley de la gravitación universal

b)





$$V = -G \cdot \frac{M}{r}$$



$$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$$

$$\boxed{W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)}$$

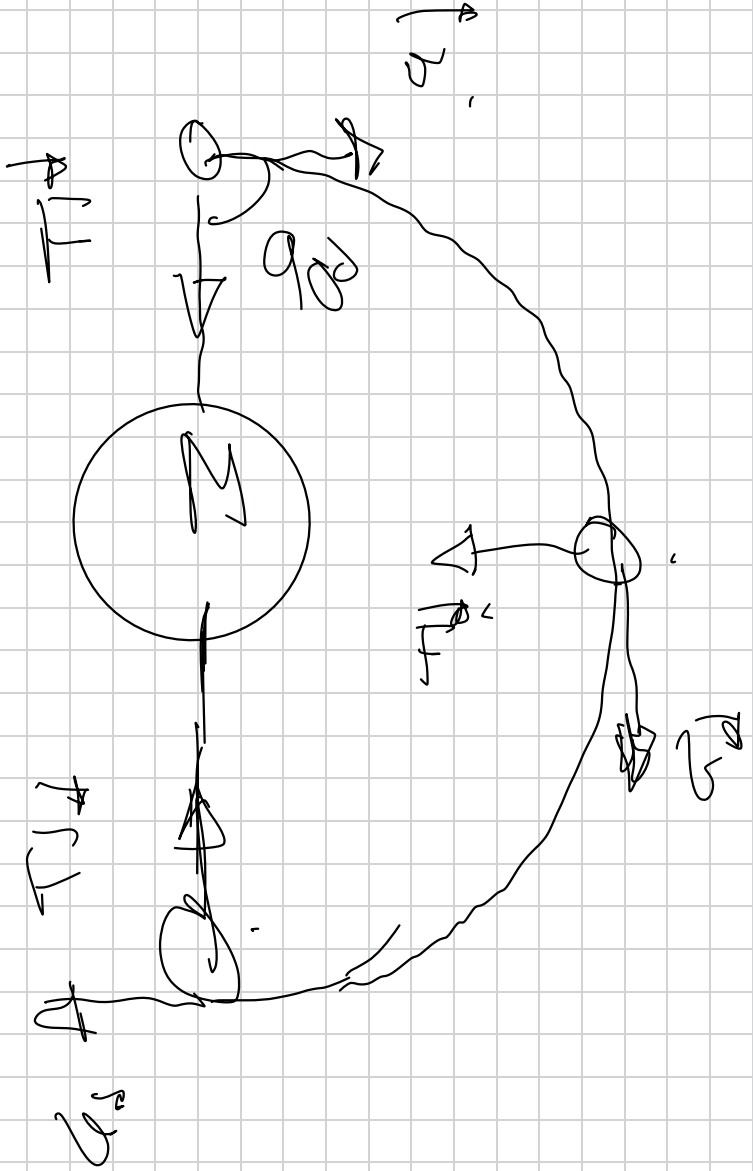
$$W_{A \to B} = 0 \quad \cdot$$

$$-\Delta E_{A \to B} = W_{A \to B}$$

$$E_{PA} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

$$E_{PB} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

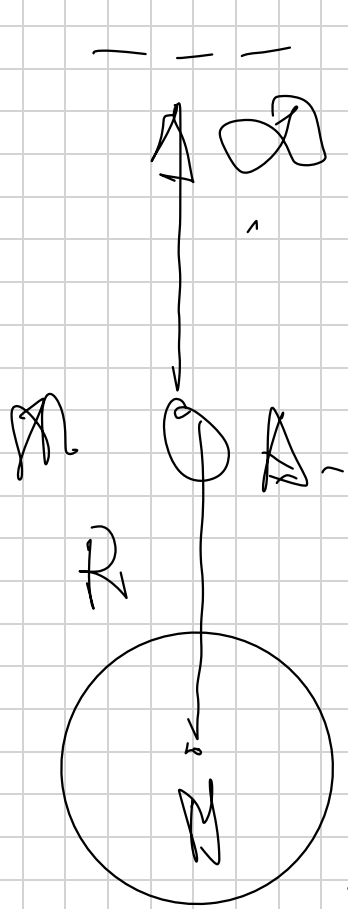
$$\rightsquigarrow \quad 0 = W_{A \to B}$$



$W_{A \to B} = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ$

0

c) $E_{p_\infty} = -G\frac{M \cdot m}{\infty} = 0$.



$E_{p_A} = -G\frac{M \cdot m}{R}$.

$-\Delta E_{p_{A \to \infty}} = W_{A \to B}$

$W_{A \to B} = -\Delta E_{p_{A \to \infty}}$.

$$W_{A \to B} = -\left(E_{p_B} - E_{p_A}\right)$$

$$W_{A \to B} = E_{p_A} - E_{p_B}$$

$$W_{A \to B} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R}$$

La E_p es la Energía de un cuerpo en función de su posición en un campo de fuerzas conservativas.

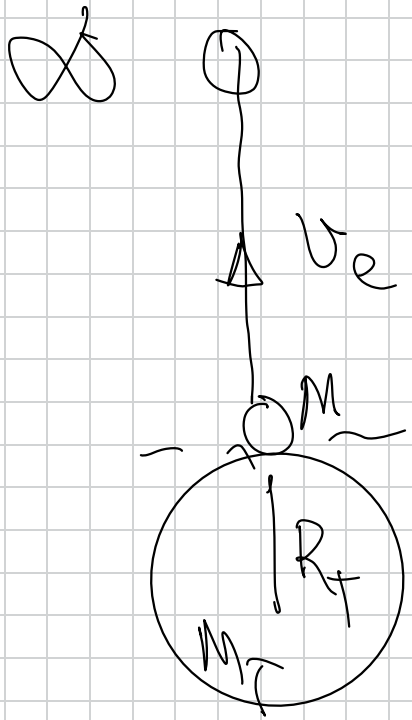
↳ Otra definición: La Energía potencial de un cuerpo

es el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria en el traslado de ese cuerpo desde esa posición hasta el infinito.

36.- Se lanza un cohete desde la superficie de la Tierra tal que escapa a la atracción gravitatoria terrestre.

a) Realizar un análisis energético de dicho proceso

b)¿Dependerá la energía cinética que es preciso comunicar al cohete del origen de energía potencial tomado?



$E_{P\infty} = 0$ / $E_{C\infty} = 0$.

$E_{P_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}$ ∅/ $E_C = \frac{1}{2} M \cdot v_e^2$,

$E_C \downarrow \longrightarrow \uparrow E_p$. ∞ $E_c = 0$

$E_M = cte.$

Análisis energético: la E_c disminuye coincidiendo con un incremento de la E_p de forma que la E_m permanece cte.

b)

$$E_{p_T} + E_{c_T} = E_{p_\infty} + E_{c_\infty}^{\,0}$$

$$E_{c_T} = E_{p_\infty} - E_{p_T}$$

Si situo el cero de energía potencial en otro punto, la diferencia de energía potencial se mantendría y la energía cinética suministrada también.

Pag 27

15.- Si hipotéticamente colocásemos el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m en la superficie de la Tierra, ¿Cuál sería el valor de la energía potencial gravitatoria de la partícula cuando ésta se encontrase a una distancia infinita de la Tierra?.

$E_{p_T} = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$.

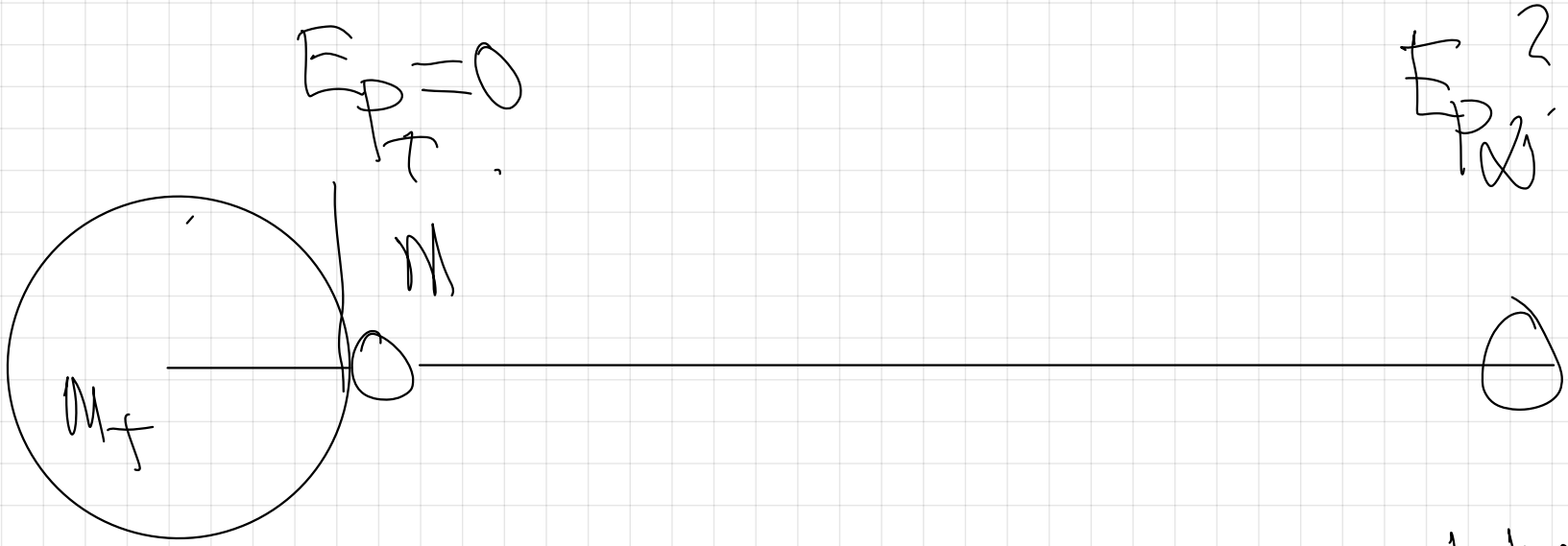
$E_{p_\infty} = 0$.



$|E_{p_\infty} - E_T| = 0 - \left(-G \frac{M_T \cdot m}{R_T}\right) = \boxed{G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}}$

$-100J$.

0



0 J

Sería la misma que antes. +100 J.

1 2

$E_{p2} - E_{p1} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}$

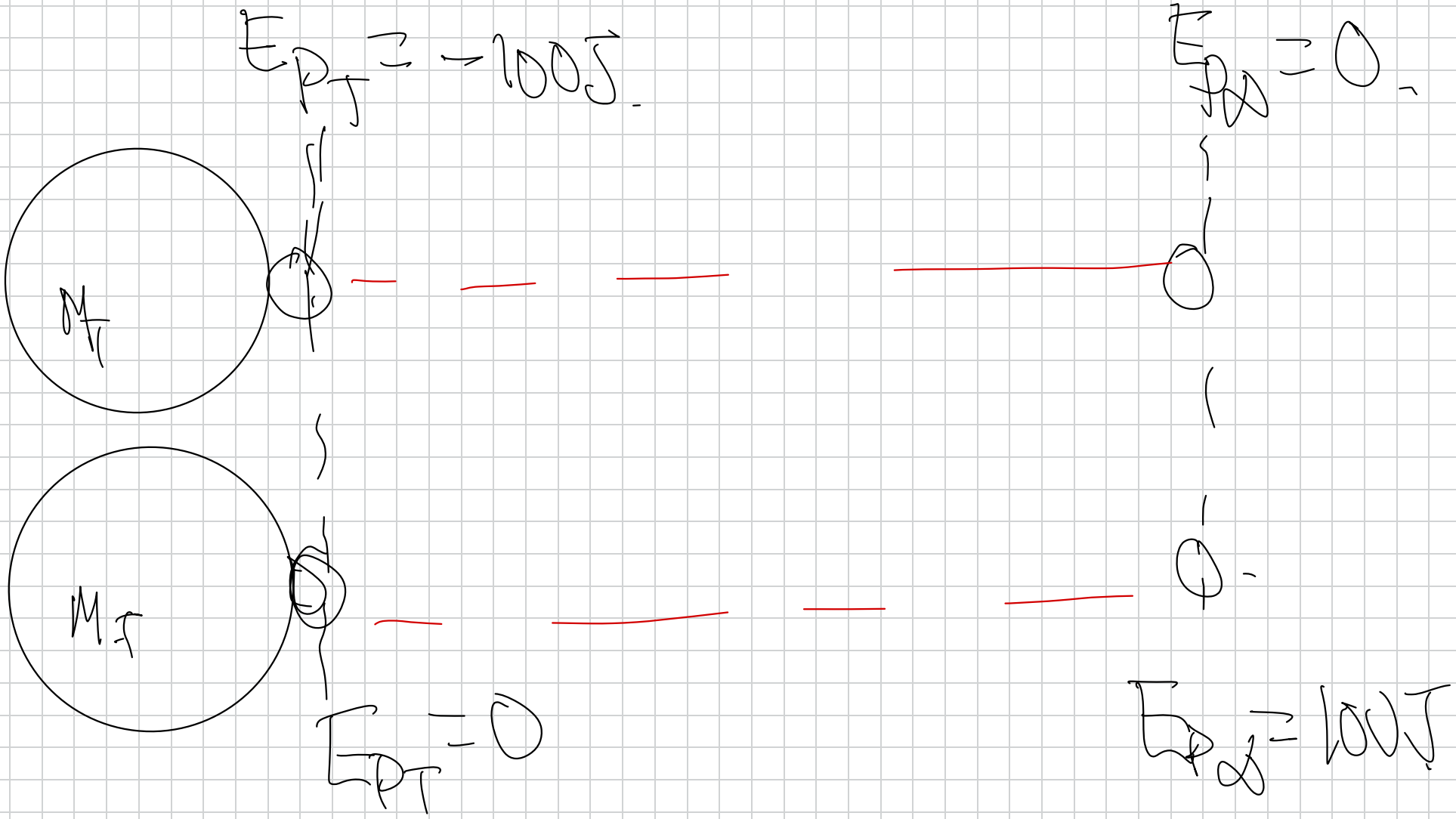
$E_{p2} - E_{p1} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{R_T}$

Diferencia de Ep antes es la misma que la diferencia de Ep en el actual origen.

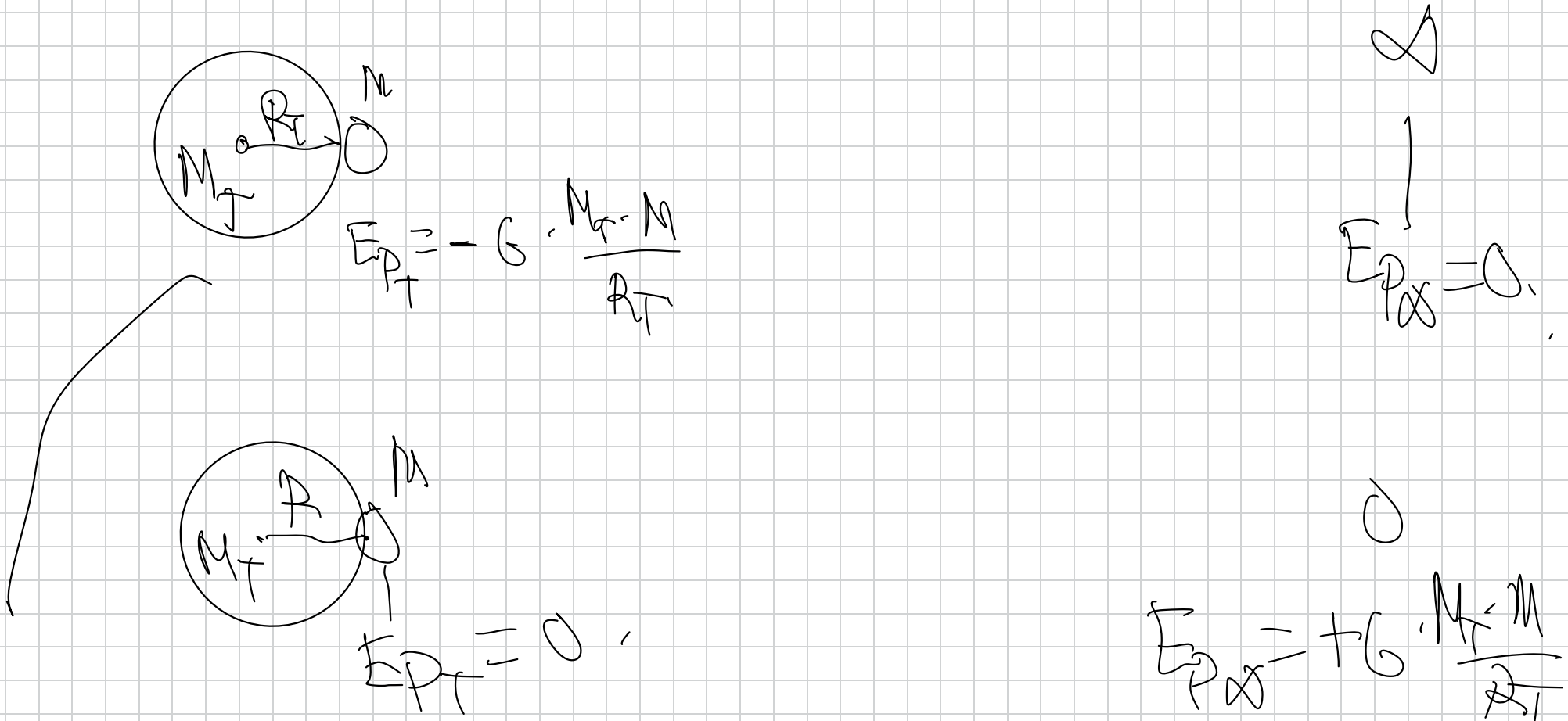
$$E_{p\infty} = +G \cdot \frac{M \cdot m}{R_J}$$

68,52, 42,73

15.- Si hipotéticamente colocásemos el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m en la superficie de la Tierra, ¿Cuál sería el valor de la energía potencial gravitatoria de la partícula cuando ésta se encontrase a una distancia infinita de la Tierra?.



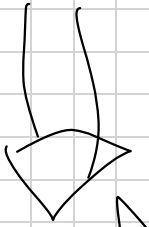
15.- Si hipotéticamente colocásemos el cero de energía potencial gravitatoria de una partícula de masa m en la superficie de la Tierra, ¿Cuál sería el valor de la energía potencial gravitatoria de la partícula cuando ésta se encontrase a una distancia infinita de la Tierra?.





$$E_{p\infty} - E_{pT} = 0 - \left(-G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}\right)$$

$$E_{p\infty} - E_{pT} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$



Si colocase $E_{pT} = 0$,

$$E_{p\infty} - E_{pT} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

$$E_{PG} = -G \frac{M_T \cdot m}{R_T}$$

45, 68, 52, 42, 73

g = 10 m/s

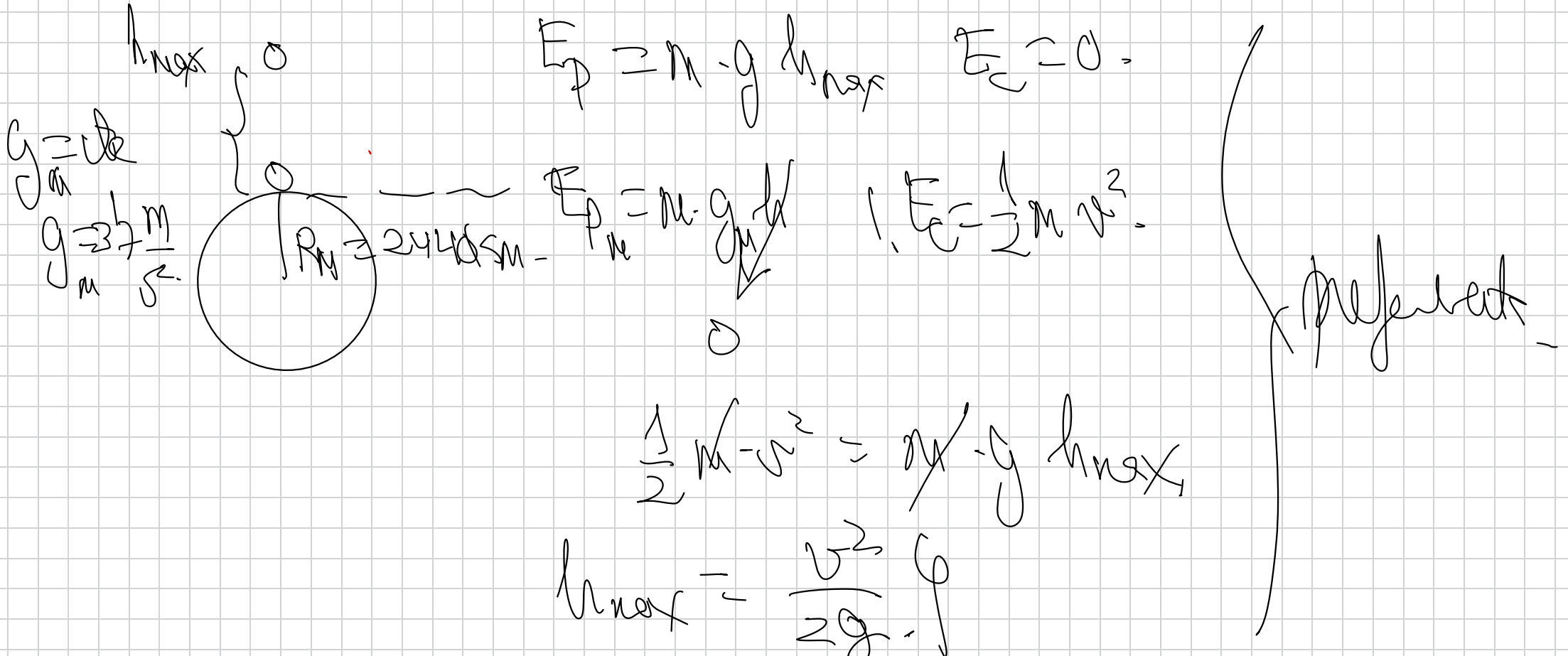
(03-E) En dos vértices opuestos de un cuadrado, de 6 cm de lado, se colocan las masas m1=100 g y m2 = 300 g.

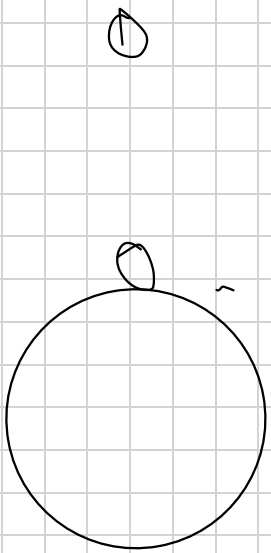
a) Dibuje en un esquema el campo gravitatorio producido por cada masa en el centro del cuadrado y calcule la fuerza que actúa sobre una masa m =10 g situada en dicho punto.

b) Calcule el trabajo realizado al desplazar la masa de 10 g desde el centro del cuadrado hasta uno de los vértices no ocupados por las otras dos masas.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

b) El planeta Mercurio tiene un radio de 2440 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es 3,7 m s^{-2}. Calcule la altura máxima que alcanza un objeto que se lanza verticalmente desde la superficie del planeta con una velocidad de 0,5 m s^{-1}.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}





MRUA. ascensão.

$$v = v_0 - g \cdot t$$

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g h_{max}$$

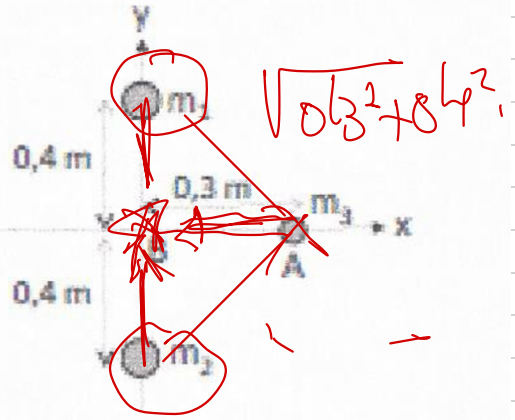
$$2g h_{max} = v_0^2$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

259 (18-R) a) Razone las respuestas a las siguientes cuestiones: ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?, ¿puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?

b) Dos masas $m_1 = 200$ kg y $m_2 = 100$ kg se encuentran dispuestas en el eje Y, como se indica en la figura. Determine, justificando su respuesta, el trabajo necesario para desplazar una pequeña masa $m3 = 0,1$ kg, situada sobre el eje X, desde A hasta B. Comente el signo de dicho trabajo.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}



b)

$V_A = V_1 + V_2$

V_B —

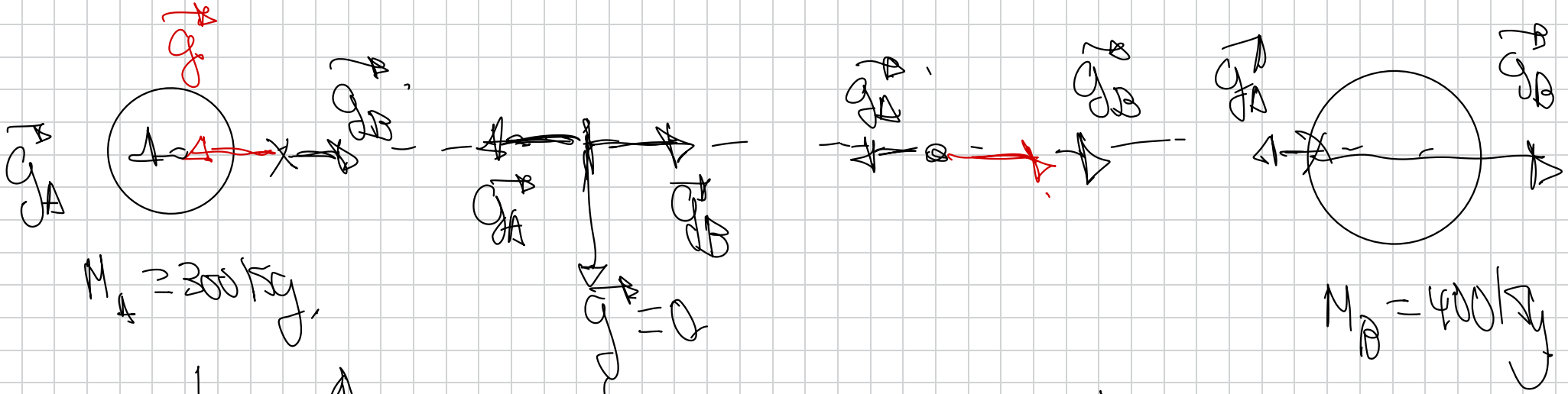
$W_{A \to B} = m \cdot (V_A - V_B)$

pag 31.-

45.- Si tenemos una masa M_A=300 Kg en (0,0) m y otra masa M_B=400 Kg en (4,0) m

a) Describir cualitativamente la variación que experimentará el campo gravitatorio al pasar de M_A a M_b

$$g = G \frac{M}{r^2}$$



$|\vec{G}| = |\vec{g}_A| - |\vec{g}_B|$

$|\vec{G}|$ ↓ hasta hacerse nulo.

$\vec{G} = 0$.

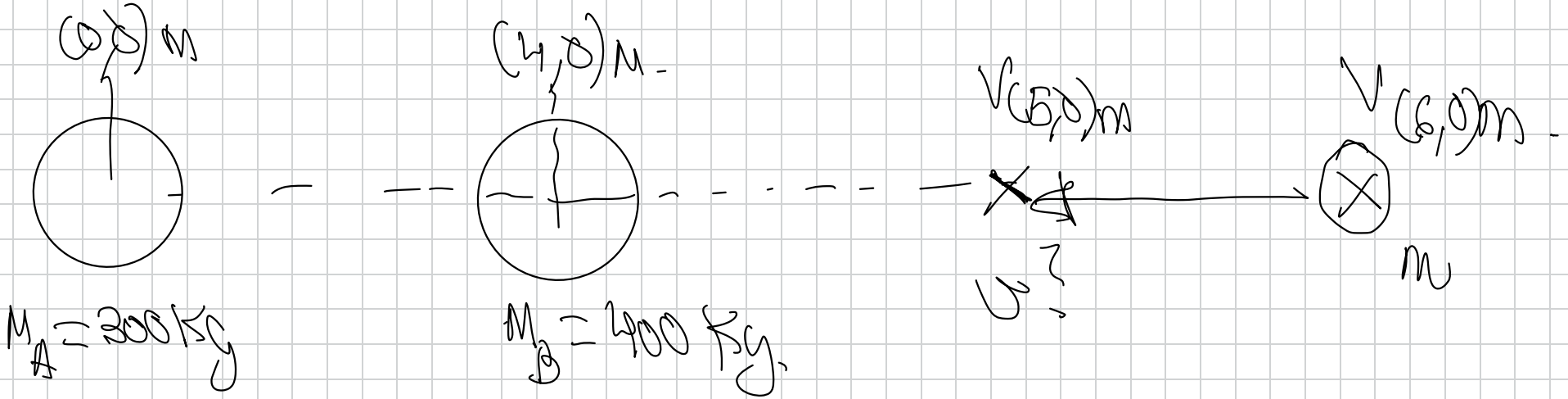
$|\vec{G}| = |\vec{g}_B| - |\vec{g}_A|$

$|\vec{G}|$ aumenta hasta hacerse máximo.

b) Calcular los potenciales gravitatorios en los puntos (5,0)m y (6,0)m

c) Calcular la velocidad con la que una partícula, partiendo desde el reposo en (6,0) m llegaría al punto (5,0) m

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$



Principio de superposición.

$$V_{(5,0)M} = G\frac{M_A}{r_A} + \left(-G\frac{M_B}{r_B}\right) = -6{,}67\cdot10^{-11}\frac{300}{5} - 6{,}67\cdot10^{-11}\frac{400}{1}$$

$V_{(5,0)_M} = -3 \cdot 10^{-8}\ \frac{J}{kg}$ ←

$V_{(6,0)_M} = -G\frac{M_A}{r_A} + \left(-G\frac{M_B}{r_B}\right) = -6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{300}{6} - 6{,}67\cdot10^{-4}\cdot\frac{400}{2}$ ←

$V_{(6,0)} = -1{,}6\cdot10^{-8}\ \frac{J}{kg}$ ←

b)

$-\Delta E_p = W = \Delta E_c$ → F conservativa (gravit)

$W_{(6,0)\to(5,0)_M} = -\frac{1}{2}M\cdot v^2_{(5,0)_M} - \frac{1}{2}M v^2_{(6,0)_M}$ → 0.

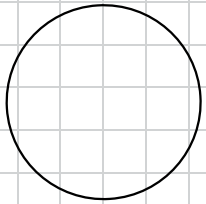
$$\cancel{m} \cdot \left(V_{(6,0)_n} - V_{(5,0)_n} \right) = \frac{1}{2} \cancel{m} \left| v^2_{(5,0)_{m-1}} \right|$$

Nulidad si la F es de cero si no lo es.

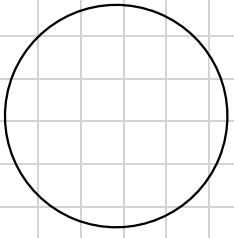
$$v_{(5,0)} = \sqrt{2 \cdot \left(V_{(6,0)_n} - V_{(5,0)_n} \right)}$$

$$v_{(5,0)} = \sqrt{2 \cdot \left(-1{,}6 \cdot 10^{-8} - \left(-3 \cdot 10^{-8} \right) \right)}$$

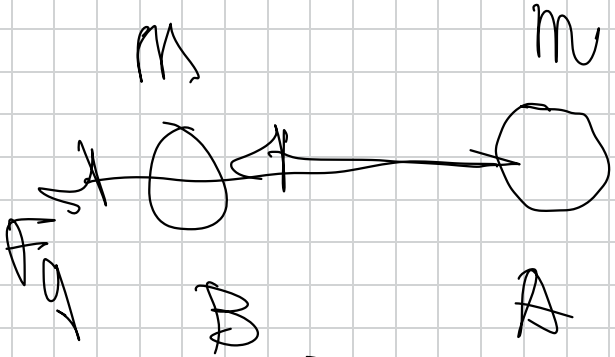
$$v_{(5,0)} = 1{,}67 \cdot 10^{-4} \ \frac{m}{s}$$



$m_A = 300\,kg$



$m_B = 400\,kg$



¡OJO! Solo válida para cuando F es fza =

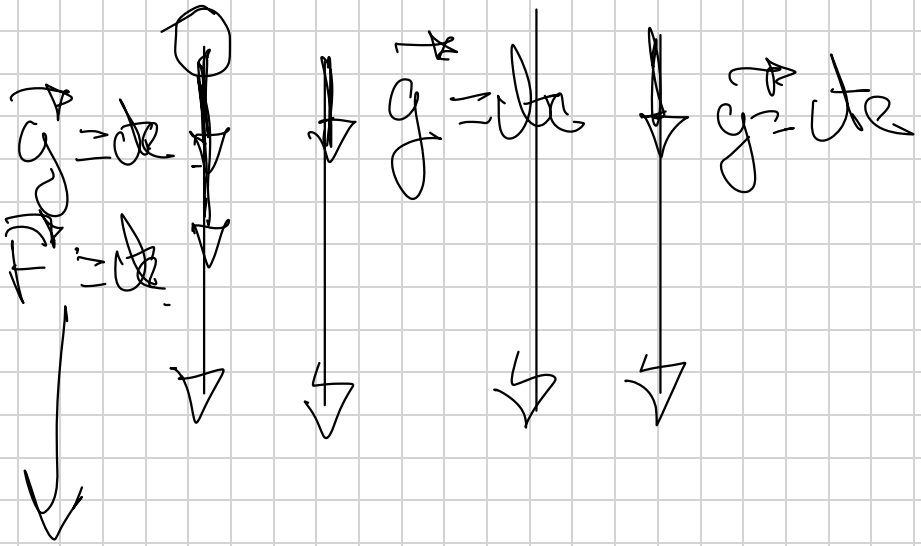
$$W_{A\to B} = \Delta E_{c\,A\to B}$$

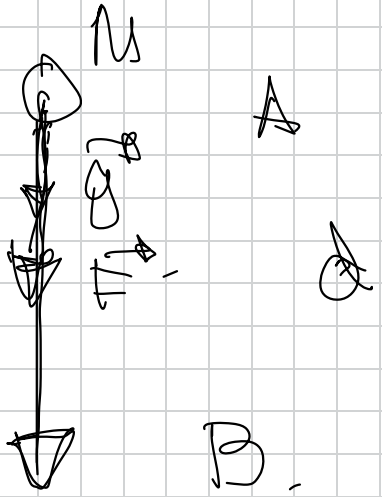
$$F_g \cdot d \cdot \cos 0^\circ = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

Ojo. ↓ No es de, No se puede.

68.- Una partícula se mueve en un campo gravitatorio uniforme, ¿aumenta o disminuye su energía potencial al moverse en la dirección y el sentido de la fuerza ejercida por el campo?, ¿y si se moviera en una dirección perpendicular a dicha fuerza?. Razone las respuestas

$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$





Aquí sí se puede.

$W_{A \to B} = F \cdot d \cdot \cos\alpha$

$W_{A \to B} = m \cdot g \cdot d \cdot 0$ Espontáneo

$W_{A \to B} = -\Delta E_{p_{A \to B}} \Rightarrow$ la $E_p \downarrow$.

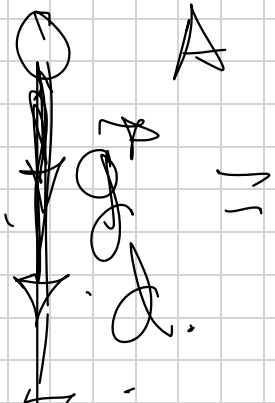
$W_{A \to B} > 0$.

$-\Delta E_{p_{A \to B}} > 0$.

$-(E_{p_B} - E_{p_A}) > 0$

$E_{p_A} - E_{p_B} > 0$.

$E_{p_A} > E_{p_B}$ $E_p \downarrow$.

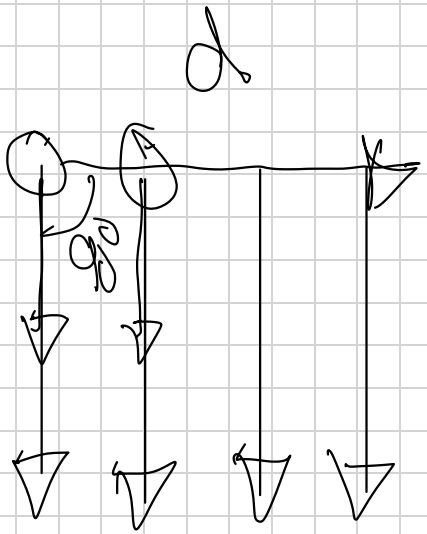


$$\vec{g} = -10\,\vec{j}\ \left(\frac{N}{kg}\right)$$

$$\vec{F}_g = -20\,\vec{j}\ (N)$$

$$W_{A\to B} = |F_g| \cdot |d| \cdot \cos 0^\circ \cdot \vec{j} > 0$$

$$-\Delta E_{p\,A\to B} = W_{A\to B} = \Delta E_c$$



$\vec{g} = cte$

$\vec{F} = cte.$

$W_{A \to B} = \boxed{F} \cdot d \cdot \cos 90°$

$\downarrow cte$

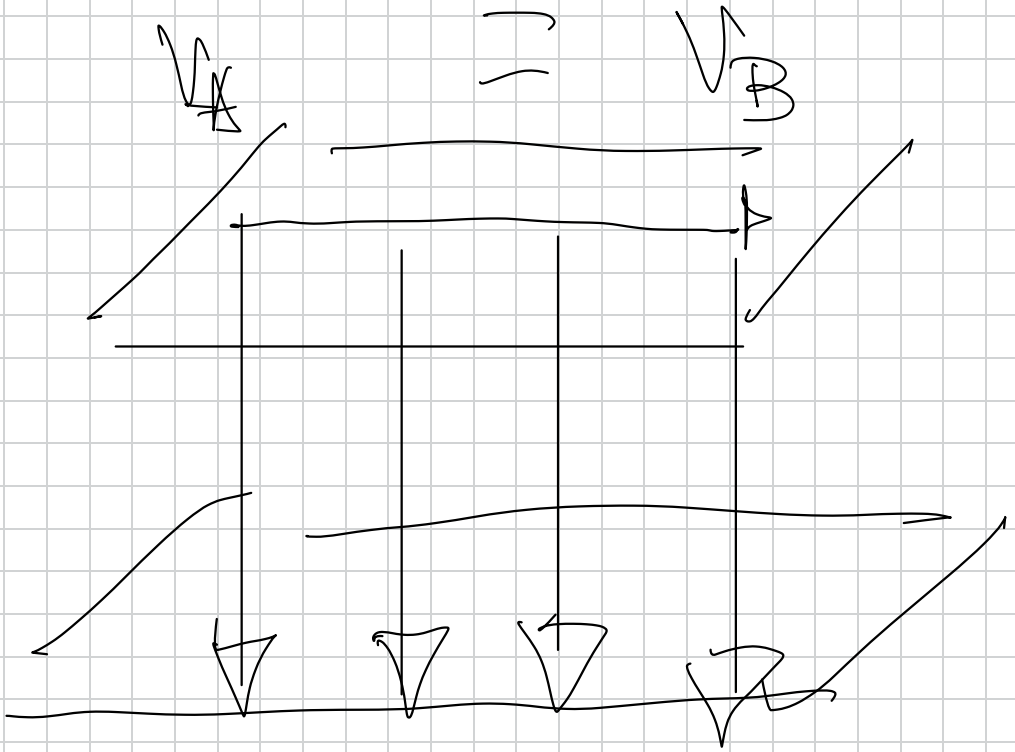
$W_{A \to B} = 0$

$E_p = cte.$

$W_{A \to B} = -\Delta E_{p_{A \to B}}$

$\swarrow 0$

Sup equipotentiel.



$E_p = cte$ =

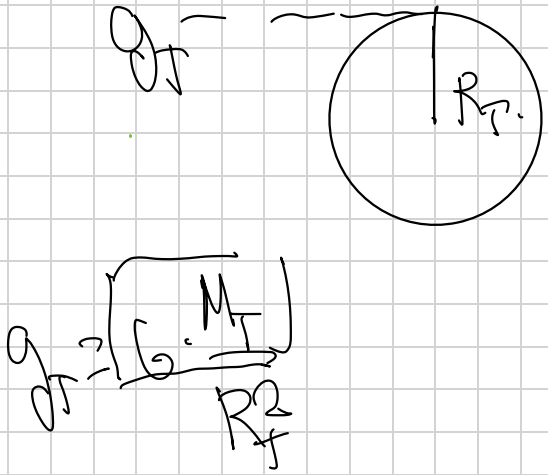
$m \cdot V_A = m \cdot V_B$

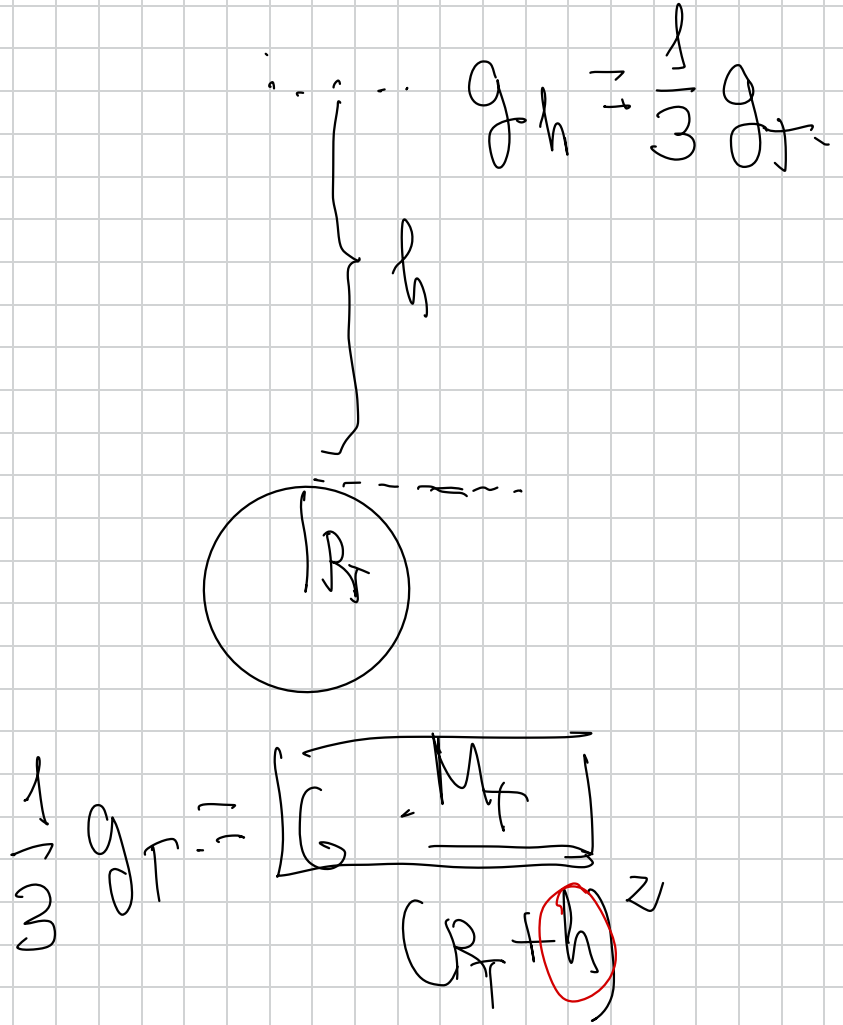
$E_{pA} = E_{pB}$

$W_{A \to B} = 0$ $E_p = cte$,

52, 51, 42, 63, 73, 22 U, 28, 61,

52.- ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra la gravedad terrestre se reduce a la tercera parte?. $R_T = 6370$ Km





$$\frac{\frac{1}{3}g}{g_T} = \frac{G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}}{G\frac{M_T}{R_T^2}} = \frac{\frac{1}{(R_T+h)^2}}{\frac{1}{R_T^2}}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

$$\sqrt{(R_T+h)^2} = \sqrt{3\,R_T^2}$$

$$R_T + h = \sqrt{3}\,R_T$$

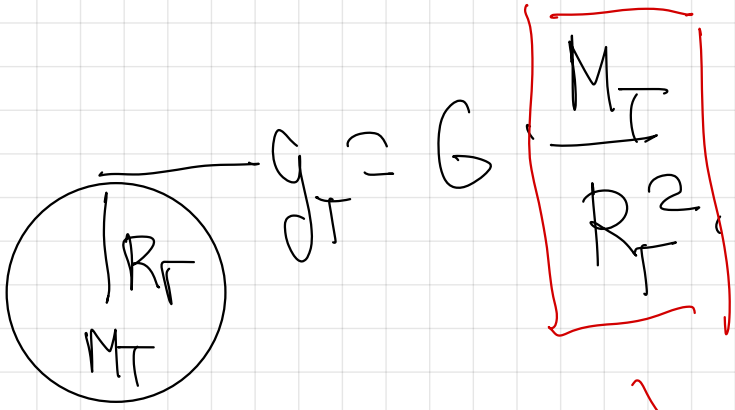
$$h = \sqrt{3}\, R_T - R_T .$$

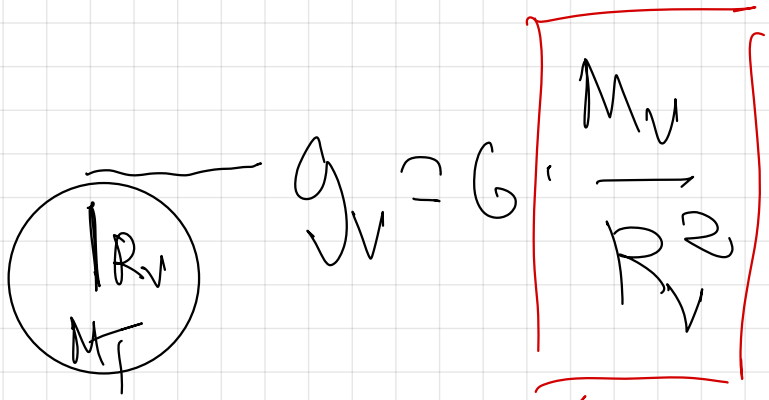
$$h = R_T \left(\sqrt{3} - 1\right)$$

$$h = 6{,}73 \cdot 10^6 \left(\sqrt{3} - 1\right).$$

$$h = 4{,}65 \cdot 10^6 \text{ m} .$$

51.- Justifique si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: "la gravedad en la superficie de Venus es el 90% de la gravedad en la superficie de la Tierra, y en consecuencia, si midiésemos en Venus la constante de gravitación universal G, el valor obtenido sería el 90% del medido en la Tierra.





Si la gravedad en Venus es distinta a la de la Tierra ($g_V = 0'9\, g_T$) se

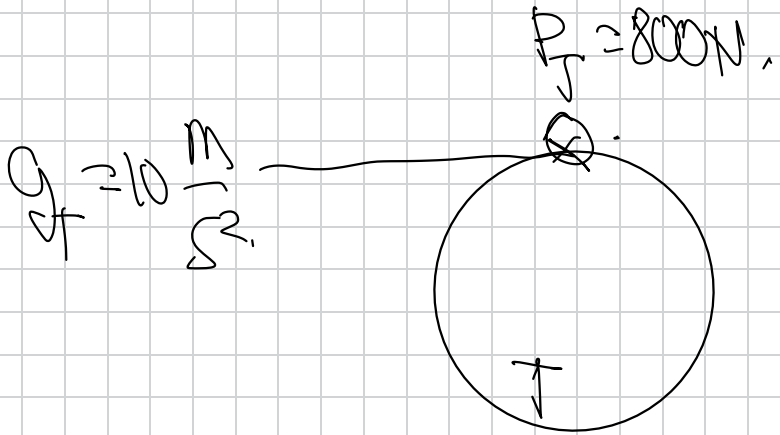
debe a que la relación M/R^2 es distinta en ambos planetas, y no se debe al valor de G que es una cte universal (no varía independientemente del medio)

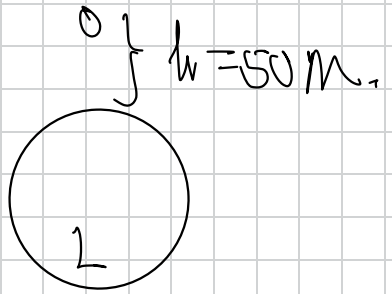
42.- La masa de la Luna es 0,01 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,25 veces el radio terrestre. Un cuerpo, cuyo peso en la Tierra es de 800 N, cae de una altura de 50 m sobre la superficie lunar.

a) Determinar la masa del cuerpo y su peso en la Luna.

b) Realizar el balance de energía en el movimiento de caída y calcular la velocidad con la que el cuerpo llega a la superficie.

$g = 10\ m \cdot s^{-2}$





$$P_T = m \cdot g_T$$

$$m = \frac{P_T}{g_T} = \frac{800N}{10\ N/s^2} = 80\ kg \rightarrow$$

$$\boxed{m = 80\ kg.}$$

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$$

$$g_L = G \cdot \frac{0{,}01 M_T}{(0{,}25 R_T)^2}$$

$$\frac{g_L}{g_T} = \frac{G \cdot \frac{0{,}01 M_T}{0{,}25^2 \cdot R_T^2}}{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}}$$

$$\frac{g_L}{g_T} = \frac{0{,}01}{(0{,}25)^2}$$

$$g_L = 0{,}16\, g_T$$

$$g_L = 0{,}16 \cdot 10 = 1{,}6 \ m/s^2$$

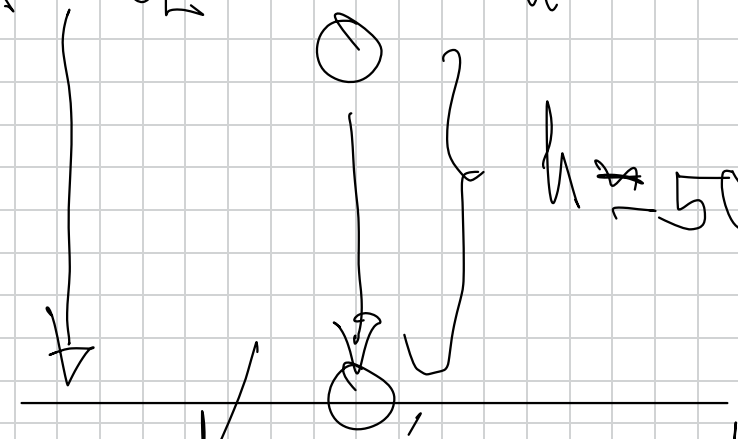
$g_L = 1{,}6\ m/s^2$.

$P_L = m \cdot g_L$

$P_L = 80\ kg \cdot 1{,}6\ m/s^2$.

$P_L = 128\ N$.

$E_{p_h} = m \cdot g \cdot h$, $E_{c_h} = 0$.



$E_{p_L} = m \cdot g \cdot 0$, $E_{c_L} = \frac{1}{2} m \cdot v_L^2$.

$\Rightarrow \boxed{g_L = ctg = 1{,}6\ m/s^2}$.

$E_p \downarrow \rightarrow E_c \uparrow$. $E_m = ctg$.

$$E_{p_1} + E_{c_1} = E_{p_2} + E_{c_2}.$$

$$\cancel{m} g_2 \cdot h + 0 = 0 + \frac{1}{2} \cancel{m} v_2^2.$$

$$v_2 = \sqrt{2 g_2 \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}6 \cdot 50}$$

$$v_2 = 21{,}65 \text{ m/s}.$$

73.- Razonar dónde será la velocidad de escape mayor, si en la Tierra o en la Luna

(73)

Según la deducción $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Rightarrow$ La obtenemos en función de g para comparar la terrestre y la lunar

· TIERRA $\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2(G \cdot M_T)}{R_T}} = \sqrt{\frac{2 g_T \cdot R_T^2}{R_T}} = \sqrt{2 g_T R_T}$.

$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M_T = g_T \cdot R_T^2$

LUNA $v_e = \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}} = \sqrt{\frac{2 g_L \cdot R_L^2}{R_L}} = \sqrt{2 g_L \cdot R_L}$

$g_L = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2} \Rightarrow G \cdot M_L = g_L \cdot R_L^2$

$\Downarrow$

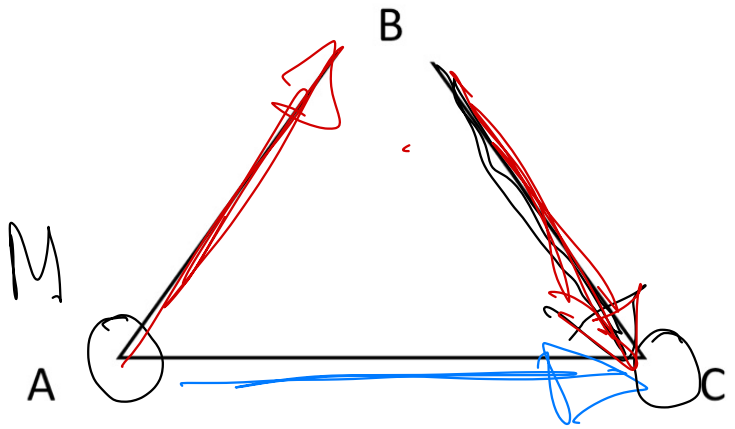
Como $g_L < g_T$ y $R_L < R_T$ la velocidad de escape es menor en la luna y mayor en la Tierra.

63.- Una masa M se mueve desde el punto A hasta el punto B de la figura y posteriormente desciende hasta el C. Compare el trabajo mecánico realizado en el desplazamiento A-B-C con el que se hubiera realizado en un desplazamiento horizontal desde A hasta C

a) Si no hay rozamiento

b) En presencia de rozamiento

Justifique las respuestas



a) $W_{A \to B \to C} = W_{A \to C}$.

$m \cdot (V_A - V_C) = m \cdot (V_A - V_C)$

b) Con rozamiento se pierde más energía en $A \to B \to C$ que en $A \to C$.

$W_{A \to B \to C} > W_{A \to C}$.

a) Al no haber rozamiento el ejercicio se desarrolla en un campo de fuerzas conservativo por lo que el trabajo realizado es igual a la variación negativa de la energía potencial del sistema

$$W = -\Delta E_p$$

La energía potencial solo depende del estado final e inicial, por lo tanto, el trabajo realizado en los dos desplazamientos es el mismo

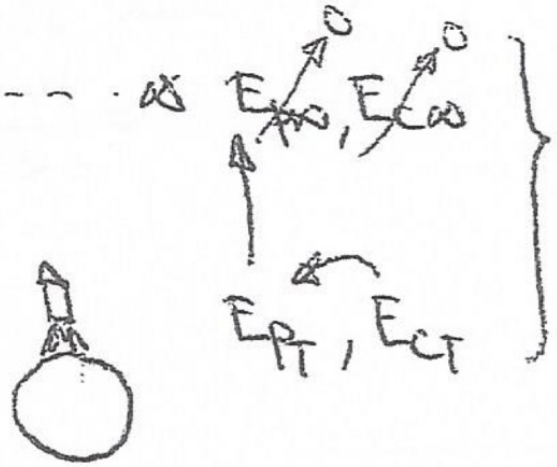
$$W_{ABC} = W_{AC}$$

b) Al existir rozamiento, aunque la variación de energía potencial es igual para ambos desplazamientos, el trabajo de rozamiento que hay que vencer es mayor por el trayecto ABC que por el AC, ya que el espacio recorrido es mayor, por lo tanto se cumple que

$$W_{ABC} > W_{AC}$$

37.- ¿Qué ocurriría <u>en la realidad</u> si lanzamos un cohete desde la Tierra con una velocidad igual a la velocidad de escape?

(37)



→ Esto sería en una situación ideal, sin embargo en la realidad, parte de la E_c suministrada en la Tierra se pierde como consecuencia del rozamiento, transformándose en calor, y por ello el cohete no llegaría a incrementar su E_p hasta llegar al infinito.

Si en la realidad quisiésemos que el cohete llegase al ∞, tendríamos que suministrarle una E_c mayor, y por ello una velocidad mayor que la velocidad de escape que calculamos para compensar la disipación de energía.

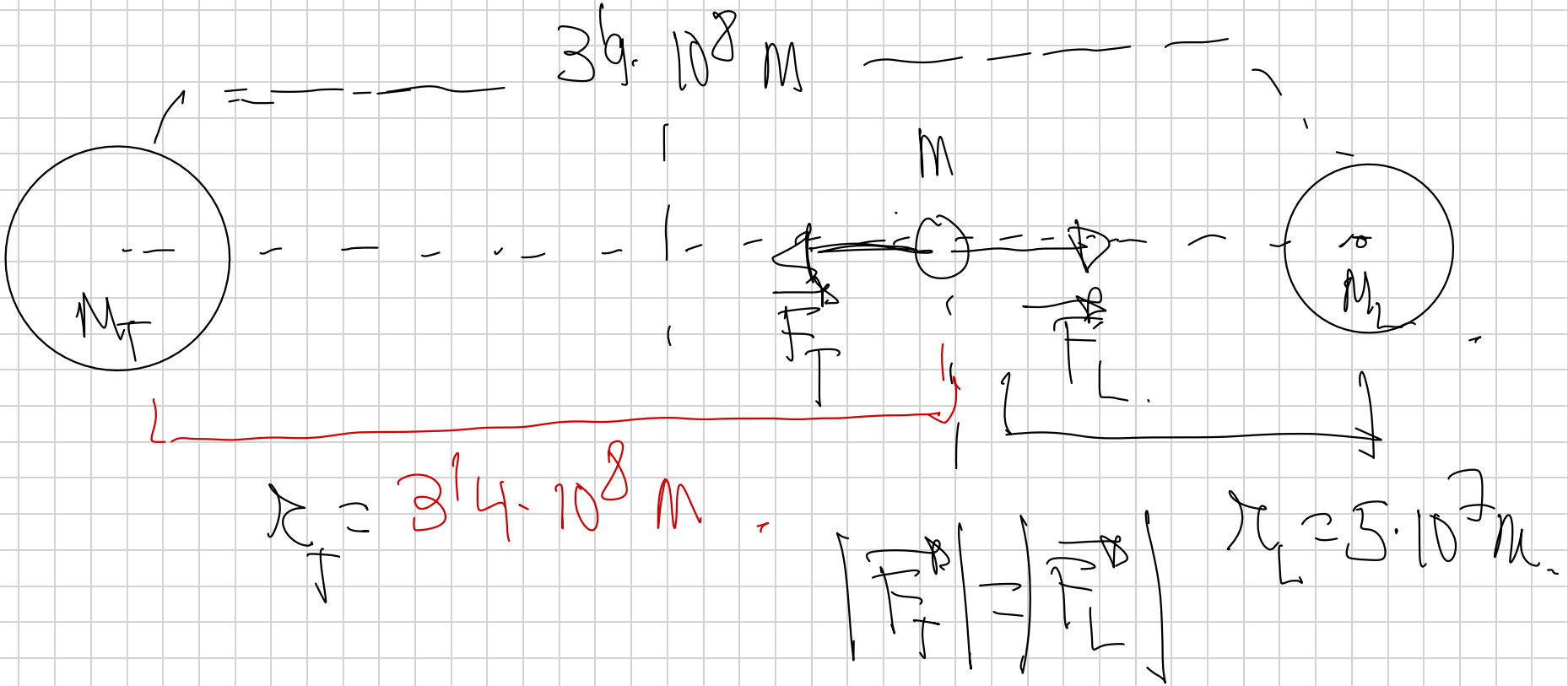
22.- La Luna describe una órbita circular en torno a la Tierra en 28 días

a) Calcular la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna.

b) Calcular el valor de la masa de la Luna sabiendo que una partícula de masa m podría estar en equilibrio en un punto alineado con los centros de la Tierra y de la Luna, a una distancia del ecntro de la Tierra de $3{,}4 \cdot 10^8$ m.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ Kg$

a) Ya hecho.



$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r_T^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{r_L^2}$$

$$|\vec{g}_T| = |\vec{g}_L| \quad ?$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r_T^2} = G \cdot \frac{M_L}{r_L^2}$$

$$M_L = M_T \cdot \frac{r_L^2}{r_T^2} = 6 \cdot 10^{24} \cdot \frac{(5 \cdot 10^7)^2}{(3{,}14 \cdot 10^8)^2}$$

$$M_L = 1{,}29 \cdot 10^{23}\ \text{kg}$$

28.- Un satélite meteorológico da tres vueltas a la Tierra en un día para la confección de mapas del tiempo.

a) Calcula su período de revolución y su velocidad angular

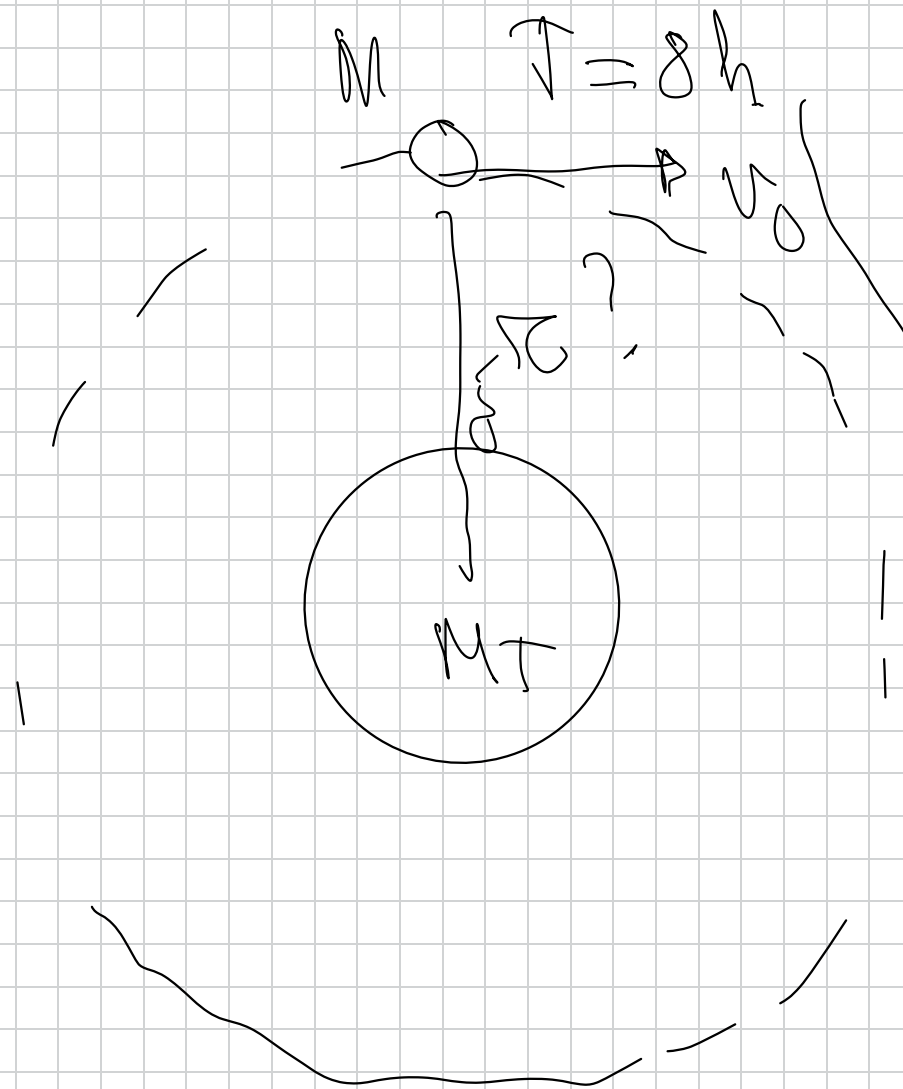
b) Calcula el radio de la órbita que describe

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2}$, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ Kg$

a) $T = \frac{24\,h}{3} = 8\,h = 8 \cdot 3600\,s$

$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8 \cdot 3600} = 2{,}18 \cdot 10^{-4}\ \frac{rad}{s}$

Condición de orbitación.



$$F_g = F_n$$

$$G \frac{M_T M}{r^2} = M \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$G \frac{M_T}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

$6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2} \rightarrow kg \cdot \frac{m}{s^2}$

$$G \cdot \frac{M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

$$G \cdot M_T T^2 = 4\pi^2 \cdot r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot (8 \cdot 3600)^2}{4\pi^2}}$$

$$r = 2{,}03 \cdot 10^7\ m$$

Estructura del examen.

- Pregunta 1
  - a) Cuestión 1p
  - b) Ejercicio 1,5p
- Pregunta 2
  - a) cuestión 1p
  - b) ejercicio 1,5p
- Pregunta 3
  - a) cuestión 1p
  - b) Ejercicio 1,5p
- Pregunta 4
  - a) cuestión 1p
  - b) ejercicio 1,5p.

Duración 1'5 h (flexible a principio de curso)
al menos 1 ejercicio contextualizado